

# گذار از مرز فانتوم با جفتیدگی ناکمینه جنبشی و گاس-بانه

بنی جمالی<sup>1</sup>، علی<sup>1</sup>؛ روح الهی<sup>2</sup>، و اعظم<sup>3</sup>، محبوبه<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی بابل، خیابان شریعتی، بابل

## چکیده

در این مقاله مدلی از انرژی تاریک شامل میدان اسکالر تکیونی با جفتیدگی های ناکمینه با جمله انرژی جنبشی و نیز ناوردای گاس-بانه را مطالعه می کنیم. چگالی انرژی  $\rho_\phi$  و فشار  $p_\phi$  و نیز معادله حرکت میدان اسکالر را بدست آورده و سپس شکل معادله حالت انرژی تاریک را مورد بررسی قرار می دهیم. شرایط لازم برای عبور از مرز فانتوم را در مدل مورد اشاره تحقیق نموده و نشان می دهیم که گذار از مرز فانتوم به وقوع می پیوندد.

## Phantom Divide Crossing with Non-minimal Kinetic and Gauss-Bonnet Couplings Banijamali, Ali<sup>1</sup>; Rouhollahi, Rahmatollah<sup>2</sup>; Vaez, Mahboubeh<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Department of Physics, Babol University of Technology, Babol

### Abstract

*In this paper we study a dark energy model in which tachyon scalar field non-minimally coupled with kinetic energy and Gauss-Bonnet invariant. Energy density  $\rho_\phi$ , pressure  $p_\phi$  and scalar field equation of motion have been calculated and then equation of state parameter has been extracted. We have investigated the conditions required for  $\omega = -1$  crossing in such a model. It is shown that phantom divide crossing can be realized in our model.*

### مقدمه

مدل کویتوم که ترکیبی از مدل های کویتسنس و فانتوم می باشد برای فهم گذار از مرز فانتوم بوجود آمده است [۴]. مدل های فانتوم علی رغم مشکلاتی که در سطح کوانتومی دارند به دلیل نبود بدیل بهتر برای انبساط شتابدار عالم استفاده می شوند. از طرفی نشان داده شده است که عبور از  $\omega = -1$  در مدلی با یک میدان اسکالر تنها، امکان پذیر نمی باشد [۵]. لذا برای بدست آوردن مدلی با این ویژگی بایستی جملات اصلاحی شامل جفتیدگی ناکمینه میدان اسکالر و گرانش را به مدل اضافه نمود. در این مقاله جفتیدگی ناکمینه بین انرژی جنبشی میدان اسکالر، انحنا و ناوردای گاس-بانه را در نظر گرفته و گذار از  $\omega = -1$  مطالعه می شود. در این مورد میدان تکیون به عنوان میدان اسکالر و مسئول انرژی تاریک در نظر گرفته شده است.

### معادلات میدان

مشاهدات اخیر کیهانشناسی نشان می دهند که حالت کنونی جهان ما دارای انبساط شتابدار است [۱]. با توجه به اینکه مقدار کافی چگالی ماده برای توجیه این انبساط شتابدار در کیهان وجود ندارد، بنابراین به یک جزء کیهانی دیگر برای توجیه انبساط عالم نیاز می باشد. کاندیداهای مختلفی برای انرژی تاریک وجود دارد که یکی از آنها ثابت کیهان شناسی  $\Lambda$  است که دو مشکل اساسی دارد: مشکل تنظیم ظریف و مشکل تطابق. برای حل این دو مشکل میدان های اسکالر به عنوان کاندیدای انرژی تاریک معرفی شدند که عبارتند از کویتسنس، کی-اسنس، فانتوم و تکیون (برای یک مرور به مرجع [۲] مراجعه نمایید). از طرف دیگر اطلاعات مشاهداتی کیهانشناسی به طور خفیفی تایید می کنند که پارامتر معادله حالت  $\omega$  از  $-1$  عبور می کند که مرز ثابت کیهانشناسی نامیده می شود [۳].

$$\begin{aligned}
\rho_\phi = & -V(\phi)\sqrt{1-\dot{\phi}^2} - \xi(3H^2 + 2\dot{H})F_1(\phi)\dot{\phi}^2 \\
& - 2\xi H(2F_1(\phi)\dot{\phi}\ddot{\phi} + \frac{dF_1}{d\phi}\dot{\phi}^3 + 8H^2\frac{dF_2}{d\phi}\dot{\phi} \\
& + 8H^2\dot{\phi}^2\frac{d^2F_2}{d\phi^2} + 16\dot{H}H\frac{dF_2}{d\phi}\dot{\phi} + 16H^3\frac{dF_2}{d\phi}\dot{\phi} \quad (6)
\end{aligned}$$

$$\rho_\phi = \frac{V(\phi)}{\sqrt{1-\dot{\phi}^2}} + 9\xi H^2 F_1(\phi)\dot{\phi}^2 - 24H^3 \frac{dF_2}{d\phi}\dot{\phi} \quad (7)$$

معادلات فریدمن نیز به صورت زیر خواهند بود:

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3} \rho_{eff} \quad (8)$$

$$-2\dot{H} - 3H^2 = \kappa^2 p_{eff} \quad (9)$$

در ادامه قصد داریم اثرات جفت شدگی ناکمینه را روی تحول پارامتر معادله حالت بررسی کنیم و تحقیق نماییم آیا گذار از مرز فانتوم در این مدل رخ می دهد یا خیر.

گذار از مرز فانتوم با میدان تکیون

از آنجا که پارامتر معادله حالت  $\omega = \frac{p}{\rho}$  می باشد داریم

$$\rho + p = 0 \rightarrow \omega = -1 \text{ بایستی}$$

باشد از طرفی برای اینکه گذار از مرز فانتوم اتفاق بیفتد باید

$$\frac{d}{dt}(\rho + p) \neq 0 \text{ داشته باشیم:}$$

با استفاده از معادلات (6) و (7) داریم:

$$\begin{aligned}
\rho + p = & \frac{V(\phi)\dot{\phi}^2}{\sqrt{1-\dot{\phi}^2}} + (6H^2 - 2\dot{H})\xi F_1(\phi)\dot{\phi}^2 \\
& + 8H(H\dot{\phi} - H^2\dot{\phi} + 2\dot{H}\dot{\phi})\frac{dF_2}{d\phi} + 8H^2\dot{\phi}\frac{d^2F_1}{d\phi^2} \\
& - 2\xi H(F_1(\phi)\dot{\phi}\ddot{\phi} + \dot{\phi}^3\frac{dF_1}{d\phi}) \quad (10)
\end{aligned}$$

معادله فوق در حالتی که  $\omega \rightarrow -1$ ، باید صفر شود. لذا دو امکان

زیر را خواهیم داشت:

$$\dot{\phi} = 0 \quad (11)$$

یا

کنش توصیف کننده مدل انرژی تاریک تکیونی با جفتیدگی های ناکمینه با انرژی جنبشی و ناوردای گاس-بانه به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
S = & \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{2\kappa^2} - V(\phi) \sqrt{1 + g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi} \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} F_1(\phi) \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi (\xi R + \eta R_{\mu\nu}) + F_2(\phi) G \right] \quad (1)
\end{aligned}$$

که در آن  $V(\phi)$  پتانسیل تکیون است که به صورت مجانبی به کمینه خود نزدیک میشود.  $F_1(\phi)$  و  $F_2(\phi)$  توابعی از میدان تکیون  $\eta$  و  $\xi$  نیز پارامترهای جفت شدگی هستند که ابعادشان به  $F_1(\phi)$  بستگی دارد و  $G$  ثابت گاس-بانه است.

$$G = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} \quad (2)$$

محاسبات خود را تحت قید زیر برای سادگی عملیات انجام می دهیم:

$$2\xi + \eta = 0 \quad (3)$$

توجه شود که با در نظر گرفتن قید (3) جفتیدگی ناکمینه جنبشی

را با تانسور اینشتین  $(G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R)$  خواهیم داشت. بنابراین

این در پس زمینه متریک تخت فریدمن-رابرتسون-واکر

(FRW):

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega^2) \quad (4)$$

معادله حرکت میدان اسکالر با وردش گرفتن از معادله (1) نسبت

به  $\phi$  برابر است با:

$$\begin{aligned}
& \frac{\ddot{\phi}}{1-\dot{\phi}^2} + 3H\dot{\phi} + \frac{1}{V}\frac{dV}{d\phi} + 3\xi H^2(2F_1(\phi)\dot{\phi} + \frac{dF_1}{d\phi}\dot{\phi}^2) \\
& + 18H^3F_1(\phi)\dot{\phi} + 12\xi H\dot{H}F_1(\phi)\dot{\phi} \\
& - 24(\dot{H}H^2 + H^4)\frac{dF_2}{d\phi} = 0 \quad (5)
\end{aligned}$$

علاوه بر این با وردش گرفتن از (1) نسبت به متریک  $g_{\mu\nu}$  معادلات

میدان را بدست می آوریم که منجر به روابط زیر برای چگالی انرژی و

فشار می شوند:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\rho + p) &= \frac{V(\varphi)\dot{\varphi}^3}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}} \left(1 + \frac{\ddot{\varphi}}{1-\dot{\varphi}^2}\right) \\
&+ 8(2H^3\ddot{\varphi} + 2H^3\frac{\ddot{\varphi}^2}{\dot{\varphi}} + 8H\dot{H}\ddot{\varphi} - 3H\dot{H}\dot{\varphi} \\
&- \ddot{\varphi}H^3 + H^2\ddot{\varphi} + 2\dot{H}\dot{\varphi} + 2H\ddot{H}\dot{\varphi})\frac{dF_2}{d\varphi} \\
&+ 8H(2H\ddot{\varphi} + 2\dot{H}\dot{\varphi} + H\ddot{\varphi})\frac{d^2F_1}{d\varphi^2} \\
&- 2\xi\dot{H}(2\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \dot{\varphi}^3\frac{dF_1}{d\varphi} - 2\xi H \\
&(2\ddot{\varphi}^2F_1(\varphi) + 2\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + 3\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}\frac{dF_1}{d\varphi}) \\
&- 4\xi H\ddot{\varphi}(2\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \dot{\varphi}^2\frac{dF_1}{d\varphi}) \\
&+ 4\xi\dot{H}\dot{\varphi}F_1(\varphi)(3H\dot{\varphi} - \ddot{\varphi})
\end{aligned} \tag{16}$$

میتوان دید که حتی وقتی  $\ddot{\varphi} = 0$  و  $\dot{\varphi} = 0$  باشد گذار از مرز فانتوم روی می دهد. این نتیجه منطبق بر نتایج بدست آمده در مرجع [V] می باشد.

حال نتایج فوق را با در نظر گرفتن دو نوع پتانسیل تکیونی و حل عددی معادلات حرکت با رسم نمودار نشان می دهیم.

#### ۱. پتانسیل نمایی

پتانسیل  $V(\varphi) = e^{-\alpha\varphi^2}$  را به عنوان پتانسیل تکیونی در نظر می گیریم. با قرار دادن  $V(\varphi)$  در معادلات (۶) و (۷) و توجه به این نکته که  $\omega = \frac{P}{\rho}$  می باشد تحول معادله حالت را بر حسب پارامتر انتقال به سرخ  $z$  در نمودار (۱) نشان داده ایم. همانطور که به خوبی از روی نمودار مشخص است معادله حالت  $\omega$  از مرز فانتوم  $\omega = -1$  عبور می نماید.

#### ۲. پتانسیل عکس مجذوری

در این حالت پتانسیل  $V(\varphi) = \frac{V_0}{\varphi^2}$  را به عنوان پتانسیل میدان تکیون انتخاب نموده و معادله حالت را رسم می نماییم. در نمودار (۲) تحول  $\omega$  بر حسب  $z$  ترسیم شده و عبور از مرز  $\omega = -1$  در آن کاملاً نمایان است.

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi} \left( \frac{V(\varphi)}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}} + 6\xi H^2 F_1(\varphi) - 2\xi \dot{H} F_1(\varphi) \right) = \\
8H^2 \frac{d^2 F_1}{d\varphi^2} + 8H \left( H^2 + \frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}} H + 2\dot{H} \right) \frac{dF_2}{d\varphi} \\
- 2\xi H (2F_1(\varphi)\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 \frac{dF_1}{d\varphi})
\end{aligned} \tag{12}$$

علاوه بر این باید شرط زیر را بررسی نماییم:

$$\frac{d}{dt}(\rho + p) \neq 0 \tag{13}$$

با استفاده از (۱۰) داریم:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\rho + p) &= \frac{V(\varphi)\dot{\varphi}}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}} \left( \dot{\varphi}^2 + 2\ddot{\varphi} + \frac{\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}}{(1-\dot{\varphi}^2)^3} \right) \\
&+ 2\xi\dot{H}\dot{\varphi}^2F_1(\varphi)(6H-1) + 4\xi H\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi)(3H-1) \\
&+ 8(-3H^2\dot{H}\dot{\varphi} - H^3\ddot{\varphi}\dot{\varphi} + 4H\dot{H}\ddot{\varphi}\dot{\varphi}^2 + H^2\ddot{\varphi} \\
&+ 2\dot{H}^2\dot{\varphi} + 2H\dot{H}\ddot{\varphi})\frac{dF_2}{d\varphi} + 8H(2\dot{H}\dot{\varphi} - H\ddot{\varphi}\dot{\varphi}^2) \\
&\frac{d^2F_1}{d\varphi^2} - 2\xi\dot{H}(2\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + \dot{\varphi}^3\frac{dF_1}{d\varphi} \\
&- 2\xi H(2\ddot{\varphi}^2F_1(\varphi) + 2\dot{\varphi}\ddot{\varphi}F_1(\varphi) + 3\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}\frac{dF_1}{d\varphi})
\end{aligned} \tag{14}$$

حال اگر امکان اول یعنی معادله (۱۱) را در نظر بگیریم معادله (۱۴) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\dot{\varphi} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(\rho + p) = 8H^2\ddot{\varphi}\frac{dF_2}{d\varphi} \tag{15}$$

معادله بالا نشان می دهد که شرط گذار از مرز فانتوم  $\ddot{\varphi} \neq 0$  است. پس گذار باید قبل از رسیدن پتانسیل تکیون به کمینه خود رخ دهد چون در کمینه پتانسیل  $\dot{\varphi} \neq 0$  و  $\ddot{\varphi} = 0$  است. نتیجه بدست آمده مطابق نتیجه مرجع [۶] در یک مدل تکیونی دیگر می باشد.

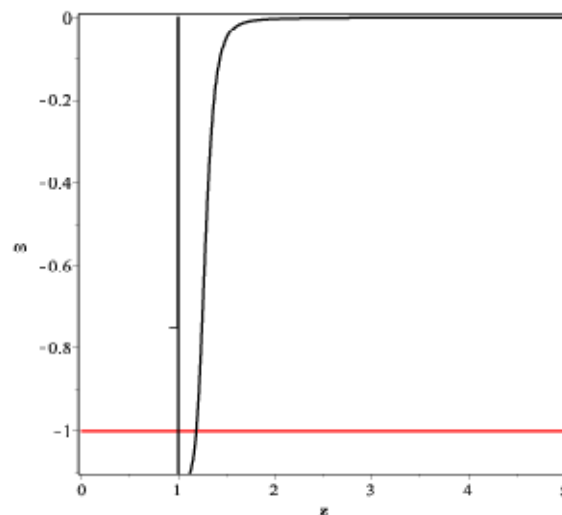
در گام بعدی با در نظر گرفتن امکان دوم یعنی معادله (۱۲)، معادله (۱۴) به صورت زیر تبدیل می شود:

(۱) وارد شده است. میدان اسکالری که مسئول انرژی تاریک می باشد میدان تکیونی است. معادلات میدان همراه با چگالی انرژی و فشارمیدان اسکالر بدست آمده و تحول کیهانی پارامتر معادله حالت به شکل تحلیلی و عددی بررسی شده است. نشان دادیم که برای گذار از مرز فانتوم دو امکان وجود دارد که در معادلات (۱۱) و (۱۲) آورده شده اند. با انتخاب امکان اول نتیجه گرفتیم که گذار باید قبل از رسیدن پتانسیل تکیون به کمینه اش روی دهد. این نتیجه منطبق بر نتیجه بدست آمده در مرجع [۶] است.

اما انتخاب امکان دوم نشان دادیم که گذار حتی اگر پتانسیل تکیون به صورت مجانبی به کمینه اش برسد روی خواهد داد. این نتیجه نیز منطبق بر نتیجه مرجع [۷] می باشد. نتایج حل عددی معادلات میدان با در نظر گرفتن دو نوع پتانسیل تکیونی در نمودارهای (۱) و (۲) نمایش داده شده اند. بررسی انواع دیگر پتانسیل ها و توابع جفتیدگی می تواند زمینه تحقیقاتی کارهای آینده باشد.

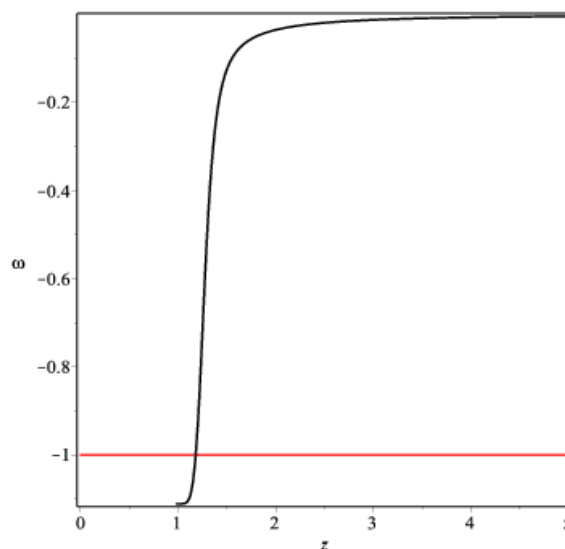
## مرجع ها

- [1] A. G. Riess et al; "Type Ia Supernova Discoveries at  $z>1$  From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution"; *Astrophys. J.* **607**, (2004) 655-687.
- [2] E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa; "Dynamics of dark energy"; *Int. J. Mod. Phys. D15*, (2006) 1753.
- [3] U. Alam, V. Sahni, T.D. Saini and A.A. Starobinsky; "Is there Supernova Evidence for Dark Energy Metamorphosis?"; *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **354**, (2004) 275.
- [4] B. Feng, X. Wang and X. Zhang; "Dark Energy Constraints from the Cosmic Age and Supernova"; *Phys. Lett.* **B607**, (2005) 35.
- [5] G. B. Zhao, J. Q. Xia, M. Li, B. Feng and X. Zhang; "Perturbations of the Quintom Models of Dark Energy and the Effects on Observations"; *Phys. Rev.* **D72**, (2005) 123515.
- [6] Y. FCai, T. Qiu, Y.-S.Piao, M. Li and X. Zhang; "A String-Inspired Quintom Model Of Dark Energy"; *Phys.Lett.* **B651**, (2007) 1-7.
- [7] A.Banijamali and B.Fazlpour; "Crossing of  $\omega=-1$  with Tachyon and Non-minimal Derivative Coupling"; *Phys. Lett.* **B703**, (2011) 366.



شکل (۱): تحول معادله حالت  $\omega$  برحسب پارامتر انتقال به سرخ  $z$  برای حالت

$$V(\varphi) = e^{-\alpha\varphi^2}$$



شکل (۲): تحول معادله حالت  $\omega$  برحسب پارامتر انتقال به سرخ  $z$  برای حالت

$$V(\varphi) = \frac{V_0}{\varphi^2}$$

## نتایج

در این مقاله مدلی از انرژی تاریک با میدان اسکالر و جفت شدگی های ناکمینه جنبشی و گاس-بانه مورد مطالعه قرار گرفت. جفتیدگی ناکمینه انرژی جنبشی با در نظر گرفتن قید (۳) به جفت شدگی تانسور اینشتین و جمله انرژی جنبشی تبدیل شد. همچنین جفتیدگی ناکمینه میدان اسکالر و ناوردای گاس-بانه در کنش