

مطالعه عددی تغییر شکل قطره در میکروکانال تخت قیفی شکل

عرفان کدیور

گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

پست الکترونیکی: erf.kadivar@sutech.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۷/۲۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۰۸/۲۰)

چکیده

پیرو مطالعات تجربی انجام شده، در این مطالعه، تغییر شکل یک قطره که در حال شارش در شبکه میکروشاره تخت قیفی شکل است، به طور عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. شبکه میکروسیال مورد مطالعه، از دو قسمت کانال مستقیم و کانال بازشونده تخت قیفی شکل تشکیل شده است. در این مطالعه، از روش حل متوسط گیری عمقی به جای حل معادله استوکس سه بعدی، استفاده شده است. با استفاده از روش عنصر مرزی، معادله داری برای محاسبه فشار و سرعت در کانال میکروسیال دوبعدی به طور عددی حل شده است. شبیه سازی های عددی نشان می دهد، هنگامی که قطره وارد ناحیه کانال واگرا می شود، به دلیل خطوط واگرا شکل جریان زمینه، به تدریج تغییر شکل پیدا می کند. نتایج نشان می دهد که بیشینه تغییر شکل قطره در ناحیه کانال قیفی شکل تخت به کمیت های همانند عدد موینگی، زاویه بازشدگی کانال و شعاع قطره وابسته است. برای اعتبار سنجی نتایج عددی، نتایج با داده های تجربی مقایسه شده است. مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی و عددی، نشان می دهد که سازگاری بسیار خوبی بین مقیاس عددی بیشینه تغییر شکل قطره و مقیاس آزمایشگاهی آن وجود دارد.

واژه های کلیدی: میکرو کانال تخت قیفی شکل، دستگاه دو فازی، تغییر شکل قطره، روش عنصر مرزی، معادله داری

۱. مقدمه

میکروشاره در علوم و صنایع مختلفی از جمله فیزیک، مهندسی مکانیک، پزشکی، زیست شناسی، شیمی، صنعت نفت و گاز و غیره به کار برده می شود. میکروشاره شاخه ای از دینامیک سیالات است که با تکنیک های تولید و کنترل مایعات در دستگاه هایی که در ابعاد میکرومتر ساخته شده اند، سروکار دارد. در واقع رفتار مایعات در محدوده میکرو تا حدی متفاوت از

ابعاد ماکرو است. عواملی هم چون وشکسانی^۱ و کشش سطحی نقش مهمی در میکروسیالات ایفا می کنند. یکی از راه های مطالعه فصل مشترک مایع- مایع، بررسی حرکت قطره در کانال میکروشاره است [۱-۴]. مطالعات متعددی بر روی حرکت قطرات در میکروکانال ها [۵-۹]، تفکیک و شکست^۲ قطرات [۱۰-۱۱]، اتصال قطرات به یکدیگر^۳ و تغییر شکل آنها صورت

۱. Viscosity

۲. Breakup

۳. Coalescence

گرفته شده است [۱۲-۱۴]. تغییر شکل قطره در میدان جریان سیال، به موضوعی جذاب در بین محققان مکانیک سیالات تبدیل شده است. تغییر شکل قطره به صورت تجربی و عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. تیلور اولین شخصی بود که توانست تغییر شکل قطره را به صورت کلاسیکی مورد مطالعه قرار دهد. حرکت قطره منزوی در یک میدان شارش برشی ساده، وقتی که قطره به اندازه کافی از دیواره‌های کانال فاصله گرفته است، توسط وی مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت [۱۵] و [۱۶]. تغییر شکل حباب‌ها و قطره‌ها با شکسانی پایین، در میدان برشی توسط رالیسون بررسی و اندازه‌گیری شد [۱۷]. تغییر شکل قطرات در حالت کانال‌های تخت در حضور میدان جریان خطی توسط بنتلی و لیل به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفت [۱۸]. بروسو و همکاران اثر محبوس بودن قطره بر روی تغییر شکل آن، در یک کانال انبساط ناگهانی را بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که تغییر شکل قطره در میکروکانال، وابستگی قوی به میزان محبوس بودن قطره قبل از ورود به ناحیه بازشونده دارد [۱۹]. با استفاده از میزان تغییر شکل قطره، آنها توانستند میزان جذب مواد فعال سطحی^۱ در فصل مشترک دو مایع را محاسبه کنند. اخیراً اولا و همکاران، تغییر شکل قطره را در یک کانال جریان هزلولی شکل در حد اعداد رینولدز پایین و در حدی که نسبت شعاع قطره به ارتفاع کانال بزرگ است، به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند [۲۰].

روش‌های شبیه‌سازی متعددی همانند روش شبکه بولتزمن [۲۱]، تفاضل محدود [۲۲] و روش عنصر مرزی برای بررسی تغییر شکل قطره در کانال میکروسیال دو/سه بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مطالعه عددی میکروسیال دوبعدی، نخستین بار توسط روم [۲۳] برای نمایش جریانی از آب و نفت سفید در تیغه هل-شاو^۲ مورد استفاده قرار گرفت. ناگل^۳ و گالیر^۴، با استفاده از معادله دوبعدی دارسی-برینکمن^۵، تغییر

شکل قطره را در تیغه هل-شاو به طور عددی بررسی کردند [۲۴]. زمان واهلش تغییر شکل قطره توسط برون^۶ [۲۵] محاسبه شد. کدیور و همکاران با استفاده از روش عنصر مرزی تغییر شکل یک قطره را در میکروکانال سیال بازشونده [۲۶] و میکروکانال جریان هزلولی [۲۷] مورد مطالعه قرار دادند.

روش‌های متعددی برای اندازه‌گیری کشش سطحی وجود دارد. در عمده این روش‌ها، کشش سطحی در خارج از کانال سیال و در حالت قطره ساکن اندازه‌گیری می‌شود. هدف از این تحقیق، ارائه مدلی ریاضی برای پیشینه تغییر شکل قطره در حال شارش است، که به کمک آن آزمایشگر با اندازه‌گیری پیشینه تغییر شکل قطره توسط دوربین‌های سرعت بالا و پردازش تصاویر گرفته شده، می‌تواند کشش سطحی قطره را در حین شارش قطره در داخل میکروکانال اندازه‌گیری کند. با دانش ما، تاکنون مطالعه عددی بر روی دستگاه‌های میکروسیال و اگر انجام نشده است. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که هندسه کانال نقش بسیار مهمی در تغییر شکل قطره ایفا می‌کند. در این مطالعه، تغییر شکل یک قطره در یک کانال میکروسیال قیفی شکل مورد بررسی قرار می‌گیرد. تمرکز این مطالعه بر روی کانال تخت است که در آن نسبت ارتفاع کانال به پهنای آن، خیلی کوچک‌تر از یک است. در حد اعداد رینولدز کوچک، جریانی دو فازی از فاز سیال زمینه و فاز قطره در دو بعد در نظر گرفته می‌شود و معادله دارسی برای بررسی دستگاه به کار برده می‌شود. تغییر شکل قطره به صورت تابعی از اندازه قطره، کشش سطحی، آهنگ شارش و زاویه بازشدگی کانال محاسبه می‌شود.

۲. مدل فیزیکی و معادلات حاکم

در این مطالعه، حرکت و تغییر شکل یک قطره که در کانال تخت قیفی شکل در حال شارش است، به طور عددی مورد مطالعه قرار می‌گیرد (شکل ۱ را مشاهده کنید). هندسه کانال مورد مطالعه طوری طراحی شده است که شامل کانال تخت

۱. Surfactant

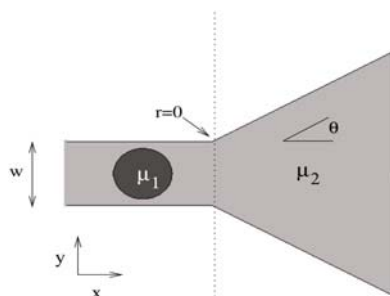
۲. Hele-Shaw cell

۳. Nagel

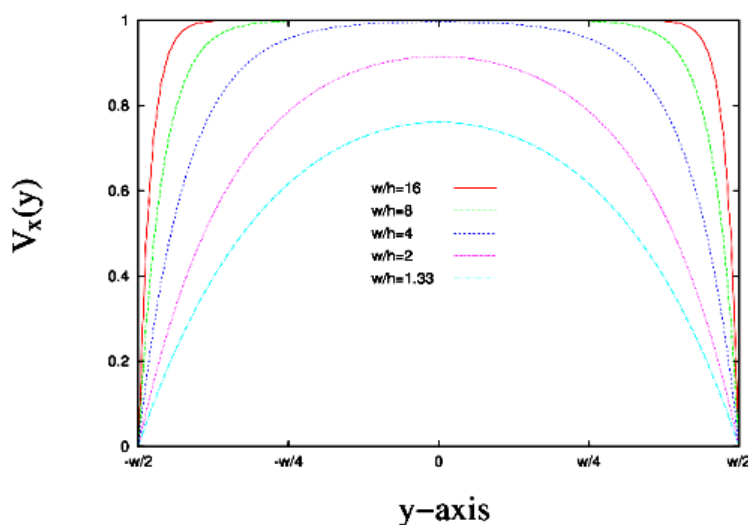
۴. Galleire

۵. Darcy-Brinkmann equation

۶. Brun



شکل ۱. هندسه کانال قیفی شکل مورد مطالعه (دید بالا).



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایه سرعت از حل معادله استوکس سه بعدی در امتداد پهنای کانال مستقیم. خطوط مختلف متناظر با مقادیر متفاوت نسبت پهنای کانال به ارتفاع آن است.

آهنگ شارش در چنین کانال‌هایی، از مرتبه میکرولیتر بر دقیقه است (حد اعداد رینولدز کوچک). مشاهدات آزمایشگاهی نشان می‌دهد، در دستگاه‌هایی که نسبت ارتفاع کانال به پهنای آن بسیار کوچک‌تر از یک است، نمایه سرعت در صفحه عمود بر محور ارتفاع کانال تقریباً ثابت است. اگر چه که لازم به ذکر است که نمایه سرعت در امتداد محور ارتفاع کانال، سهمی شکل باقی می‌ماند. بنابراین، قطره بین دیواره‌های بالایی و پایینی کانال محبوس می‌شود. نتایج نظری به دست آمده از حل معادله استوکس سه بعدی نشان می‌دهد که با افزایش نسبت پهنای کانال به ارتفاع آن، جواب معادله استوکس سه بعدی، به جواب معادله داریسی نزدیک می‌شود. همان طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، با افزایش نسبت پهنای کانال به ارتفاع آن،

مستقیم و کانال بازشونده است. زاویه بازشدگی کانال را θ نام گذاری می‌کنیم. پهنای کانال ورودی سیال زمینه برابر با w است. ورودی و خروجی کانال در امتداد محور x قرار گرفته است. هندسه کانال در شکل ۱ نشان داده شده است.

یک جریان دو فازی شامل فاز قطره و سیال فاز پیوسته را در نظر بگیرید. برای مشاهده حرکت قطره، لازم است معادلات حاکم بر میدان سیال برای هر دو فاز نوشته شود. بنابراین برچسب‌های ۱ و ۲ به ترتیب برای فاز قطره و فاز سیال پیوسته اعمال می‌شوند. وشکسانی قطره μ_1 و وشکسانی فاز پیوسته را μ_2 نام گذاری می‌کنیم. با توجه به این نکته که ابعاد فیزیکی دستگاه‌های میکروشاره در مقیاس میکرومتر است، بنابراین مقاومت سیال در این نوع کانال‌ها بسیار بالا است. از این رو

پایستگی شار جریان بیان می‌کند که شار کل ورودی به کانال برابر با شار کل خروجی از آن است.

با قرار دادن معادله (۱) در معادله (۲)، معادله داریسی به معادله لاپلاس برای فشار تبدیل می‌شود که عبارت است از

$$\nabla^2 p_i = 0, \quad i \in \{1, 2\} \quad (5)$$

با حل معادله لاپلاس (۵) و اعمال شرایط مرزی، فشار در دو محیط قطره و سیال زمینه محاسبه می‌شود. پس از محاسبه فشار، از معادله داریسی (۱)، میدان‌های سرعت سیال در هر دو فاز محاسبه می‌شوند.

۳. روش عددی

برای حل عددی معادله (۵) در دو محیط قطره و سیال زمینه، روش‌های عددی متعددی وجود دارد. از آن جایی که هدف این مطالعه، بررسی لحظه به لحظه تغییرات فصل مشترک دو فاز و تعیین شکل لحظه‌ای فصل مشترک دو محیط است، بنابراین لازم است که مؤلفه‌های عمودی و افقی سرعت در هر نقطه از مرز دو محیط محاسبه شوند. یکی از روش‌هایی که برای حل معادله لاپلاس در مرز دو محیط استفاده می‌شود، روش عنصر مرزی است. در این روش با استفاده از قضیه اول و دوم گرین، معادله لاپلاس فشار (۵) به معادله خودسازگار انتگرالی تبدیل می‌شود. مطابق با فرمول‌بندی روش عنصر مرزی که توسط پازریکیدس^۳ ارائه شده است، میدان فشار فاز سیال زمینه در هر نقطه از مرز دو سیال و همچنین بر روی مرزهای ثابت کانال از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۸]

$$P_i(r_i) = \int_{wall} P_i \partial_n G(r_i, r) dl - \int_{wall} G(r_i, r) \partial_n P_i dl - \int_{cd} \frac{\pi \mu}{\gamma} \gamma K \partial_n G(r_i, r) dl + (1 - \mu) \int_{cd} P_i \partial_n G(r_i, r) dl, \quad (6)$$

که در آن $\mu = \mu_2 / \mu_1$ و شکسانی نسبی دوسیال، $r = (x, y)$ و $r_i = (x_i, y_i)$ به ترتیب نقطه میدان و نقطه تکنیه و $G(r, r_i) = -\frac{1}{2\pi} \ln|r - r_i|$ تابع گرین فضای آزاد معادله لاپلاس دو بعدی هستند. دو انتگرال اول رابطه (۶) بر روی

جواب معادله استوکس سه‌بعدی به جواب معادله داریسی (مقدار ثابت یک) نزدیک می‌شود. این دو نمایه سرعت فقط در نزدیکی دیواره‌های کانال با هم متفاوت هستند. اگر قطره به اندازه کافی از دیواره‌های کانال فاصله گرفته باشد، می‌توان از روش حل متوسط‌گیری عمقی^۱ به جای حل معادله استوکس سه‌بعدی بهره برد [۲۴]. چنین شارش‌هایی را می‌توان یک شارش دو بعدی که از قانون داریسی تبعیت می‌کنند، در نظر گرفت. در حد کانال‌های تخت (حد هل-شاو)، سرعت دو محیط سیال قطره و فاز پیوسته از معادله داریسی و معادله تراکم‌ناپذیری تبعیت می‌کند

$$\vec{V}_i = -\frac{H^2}{12\mu_i} \nabla P_i, \quad i \in \{1, 2\} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_i = 0, \quad i \in \{1, 2\} \quad (2)$$

که $P(x, y)$ فشار و h ارتفاع میکروکانال است.

اگر هیچ جرمی از فصل مشترک دو سیال عبور نکند، در این صورت شرط مرزی جنبشی برای چنین سیال تراکم‌ناپذیری ایجاب می‌کند که مؤلفه عمودی سرعت بر روی مرز مشترک دو سیال پیوسته باشد

$$n \cdot \vec{V}_1 = n \cdot \vec{V}_2, \quad (3)$$

که در آن n بردار یکه موضعی عمود بر مرز مشترک دو سیال است، که از سیال قطره به سمت فاز پیوسته جهت‌گیری می‌شود.

روی مرز مشترک دو سیال، در غیاب میدان‌های خارجی و پدیده مارانگونی^۲، مؤلفه عمودی تنش به دلیل انحنای موضعی سطح، باید ناپیوسته باشد. این ناپیوستگی با قانون یانگ-لاپلاس^۳ بیان می‌شود

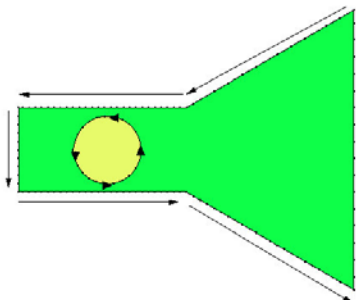
$$p_2 - p_1 = \frac{\pi}{\gamma} \gamma \kappa, \quad (4)$$

که در آن γ کشش سطحی و K انحنای موضعی سطح در صفحه شارش، است. شرایط مرزی که بر روی مرزهای ثابت کانال قابل تعریف است، عبارت است از: (الف) شرط نفوذناپذیری دیواره‌ها ایجاب می‌کند که مؤلفه عمودی سرعت بر روی دیواره‌های کانال برابر با صفر باشد، و (ب) قانون

۱. Depth-averaged

۲. Marangoni

۳. Young-Laplace law



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایشی از چگونگی جفت‌شدگی دو سیال، خانه‌بندی فصل مشترک دو سیال و دیواره‌های میکروکانال. پیکان‌ها مسیر انتگرال‌گیری را نشان می‌دهند.

بالا از خود نشان می‌دهند. بنابراین انتگرال‌هایی که شامل بازهٔ تکیه هستند، به جای استفاده از روش عددی تربیع گاوس لژاندر با روش تحلیلی حل شده‌اند [۲۸].

پس از محاسبهٔ فشار و سرعت روی نقاط مرزی، موقعیت جدید نقاط مرز با استفاده از روش صریح اویلر^۴ محاسبه شده است

$$\begin{aligned} x^{(n+1)} &= \int_{t=n}^{t=n+1} v_x dt + x^{(n)}, \\ y^{(n+1)} &= \int_{t=n}^{t=n+1} v_y dt + y^{(n)}, \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن $\vec{V}$ میدان سرعت موضعی به دست آمده از حل معادلهٔ انتگرالی فشار-سرعت (۶) در مکان $r^{(n)}$ و زمان $t=n$ است. با توجه به این که مکان‌های نسبی دو نقطهٔ مجاور روی مرز مشترک قطره-سیال در حین حرکت قطره تغییر می‌کند، بنابراین زمانی که فاصلهٔ دو نقطهٔ مجاور روی مرز مشترک از دو برابر مقدار اولیهٔ بزرگ‌تر و یا از نصف مقدار اولیه آن کمتر شود، مرز مشترک دو سیال دوباره خانه‌بندی می‌شود. فرایند خانه‌بندی مجدد مرز دو سیال با روش درونیابی درجهٔ سوم صورت گرفته است.

به منظور برای بررسی عدم وابستگی نتایج به تعداد خانه‌های به کار رفته، برای تعداد خانه‌های مختلف، مساحت قطره را هنگامی که در داخل کانال شارش می‌کند بر حسب زمان به دست آورده‌ایم. مطابق با معادلهٔ تراکم‌ناپذیری سیال، مساحت قطره باید در مدت زمان حرکت، ثابت باقی بماند.

دیواره‌های ثابت کانال، ورودی و خروجی کانال گرفته می‌شوند. دو انتگرال آخر رابطه (۶) نیز بر روی مرز مشترک قطره و سیال زمینه محاسبه می‌شوند.

۳.۱. گسسته‌سازی فضایی

برای حل معادله انتگرالی (۶)، ابتدا لازم است که کلیهٔ مرزهای متحرک و ثابت مسئله به وسیلهٔ عنصرهای مرزی یک‌بعدی خانه‌بندی کنیم. با توجه به ماهیت بسته بودن مرز قطره، مرز مشترک دو سیال با استفاده از چندجمله‌ای درجه سوم دوره‌ای^۵، خانه‌بندی شده است. مزیت مهم استفاده از چندجمله‌ای درجهٔ سوم این است که در نقاط انتهایی هر عنصر، شیب و انحناى موضعی پیوسته هستند. کلیهٔ مرزهای ثابت، اعم از دیواره‌ها، ورودی و خروجی کانال به وسیلهٔ عنصرهای خط مستقیم خانه‌بندی شده است. شکل ۳، نمایشی از خانه‌بندی و مسیر انتگرالی به کار گرفته شده در این مطالعه را نشان می‌دهد.

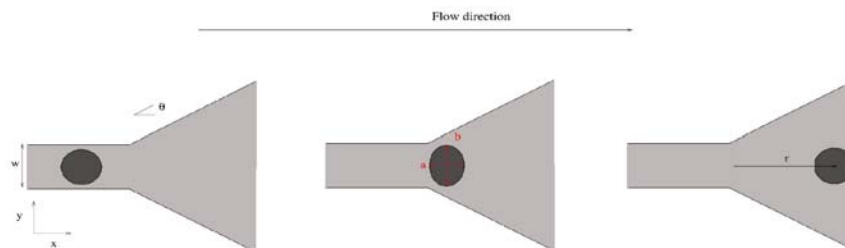
معادلهٔ خودسازگار انتگرال مرزی (۶)، با روش کالوکیشن^۶ گسسته‌سازی شده و با روش تربیع گاوس لژاندر^۷ با تعداد ۱۲ گره حل شده است. در محاسبهٔ عددی انتگرال‌ها، باید توجه خاصی به نقاط تکیهٔ انتگرال داشت. زمانی که نقطهٔ انتگرالی r به نقطهٔ r_i نزدیک می‌شود، تابع گرین $G(r_i, r)$ و مشتق تابع گرین $\partial_n G(r_i, r)$ به ترتیب تکیه‌گذاری لگاریتمی و تکیه‌گذاری مرتبه

۱. Periodic cubic splines

۲. Collocation

۳. Gauss-Legendre quadrature

۴. Explicit Euler method



شکل ۴. تصاویر پی در پی تغییر شکل یک قطره در یک کانال تخت در زمان‌های مختلف.

می‌شود و به سمت ناحیه کانال قیفی شکل حرکت می‌کند، در نظر بگیرید. هنگامی که قطره وارد ناحیه بازشونده می‌شود، به واسطه خطوط واگرا شکل جریان زمینه، به تدریج تغییر شکل پیدا می‌کند و در نهایت به بیشینه مقدار تغییر شکل خود می‌رسد. شکل ۴، تصاویری از تغییر شکل یک قطره را نشان می‌دهد که در زمان‌های مختلف از سمت چپ وارد ناحیه کانال قیفی شکل می‌شود. همان گونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، با ورود قطره به ناحیه بازشوند، قطره تغییر شکل پیدا کرده و به بیشینه تغییر شکل خود می‌رسد. با ادامه شارش قطره در ناحیه واگرا و عبور از وضعیت بیشینه تغییر شکل خود، قطره تمایل پیدا می‌کند که دوباره به شکل اولیه دایروی خود برگردد (شکل‌های ۴ و ۵ را مشاهده کنید). طول a و b را به ترتیب قطرهای قطره در امتداد محورهای x و y تعریف می‌کنیم. بر این مبنا، تغییر شکل لحظه‌ای قطره با کمیت $\lambda = \frac{a-b}{a+b}$ تعریف می‌شود. تغییر شکل قطره به صورت تابعی از فاصله بدون بعد $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ از مرکز تقاطع دو کانال مستقیم و واگرا محاسبه می‌کنیم.

شکل ۵ منحنی تغییرات λ تابعی از مکان، r ، را نشان می‌دهد. همان گونه که در شکل ۵ نشان داده شده است، با ورود قطره به ناحیه کانال بازشونده، به واسطه میدان واگرای شارش زمینه، قطره تغییر شکل پیدا کرده و به بیشینه میزان تغییر شکل خود می‌رسد. با گذشت زمان و حرکت قطره در بخش واگرای میکروسیال، قطره دوباره به شکل دایروی خود باز می‌گردد و از نظر شکل به حالت تعادلی می‌رسد. به منظور برای بررسی وابستگی بیشینه تغییر شکل قطره

نتایج عددی نشان می‌دهد که برای بیش از ۱۵۲ عنصر برای خانه‌بندی فصل مشترک دو سیال و تعداد ۵۲۸ عدد عنصر برای مرزهای ثابت، نتایج مستقل از تعداد عنصرها است. در طول تمام مراحل شبیه‌سازی عددی، با استفاده از معادله (۲)، شار خروجی را در خروجی کانال میکروسیال کنترل می‌کنیم.

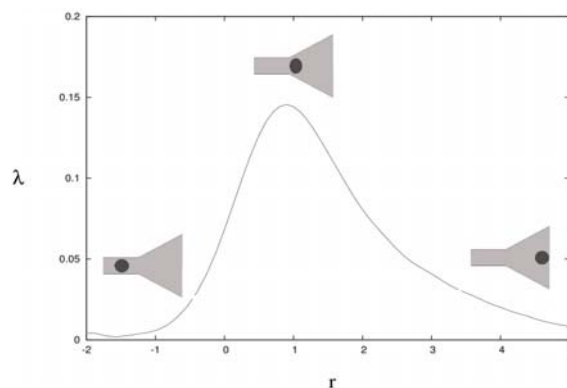
برای حل عددی معادله انتگرالی خودسازگار (۶)، کلیه کمیت‌های فیزیکی به کار رفته شده در این مطالعه را، بدون بعد می‌سازیم. طول‌ها را با $L_e \equiv w$ ، زمان را با $T_e \equiv \frac{w\mu_e}{\gamma}$ و فشار را با $p_e \equiv \frac{\gamma}{w}$ بدون بعد می‌سازیم. به طور مثال، مساحت بدون بعد قطره‌ای به شعاع R به صورت $a_d = \frac{\pi R^2}{w^2}$ تعریف می‌شود. ارتباط بین کمیت‌های کشش سطحی، شار ورودی به کانال (hwV_e) و شکسانی فاز پیوسته، با عدد بدون بعد موینگی اصلاح شده^۹ $Ca^* \equiv \frac{\mu_e w^2 V_e}{h^2 \gamma}$ بیان می‌شود.

کلیه کدهای محاسباتی مربوط به حل عددی معادله خودسازگار (۶) و معادله سرعت، به زبان برنامه‌نویسی C++ نوشته شده و در محیط دستگاه عامل لینوکس اجرا و نتایج با استفاده از نرم‌افزار تحت لینوکس Gnuplot رسم شده است.

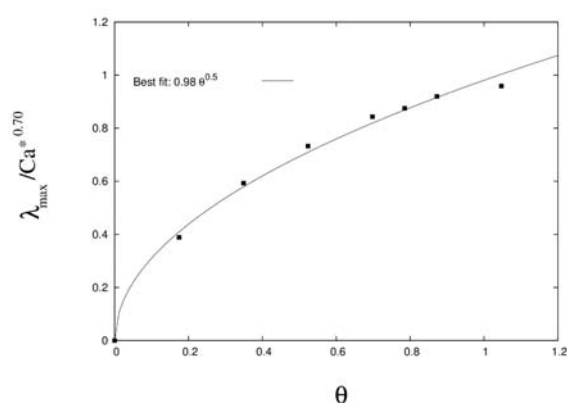
۴. نتایج

در این مطالعه، چگونگی وابستگی بیشینه تغییر شکل قطره به کمیت‌هایی همانند زاویه بازشدگی کانال، اندازه قطره، کشش سطحی و آهنگ شارش مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک قطره به قطر d که از سمت چپ میکروشاره شکل ۴ وارد کانال

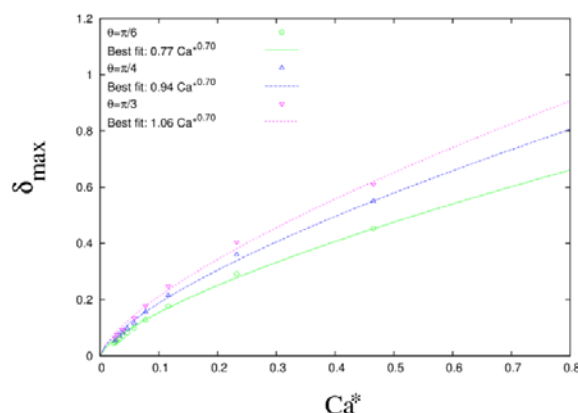
^۹ modified capillary number



شکل ۵. تغییر شکل یک قطره بر حسب موقعیت آن از مرکز تقاطع دو کانال.



شکل ۷. بیشینه تغییر شکل قطره، $\lambda_{\max}$ ، بر حسب زاویه بازشدگی کانال.

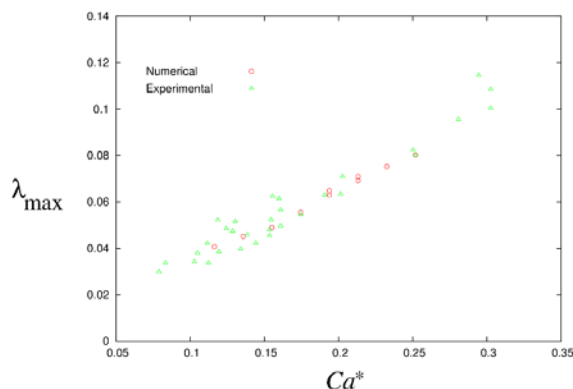


شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) بیشینه تغییر شکل یک قطره بر حسب عدد موینگی برای مقادیر مختلف زاویه بازشدگی کانال.

اصلاح شده به توان ۰/۷ است. وابستگی توانی بیشینه تغییر شکل قطره با عدد موینگی ($\lambda_{\max} \propto Ca^{*0.7}$) در توافق بسیار خوبی با نتایج و گزارش‌های آزمایشگاهی انجام شده توسط کوبود [۲۹] و همچنین بروسو و همکاران [۱۹] می‌باشد.

همان طور که در شکل ۶ نشان داده شده است، ضریب رابطه بین بیشینه تغییر شکل قطره با عدد موینگی وابسته به زاویه بازشدگی کانال است (منحنی‌های رسم شده در شکل ۶ را مشاهده کنید). برای درک بهتر چگونگی وابستگی بین بیشینه تغییر شکل قطره با زاویه بازشدگی کانال، اندازه قطره و عدد موینگی را ثابت در نظر گرفته و زاویه بازشدگی کانال را تغییر می‌دهیم. شکل ۷ وابستگی بیشینه تغییر شکل قطره را بر حسب زاویه بازشدگی کانال نشان می‌دهد. نتایج عددی نشان می‌دهد که بیشینه تغییر شکل قطره با عدد موینگی اصلاح شده و زاویه

($\lambda_{\max}$) به عدد موینگی، ابتدا شکل هندسی کانال و اندازه قطره را ثابت در نظر گرفته و عدد موینگی را تغییر می‌دهیم. تغییر عدد موینگی از طریق تغییر کشش سطحی γ و یا تغییر شارش زمینه محقق می‌شود. افزایش عدد موینگی، منجر به تغییر شکل‌پذیری قطره شده و این امر منجر به افزایش بیشینه تغییر شکل قطره می‌شود. در اینجا لازم به ذکر است که کمیت‌های عددی (آهنگ شارش و کشش سطحی) به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که شبکه کانال در ناحیه دینامیک عدد موینگی کار کند؛ به این معنا که قطره تغییر شکل می‌یابد ولی به دیواره‌های ناحیه قیفی شکل نمی‌رسد. شکل ۶ بیشینه تغییر شکل قطره بر حسب عدد موینگی برای زوایای مختلف بازشدگی کانال را نشان می‌دهد. برازش منحنی شکل ۶ نشان می‌دهد که بیشینه تغییر شکل قطره متناسب با عدد موینگی

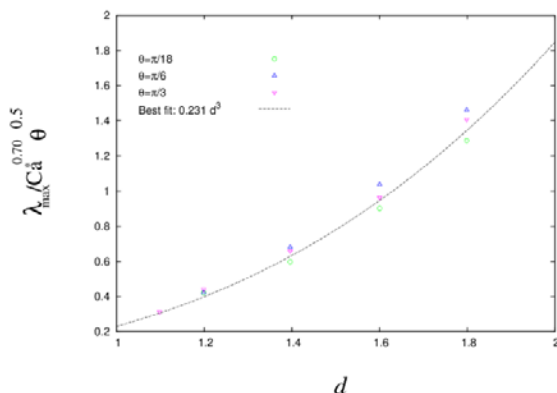


شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) بیشینه تغییر شکل قطره $\lambda_{\max}$ بر حسب عدد موئینگی اصلاح شده برای اندازه قطره‌ای به قطر ۰/۱۵، وشکسانی نسبی ۰/۸ و زاویه بازشدگی کانال ۹۰. نقاط دایروی توخالی و توپر به ترتیب متناظر با داده‌های آزمایشگاهی [۱۹] و نتایج عددی هستند.

متداول برای بررسی سازگاری نتایج عددی با نتایج تجربی، استفاده از روش مجموع مربعات خطا^۱، است. بر اساس نتایج به دست آمده، مجموع مربعات خطا برابر با ۰/۰۰۲ است که بیانگر سازگاری بسیار خوب بین نتایج عددی و تجربی است.

۵. نتیجه‌گیری

هدف اصلی این مقاله، ارائه یک رابطه ریاضی برای توصیف بیشینه تغییر شکل قطره در یک کانال بازشونده قیفی شکل تخت است. در این راستا، از روش متوسط‌گیری عمقی به جای حل عددی معادله استوکس استفاده شده است. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که نمایه سرعت در کانال‌های بسیار نازک در صفحه شارش، تقریباً ثابت است. بنابراین، با تقریب بسیار مناسبی می‌توان از معادله متوسط‌گیری شده داری دو بعدی، برای بررسی دینامیک حرکت قطره در کانال تحت قیفی شکل استفاده نمود. به دلیل ساختار هندسی کانال، هنگامی که قطره وارد ناحیه کانال قیفی شکل بازشونده می‌شود، یک جریان واگرا را تجربه می‌کند و در نتیجه تغییر شکل پیدا می‌کند. نتایج عددی نشان داد که تغییر شکل هندسی قطره به هندسه کانال،



شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی بیشینه تغییر شکل قطره به اندازه قطر قطره، نمادهای متفاوت برای زوایای مختلف بازشدگی کانال رسم شده است.

بازشدگی کانال از رابطه $\lambda_{\max} \propto \theta^{0.5} Ca^{*0.7}$ پیروی می‌کند. شکل ۸ بیشینه تغییر شکل قطره بر حسب تابعی از اندازه قطر قطره برای اعداد مختلف زاویه بازشدگی کانال و عدد موئینگی اصلاح شده را نشان می‌دهد. نتایج عددی نشان می‌دهد که حداکثر تغییر شکل قطره با افزایش اندازه قطره افزایش می‌یابد. برازش منحنی شکل ۸ نشان می‌دهد که بیشینه تغییر شکل قطره با توان سوم قطر قطره $\lambda_{\max} \propto d^3$ متناسب است.

با توجه به نمودارهای شکل ۷ و ۸، بیشینه تغییر شکل قطره بر حسب عدد موئینگی، زاویه بازشدگی کانال و اندازه بدون بعد قطر قطره از رابطه زیر پیروی می‌کند

$$\lambda_{\max} = 0.23 d^3 \theta^{0.5} Ca^{*0.7} \quad (8)$$

۴.۱. اعتبار سنجی نتایج

برای اعتبارسنجی سازگاری مدل عددی ارائه شده، نتایج تجربی بیشینه تغییر شکل قطره [۱۹] با نتایج عددی به دست آمده مقایسه شده است. شکل ۶، نتایج عددی حاصل از این تحقیق و نتایج تجربی گزارش شده [۱۹] از اندازه‌گیری بیشینه تغییر شکل قطره بر حسب عدد موئینگی در کانال بازشونده ۹۰ درجه را نشان می‌دهد. یکی از معیارهای

۱. Sum of Squared Error (SSE)

مهم‌ترین کاربرد عملی استفاده از وابستگی بیشینه تغییر شکل قطره به کمیت‌های آزمایشگاهی، می‌توان به اندازه‌گیری میزان جذب مواد فعال سطحی توسط لایه مرزی قطره در حال شارش اشاره نمود.

عدد مویینگی و اندازه قطره وابسته است. مقیاس عددی نشان می‌دهد که بیشینه تغییر شکل قطره با توان 0.7 عدد مویینگی، جذر زاویه واگرایی کانال و توان سوم قطر قطره ارتباط دارد.

مراجع

1. N T Nguyen and S Wereley, "Fundamentals and Applications of Microfluidics", London, Boston (2002).
۲. ن ملکی جیرسرانی، ح پرناک، ا بیگدلی و ش روحانی، مجله پژوهش فیزیک ایران ۱۴، ۴ (۱۳۹۳) ۲۶۷.
3. N Maleki Jirsaraee, H Parnak, A Bigdeli, and S Rouhani, *Iranian Journal of Physics Research* **14**, 4 (2015) 267.
4. G Tomaiuolo, M Barra, V Preziosi, A Cassinese, A B Rotoli, and S Guido, *Lab Chip* **11**, 3 (2011) 449.
5. S Guido and V Preziosi, *Adv. Colloid Interface Sci.* **161**, 1 (2010) 89.
6. C N Baroud, F Gallaire and R Dangla, *Lab Chip* **10** 16 (2010) 2032.
7. J C Baret, *Lab Chip* **12**, 3 (2012) 422.
8. S Guido and G Tomaiuolo, *Comptes Rendus Physique* **10**, 8 (2009) 751.
9. E Kadivar, S Herminghaus, and M Brinkmann, *J. Phys.: Condens. Matter* **25**, 28 (2013) 285102.
10. E Kadivar, *Eur. J. Mech. B. Fluids* **57** (2016) 75.
11. D R Link, S L Anna, D A Weitz, and H A Stone, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 5 (2004) 054503.
12. L Salkin, A Schmit, L Courbin, and P Panizza, *Lab on a Chip* **13**, 15 (2013) 3022.
13. N Bremond, A R Thiam, and J Bibette, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 2 (2008) 024501.
14. J C Baret, V Taly, M Ryckelynck, C A Merten, and A D Griffiths, *Med. Sci.* **25**, 6 (2009) 627.
15. E Kadivar, *EuroPhysics Letters* **106**, 2 (2014) 24003.
16. G Taylor, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **138**, 834 (1932) 41.
17. G Taylor, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **146**, 858 (1934) 501.
18. J M Rallison, *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **16**, 45 (1984) 45.
19. B Bentley and L Leal, *Fluid. Mech.* **167** (1986) 241.
20. Q Brosseau, J Vignon, and J C Baret, *Soft Matter* **10**, 1 (2014) 3066.
21. C Ulloa, A Ahumada, and M L Cordero, *Phys. Rev. E* **89**, 3 (2014) 033004.
22. H Xi and C Duncan, *Phys. Rev. E* **59**, 3 (1999) 3022.
23. A Gupta, M Sbragaglia, and A Scagliarini, *J. Comput. Phys.* **29**, 1 (2015) 177.
24. E S Romm, "Fluid Flow in Fractured Rocks", Phillips Petroleum Company (1966).
25. M Nagel and F Gallair, *Comput. & Fluids* **107**, 1 (2015) 272.
26. P T Brun, M Nagel, and F Gallaire, *Phys. Rev. E* **88**, 4 (2013) 043009.
27. E Kadivar and A Alizadeh, *Eur. Phys. J. E* **40**, 1 (2017) 31.
28. E Kadivar and M Farrokhbin, *Physica A* **479**, 1 (2017) 449.
29. C Pozrikids, "A Practical Guide to Boundary Element Methods", USA, Florida, CRC Press (2002).
30. T Cubaud, *Phys. Rev. E* **80**, 2 (2009) 026307.