مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۹، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۳۹۸

ترمودینامیک عالم FRW در نظریات گرانشی نرده‌ای- پیچش

طاهره عزیزی

گروه فیزیک نظری، دانشکده علوم پایه، دانشگاه مازندران، بابلسر

پست الکترونیکی: t.azizi@umz.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۱۱/۲۹ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۸/۰۴/۱۵)

چکیده

در این مقاله اعتبار قوانین ترمودینامیک را در قالب نظریهٔ گرانشی توازی دور با جفتیدگی ناکمینه بین پیچش و میدان نرده‌ای مورد مطالعه قرار می‌دهیم. برای این منظور، عالم FRW تخت را در نظر گرفته و نشان می‌دهیم که قوانین اول و دوم ترمودینامیک در افق ظاهری دینامیکی آن برقرارند. در ادامه فرض می‌کنیم که عالم توسط افق رویداد کیهان‌شناختی محصور شده است و نشان می‌دهیم که در این مورد نیز قانون اول ترمودینامیک معتبر است اما برقراری قانون دوم ترمودینامیک به مدل ناکمینهٔ انتخاب شده و مؤلفه‌های تانسور انرژی- تکانهٔ حاصل شده از آن بستگی دارد.

واژه‌های کلیدی: کیهان‌شناسی، گرانش اصلاح شده، گرانش توازی دور، جفتیدگی ناکمینه، ترمودینامیک

۱. مقدمه

مشاهدات رصدی متعددی همچون ناهمسانگردی تابش زمینهٔ کیهانی [۱]، ابرنواخترهای نوع Ia [۲]، ساختارهای بزرگ مقیاس [۳]، نوسانات آکوستیکی باریونی [۴] و همگرایی گرانشی ضعیف [۵] نشان داده‌اند که عالم کنونی در یک فاز انبساط شتابدار تند شونده قرار دارد. برای توجیه این پدیده دو رهیافت پیشنهاد شده است: یکی از آنها معرفی یک مؤلفهٔ ناشناخته به نام انرژی تاریک در چارچوب نظریهٔ نسبیت عام انیشتین است [۶]. رهیافت دوم مبتنی بر اصلاح نظریهٔ گرانشی است که به عنوان هندسهٔ تاریک شناخته می‌شود. برخی از اصلاحات نظریهٔ گرانشی بر پایهٔ کنش انیشتین- هیلبرت هستند که با استفاده از انحنای غیر صفر که از هم وستار لوی چویتا ساخته می‌شود، بنا ریزی شده‌اند. به طور مثال، در نظر گرفتن یک تابع کلی از نرده‌ای ریچی در کنش، منجر به نظریهٔ گرانش اصلاح شدهٔ $f(R)$ می‌شود [۷]. از طرف دیگر، یک ردهٔ جالب توجه از نظریات گرانش اصلاح شده با اصلاح کنش نظریهٔ توازی دور[۱] (TEGR) به دست می‌آیند. نظریهٔ گرانشی توازی دور یک نظریهٔ هم ارز با نسبیت عام است و اولین بار توسط انیشتین معرفی شد [۸]. در این نظریه هم وستار بدون پیچش لوی چویتا با هم وستار بدون خمش وایتزنباخ جایگزین می‌شود و به جای متریک، ترادها به عنوان متغیرهای

۱. Teleparallel gravity

دینامیکی در نظر گرفته می‌شوند. در فرمول‌بندی گرانش توازی دور به جای تانسور انحنای ریمان از تانسور پیچش استفاده می‌شود و با تنجش تانسور پیچش، نرده‌ای پیچش (T) به دست می‌آید که لاگرانژی نظریه را تشکیل می‌دهد. از آنجا که نرده‌ای پیچش و نرده‌ای انحنا به اندازهٔ یک جملهٔ مرزی اختلاف دارند، هر دو نظریهٔ نسبیت عام و گرانش توازی دور معادلات میدان یکسانی را نتیجه می‌دهند [۹]. یک اصلاح در نظریهٔ TEGR با در نظر گرفتن یک تابع کلی از نرده‌ای پیچش به دست می‌آید که به نام نظریهٔ گرانشی $f(T)$ شناخته می‌شود [۱۰]. نکته جالب توجه در مورد این نظریه این است که برخلاف گرانش توازی دور معمول، نظریات $f(T)$ و $f(R)$ منجر به معادلات میدان متفاوتی می‌شوند و دیگر هم ارز نیستند. در واقع، در حالی که معادلات میدان نظریهٔ گرانشی $f(R)$ معادلات دیفرانسیل از مرتبهٔ چهارم نرده‌ای انحنا هستند، معادلات میدان نظریهٔ $f(T)$ از مرتبهٔ دوم نرده‌ای پیچش هستند [۱۱]. این ویژگی سبب شد که نظریات گرانشی $f(T)$ در طیف گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گیرند. از جمله می‌توان به مواردی همچون: امکان داشتن فاز انبساط شتابدار عالم [۱۲]، مقید کردن کمیت‌های مدل با استفاده از داده‌های مربوط به مشاهدات رصدی [۱۳]، امکان گذر از مرز فانتوم [۱۴] و بررسی تبدیلات دوگانگی استاندارد [۱۵] اشاره کرد. بررسی پایداری نظریه نیز با استفاده از مطالعهٔ رفتار دینامیکی و تحلیل فضای فاز کمیت‌های مدل‌های $f(T)$ در [۱۶] انجام شده است و با بررسی پایداری نقاط بحرانی نشان داده شده است که مدل‌های گرانشی $f(T)$ می‌توانند فازهای تابش، ماده و انبساط شتابدار پایدار را نتیجه بدهند. از طرفی، با استفاده از رهیافت اختلالات کیهان‌شناختی نیز شرایط داشتن یک مدل پایدار $f(T)$ در [۱۷] مورد مطالعه قرار گرفته است.

یک تعمیم دیگر از نظریهٔ TEGR در [۱۸] معرفی شده که در آن یک جفتیدگی ناکمینه بین یک میدان نرده‌ای کانونیک ϕ و نرده‌ای پیچش در کنش نظریه در نظر گرفته می‌شود. این سناریو به عنوان نظریهٔ گرانشی نرده‌ای- پیچش شناخته می‌شود که در تناظر با نظریهٔ گرانشی نرده‌ای- تانسوری به عنوان یک اصلاح در نسبیت عام، است. نظریهٔ نرده‌ای- توازی دور گرانشی منجر به نتایج کیهان‌شناسی جالب توجهی می‌شود که از جملهٔ آن توجیه فاز انبساط شتابدار عالم و داشتن رفتار کوئینتسنس گونه و فانتوم گونه و همچنین گذار از مرز فانتوم است و از این رو نظریهٔ انرژی تاریک توازی دور نیز نامیده می‌شود [۱۹-۲۲]. در این مقاله ترمودینامیک این سناریو را در افق ظاهری و افق رویداد عالم فریدمن- رابرتسون- واکر (FRW) تحت مورد بررسی و مطالعه قرار می‌دهیم.

ترمودینامیک سیاهچاله‌ها وجود یک ارتباط عمیق بین گرانش و ترمودینامیک را پیشنهاد می‌کند [۲۳]. در این زمینه نشان داده شده است که مساحت افق رویداد که یک کمیت هندسی است، با آنتروپی آن (کمیت ترمودینامیکی) مرتبط است و گرانش سطحی (کمیت هندسی) سیاهچاله نیز در ارتباط با دمای آن (کمیت ترمودینامیکی) است. قانون اول ترمودینامیک سیاهچاله‌ها با رابطهٔ $dM = TdS$ بیان می‌شود که M جرم سیاهچاله است [۲۴]. برای اولین بار جاکوبسون توانست معادلات میدان انیشتین را با استفاده از رابطهٔ کلاسیوس ($dQ = TdS$) و تناسب آنتروپی با مساحت افق استخراج کند [۲۵]. پس از آن با اعمال قانون اول ترمودینامیک در افق ظاهری عالم FRW و با فرض این که آنتروپی هندسی با سطح افق ظاهری متناسب است، کای و کیم معادلات فریدمن را به دست آوردند [۲۶]. بعد از آن اکبر و کای با استفاده از معادلات فریدمن توانستند قانون اول ترمودینامیک را استخراج کنند [۲۷]. در نتیجه ارتباط دوسویه‌ای بین معادلات فریدمن و قانون اول ترمودینامیک در چارچوب گرانش انیشتین به دست آمده است. ارتباط بین گرانش و ترمودینامیک در نظریه‌های گرانش اصلاح شده نیز به طور گسترده‌ای بررسی شده است [۲۸-۳۷]. در بررسی ترمودینامیک در نظریات گرانشی، برقراری قانون دوم ترمودینامیک نیز از اهمیت زیادی برخوردار است. بنا بر قانون دوم ترمودینامیک، آنتروپی کل که مجموع آنتروپی افق و آنتروپی میدان مادی است، یک تابع غیر کاهشی از زمان است. از سوی دیگر، علاوه بر بررسی ترمودینامیک در افق ظاهری، ترمودینامیک در افق رویداد کیهان‌شناختی نیز مورد توجه زیادی واقع شده است. اگر عالم را محدود به افق رویداد بدانیم مشکلاتی به وجود می‌آید. یکی از این مشکلات از آنجا ناشی

می‌شود که در مدل کیهان‌شناخت استاندارد معمول، افق رویداد کیهانی وجود ندارد. ولیکن برای عالم شتابدار(انرژی تاریک غالب) افق رویداد وجود دارد و متمایز از افق ظاهری است. وانگ و همکاران نشان دادند که با در نظر گرفتن تعریف معمول دما و آنتروپی، قانون اول و دوم ترمودینامیک در افق رویداد نقض می‌شود [۳۸]. همچنین به علت وجود افق رویداد کیهانی، عالم باید غیرایستا باشد و در نتیجه تعریف معمول کمیت‌های ترمودینامیکی در عالم غیر ایستا ممکن است مانند فضا- زمان ایستا ساده نباشد. در این راستا در مقاله [۳۹] با در نظر گرفتن آنتروپی به عنوان یک تابع اختیاری از سطح افق رویداد، نشان داده شد که قانون اول ترمودینامیک در گرانش انیشتین برقرار است. اخیرا مازومدر و همکاران [۴۰] با فرض این که قانون اول ترمودینامیک برقرار است، اعتبار قانون دوم ترمودینامیک تعمیم‌یافته را در افق رویداد بررسی کردند. آنها توانستند بدون در نظر گرفتن فرض خاصی برای آنتروپی و دما در افق رویداد، اعتبار قانون دوم ترمودینامیک را هم در گرانش انیشتین و هم برای گرانش گاوس- بانت نشان دهند. در این مقاله می‌خواهیم شرایط لازم برای برقراری یا عدم برقراری قانون دوم ترمودینامیک را در افق رویداد عالم FRW تخت در مدل گرانشی توازی دور با جفتیدگی ناکمینه بین میدان نرده‌ای و پیچش بررسی کنیم. در بخش بعد مروری کلی بر سناریوی گرانشی نرده‌ای- پیچش می‌کنیم و به معرفی معادلات میدان مدل می‌پردازیم. در بخش سوم ترمودینامیک مدل در افق ظاهری دینامیکی عالم FRW تخت را مطالعه می‌کنیم. در این راستا، اعتبار قانون اول و دوم ترمودینامیک را بررسی می‌کنیم. در بخش چهارم برقراری قوانین ترمودینامیک را در افق رویداد عالم FRW تخت را مورد مطالعه و تحقیق قرار می‌دهیم. در بخش پایانی نتیجه‌گیری مقاله ارائه خواهد شد.

۲. معادلات میدان گرانشی

در گرانش توازی دور (TEGR) متغیر دینامیکی میدان تتراد $e_A\left(x^\mu\right)$ است که یک پایهٔ متعامد بهنجار برای فضای مماس در هر نقطهٔ x^μ از منیفلد را تشکیل می‌دهد. تانسور متریک به شکل $g_{\mu\nu}=\eta_{AB}e^A_\mu e^B_\nu$ تعریف می‌شود که $\eta_{AB}=diag\left(۱.-۱.-۱.-۱\right)$ متریک مینکوفسکی است و e^μ_A مؤلفه های بردار e_A در پایهٔ مختصات هستند. در اینجا شاخص‌های لاتین مربوط به مختصات در منیفلد و شاخص‌های یونانی مشخص کنندهٔ فضای مماس هستند. در گرانش توازی دور به جای هم وستار لوی چویتا، هم وستار ویتزنباخ $\tilde{\Gamma}^\lambda_{\nu\mu}\equiv e^\lambda_A\partial_\mu e^A_\nu$ به کار می‌رود که انحنای صفر را نتیجه می‌دهد. بنابراین معادلات گرانشی با تانسور پیچش زیر توصیف می‌شود:

$$T^\lambda_{\mu\nu}=\tilde{\Gamma}^\lambda_{\nu\mu}-\tilde{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu}=e^\lambda_A\left(\partial_\mu e^A_\nu-\partial_\nu e^A_\mu\right). \tag{۱}$$

با تعریف دو تانسور دیگر

$$K^{\mu\nu}{}_\lambda\equiv-\frac{۱}{۲}\left(T^{\mu\nu}{}_\lambda-T^{\nu\mu}{}_\lambda-T^{\mu\nu}{}_\lambda\right), \tag{۲}$$

و

$$S_\lambda{}^{\mu\nu}\equiv\frac{۱}{۲}\left(K^{\mu\nu}{}_\lambda+\delta^\mu_\lambda T^{\rho\nu}{}_\rho-\delta^\nu_\lambda T^{\rho\mu}{}_\rho\right), \tag{۳}$$

نرده‌ای پیچش نیز به شکل $T\equiv S_\rho{}^{\mu\nu}T^\rho_{\mu\nu}$ تعریف می‌شود. استفاده از نرده‌ای پیچش به عنوان لاگرانژی توازی دور، منجر به معادلات میدان گرانشی مشابه با نسبیت عام می‌شود. یک تعمیم از TEGR، معرفی یک میدان نرده‌ای در کنش نظریه است که به طور ناکمینه با نرده‌ای پیچش T جفت شده است. این روش در تناظر با نظریهٔ گرانشی مشابه است که در آن یک جفتیدگی ناکمینه بین نرده‌ای ریچی R و میدان نرده‌ای وجود دارد. کنش به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۸]:

$$\begin{aligned}S=\int d^۴x|e|\Bigg[&\frac{T}{۲\kappa^۲}+\frac{۱}{۲}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi\\&-V(\phi)+\frac{\xi}{۲}B(\phi)T+\mathcal{L}_m\Bigg],\end{aligned} \tag{۴}$$

که $\kappa^۲=۸\pi G$، $|e|=\det\left(e^A_\mu\right)=\sqrt{-g}$، $\mathcal{L}_m$ لاگرانژی مادی، ϕ میدان نرده‌ای کانونیک، $V(\phi)$ پتانسیل آن و $B(\phi)$ یک جفتیدگی ناکمینه بین میدان کانونیک و نرده‌ای پیچش T است. از وردش کنش نسبت به تتراد معادلات میدان زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}&\left[\frac{۱}{۲\kappa^۲}+۲\xi B(\phi)\right]\Big[e^{-۱}\partial_\mu\left(ee^\rho_A S^{\mu\nu}_\rho\right)\\&\quad-e^\lambda_A T^\rho{}_{\mu\lambda}S^{\nu\mu}_\rho+\frac{۱}{۴}e^\nu_A T\Big]-e^\nu_A\left[\frac{۱}{۲}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi-V(\phi)\right]\\&\quad+e^\mu_A\partial^\nu\phi\partial_\mu\phi+۲\xi e^\rho_A S^{\mu\nu}_\rho B'(\phi)\left(\partial_\mu\phi\right)=e^\rho_A\mathcal{T}_\rho{}^\nu\end{aligned} \tag{۵}$$

که پریم مربوط به مشتق گیری نسبت به ϕ و $\mathcal{T}_{\rho}^{\ \nu}$ تانسور انرژی- تکانه سیال مادی دلخواه است. برای بررسی کیهان‌شناخت این نظریه، عالم فریدمن- رابرتسون- واکر (FRW) تخت را در نظر می‌گیریم که با مؤلفه‌های تتراد به شکل $e_{\mu}^{A} = diag\left[1, a(t), a(t), a(t)\right]$ و متریک $g_{\mu\nu} = diag\left[1, -a(t), -a(t), -a(t)\right]$ توصیف می‌شود که $a(t)$ عامل مقیاس است. عنصر خط توسط عبارت زیر داده می‌شود:

$$ds^2 = -h_{\alpha\beta}dx^{\alpha}dx^{\beta} + \tilde{r}^2 d\Omega^2. \qquad (۶)$$

در رابطهٔ فوق، $\tilde{r} = a(t)r$، $x^0 = t$ و $x^1 = r$ با عنصر خط دو بعدی $h_{\alpha\beta} = diag\left[1, -a(t)\right]$ توصیف می‌شود و $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2$ متریک کرهٔ دوبعدی با شعاع واحد است. تانسور انرژی- تکانهٔ مادی توسط سیال کامل توصیف می‌شود

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \left(\rho_m + p_m\right)u_{\mu}u_{\nu} - p_m g_{\mu\nu} \ , \qquad (۷)$$

که u^{μ} چارسرعت سیال و ρ_m و p_m چگالی انرژی و فشار آن هستند. با استفاده از مؤلفه‌های تتراد متریک FRW و معادلات حرکت (۵)، معادلات فریدمن زیر حاصل می‌شوند:

$$3H^2 = \kappa^2\left[\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) - 3\xi H^2 B(\phi) + \rho_m\right] \ , \qquad (۸)$$

و

$$2\dot{H} = -\kappa^2\left[\dot{\phi}^2 + 2\xi HB'(\phi)\dot{\phi} + 2\xi\dot{H}B(\phi) + \rho_m + p_m\right] \ , \qquad (۹)$$

که $H = \dot{a}/a$ پارامتر هابل است و نقطهٔ مشتق گیری نسبت به زمان را نشان می‌دهد. قابل ذکر است که در معادلات فوق از مقدار نرده‌ای پیچش $T = -6H^2$ که با توجه به تتراد مفروض به دست می‌آید، استفاده کرده‌ایم. سیال کامل در معادلهٔ پیوستگی صدق می‌کند

$$\dot{\rho}_m + 3H\left(\rho_m + p_m\right) = 0 \ . \qquad (۱۰)$$

با وردش کنش (۴) نسبت به میدان نرده‌ای و استفاده از متریک FRW، معادلهٔ حرکت میدان نرده‌ای به دست می‌آید

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + 3\xi H^2 B'(\phi) + V'(\phi) = 0 \ , \qquad (۱۱)$$

توجه کنید که در حالت کمینهٔ $\xi = 0$، معادلات مربوط به میدان کوئینتسنس استاندارد دوباره به دست می‌آیند و در این حالت چون میدان نرده‌ای به طور کمینه با TEGR جفت شده است، نظریهٔ منطبق بر نسبیت عام می‌شود.

۳. ترمودینامیک در افق ظاهری

از آنجا که قوانین ترمودینامیک به طور جهانی برقرارند، بنابراین باید در نظریات گرانش تعمیم‌یافته نیز برای کل عالم معتبر باشند. در این بخش خواص ترمودینامیکی نظریهٔ گرانشی توازی دور با جفتیدگی ناکمینه بین میدان نرده‌ای و پیچش را در افق ظاهری عالم FRW تخت بررسی می‌کنیم. برای این کار، با فرض این که عالم توسط افق ظاهری دینامیکی محصور شده است، اعتبار قانون اول و دوم ترمودینامیک را مورد سنجش قرار می‌دهیم.

۱.۳. قانون اول ترمودینامیک

به منظور بررسی قانون اول ترمودینامیک، معادلات فریدمن (۸) و (۹) را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3}\rho_t \ , \qquad (۱۲)$$

و

$$\dot{H} = -\frac{\kappa^2}{2}\left(\rho_t + p_t\right) \ , \qquad (۱۳)$$

که $\rho_t = \rho_m + \rho_{\phi}$ و $p_t = p_m + p_{\phi}$ است. ρ_{ϕ} و p_{ϕ} مربوط به چگالی انرژی و فشار میدان نرده‌ای است که از سهم جملات مربوط به گرانش توازی دور با جفتیدگی ناکمینه بین میدان نرده‌ای و پیچش حاصل شده و به ترتیب با روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho_{\phi} \equiv \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) - 3\xi H^2 B(\phi) \ , \qquad (۱۴)$$

و

$$p_{\phi} \equiv \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) + 2\xi HB'(\phi)\dot{\phi} + 2\xi\dot{H}B(\phi) \ , \qquad (۱۵)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که مؤلفه‌های انرژی تکانهٔ مؤثر در معادلهٔ پیوستگی صدق می‌کنند

$$\dot{\rho}_{\phi} + 3H\left(\rho_{\phi} + p_{\phi}\right) = 0 \ , \qquad (۱۶)$$

برای بررسی ترمودینامیک عالم، یک کمیت نرده‌ای در نظر

می‌گیریم که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\chi = h^{\alpha\beta}\partial_{\alpha}\tilde{r}\partial_{\beta}\tilde{r} \ , \qquad (۱۷)$$

طبق تعریف، افق ظاهری دینامیکی با $\chi = 0$ به دست می‌آید. لذا در فضا- زمان FRW تحت شعاع افق ظاهری توسط $\tilde{r}_A = \frac{1}{H}$ داده می‌شود. با مشتق گیری زمانی از $\tilde{r}_A$ داریم:

$$d\tilde{r}_A = -\dot{H}H\tilde{r}_A^3 dt. \qquad (۱۸)$$

با قرار دادن معادلهٔ (۱۳) در رابطهٔ فوق و ضرب کردن محصول در عبارت $4\pi\tilde{r}_A$، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{2\pi\tilde{r}_A}\frac{d}{dt}\left(\frac{A}{4G}\right) = 4\pi\tilde{r}_A^3 H\left(\rho_t + p_t\right) \ , \qquad (۱۹)$$

که $A = 4\pi\tilde{r}_A^2$ مساحت افق ظاهری است. با استفاده از تعریف آنتروپی بکنشتاین- هاکینگ ($S = A/4G$) و با ضرب معادلهٔ (۱۹) در عبارت $1-\frac{\dot{\tilde{r}}_A}{2H\tilde{r}_A}$ داریم:

$$\frac{|\kappa_A|}{2\pi}\dot{S}_A = \left(1-\frac{\dot{\tilde{r}}_A}{2H\tilde{r}_A}\right)4\pi\tilde{r}_A^3 H\left(\rho_t + p_t\right) \ , \qquad (۲۰)$$

که $\kappa_A = -\frac{1}{2}\frac{\partial\chi}{\partial\tilde{r}}\Big|_{\tilde{r}=\tilde{r}_A} = -\frac{1}{\tilde{r}_A}\left(1-\frac{\dot{\tilde{r}}_A}{2H\tilde{r}_A}\right)$ گرانش سطحی درافق ظاهری عالم FRW است. از طرفی، گرانش سطحی و دمای افق توسط رابطهٔ بکنشتاین $T_A = \frac{\kappa_A}{2\pi}$ با هم در ارتباط هستند. بنابراین دمای هاکینگ به شکل زیر به دست می‌آید:

$$T_A = \frac{1}{2\pi\tilde{r}_A}\left(1-\frac{\dot{\tilde{r}}_A}{2H\tilde{r}_A}\right). \qquad (۲۱)$$

با استفاده از معادلات (۲۰) و (۲۱) نتیجه می‌شود

$$T_A\dot{S}_A = 4\pi\tilde{r}_A^3 H\left(\rho_t + p_t\right) - 2\pi\dot{\tilde{r}}_A\tilde{r}_A^2\left(\rho_t + p_t\right). \qquad (۲۲)$$

اکنون انرژی کل داخل یک کره به شعاع $\tilde{r}_A$ و حجم V را در نظر می‌گیریم که به صورت انرژی مایسنر- شارپ $E = \frac{\tilde{r}_A}{2G} = V\rho_t$ تعریف می‌شود. در اینجا عالم FRW را به عنوان یک سیستم ترمودینامیکی با سطح افق ظاهری به عنوان مرز این سیستم در نظر گرفتیم. اگر $d\tilde{r}_A$ را به عنوان یک تغییر بی نهایت کوچک در شعاع افق ظاهری در طی بازهٔ زمانی dt در نظر بگیریم، این تغییر منجر به یک تغییر در حجم افق رویداد به اندازهٔ dV خواهد شد که در نتیجهٔ آن انرژی سیستم به اندازهٔ dE تغییر می‌کند به طوری که

$$\dot{E} = -4\pi\tilde{r}_A^3 H\left(\rho_t + p_t\right)dt + 4\pi\tilde{r}_A^2\dot{\tilde{r}}_A\left(\rho_t + p_t\right). \qquad (۲۳)$$

از روابط (۲۲) و (۲۳) نتیجهٔ زیر به دست می‌آید

$$T_A dS_A = dE + 2\pi\tilde{r}_A^2\left(\rho_t - p_t\right)d\tilde{r}_A \ , \qquad (۲۴)$$

اگر چگالی کار را به شکل زیر تعریف کنیم [۴۱]:

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2}\left(\rho_t - p_t\right) \ , \qquad (۲۵)$$

معادلهٔ (۲۴) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$T_A dS_A = -dE + WdV \ , \qquad (۲۶)$$

رابطهٔ فوق مطابق با قانون اول ترمودینامیک است. بنابراین ملاحظه می‌شود که معادلات میدان نظریهٔ گرانشی نرده‌ای- پیچش یک توصیف تعادلی از ترمودینامیک را در افق ظاهری عالم FRW نتیجه می‌دهند.

۲.۳. قانون دوم ترمودینامیک

برای بررسی اعتبار قانون دوم ترمودینامیک، علاوه بر آنتروپی افق باید آنتروپی ماده را نیز در نظر بگیریم که فرض می‌کنیم در تعادل گرمایی با دمای هاکینگ است. بر طبق قانون دوم ترمودینامیک، آنتروپی کل که مجموع آنتروپی افق ظاهری و آنتروپی میدان مادی است، باید یک تابع افزایشی از زمان باشد. با فرض این که دمای داخل و خارج افق یکسان است، شرط تحقق قانون دوم ترمودینامیک به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\dot{S}_A + \dot{S}_M \geq 0 \ , \qquad (۲۷)$$

که $\dot{S}_A$ آنتروپی افق و $\dot{S}_M$ آنتروپی مادهٔ داخل افق است. با استفاده از تعریف دمای افق ظاهری و آنتروپی افق (معادلات (۲۱) و (۲۲)) نتیجه می‌شود

$$T_A\dot{S}_A = \frac{\dot{\tilde{r}}_A}{2\mathrm{G}\mathrm{H}\tilde{r}_A}\left(2\mathrm{H}\tilde{r}_A - \dot{\tilde{r}}_A\right). \qquad (۲۸)$$

آنتروپی مادی ($\dot{S}_M$) از معادلهٔ گیبس به دست می‌آید

$$T_A\dot{S}_M = \mathrm{d}\left(\rho_t V\right) + p_t\mathrm{dV} = \mathrm{V}\mathrm{d}\rho_t + \left(\rho_t + p_t\right)dV. \qquad (۲۹)$$

که $V = \frac{4\pi\tilde{r}_A^3}{3}$ حجم محصور شده توسط افق ظاهری است. با استفاده از رابطهٔ (۲۹) و معادلهٔ پیوستگی تانسور انرژی تکانهٔ کل ($\dot{\rho}_t + 3H\left(\rho_t + p_t\right) = 0$)، نتیجه می‌شود

$$T_A\dot{S}_M = \frac{\tilde{r}_A^2\dot{H}}{\mathrm{G}}\left(\mathrm{H}\tilde{r}_A - \dot{\tilde{r}}_A\right). \qquad (۳۰)$$

با ترکیب معادلات (۲۷) و (۲۸) و(۳۰) داریم

$$\dot{S}_A+\dot{S}_M=\frac{\dot{H}^{۲}}{۴GH^{۲}}\geq ۰\,. \qquad (۳۱)$$

نتیجهٔ فوق نشان می‌دهد که قانون دوم ترمودینامیک در افق ظاهری نظریهٔ گرانش توازی دور با جفتیدگی ناکمینه با میدان نرده‌ای همواره برقرار است.

۴. ترمودینامیک در افق رویداد کیهان‌شناختی

شواهد مربوط به مشاهدات رصدی اخیر نشان می‌دهد که عالم FRW در فاز انبساط شتابدار تند شونده (انرژی تاریک غالب) قرار دارد. با توجه به تحول ضریب مقیاس در این حالت، مشاهده می‌شود که افق رویداد واگرا نیست و به یک مقدار معین محدود می‌شود و بنابراین می‌توان قوانین ترمودینامیکی را بر روی آن بررسی کرد. در زمینهٔ نسبیت عام استاندارد، ترمودینامیک عالم در افق رویداد در [۳۸] بررسی شد و نشان داده شد که اگر عالم توسط افق رویداد پوشانده شود، توصیف ترمودینامیکی تعادلی بر مبنای تعاریف معمول آنتروپی و دما، دیگر معتبر نیست. از طرفی در [۴۲] باز تعریف جدیدی از گرانش سطحی و دمای هاکینگ ارائه شد که در نتیجهٔ آن، قوانین ترمودینامیک بر روی افق رویداد عالم در نسبیت عام و نظریهٔ گرانش اصلاح شدهٔ $f(R)$ برقرار می‌شوند. در این بخش فرض می‌کنیم که عالم توسط افق رویداد پوشانده شده است و با استفاده از دمای هاکینگ باز تعریف شده در [۴۲]، اعتبار قوانین ترمودینامیک تعمیم‌یافته در نظریهٔ گرانشی توازی دور باجفتیدگی ناکمینهٔ میدان نرده‌ای و پیچش را بررسی می‌کنیم.

۱.۴. قانون اول ترمودینامیک

شعاع افق رویداد کیهان‌شناختی توسط رابطهٔ زیر داده می‌شود .

$$\tilde{r}_E=\int_t^{\infty}\frac{dt}{a(t)}=a_{\circ}\int_t^{\infty}\frac{da}{\mathrm{H}a(t)^{۲}}\,. \qquad (۳۲)$$

گرانش سطحی بر روی افق رویداد با استفاده از کمیت نرده‌ای χ (معادلهٔ (۱۷)) تعریف می‌شود [۴۲]

$$\kappa_E=-\frac{۱}{۲}\frac{\partial\chi}{\partial\tilde{r}}\bigg|_{\tilde{r}=\tilde{r}_E}\frac{\dot{\tilde{r}}_A}{\tilde{r}_A}\frac{\tilde{r}_E}{\dot{\tilde{r}}_E}\,. \qquad (۳۳)$$

با توجه به رابطهٔ بین دمای هاکینگ و گرانش سطحی، دما بر روی افق رویداد به دست می‌آید:

$$T_E=\frac{|\kappa_E|}{۲\pi}=-\frac{H\dot{H}}{۲\pi}\frac{\tilde{r}_E^{۲}}{\dot{\tilde{r}}_E}\,. \qquad (۳۴)$$

اکنون برای بررسی قانون اول ترمودینامیک، شار انرژی عبوری از افق رویداد در طی بازه زمانی dt را در نظر می‌گیریم که به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta Q=-\delta E=AT_{\mu\nu}k^{\mu}k^{\nu}\,dt\big|_{\tilde{r}=\tilde{r}_E}\,, \qquad (۳۵)$$

که $A=۴\pi\tilde{r}_E^{۲}$ مساحت افق رویداد و k^{μ} یک بردار نورگونه است. بنابراین شار انرژی به شکل زیر در می‌آید:

$$\delta E=-۴\pi\tilde{r}_E^{۳}H\left(\rho_t+p_t\right)dt\,. \qquad (۳۶)$$

با به کار بردن معادلهٔ فریدمن (۸) و معادلهٔ فوق داریم

$$\delta Q=\frac{-\tilde{r}_E^{۳}H\dot{H}}{G}dt\,. \qquad (۳۷)$$

از طرفی، با استفاده از رابطهٔ بکنشتاین برای آنتروپی و سطح افق رویداد، نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$T_E\mathrm{d}S_E=-\frac{H\dot{H}}{۲\pi}\frac{\tilde{r}_E^{۲}}{\dot{\tilde{r}}_E}.۲\pi\tilde{r}_Ed\tilde{r}_E=-\frac{\tilde{r}_E^{۳}H\dot{H}}{G}dt\,. \qquad (۳۸)$$

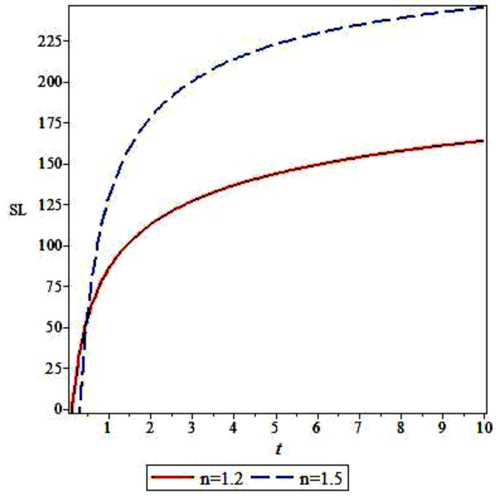
از معادلات (۳۷) و (۳۸) درمی‌یابیم که قانون اول ترمودینامیک در افق رویداد یعنی $\delta Q|_{\tilde{r}=\tilde{r}_E}=T_EdS_E$ برقرار است. با توجه به این نتیجه، می‌توان افق رویداد نظریهٔ گرانشی توازی دور با جفتیدگی ناکمینه با میدان نرده‌ای را با ترمودینامیک تعادلی توصیف کرد.

۲.۴. قانون دوم ترمودینامیک

در قسمت قبل دیدیم که باز تعریف دمای هاکینگ بر روی افق رویداد منجر به توصیف ترمودینامیک تعادلی بر روی آن شده است. اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک و رابطهٔ گیبس، آنتروپی کل بر روی افق رویداد را محاسبه می‌کنیم. با استفاده از معادلهٔ (۳۸) و معادلات فریدمن (۸) و (۹)، تغییرات آنتروپی در افق رویداد به دست می‌آید

$$\dot{S}_E=\frac{۴\pi\tilde{r}_E^{۳}H}{T_E}\left(\rho_t+p_t\right). \qquad (۳۹)$$

تحول آنتروپی مادهٔ محصور در افق رویداد (S_I) از معادلهٔ



شکل ۱. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) اعتبار قانون دوم ترمودینامیک در افق رویداد عالم FRW برای عامل مقیاس و تابع پتانسیل به شکل قانون توانی.

گیبس به دست می‌آید:

$$\dot{S}_M = \frac{4\pi\tilde{r}_E^2}{T_E}(\rho_t+p_t)\left[\dot{\tilde{r}}_E - H\tilde{r}_E\right]. \qquad (۴۰)$$

با استفاده از معادلهٔ (۳۲)، تغییر شعاع افق رویداد به شکل زیر است:

$$\dot{\tilde{r}}_E = H\tilde{r}_E - 1. \qquad (۴۱)$$

با جایگذاری رابطهٔ (۴۱) در (۴۰)، تحول آنتروپی ماده داخل افق رویداد به شکل زیر در می‌آید:

$$\dot{S}_M = -\frac{4\pi\tilde{r}_E^2}{T_E}(\rho_t+p_t). \qquad (۴۲)$$

برای بررسی اعتبار قانون دوم ترمودینامیک تعمیم‌یافته باید آنتروپی کل یعنی آنتروپی ماده داخل افق رویداد و آنتروپی افق را در نظر بگیریم. بنابراین با ترکیب روابط (۳۹) و (۴۲) خواهیم داشت:

$$\dot{S}_E + \dot{S}_M = \frac{4\pi\tilde{r}_E^2}{T_E} \left[(H\tilde{r}_E - 1)(\rho_m + p_m) + H\tilde{r}_E(\rho_\phi + p_\phi)\right]. \qquad (۴۳)$$

برای برقراری قانون دوم ترمودینامیک در افق رویداد، عبارت فوق باید مثبت باشد. توجه کنید که محقق شدن اعتبار قانون دوم ترمودینامیک در این حالت کاملاً به مدل ناکمینهٔ انتخاب شده و مؤلفه‌های تانسور انرژی تکانهٔ حاصل شده از آن بستگی دارد. در اینجا تابع جفتیدگی ناکمینه را به شکل $B(\phi)=\phi^2$ در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که عامل مقیاس و میدان نرده‌ای به شکل قانون توانی باشند یعنی $a(t)=a_0 t^n$ ($n>1$) و $\phi(t)=\phi_0 t^m$ که a_0 و ϕ_0 ثابت هستند. برای انرژی پتانسیل میدان نرده‌ای نیز یک شکل پتانسیل خود- برهم‌کنشی به شکل $V(\phi)=V_0\phi^4$، که V مقدار ثابت است، را در نظر می‌گیریم. مادهٔ موجود در عالم را به شکل غبار ($p_m=0$) فرض می‌کنیم. نتایج محاسبات عددی در شکل ۱ نشان داده شده است. مقادیر ثابت را به صورت $a_0=1$، $\phi_0=1.5$ و $V_0=1$ در نظر گرفته‌ایم. در این شکل، قانون دوم ترمودینامیک (SL) به ازای دو مقدار مختلف n ترسیم شده است. ملاحظه می‌شود که قانون دوم ترمودینامیک در افق رویداد عالم FRW در زیرفضای خاصی از فضای کمیت‌های مدل گرانشی ناکمینهٔ نرده‌ای- پیچش برقرار است.

۵. نتیجه‌گیری

مدل گرانشی ناکمینهٔ نرده‌ای- پیچش، یک مدل بر پایهٔ نظریهٔ گرانشی توازی دور برای توصیف فاز انبساط شتابدار عالم است که در آن یک میدان نرده‌ای به طور ناکمینه با میدان گرانشی پیچش جفت می‌شود. در این مقاله رفتار ترمودینامیکی این مدل را برای افق ظاهری یک عالم منبسط شونده که انرژی تاریک غالب است، مورد بررسی قرار داده‌ایم. وجود یک افق ظاهری دینامیکی در فضا زمان این امکان را فراهم می‌سازد که بتوانیم قانون اول و دوم ترمودینامیک را در نظریهٔ گرانشی مورد نظر فرمول‌بندی کنیم. ما نشان داده‌ایم که در فضا- زمان FRW تخت می‌توان معادلات فریدمن مدل ناکمینهٔ نرده‌ای- پیچش را به شکل کلی قانون اول ترمودینامیک ($TdS=-dE+WdV$) بازنویسی کرد که یک توصیف تعادلی برای ترمودینامیک در افق ظاهری را نشان می‌دهد. افزون بر این، با فرض یکسان بودن دمای داخل و روی افق، نشان داده‌ایم که قانون دوم ترمودینامیک نیز در افق ظاهری عالم برقرار است. در ادامه

اعتبار قوانین ترمودینامیکی برای مدل گرانشی مورد مطالعهٔ مـان را در افق رویداد عالم FRW تخت بررسی کرده‌ایم. افق رویداد کیهان‌شناختی متفاوت از افق ظاهری است و فقط در یک عـالم با انبساط شتابدار کیهانی (انـرژی تاریـک غالـب) وجـود دارد. بنابراین با استناد به شواهد رصدی کنونی، فرض کردیم که عالم توسط افق رویداد کیهان‌شناختی محصور شده است و با استفاده از باز تعریف کمیت‌های ترمودینامیکی مانند گرانش سـطحی و دمای هاکینگ بر روی افق رویداد، نشان دادیم که در این مـورد نیز قانون اول ترمودینامیک معتبر است؛ اما برقـراری قـانون دوم ترمودینامیک کاملاً به مدل جفتیـدگی ناکمینـهٔ انتخـابی بسـتگی دارد. از این رو یک تابع جفتیـدگی ناکمینـهٔ نـرده‌ای پـیچش را انتخاب کرده و با فرض قانون شکل توانی برای عامل مقیاس و میدان نرده‌ای، نشان دادیم که قـانون دوم ترمودینامیـک در افـق رویداد در این حالت نیز برقرار است.

مراجع

1. D N Spergel, *et al*., Astrophys. *J. Suppl*. **170** (2007) 377.
2. S Perlmutter, *et al*., *Astrophys. J.* **598** (2003) 102.
3. E Hawkins, *et al*., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc*. **346** (2003) 78.
4. D J Eisentein, *et al*., *Astrophys. J*. **633** (2005) 560.
5. B Jain and A Taylor, *Phys. Rev. Lett*. **91** (2003) 141302.
6. E J Copeland, M Sami and S Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys.* D **15** (2006) 1753.
7. T P Sotiriou and V Faraoni, *Rev. Mod. Phys.* **82** (2010) 451.
8. A Einsteinz, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Phys. Math. Kl. **217** (1928) 224.
9. K Hayashi and T Shirafuji, *Phys. Rev*. D. **19** (1979) 3524.
10. E V Linder, *Phys. Rev*. D. **81** (2010) 127301.
11. R Ferraro and F Fiorini, *Phys. Rev*. D. **75** (2007) 084031.
12. G R Bengochea and R Ferraro, *Phys. Rev*. D. **79** (2009) 124019 .
13. P Wu and H Yu, *Phys. Lett*. B **692** (2010) 176.
14. P Wu and H Yu, *Eur .Phys. J*. C **71** (2011) 1552.

۱۵.م عطازاده و ع اقبالی، *مجلهٔ پـژوهش فیزیـک ایـران* ۱۸ ۱ (۱۳۹۷) ۲۳ .

15. M Atazadeh and A Eghbali, *Iranian J. Phys. Res*. **18** 1 (2018) 23.
16. M R Setare and N Mohammadipour, *JCAP* **1211** (2012) 030.
17. Sh Chen, J B Dent, Sourish Dutta and E N Saridakis, *Phys. Rev*. D. **83** (2011) 023508.
18. C -Q Geng, C -C Lee, E N Saridakis and Y -P Wu, *Phys. Lett*. B **704** (2011) 384.
19. G Otalora, *JCAP* **1307** (2013) 044.
20. G Otalora, *Phys. Rev*. D. **88** (2013) 063505.
21. C -Q Geng, J -A Gu and C -C Lee, *Phys. Rev*. D. **88** (2013) 024030.
22. H M Sadjadi, *Phys. Rev*. D. **87** (2013) 064028.
23. S W Hawking, *Com. Math. Phys*. **43** (1975) 199.
24. J D Bekenstein, *Phys. Rev*. D. **7** (1973) 2333.
25. T Jacobson, *Phys. Rev Lett*. **75** (1995) 1260.
26. R G Cai and S P Kim, *JHEP* **02** (2005) 050.
27. M Akbar and R G Cai, *Phys. Rev*. D. **75** (2007) 084003.
28. C Eling, R Guedens and T Jacobson, *Phys. Rev. Lett*. **86** (2006) 121301.
29. A Sheykhi, B Wang and R-G Cai, *Nucl. Phys*. B. **779** (2007) 1.
30. M Akbar and R G Cai, *Phys. Lett*. B. **648** (2007) 243.
31. Y Gong and A Wang, *Phys. Rev. Lett*. **99** (2007) 211301.
32. A Sheykhi, *JCAP* **05** (2009) 019.
33. K Bamba and C Q Geng, *Phys. Lett.* B **679** (2009) 282.
34. K Karami and S Ghaffari, *Phys. Lett*. B **688** (2010) 125.

۳۵.م آقائی آبچویه، ب میرزا و ح نادی، *مجلهٔ پـژوهش فیزیـک ایران* ۱۴ ۴ (۱۳۹۳) ۲۹۳.

35. M Aghaei Abchouyeh, B Mirza, B Mirza, and H Nadi, *Iranian J. Phys. Res.* **14** 4 (2015) 293.
36. T Azizi and N Borhani, *Astrophys. Space Sci*. **357** (2015) 146.
37. T Azizi and N Borhani, *Adv. High Energy Phys*. **2017** (2017) 6839050.
38. B Wang, Y. Gong and E. Abdalla, *Phys. Lett*. B. **624** (2005) 141.
39. N Mazumder and S Chakraborty, *Class. Quant. Grav.* **26** (2009) 195016.
40. N Mazumder and S Chakraborty, *Gen. Rel. Grav*. **42** (2010) 813.
41. S A Hayward, *Class. Quant. Grav*. **15** (1998) 3147.
42. F Q Tu and Yi Xin. Chen, *EPJC* **76** (2016) 28.