

## بررسی عددی شتاب الکترون در یک کانال یونی به وسیله موج پلاسمای مغناطیده

آمنه کارگریان، حسن مهدیان و علی حسن بیگی

پژوهشگاه پلاسما، دانشگاه خوارزمی، تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۱۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۱/۱۸)

### چکیده

در این مقاله شتاب الکترون در یک کانال یونی با استفاده از یک موج پلاسمای مغناطیده مطالعه شده است. با استفاده از معادلات لورنتس سه بعدی، دینامیک الکترون مورد بررسی قرار گرفته و برای به دست آوردن مسیر الکترون از یک کد تک ذره سه بعدی نسبتی استفاده شده است. نتایج محاسبات عددی نشان می دهد الکترون در یک کانال یونی تحت اثر میدان خارجی شتاب می گیرد. همچنین میزان انرژی که الکترون در حضور میدان مغناطیسی خارجی کسب کرده است، با انرژی آن در غیاب میدان مقایسه شده است.

واژه های کلیدی: برهم کنش لیزر با پلاسما، کانال یونی، موج پلاسمایی

### ۱. مقدمه

دوپلری موج پلاسما دو برابر فرکانس بتاترونی باشد نیز الکترون ها با سرعت کم مقدار قابل توجهی انرژی از طریق تابش بتاترونی به دست می آورند، [۶-۸]. تشدید چرینکوف، به خوبی تشدید بتاترونی الکترون ها را شتاب می دهد، اما این دو رژیم اساساً با یکدیگر متفاوت می باشند، هنگامی که سرعت فاز موج نزدیک به سرعت الکترون باشد. تابش چرینکوف بر اساس شتاب الکترون در اثر برهم کنش آنها با امواج الکترومغناطیسی می باشد، در صورتی که شتاب بتاترونی برای الکترون های کند اتفاق می افتد. به طور کلی شتاب گرفتن الکترون های کند یک فرآیند دو مرحله ای می باشد؛ ابتدا الکترون های کند توسط تابش بتاترونی به سرعت های به اندازه کافی بالا شتاب داده می شوند، سپس این الکترون ها از موج

با شکل گیری کانال یونی، الکترون های باریکه به وسیله یون های مثبت جذب می شوند. علاوه بر این یک تپ لیزری قوی می تواند یک کانال یونی ایجاد کند. هنگامی که تپ در پلاسما منتشر می شود، نیروی پاندرمتیو شعاعی لیزر الکترون ها را دور کرده و یک کانال یونی شکل می گیرد [۱-۵]. نیروی پاندرمتیو محوری الکترون های پلاسما را دسته کرده و یک موج پلاسمایی پشت تپ لیزر تولید می شود. این موج تولید شده می تواند الکترون های پلاسما را به دام بیاورد. با انتشار موج در پلاسما، الکترون هایی که سرعتی برابر با سرعت موج دارند همرا با موج حرکت کرده و به طور مؤثر با آن مبادله انرژی نمایند. در یک کانال یونی، هنگامی که فرکانس جابه جایی

$$\frac{dp_z}{dt} = -eA \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \times \cos(\omega t - kz + \theta), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt} = & \frac{-eA}{m_0 c^2} v_z \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \\ & \times \cos(\omega t - kz + \theta) - \frac{eA v_x}{m_0 c^2} \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \\ & \times \sin(\omega t - kz + \theta) - \frac{eA v_y}{m_0 c^2} \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \\ & \times \sin(\omega t - kz + \theta) - e\varphi_0 \frac{2xv_x}{m_0 c^2 \eta_0^2} - e\varphi_0 \frac{2yv_y}{m_0 c^2 \eta_0^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن عامل نسبیتی لورنتس به صورت زیر می باشد:

$$\gamma = \left(1 + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{m_0^2 c^2}\right). \quad (8)$$

به منظور تبدیل معادلات بالا به شکل ساده تر پارامترهای بدون

بعد را تعریف می کنیم:  $x' = kx$ ،  $t' = \omega t$ ،  $k' = kc/\omega$ ،

$$r_2'^2 = k^2 r_p^2, \quad r_1'^2 = k^2 \eta_0^2, \quad z' = kz, \quad a_p = eA/m_0 \omega c$$

$$p' = p/mc \quad \text{و} \quad \omega c = eB_0/m_0 \omega c, \quad \varphi_0' = e\varphi_0/m_0 c^2$$

با استفاده از این پارامترها معادلات (۴) تا (۷) به صورت زیر

خواهند بود:

$$\begin{aligned} \frac{dp'_x}{dt'} = & -a_p \exp(-(x^2 + y^2)/r_2'^2) \frac{2x'}{kr_2'^2} \\ & \times \sin(t' - z' + \theta) - k' \varphi_0' \frac{2x'}{r_1'^2} - \frac{ep'_y \omega c}{\gamma}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp'_y}{dt'} = & -a_p \exp(-(x^2 + y^2)/r_2'^2) \frac{2y'}{kr_2'^2} \\ & \times \sin(t' - z' + \theta) - k' \varphi_0' \frac{2y'}{r_1'^2} + \frac{p'_x \omega c}{\gamma}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{dp'_z}{dt'} = -a_p \exp(-(x^2 + y^2)/r_2'^2) \cos(t' - z' + \theta), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt'} = & \frac{-a_p p'_z}{\gamma} \exp(-(x^2 + y^2)/r_2'^2) \frac{2x'}{kr_2'^2} \\ & \times \cos(t' - z' + \theta) - \frac{a_p}{\gamma} p'_x \exp(-(x^2 + y^2)/r_2'^2) \\ & \times \sin(t' - z' + \theta) - \frac{a_p}{\gamma} p'_y \exp(-(x^2 + y^2)/r_2'^2) \\ & \times \sin(t' - z' + \theta) - k' \varphi_0' \frac{2p'_x x'}{\gamma r_1'^2} - k' \varphi_0' \frac{2p'_y y'}{\gamma r_1'^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

پلازما انرژی گرفته و می تواند از طریق تابش چرینکوف به انرژی های بالاتر شتاب داده شوند [۹-۱۱]. در این مقاله اثرات میدان مغناطیسی خارجی بر روی شتاب الکترون در یک کانال یونی بررسی شده است. در بخش دوم مقاله معادلات مربوط به حرکت یک الکترون در حضور یک میدان مغناطیسی محوری، موج پلازما و بار فضایی یون به دست آورده شده اند. بخش سوم به آنالیز عددی، بحث و نتیجه گیری اختصاص شده است.

## ۲. بررسی نسبیتی

در بررسی حاضر فرض می کنیم الکترون تحت تأثیر موج پلازما، بار فضایی و یک میدان خارجی در راستای محوری قرار گرفته است. معادلات حرکت الکترون به صورت زیر می باشند:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} + e\nabla\varphi + \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{B}}{C}, \quad (1)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{-e}{m_0 C^2} (\mathbf{E} - \nabla\varphi) \cdot \mathbf{V}, \quad (2)$$

که در این روابط  $B$  میدان خارجی و  $\varphi = \varphi_0(1 - (x^2 + y^2)/\eta_0^2)$  میدان بار فضایی یون می باشد.

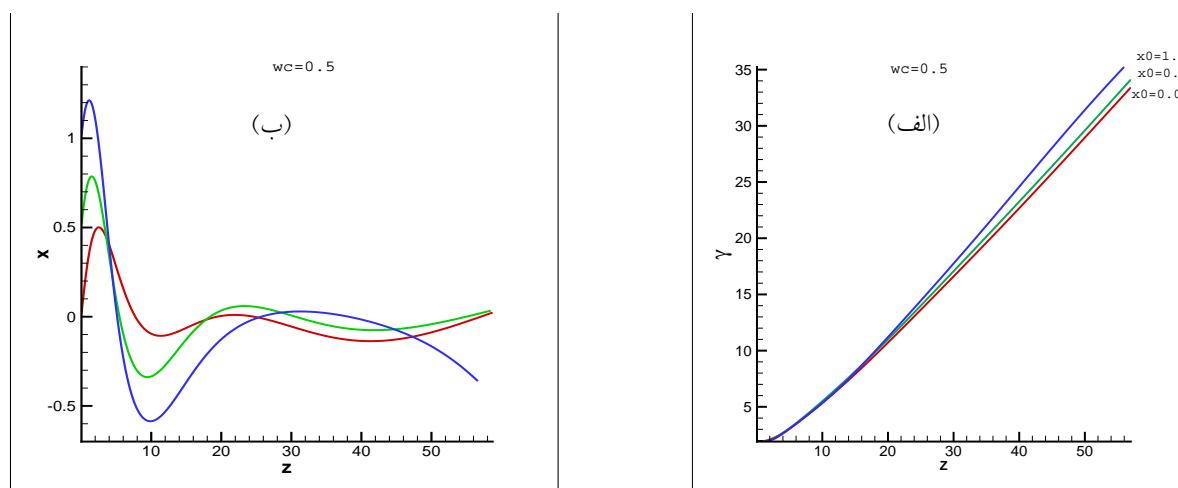
میدان الکتریکی موج پلازما را به صورت زیر در نظر می گیریم [۱۲]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & \hat{x}A \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \frac{2x}{kr_p^2} \\ & \times \sin(\omega t - kz + \theta) + \hat{y}A \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \frac{2y}{kr_p^2} \\ & \times \sin(\omega t - kz + \theta) + \hat{z}A \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \\ & \times \cos(\omega t - kz + \theta). \end{aligned} \quad (3)$$

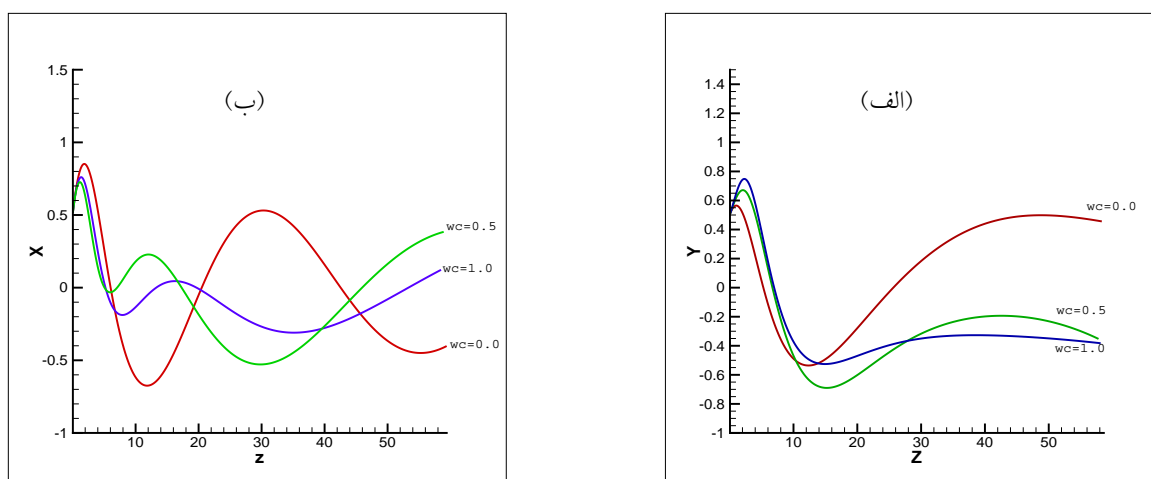
جایی که  $r_p$  شعاع موج رد پای  $\theta$  زاویه فاز اولیه می باشد. با جایگذاری در معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} = & -eA \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \frac{2x}{kr_p^2} \\ & \times \sin(\omega t - kz + \theta) - e\varphi_0 \frac{2x}{\eta_0^2} - \frac{eV_y B_0}{c}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_y}{dt} = & -eA \exp(-(x^2 + y^2)/r_p^2) \frac{2y}{kr_p^2} \\ & \times \sin(\omega t - kz + \theta) - e\varphi_0 \frac{2y}{\eta_0^2} + \frac{eV_x B_0}{c}, \end{aligned} \quad (5)$$



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) مسیر الکترون بر حسب  $z$  برای  $r_2 = 4$ ،  $r_1 = 2$ ،  $\theta = \pi/2$ ،  $k = 1.02$ ،  $\varphi_0 = 0.6$ ،  $a_p = 0.8$  در  $x_0 = 0, 0.5, 1$ . (ب) انرژی الکترون بر حسب  $z$  برای پارامترهای مشابه با شکل (الف).



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) مسیر الکترون در صفحه  $x-z$  برای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی و  $a_p = 0.8$ ،  $\varphi_0 = 0.6$ ،  $r_2 = 4$ ،  $r_1 = 2$ ،  $\theta = \pi/2$ ،  $k = 1.02$  (ب) مسیر الکترون در صفحه  $y-z$  برای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی سایر پارامترها مشابه با شکل (الف) می‌باشند.

پلاسمای نوسانات الکترون کاملاً سینوسی نمی‌باشند. علاوه بر این با افزایش فاصله عمودی  $x_0$  از محور  $z$  دامنه نوسانات افزایش می‌یابد. شکل ۱ (ب) نمودار انرژی الکترون بر حسب  $z$  در سه موقعیت اولیه ( $x_0$ ) متفاوت الکترون را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل با افزایش  $x_0$  انرژی الکترون افزایش می‌یابد. به عبارتی دیگر انرژی به دست آمده توسط الکترون در  $x_0 = 1$  بیشتر از  $x_0 = 0$  می‌باشد، که این به دلیل افزایش اثرات بار فضایی یون می‌باشد که در فواصل بیشتر از محور  $z$  افزایش می‌یابد.

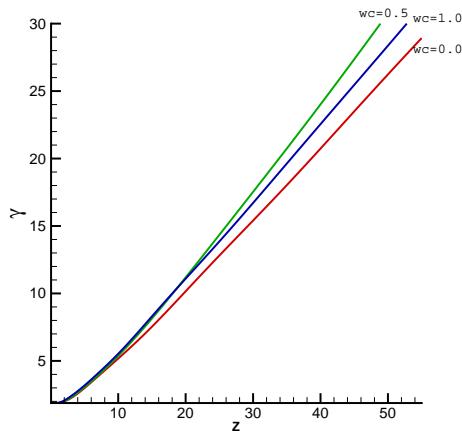
در شکل ۲ (الف) مسیر در صفحه  $x-z$  برای مقادیر متفاوت میدان مغناطیسی نشان داده شده است. همان طور که

معادلات بهنجار شده به دست آمده با استفاده از روش‌های عددی قابل تجزیه و تحلیل می‌باشند.

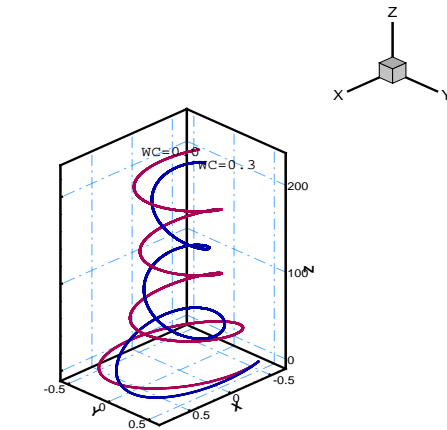
### ۳. بحث و نتیجه‌گیری

در این بخش نتایج مربوط به حل عددی معادلات (۹) تا (۱۲) به منظور بررسی اثرات میدان مغناطیسی استاتیک یکنواخت و میدان بار فضایی یون بر روی شتاب الکترون بیان شده است.

معادلات برای پارامترهای مشخص  $a_p = 0.8$ ،  $\varphi_0 = 0.6$ ،  $r_2 = 4$ ،  $r_1 = 2$ ،  $\theta = \pi/2$ ،  $k = 1.02$  حل شده‌اند. شکل ۱ (الف) که برای  $\omega_c = 0.5$  رسم شده است، نشان می‌دهد در حضور موج



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مسیر الکترون بر حسب  $z$  برای مقادیر متفاوت میدان مغناطیسی، سایر پارامترها  $a_p = 0,8$ ،  $\eta = 2$ ،  $\theta = \pi/2$ ،  $k = 1,02$ ،  $\varphi_0 = 0,6$  می‌باشند.

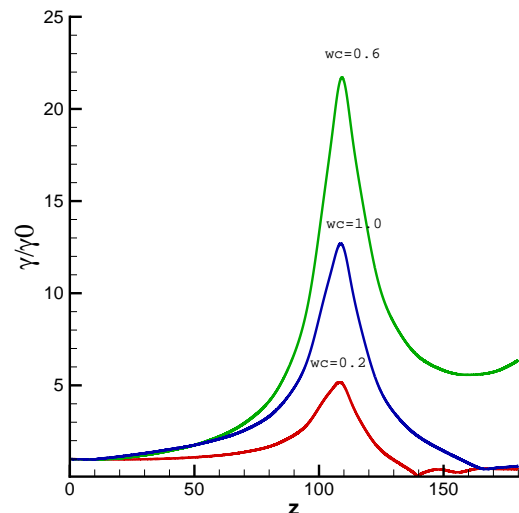


شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مسیر الکترون در سه بعد برای مقادیر  $\omega_c = 0,3$  و  $\omega_c = 0$ ، سایر پارامترها  $a_p = 0,8$ ،  $\varphi_0 = 0,6$ ،  $\eta = 2$ ،  $\theta = \pi/2$ ،  $k = 1,02$  می‌باشند.

کرده و انرژی لیزر را جذب می‌کند. مطابق شکل دامنه نوسانات الکترون در  $\omega_c = 0,3$  کمتر از  $\omega_c = 0$  می‌باشد.

شکل ۴ نمودار انرژی الکترون در مقادیر متفاوت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. نمودارها نشان می‌دهند، انرژی الکترون در  $\omega_c = 0,5$  بیشتر از  $\omega_c = 1$  می‌باشد، بنابراین یک مقدار بهینه برای میدان مغناطیسی وجود دارد. نتایج عددی نشان می‌دهند بیشینه مقدار انرژی در  $\omega_c = 0,65$  می‌باشد.

برای بررسی بیشتر اثرات میدان مغناطیسی پارامتر دیگر به صورت  $\Delta = \gamma/\gamma_0$  معرفی می‌کنیم که نسبت انرژی الکترون در حضور میدان مغناطیسی به انرژی الکترون در غیاب میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. در شکل ۵ نمودار  $\Delta$  بر حسب مقادیر مختلف  $\omega_c$  رسم شده است. نمودارها برای مقادیر  $\omega_c = 0,2$  تا  $\omega_c = 1$  نشان داده شده‌اند. به طور کلی با افزایش  $z$  نمودارها به مقدار بیشینه خود رسیده و سپس کاهش می‌یابند. با تغییر میدان مغناطیسی مقدار بیشینه  $\Delta$  نیز تغییر می‌کند و مقدار این بیشینه‌ها برای هر سه نمودار در یک یکسان اتفاق می‌افتد. نمودارهای رسم شده نشان می‌دهند مقدار  $\Delta$  بزرگ‌تر از یک می‌باشد، بنابراین با افزایش شدت میدان مغناطیسی، انرژی الکترون افزایش می‌یابد.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار  $\Delta = \gamma/\gamma_0$  بر حسب  $z$  برای مقادیر متفاوت میدان مغناطیسی، سایر پارامترها مشابه شکل ۲ می‌باشد.

انتظار می‌رود، با افزایش میدان مغناطیسی مسیر الکترون فشرده‌تر می‌شود، به عبارتی دیگر دامنه نوسانات الکترون متناسب با معکوس شدت میدان مغناطیسی می‌باشد. در شکل ۲ (ب) نتایج مشابهی برای مسیر الکترون در صفحه  $y-z$  نشان داده شده است.

شکل ۳ مسیر الکترون در سه بعد را برای  $\omega_c = 0$  و  $\omega_c = 0,3$  نشان می‌دهد. الکترون حول مسیر انتشار لیزر حرکت

## مراجع

1. E Esarey, B A Shedwick, P Catravas, and W P Leamans, *Phys. Rev. E.* **65** (2002) 056505.
2. C Oconnell *et. al.*, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5** (2002) 121301.
3. U H Hwang, H Mehdian, J E Willett, and Y M Aktas, *Phys. Plasmas* **9** (2002) 1010.
4. H Mehdian, A Hasanbeigi, and S Jafari, *Phys. Plasmas* **17** (2010) 023112.
5. H Mehdian and A Raghavi, *Phys. Plasmas Control Fusion* **49** (2007) 69.
6. P Jha and P Kumar, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** (1996) 1359.
7. F S Tsung, R Narang, W B Mori, C Joshi, R A Fonseca, and L O Silva, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 185002.
8. S Fritzer *et. al.*, *Phys. Rev. Lett.* **29** (2004) 165006.
9. I Blumenfeld *et. al.*, *Nature* **445** (2007) 741.
10. T P Rowlands-Rees, C Kamperidis, S Kneip, and A J Gonsalves, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 105005.
11. S Kumar and M Yoon, *J. Appl. Phys.* **104** (2008) 073303.
12. N Kumar and V K Tripathi, *Europhys. Lett.* **75** (2006) 260.