

همگام‌سازی در مدل کوراموتو روی شبکه‌های پیچیده با توزیع فرکانس ذاتی دوقله‌ای

نوشین خدادوستان، طاهره ملکوتی‌خواه و فرهاد شهبازی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان
پست الکترونیکی: n.khodadoostan@ph.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۶/۲۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۲/۲۷)

چکیده

در این کار، ما به بررسی تأثیرات اعمال توزیع دوقله‌ای فرکانس طبیعی در مدل کوراموتو روی شبکه‌های بی‌مقیاس، تصادفی و بی‌مقیاس می‌پردازیم. به این منظور دو مدل که در آنها جفت‌شدگی بین نوسانگرها مستقل و یا بهنجار شده به درجه رئوس شبکه است را در نظر می‌گیریم. برای تمام شبکه‌ها، در حالتی که ضریب جفت‌شدگی به درجه رئوس بهنجار نشده، زمان بیشتری برای رسیدن به حالت پایدار لازم است. تحت این دو مدل، شبکه‌های بی‌مقیاس و تصادفی با افزایش فرکانس ذاتی با توزیع دو قلّه‌ای از حالت همگامی دور می‌شوند؛ در صورتی که شبکه جهان کوچک ابتدا با افزایش این فرکانس به حالت همگامی نزدیک‌تر می‌شود و پس از آن نظم سیستم کاهش یافته، سپس شروع به نوسانات منظمی می‌کند.

واژه‌های کلیدی: همگام‌سازی، مدل کوراموتو، شبکه‌های پیچیده، شبکه جهان کوچک، شبکه تصادفی، شبکه بی‌مقیاس

۱. مقدمه

و به‌طور گسترده‌ای بر روی شبکه‌های پیچیده مورد مطالعه قرارگیرد. یکی از مدل‌های پیشنهاد شده، مدل کوراموتو است که در عین سادگی توصیف بسیار خوبی از همگامی را بیان می‌کند. در این مدل برای مجموعه‌ای از نوسانگرهایی با دامنه ثابت (نوسانگرهای فازی) برهمکنش بین آنها به‌صورت تابعی سینوسی از اختلاف فاز در نظر گرفته می‌شود [۳ و ۴]. گراف‌های شبکه‌های واقعی به انواع مختلف تقسیم می‌شود که هر کدام ویژگی‌های ساختاری متفاوتی دارند. این ویژگی‌ها منعکس‌کننده فرآیندهایی است که گراف به‌وسیله آن ساخته شده یا توسعه یافته است، که نقش مهمی در نحوه عملکرد شبکه دارند. با پیدایش نظریه گراف در سال ۱۷۶۳ مطالعه شبکه‌ها به‌عنوان یک ابزار مهم

دهه اخیر شاهد افزایش چشمگیری در علاقه محققان به بررسی موضوع همگامی بوده است. همگام‌سازی خودبه‌خودی در دسته وسیعی از سیستم‌ها از خاستگاه‌های گوناگون، از فیزیک و شیمی تا زیست‌شناسی و علوم اجتماعی، یافت می‌شود؛ مانند تابش گرم‌های شب تاب، سلول‌های ضربان‌ساز قلب، صدای جیرجیرک‌ها و پرواز پرندگان. این پدیده‌ها یک نوع رفتار دینامیکی دسته‌جمعی را شامل می‌شوند که ویژگی مشترک آنها آوردن یک نظم دینامیکی و همچنین یک آرایش ساختاری جدید است [۱ و ۲]. رفتار دینامیک جمعی، شبیه پدیده همگامی، می‌تواند توسط مجموعه‌ای از نوسانگرهای جفت شده غیرخطی شبیه‌سازی شده

استفاده می‌کنیم که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_{ij} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_r}^{\Delta t + t_r} \cos(\theta_i(t) - \theta_j(t)) dt, \quad (3)$$

که در آن t_r زمانی است که سیستم به حالت پایدار رسیده است. عنصر ماتریسی $1 \leq D_{ij} \leq -1$ معیاری از اختلاف فاز میان جفت نوسانگرهاست. در هنگام همگامی کامل میان دو نوسانگر i و j ماتریس همبستگی $D_{ij} = 1$ ، و در صورت داشتن اختلاف فاز π $(\theta_j - \theta_i = \pi)$ ، $D_{ij} = -1$ خواهد بود.

۳. شبکه‌های پیچیده

برای توصیف شبکه‌های پیچیده از گراف استفاده می‌کنیم. گراف از چند رأس و چند یال تشکیل شده است که رئوس گراف همان عناصر دینامیکی شبکه و یال نشانه وجود برهمکنش بین دو عنصر است. هر شبکه دو خاصیت مهم دارد: طول کوتاه‌ترین مسیر^۱ و ضریب خوشگی^۲. کمترین تعداد یالی که برای رسیدن از رأس i ام به رأس j ام باید طی کنیم را طول کوتاه‌ترین مسیر بین آن دو رأس می‌گویند. طول کوتاه‌ترین مسیر، سرعت انتقال پیام در شبکه را تعیین می‌کند. تعداد مثلث‌های ایجاد شده در شبکه را ضریب خوشگی شبکه می‌گویند که معیاری از تعداد دورهای به طول سه در شبکه است. برای شبکه‌های اجتماعی، وجود حلقه‌هایی به طول سه بیانگر این موضوع است که دوستان یک نفر با چه احتمالی، خود با هم دوست هستند [۵].

شبکه‌های پیچیده انواعی دارند که به عنوان مثال می‌توان از شبکه‌های بی‌مقیاس، منظم، تصادفیو جهان کوچک نام برد. شبکه بی‌مقیاس شبکه‌ای است که در آن احتمال اینکه هر رأس به رأس قبلی متصل شود یکسان نیست بلکه احتمال وصل شدن به رأس‌هایی با درجه رأس بالاتر بیشتر است (الگوریتم BA) [۵ و ۷]. در یک شبکه بی‌مقیاس هر دو رأسی که انتخاب شود، حتی در یک شبکه بسیار بزرگ، می‌توانند تنها از طریق

در برخی زمینه‌ها مانند علوم اجتماعی گسترش یافته تا جایی که در دو دهه گذشته شاهد به وجود آمدن یک شاخه جدید تحقیقاتی با نام «شبکه‌های پیچیده» بوده‌ایم [۵ و ۶].

در بسیاری از شبکه‌ها تمامی نوسانگرها فرکانس ذاتی یکسانی ندارند و شبکه از دسته‌هایی تشکیل شده که در هر دسته نوسانگرهایی با فرکانس یکسان داریم. در این مقاله ما به بررسی تأثیر توزیع دو قله‌ای فرکانس طبیعی روی همگامی در شبکه‌های بی‌مقیاس، تصادفی و جهان کوچک با استفاده از مدل کوراموتو می‌پردازیم.

۲. مدل کوراموتو روی شبکه پیچیده

در این بخش مدل کوراموتو را معرفی می‌کنیم. مدل کوراموتو دینامیک سیستم نوسانگرهای جفت شده را توصیف می‌کند. در فرمول‌بندی اصلی کوراموتو، تنها پارامتر دینامیکی که از معادله پیروی می‌کند فاز نوسانگرهاست [۵]:

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N a_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i) \quad (1)$$

که در آن θ_i فاز و ω_i فرکانس ذاتی نوسانگر i ام، K ضریب جفت‌شدگی نوسانگرها و N تعداد رئوس شبکه است که حضور آن تضمین‌کننده رفتار صحیح تابع در حد بی‌نهایت است. اگر دو رأس i و j به هم متصل باشند $a_{ij} = 1$ در غیر این صورت صفر است.

برای مشخص کردن حالت همگام در شبکه‌ها کوراموتو پارامتر نظم را به صورت زیر تعریف کرد:

$$r e^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j} \quad (2)$$

در این تعریف ψ میانگین فاز همه نوسانگرها و پارامتر نظم r در هر زمان معیاری از رفتار دسته‌جمعی نوسانگرها در شبکه است. اگر سیستم در حالت همگامی کامل باشد که در آن نوسانگرها با هم نوسان می‌کنند $r = 1$ و سامانه به صورت یک نوسانگر بزرگ به نظر می‌رسد. در حالت ناهمگام $r = 0$ است و هر نوسانگر بدون توجه به نوسان سایر اعضا نوسان می‌کند.

برای بررسی ساختار داخلی شبکه از ماتریس همبستگی

۱. The shortest path length

۲. Clustering coefficient

۵. نتایج شبیه‌سازی

مدل کوراموتوی ذکر شده در معادله (۱) برای شبکه کامل است که در آن تمامی رئوس به هم متصلند و درجه هر رأس در آن N است. در شبکه‌های بی‌مقیاس، تصادفی و جهان کوچک درجه رئوس بسیار کوچک‌تر از N است؛ بنابراین ما دو مدل زیر را در نظر می‌گیریم:

$$A: \frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + K \sum_{j=1}^N a_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i) \quad (5)$$

$$B: \frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \frac{K}{k_i} \sum_{j=1}^N a_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i) \quad (6)$$

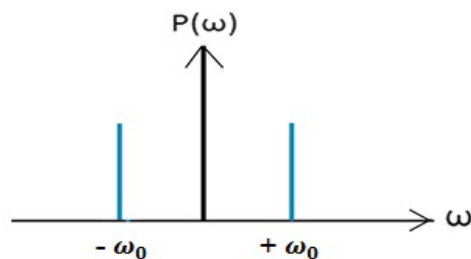
که در مدل اول از درجه رئوس در مقابل N صرف نظر می‌کنیم و در مدل دوم به جای N ، k_i را قرار می‌دهیم که درجه رأس نام، یعنی تعداد نوسانگرهایی که نوسانگر i ام با آنها برهمکنش دارد، است.

الگوریتم اوپلر برای انتگرال‌گیری عددی معادلات (۵) و (۶) روی شبکه‌های بی‌مقیاس، تصادفی و جهان کوچک روی ۱۰۰۰ نوسانگر و با گام زمانی $dt = 0.01$ استفاده شده است. برای استفاده از این الگوریتم فازهای اولیه نوسانگرها را به صورت تصادفی در بازه $[\pi, -\pi]$ انتخاب می‌کنیم. در این شبکه‌ها میانگین اتصالات هر رأس $\langle k \rangle = 10$ است. برای کاهش تعداد پارامترها K را یک در نظر می‌گیریم.

۶. شبکه بی‌مقیاس

برای ساختن این شبکه از روش باراباسی آلبرت^۱ استفاده می‌کنیم؛ ابتدا یک شبکه کامل با تعدادی رأس محدود را در نظر می‌گیریم که در آن تمام رئوس به هم متصلند. پس از آن رئوسی که به شبکه اولیه اضافه می‌شوند با احتمال بیشتر به رأس‌هایی متصل می‌شوند که درجه آنها بیشتر است [۷].

مدل کوراموتو روی این شبکه در صورت یکسان بودن فرکانس‌های طبیعی نوسانگرها به همگامی کامل را به دست می‌دهد و نتیجه مستقل از مقادیر اولیه فازهای نوسانگرهاست [۹] (شکل ۲.۱).



شکل ۱. نمودار توزیع دو قله‌ای.

چند رأس واسطه به رأس دیگری متصل شود. در این شبکه‌ها، مثلاً شبکه اینترنت، طول کوتاه‌ترین مسیر و همچنین ضریب خوشگلی کوچک هستند. در شبکه منظم تعداد همسایه‌های اول تمام رئوس یکسان است. در این شبکه ضریب خوشگلی و طول کوتاه‌ترین مسیر بزرگ هستند. اگر با احتمال $0 < P < 1$ یال‌های شبکه منظم را جابه‌جا کنیم شبکه‌های جدیدی به دست می‌آیند. اگر $P = 1$ باشد شبکه تصادفی (الگوریتم ER) به دست می‌آید، که تقریباً تمام رأس‌ها اتصالاتی برابر دارند، و اگر $0.05 < P < 0.1$ باشد شبکه جهان کوچک به دست می‌آید. ضریب خوشگلی و طول کوتاه‌ترین مسیر شبکه تصادفی کوچک است. در شبکه جهان کوچک ضریب خوشه‌گی بزرگ و طول کوتاه‌ترین مسیر در آن مقدار نسبتاً کمی است که داشتن همزمان این دو خاصیت این شبکه را از بقیه متمایز می‌کند [۵] و [۸]. بسیاری از سیستم‌ها از لحاظ ساختاری و ویژگی‌ها بسیار به این شبکه نزدیک هستند.

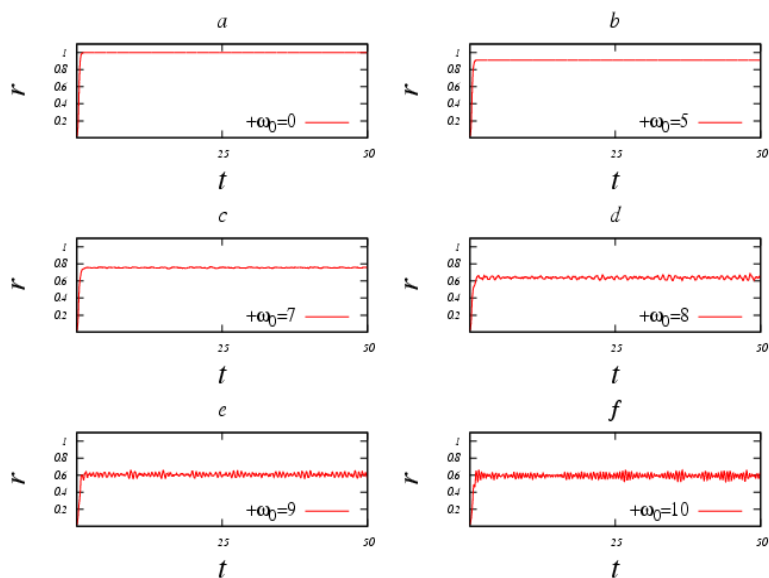
۴. توزیع دو قله‌ای

در توزیع دو قله‌ای از نوسانگرها دارای فرکانس طبیعی ω_0 و نیمه دیگر دارای فرکانس طبیعی $-\omega_0$ می‌باشند؛ به بیان دیگر تابع توزیع چگالی احتمال به صورت توزیع دو قله‌ای دلتای دیراک باشد (شکل ۱).

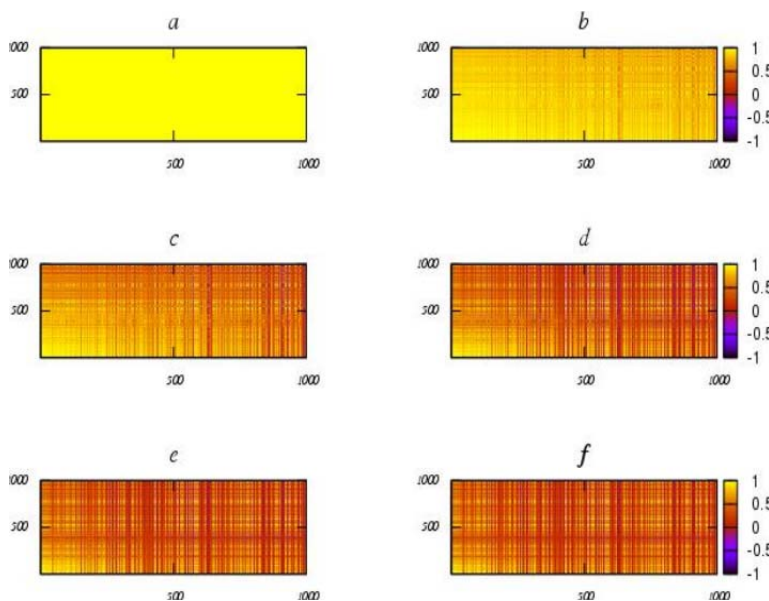
$$p(\omega) = \frac{1}{2} (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \quad (4)$$

به این منظور به طور تصادفی نیمه از نوسانگرها را انتخاب می‌کنیم و به آنها فرکانس طبیعی ω_0 را نسبت می‌دهیم و برای بقیه فرکانس طبیعی $-\omega_0$ را در نظر می‌گیریم.

۱. Barabási and Albert



شکل ۲. بستگی زمانی پارامتر نظم برای $+\omega_0$ مختلف برای شبکه بی مقیاس تحت مدل A. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 5$ ، $(c)\omega_0 = 7$ ، $(d)\omega_0 = 8$ ، $(e)\omega_0 = 9$ و $(f)\omega_0 = 10$ هستند.

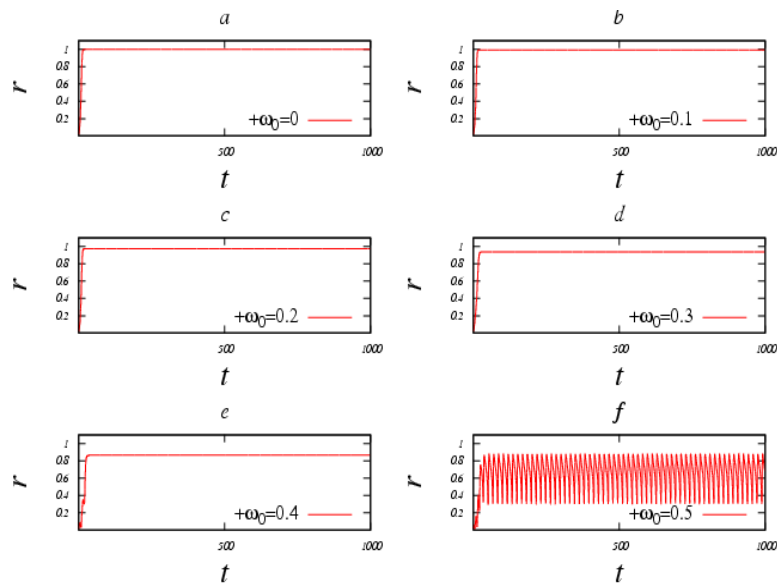


شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ماتریس همبستگی برای $+\omega_0$ مختلف برای شبکه بی مقیاس تحت مدل A. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 5$ ، $(c)\omega_0 = 7$ ، $(d)\omega_0 = 8$ ، $(e)\omega_0 = 9$ و $(f)\omega_0 = 10$ هستند.

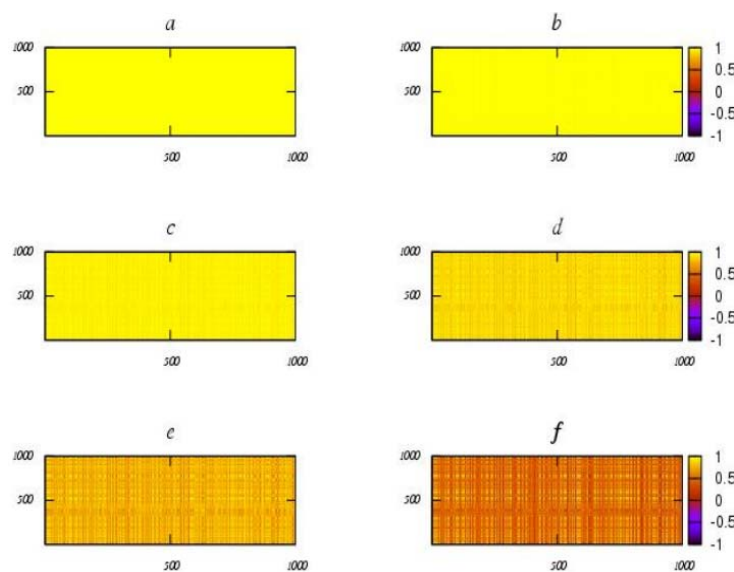
۱.۶ مدل A

مشاهده می کنید با افزایش $+\omega_0$ مقدار پارامتر نظم از مقدار یک کاهش می یابد و پس از آن شاهد نوساناتی در پارامتر نظم هستیم (شکل ۲). با توجه به ماتریس همبستگی این شبکه، با افزایش $+\omega_0$ میزان همگامی بین نوسانگرها کاهش می یابد.

شکل های ۲ و ۳ به ترتیب بستگی زمانی پارامتر نظم و ماتریس همبستگی شبکه بی مقیاس را تحت مدل ذکر شده در معادله (۵)، برای $+\omega_0$ های مختلف نشان می دهند. همان طور که



شکل ۴. بستگی زمانی پارامتر نظم برای $+\omega_0$ مختلف برای شبکه بی‌مقیاس تحت مدل A. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 0.1$ ، $(c)\omega_0 = 0.2$ ، $(d)\omega_0 = 0.3$ ، $(e)\omega_0 = 0.4$ و $(f)\omega_0 = 0.5$ هستند.

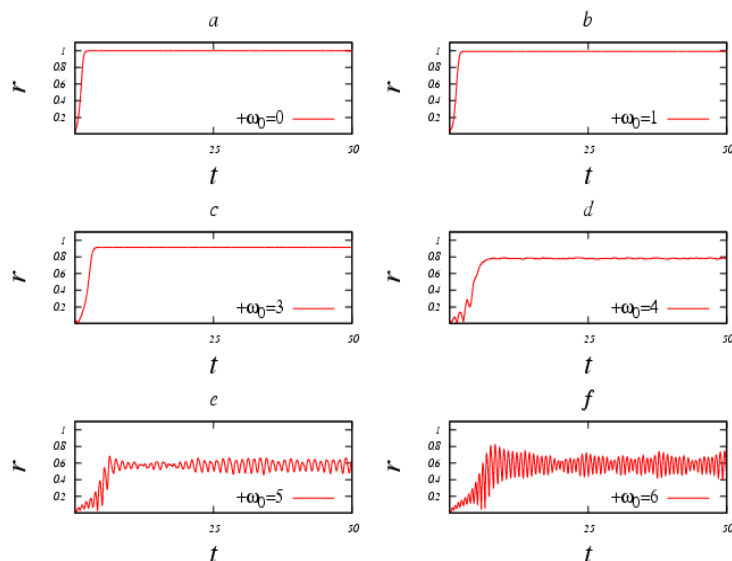


شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ماتریس همبستگی برای $+\omega_0$ مختلف برای شبکه بی‌مقیاس تحت مدل B. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 0.1$ ، $(c)\omega_0 = 0.2$ ، $(d)\omega_0 = 0.3$ ، $(e)\omega_0 = 0.4$ و $(f)\omega_0 = 0.5$ هستند.

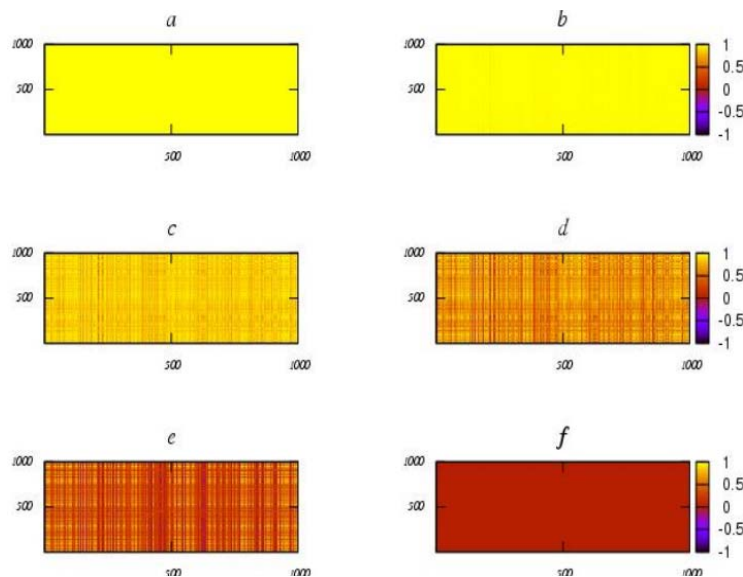
۲.۶ مدل B

سیستم به حالت پایدار لازم است؛ همچنین شبکه نسبت به تغییر $+\omega_0$ حساس تر است. با توجه به نمودارها، با افزایش $+\omega_0$ ، مقدار پارامتر نظم از مقدار یک کاهش می‌یابد و پس از آن شاهد نوساناتی منظم و با دامنه قابل توجهی هستیم (شکل ۴). با توجه به ماتریس همبستگی این شبکه، با افزایش $+\omega_0$ میزان

شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب بستگی زمانی پارامتر نظم و ماتریس همبستگی شبکه بی‌مقیاس را تحت مدل ذکر شده در معادله (۶)، برای $+\omega_0$ های مختلف نشان می‌دهند. با بهنجار کردن ضریب جفت‌شدگی K با درجه رئوس، زمان بیشتری برای رسیدن



شکل ۶. بستگی زمانی پارامتر نظم برای ω_0 مختلف برای شبکه تصادفی تحت مدل A. نمودارها به ترتیب مربوط به $\omega_0 = 0$ ، (a)، $\omega_0 = 1$ ، (b)، $\omega_0 = 3$ ، (c)، $\omega_0 = 4$ ، (d)، $\omega_0 = 5$ ، (e) و $\omega_0 = 6$ ، (f) هستند.



شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ماتریس همبستگی برای ω_0 مختلف برای شبکه تصادفی تحت مدل A. نمودارها به ترتیب مربوط به $\omega_0 = 0$ ، (a)، $\omega_0 = 1$ ، (b)، $\omega_0 = 3$ ، (c)، $\omega_0 = 4$ ، (d)، $\omega_0 = 5$ ، (e) و $\omega_0 = 6$ ، (f) هستند.

همفازی بین نوسانگرها کاهش می یابد.

کوراموتو روی این شبکه، همگامی کامل را به دست می دهد؛ مقدار نهایی پارامتر نظم که در این حالت برابر با یک می شود، مستقل از مقادیر اولیه فازهای نوسانگراست [۹ و ۱۰] (شکل ۶.a).

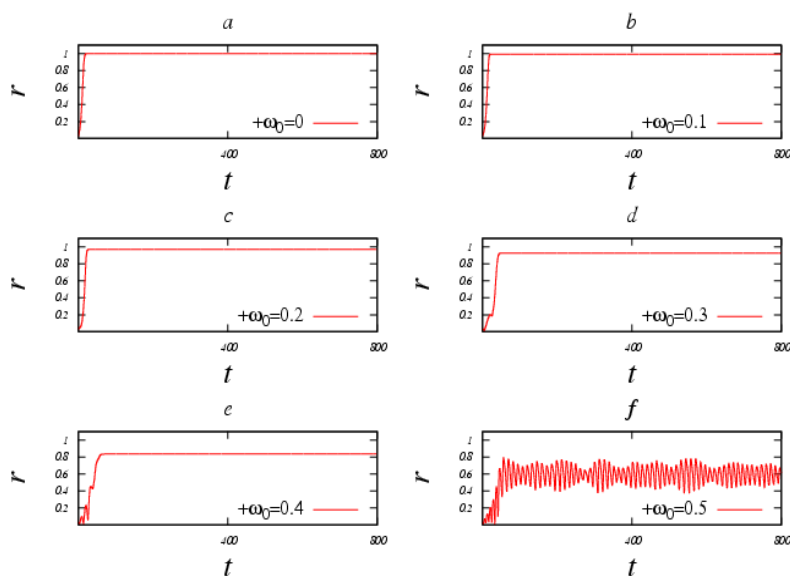
۷. شبکه تصادفی

برای ساختن این شبکه از الگوریتم اردوش رنی^۱ استفاده شده است. در صورت یکسان بودن فرکانس های طبیعی مدل

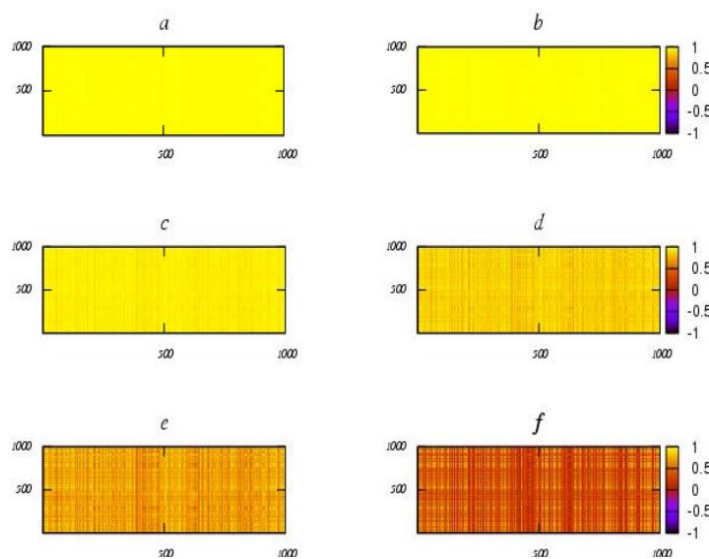
۷.۱. مدل A

شکل های ۶ و ۷ به ترتیب بستگی زمانی پارامتر نظم و

^۱Erdős and Rényi



شکل ۸. بستگی زمانی پارامتر نظم برای $+\omega_0$ مختلف برای شبکه تصادفی تحت مدل B. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 0.1$ ، $(c)\omega_0 = 0.2$ ، $(d)\omega_0 = 0.3$ ، $(e)\omega_0 = 0.4$ و $(f)\omega_0 = 0.5$ هستند.



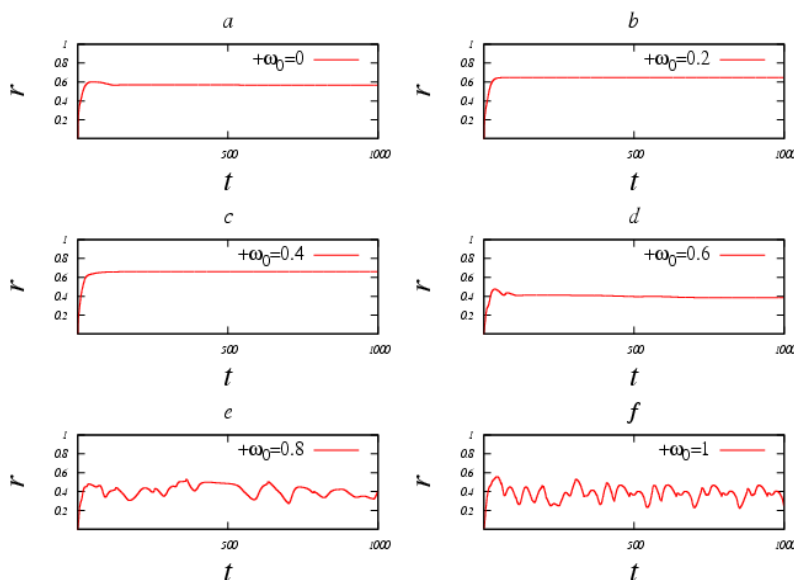
شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ماتریس همبستگی برای $+\omega_0$ مختلف برای شبکه تصادفی تحت مدل B. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 0.1$ ، $(c)\omega_0 = 0.2$ ، $(d)\omega_0 = 0.3$ ، $(e)\omega_0 = 0.4$ و $(f)\omega_0 = 0.5$ هستند.

ماتریس همبستگی این شبکه، با افزایش $+\omega_0$ میزان همفازی بین نوسانگرها کاهش می‌یابد.

۲.۷. مدل B

شکل‌های ۸ و ۹ به ترتیب بستگی زمانی پارامتر نظم و ماتریس

ماتریس همبستگی شبکه تصادفی را تحت مدل ذکر شده در معادله (۵)، برای $+\omega_0$ های مختلف نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌کنید مشابه با شبکه بی‌مقیاس با افزایش $+\omega_0$ مقدار پارامتر نظم از مقدار یک کاهش می‌یابد و پس از آن شاهد نوساناتی در پارامتر نظم هستیم (شکل ۶). با توجه به



شکل ۱۰. بستگی زمانی پارامتر نظم برای ω_0 مختلف برای شبکه جهان کوچک تحت مدل A. نمودارها به ترتیب مربوط به $\omega_0 = 0$ (a)، $\omega_0 = 0.2$ (b)، $\omega_0 = 0.4$ (c)، $\omega_0 = 0.6$ (d)، $\omega_0 = 0.8$ (e) و $\omega_0 = 1$ (f) هستند.

$0.05 < P_{sw} < 0.1$ باشد که در این مقاله $P_{sw} = 0.03$ انتخاب شده است.

بر خلاف شبکه‌های بی‌مقیاس و تصادفی، مقدار نهایی پارامتر نظم این شبکه به مقادیر فازهای اولیه نوسانگرها بستگی دارد و مقداری بین ۰ و ۱ می‌تواند داشته باشد. همچنین تعدادی از رأس‌ها در فاز مخالف بقیه نوسانگرها نوسان می‌کنند که اصطلاحاً به آنها نقوص شبکه می‌گویند؛ در ماتریس همبستگی این نقوص با رنگی متفاوت از بقیه رأس‌ها مشاهده می‌شوند [۱۰].

۸.۱ مدل A

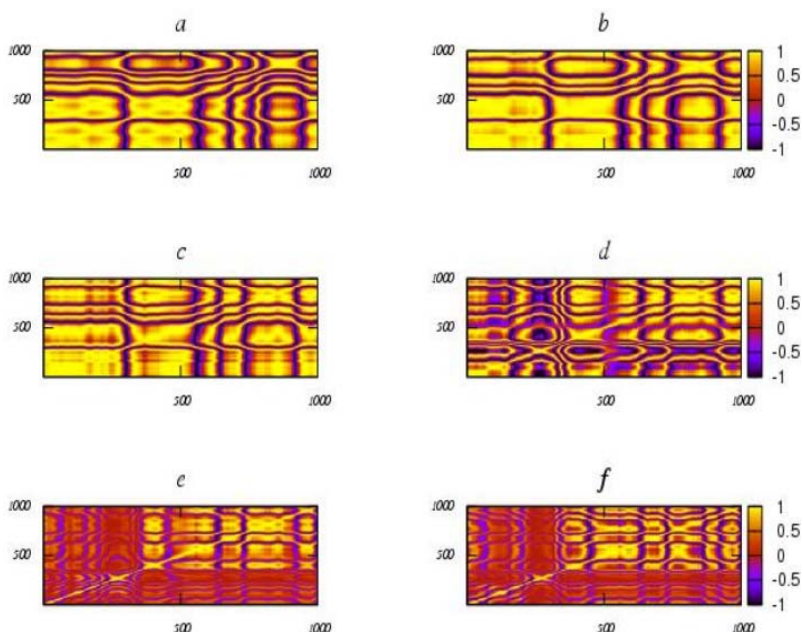
شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب بستگی زمانی پارامتر نظم و ماتریس همبستگی شبکه جهان کوچک را تحت مدل ذکر شده در معادله (۵)، برای ω_0 های مختلف نشان می‌دهند. با توجه به نمودارها، مقدار پارامتر نظم با افزایش ω_0 ، برخلاف شبکه‌های بی‌مقیاس و تصادفی، ابتدا افزایش می‌یابد و پس از آن دوباره کاهش می‌یابد و بعد شروع به نوسان منظم می‌کند. اگر باز هم ω_0 افزایش دهیم مقدار پارامتر نظم کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد؛ در واقع اختلاف فرکانس

همبستگی شبکه تصادفی را تحت مدل ذکر شده در معادله (۶)، برای ω_0 های مختلف نشان می‌دهند. با بهنجار کردن ضریب جفت‌شدگی K با درجه رئوس، زمان بیشتری برای رسیدن سیستم به حالت پایدار لازم است؛ همچنین شبکه نسبت به تغییر ω_0 حساس‌تر است. با توجه به نمودارها، با افزایش ω_0 ، مقدار پارامتر نظم از مقدار یک کاهش می‌یابد و پس از آن نوساناتی با دامنه قابل توجه دیده می‌شود (شکل ۸). با توجه به ماتریس همبستگی این شبکه، با افزایش ω_0 میزان هم‌فازی بین نوسانگرها کاهش می‌یابد.

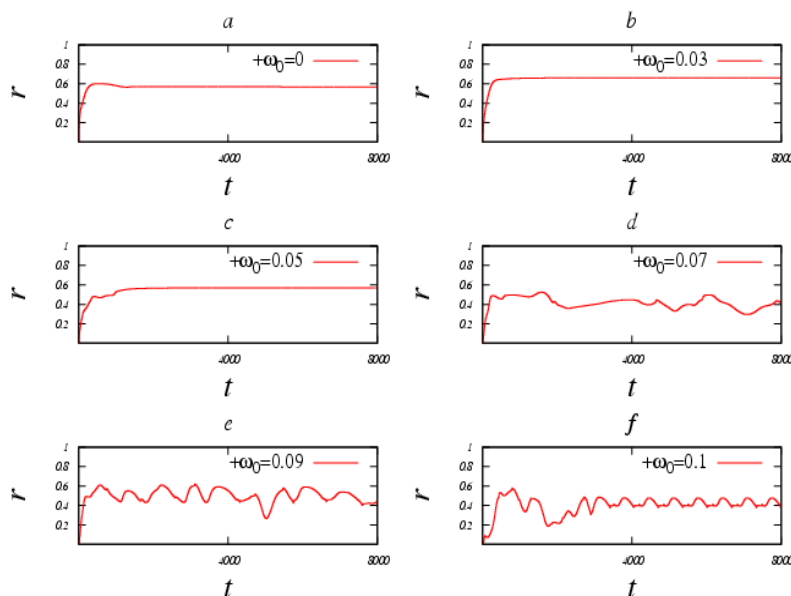
۸. شبکه جهان کوچک

برای ساختن این شبکه از الگوریتم واتس اشتروگاتس^۱ استفاده می‌کنیم. به این منظور ابتدا یک شبکه منظم می‌سازیم و پس از آن یال‌ها را با احتمال P_{sw} باز آرایشی می‌شوند. برای اینکه شبکه حاصل دو خاصیت طول کوتاه‌ترین مسیر کوچک و ضریب خوشگلی بالا را داشته باشد باید

^۱ Watts and Strogatz



شکل ۱۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ماتریس همبستگی برای ω_0 مختلف برای شبکه جهان کوچک تحت مدل A. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 0.02$ ، $(c)\omega_0 = 0.04$ ، $(d)\omega_0 = 0.06$ ، $(e)\omega_0 = 0.08$ و $(f)\omega_0 = 0.10$ هستند.

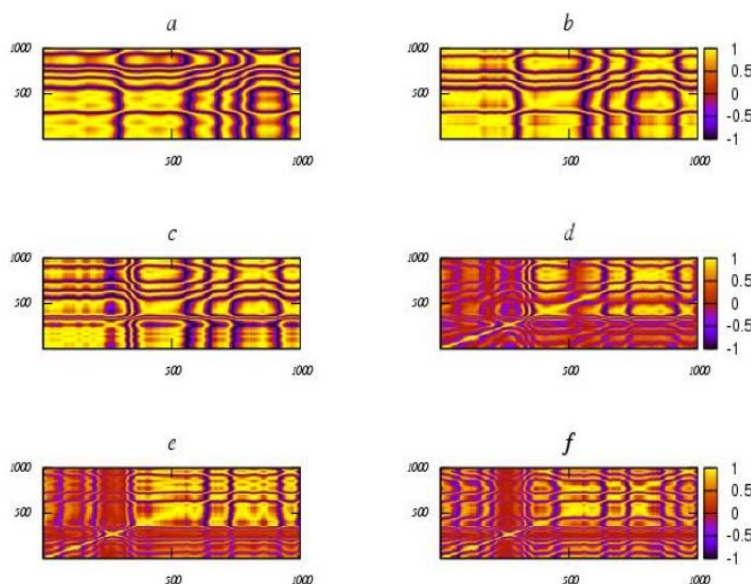


شکل ۱۲. بستگی زمانی پارامتر نظم برای ω_0 مختلف برای شبکه جهان کوچک تحت مدل B. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 0.03$ ، $(c)\omega_0 = 0.05$ ، $(d)\omega_0 = 0.07$ ، $(e)\omega_0 = 0.09$ و $(f)\omega_0 = 0.1$ هستند.

۲.۸ مدل B

شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب بستگی زمانی پارامتر نظم و ماتریس همبستگی شبکه جهان کوچک را تحت مدل ذکر شده

نوسانگرها به اندازه‌ای شده که سیستم نمی‌تواند همگام شود. با تغییر ω_0 تعداد و جای بعضی از نقوص شبکه تغییر می‌کند.



شکل ۱۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ماتریس همبستگی برای ω_0 مختلف برای شبکه جهان کوچک تحت مدل B. نمودارها به ترتیب مربوط به $(a)\omega_0 = 0$ ، $(b)\omega_0 = 0.03$ ، $(c)\omega_0 = 0.05$ ، $(d)\omega_0 = 0.07$ ، $(e)\omega_0 = 0.09$ و $(f)\omega_0 = 0.1$ هستند.

درجه رئوس قرار می‌دهیم و در دیگری ضریب جفت‌دگی بین نوسانگرها را به درجه رئوس بهنجار کردیم.

در مدلی که ضریب جفت‌دگی به درجه رأس بهنجار شود، زمان بیشتری برای رسیدن به حالت پایداری لازم است و همچنین شبکه به تغییر فرکانس حساس‌تر است.

با افزایش فرکانس ذاتی در توزیع دو قله‌ای، پارامتر نظم شبکه بی‌مقیاس و تصادفی از مقدار یک کاهش یافته و پس از آن نوسانات نامنظم با دامنه کوچکی می‌کنند. بر خلاف دو شبکه بی‌مقیاس و تصادفی، در شبکه جهان کوچک با افزایش فرکانس ذاتی در توزیع دو قله‌ای، ابتدا مقدار پارامتر نظم افزایش یافته، سیستم به حالت همگام نزدیک‌تر می‌شود و نقوص شبکه کاهش می‌یابد؛ پس از آن با افزایش فرکانس، پارامتر نظم کاهش می‌یابد و بعد شروع به نوسانات منظم با دامنه قابل ملاحظه‌ای می‌کند.

در معادله (۶)، برای ω_0 های مختلف نشان می‌دهند. با بهنجار کردن ضریب جفت‌شدگی K با درجه رئوس، زمان بیشتری برای رسیدن سیستم به حالت پایدار لازم است؛ همچنین شبکه نسبت به تغییر ω_0 حساس‌تر است. رفتار این شبکه تحت مدل B با افزایش ω_0 مشابه با مدل A است و با افزایش فرکانس طبیعی ابتدا مقدار پارامتر نظم افزایش، پس از آن کاهش و بعد شروع به نوسان می‌کند. همچنین مکان و تعداد نقوص شبکه با افزایش ω_0 تغییر می‌کند.

۹. نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثر توزیع دو قله‌ای فرکانس‌های ذاتی نوسانگرها روی شبکه‌های بی‌مقیاس، تصادفی و جهان کوچک پرداختیم. همچنین، برای مدل کوراموتو دو مدل را در نظر گرفتیم که در یکی از ضریب جفت‌دگی را مستقل از

مراجع

1. S C Manrubia, A S Mikhailov, and D H Zanette, "Emergence of Dynamical Order: Synchronization Phenomena in Complex System", World Scientific, Singapore (2004).
 2. A Balanov, N Jason, D Postnov, and O Sosnovseva,
- "Synchronization: From Simple to Complex, Springer", Verlag Berlin Heidelberg (2009).
3. J A Acebrón, L L Bonilla, C J P Vicente, F Ritort, and R Spigler, *Reviews of Modern Physics* **77** (2005) 137.

7. G Szabó and GFáth, *Physics Reports* **446** (2007) 97.
8. R Cohen and S Havlin, "*Complex Networks*", Cambridge University Press, New York (2010).
9. H Khoshbakht, F Shahbazi, and K Aghababaei Samani, *J. Stat. Mech.* (2008) P 10020.
10. R Kouhi, F Shahbazi, and K Aghababaei Samani, *Physical Review E* **86** (2012) 036204.
4. G Cooray "*The Kuramoto Model*", U.U.D.M. Project Report 2008:23, Uppsala University (2008).
5. S Boccaletti, V Latora, Y Moreno, M Chavez, and D U Hawang, *Physics Reports* **424** (2006) 175.
6. W C Wu, "*Synchronization in Complex Networks of Nonlinear Dynamical Systems*", World Scientific, Singapore (2007).