

بررسی اثرات بارگذاری باریکه در تیوب شتابدهی موج رونده امپدانس ثابت

امیدرضا کاووسی^۱، سید ظفرالله کلاتری^۱، شاهین صنایع حجری^۲ و فرشاد قاسمی^۲

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان ۸۴۱۵۶۸۳۱۱

۲. پژوهشکده فیزیک و شتابگرها، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران

پست الکترونیکی: r.kavusiomid@ph.iut.ac.ir

چکیده:

در یک ساختار شتابدهی توان بالا عامل جربان یک پارامتر محدود کننده است و بهره انرژی ذرات را تحت تاثیر قرار می‌دهد. باریکه قابلیت تحریک مدهای شتابدهی و مدهای مراتب بالا را دارد. اثرات باریکه در برآنگیختن مدهای شتابدهی تحت عنوان بارگذاری باریکه شناخته می‌شود. در این مقاله اثر بارگذاری باریکه برای یک تیوب شتابدهی موج رونده امپدانس ثابت در باند S توسط نرم افزار CST شبیه سازی شده و نتایج حاصل از آن با رابطه نظری به دست آمده از پایستگی انرژی مقایسه شده است. هدف اصلی این مقاله صحبت‌سنگی رابطه نظری و بررسی میزان اثرات بارگذاری باریکه در ساختارهای شتابدهی امپدانس ثابت می‌باشد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد تطابق مناسبی بین شبیه‌سازی و رابطه نظری وجود دارد. از طرف دیگر می‌توان ادعا نمود که میزان اثرات بارگذاری باریکه با تغییر طراحی رادیوفرکانسی غیرقابل جبراً است. نتایج این بررسی جهت طراحی شتابدهنده‌ای پرتوان با انرژی 30 MeV و توان متوسط 30 kW در باند S استفاده خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: بهره انرژی، مدهای شتابدهی، بارگذاری باریکه، تیوب شتابدهی موج رونده، باند S

استفاده قرار می‌گیرند، در حالی که در انرژی‌های بالا به عنوان

۱. مقدمه

برخوردهنده‌ذرات به کار گرفته می‌شوند. برخوردهنده‌های ذرات سهم اندکی (حدود ۱ درصد) از تعداد کل شتابدهنده‌های موجود در دنیا را دارند. این شتابدهنده‌ها می‌توانند ذرات را تا چندین تراکترون ولت انرژی دهند [۱]. شتابدهنده خطی الکترون از قسمت‌های مختلفی تشکیل شده است که عبارتند از: (۱) مدولاتور (۲) کلایسترون (۳) تفنگ الکترونی (۴) پیش خوش ساز (۵) خوش ساز (۶) تیوب شتابدهی. تیوب شتابدهی در این ساختار حیاتی‌ترین قسمت می‌باشد. جایی که در آن ذرات خوش شده بر روی قله موج قرار گرفته و بر انرژی‌شان افزوده می‌شود. بخشی از مطالعات در این حوزه معطوف به اثرات جریان بالای باریکه در شتابدهنده‌های توان بالا می‌باشد. در شتابدهنده‌های توان بالا بخش قابل توجهی از توان

با توجه به مسیر ذرات در طول فرآیند شتابدهی، همه شتابدهنده‌ها را می‌توان به دو بخش اصلی حلقوی و خطی (لينک ۱) تقسيم‌بندی کرد. از مهم‌ترین ویژگی‌های شتابدهنده‌های خطی توسعه پذیری آن است. به این معنا که در انرژی‌های نسبیتی با تکرار ساختارهای شتابدهی – به میزان دلخواه – می‌توان به انرژی‌های بالاتر رسید. ذرات در شتابدهنده‌های خطی مسیر منبع تا هدف را فقط یک بار طی می‌کنند. معمولاً شتابدهنده‌های خطی در محدوده فرکانسی ۱۰۰ مگاهرتز تا چندین گیگاهرتز کار می‌کنند. شتابدهنده‌های خطی در انرژی‌های پایین‌تر به عنوان تزریق‌گر برای سنکروtron‌ها و نیز در کاربردهای صنعتی و پزشکی مورد

خطی موج رونده منجر به تغییر (کاهش) بهره انژی ذرات خوششده عبوری از ساختار می‌شود [۳]. هدف این مقاله بررسی اثرات بارگذاری باریکه در ساختار موج رونده امپدانس ثابت با مد ساختاری $\frac{\pi}{2}$ می‌باشد. به این منظور ابتدا نحوه طراحی ساختار موج رونده مورد بررسی قرار گرفته است. طراحی الکترومغناطیسی با استفاده از کدهای سوپر فیش^۷ [۴] و سی اس تی^۸ [۵] انجام شده است. تجزیه و تحلیل الکترومغناطیسی ساختار شتابدهنده به همراه کوپلهای توان ورودی و خروجی به منظور بررسی پیش روی فاز در هر سلول انجام شده است. در گام بعدی به صورت نظری و شبیه‌سازی به بررسی برهم‌کنش باریکه و کاوک و مقایسه آن‌ها پرداخته شده است.

۲. طراحی رادیوفرکانسی ساختار شتابدهنده

۲.۱. ساختار بارگذاری شده با دیسک (DLS)

برای انتقال انژی پیوسته به یک ذره باردار در حال حرکت توسط موج الکترومغناطیسی، دو شرط زیر باید برقرار باشد: (۱) موج باید مولفه میدان الکتریکی در امتداد جهت حرکت ذرات داشته باشد و (۲) جهت حفظ هم‌زمانی، ذره و موج باید سرعت یکسان داشته باشند [۶]. راه حل شناخته شده برای دستیابی به این دو شرط استفاده از موجبرهایی است که در آن دیسک‌هایی به صورت تناوبی مطابق شکل ۱ تعییه شده‌اند. ساختار تناوبی خاصیتی دارد که مدهای آن از بسط فوریه از امواج تشکیل شده است که بعضی از آنها برای شتاب ذره همگام^۹ مناسب هستند.

انتشار امواج در ساختارهای تناوبی را قضیه فلوکه بیان می‌کند. طبق قضیه فلوکه برای یک مدل انتشاری در ساختار تناوبی، میدان با پیش روی فاز ثابت سلول به سلول تغییر می‌کند.

رادیوفرکانسی به باریکه منتقل می‌شود. جریان بالای باریکه، در یک برخورده‌نده‌ی ذرات لازمه دستیابی به درخشنندگی^۱ مورد نظر است و در یک چشمۀ نور^۲ منجر به افزایش شدت و نیز همدوسی نور تابشی خواهد شد. در کاربردهای پرتودهی، جریان بالا با افزایش آهنگ دز، مدت زمان فرآیند پرتودهی را کاهش می‌دهد. همچنین در تولید نوترون و رادیوایزوتوپ‌ها آهنگ تولید متناسب با جریان باریکه الکترونی است. علاوه بر این، جریان باریکه از پارامترهای تعیین‌کننده در طراحی شتابدهنده می‌باشد. در جریان‌های پایین تنها میدان‌های کاوک است که برروی باریکه اثر می‌گذارد. در جریان‌های بالا اما عملاً با برهم‌کنش متناظر باریکه و کاوک مواجه خواهیم بود. با افزایش جریان، خود باریکه نیز در نقش مولد ظاهر شده و می‌تواند مدهای مختلف کاوک را برانگیخته کند. میدان‌های الکترومغناطیسی این مدهای ناخواسته به نوبه خود بر روی باریکه اثر نامطلوب دارند. به لحاظ فیزیکی بارها و جریان‌های تصویری القا شده توسط باریکه بر روی دیواره‌ی کاوک مسئول برانگیخته شدن مدهای آن هستند. اثر باریکه در برانگیختن مدهای شتابدهنده (مدهای دارای میدان الکتریکی محوری) تحت عنوان بارگذاری باریکه شناخته می‌شود [۲]. اثر بارگذاری باریکه یکی از مشکلات اصلی محدود کننده جریان باریکه است. بارگذاری باریکه در صورت عدم جبران^۳ میزان افزایش انژی باریکه در عبور از کاوک و نیز توزیع انژی آن را تحت تاثیر قرار خواهد داد. برانگیخته شدن مدهای غیر شتابدهنده توسط باریکه‌های نسبیتی، تحت عنوان میدان‌های دنباله‌ای^۴ شناخته می‌شوند. در حالت کلی میدان‌های دنباله‌ای به واسطه‌ی تغییر هندسه در دیواره محفظه‌ی خلاء تولید می‌شوند. از جمله اثرات آن می‌توان به اتلاف توان در برانگیختن مدهای مرتبه بالاتر^۵ و ناپایداری‌های فروپاشی باریکه^۶ ناشی از رشد گسیلنندگی اشاره نمود. بارگذاری باریکه در شتاب دهنده‌های

¹ Luminosity

² Light source

³ Beam loading compensation

⁴ wakefields

⁵ Higher-order-mode power losses

⁶ Beam-breakup instability

⁷ SUPERFISH

⁸ CST-MWS

⁹ synchron

جدول ۱. مقیاس گذاری فرکانس [۷]

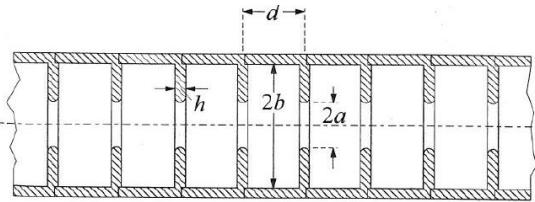
وابستگی فرکانسی	پارامترها
f^{-1}	شعاع کاواک
$f^{-1/2}$	ضریب کیفیت
f^{-2}	انرژی ذخیره شده
$f^{1/2}$	شانت امپدانس
f^1	R/Q
$f^{1/2}$	مقاومت سطحی
$f^{-1/2}$	توان اضافی در یک متر
f^2	اثرات طولی میدان دنباله‌ای
f^3	اثرات عرضی میدان دنباله‌ای

جدول ۲. نتایج بدست آمده از کد سوپرفیش

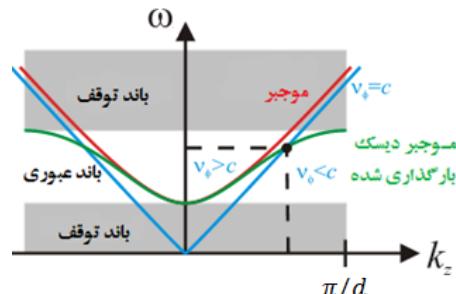
پارامترها	تیوب شتابدهی
(mm) شعاع سلول	۳۹/۲۵۲
(mm) طول سلول	۲۵
(mm) شعاع روزنه	۱۰
(mm) ضخامت دیسک	۵
(MHz) فرکانس	۲۹۹۸/۳۳
(m/s) سرعت فاز	3×10^8
ضریب کیفیت	۱۰۹۰۸
($\frac{M\Omega}{m}$) شانت امپدانس	۳۷/۹۶
فاکتور گذر زمان	۰/۸۵

۲. پارامترهای مهم طراحی

پارامترهای ساختاری باید به نحوی انتخاب شوند که فرآیند شتابدهی با بازدهی بالای انقال توان همراه باشد و مطلوب است توان از دست رفته به دیواره ها و بار خارجی را به حداقل رساند. اولین و مهم‌ترین پارامتر طراحی، فرکانس است. فرکانس تشديد بيشتر تحت تاثير شعاع سلول ها b می‌باشد. فرکانس بر روی پارامترهای مختلف ساختار طبق جدول ۱ تاثيرگذار است. با توجه به جدول ۱ ملاحظه می‌شود که در فرکانس‌های بالاتر مباحثت مربوط به میدان‌های دنباله‌ای چالش برانگيز خواهد بود. در فرکانس های بالا به دليل روزنه‌های کوچکتر، تحمل قرارگيري باريکه را باید مدنظر قرار داد. امپدانس موازي و ضريبيت كييفيت با تغيير جنس ساختار تغيير می‌كنند، از اين رو انتخاب جنس مناسب يك ديجر از



شکل ۱. ساختار بارگذاري شده با ديسک



شکل ۲. نمودار پاشندگی ساختار دیسک بارگذاري شده

این قضيه اساس مطالعه انتشار موج در ساختارهای تناوبی می‌باشد. میدان الکتروني طولی را می‌توان به صورت

$$E_z(r, z) = E_d(r, z) e^{\pm j k_0 z} \quad (1)$$

نوشت. که در آن E_d یکتابع تناوبی و k_0 عدد موج می‌باشد. برای یک کاواک منفرد مانند کاواک استوانه‌ای تعداد بی‌نهایت حالات تشديد وجود دارد که مدهای کاواک نامیده می‌شود. این مدها به عنوان مدهایی که دارای میدان الکتروني عرضی (TE_{mnp}) و میدان مغناطيسي عرضی (TM_{mnp}) هستند، نامگذاري شده‌اند. برای آرایه‌ای از کاواک‌های به يكديگر جفت شده، هر يك از مدهایی که برای کاواک منفرد داشتيم خانواده مدهای خود را ايجاد می‌کند. اصطلاحا به اين مدها، مدهای ساختاري اطلاق می‌شود [۲]. هر يك از اين خانواده‌ها در يك باند فرکانسي مشخص به نام باند عبور قرار دارند، که در نزديكی فرکانس تشديد مد کاواک جفت‌نشده قرار دارد. برای يك آرایه تناوبی، پاسخهای موج (موج‌هایی که قابلیت انتشار دارند) به شکل نمودار بريلوین یا پاشندگی بيان می‌شود. محل تقاطع دو نمودار بريلوین یا پاشندگی بهينه (نقطه‌اي که سرعت فاز آن نزديك به سرعت نور می‌باشد) برای طراحی يك شتابدهنده الکتروني می‌باشد. با تعين نمودار پاشندگی می‌توان اطلاعات مفيدی (پيشروي فاز، سرعت فاز، سرعت گروه) از ساختار بارگذاري شده با ديسک به دست آورد.

در حال حرکت 90° در هر سلول تغییر می‌کند. هندسه یک تیوب شتابده‌ی 4 سلولی بارگذاری شده با دیسک در شکل 3 نشان داده شده است. از این ترکیب برای محاسبه فرکانس تشدید و سایر پارامترهای RF استفاده می‌شود. برای یافتن مقدار بهینه این پارامترها از کد الکترومغناطیسی دو بعدی سوپرفیش استفاده شده است. برای مد $\frac{\pi}{2}$ ، طول سلول d از رابطه $\frac{7\pi}{4c}$ محاسبه می‌شود. در این رابطه v و c به ترتیب سرعت ذره همگام و سرعت نور می‌باشد.

از پس پردازشگر SFO در سوپرفیش برای محاسبه پارامترهای شتابدهنده مانند ضریب کیفیت، امپدانس موازی، فاکتور گذر زمان و غیره استفاده می‌شود. سوپرفیش محاسبات را برای ساختارهای موج‌ایستاده انجام می‌دهد و این مقادیر سپس به حالت موج‌رونده تبدیل می‌شوند. نتایج بدست آمده از شبیه‌سازهای سوپرفیش در جدول 2 گزارش شده‌اند.

یکی دیگر از پس پردازشگرهای سوپرفیش برنامه SF7 می‌باشد که برای درون‌یابی میدان‌ها بر روی خطوط و منحنی‌ها مورد استفاده کاربر قرار می‌گیرد. با اجرای این برنامه میدان الکتریکی هندسه چهارسلولی بر حسب E_r و E_z بصورت شکل 5 به دست می‌آید. باید دقت نمود که میدان محاسبه شده نمایش میدان موج‌ایستاده می‌باشد و باید به شکل موج‌رونده تبدیل شود.

همان طور که در بخش 2 توضیح داده شد نمودار پاشندگی اطلاعات مهمی در اختیار ما می‌گذارد. یکی از خروجی‌های نمودار پاشندگی سرعت گروه می‌باشد. سرعت گروه برای یک مد شتابده‌ی از شبیه نمودار پاشندگی در فرکانس موردنظر به دست می‌آید. نمودار نشان می‌دهد که سرعت گروه همواره کوچکتر از سرعت نور می‌باشد و در دو نقطه نیز دارای سرعت گروه صفر (مدهای 0 و π) می‌باشد. برای رسم نمودار پاشندگی ابتدا باید فرکانس رزونانس مدهای شتابده‌ی مختلف را استخراج کنیم.

پارامترهای طراحی محسوب می‌شود. از طرف دیگر صافی سطح و شکل هندسه در تعیین امپدانس موازی و ضریب کیفیت اثرگذار هستند. پارامتر مهم دیگر انتخاب سرعت گروه v مناسب است که با انتخاب شعاع روزنه قابل کنترل است. سرعت گروه زمان پرشدن ۱ کاواک را تعیین می‌کند به همین دلیل طول پالس RF حداقل مقدار سرعت گروه را تعیین می‌کند. ضخامت دیسک h باید به گونه‌ای باشد که مقاومت مکانیکی مناسب و تحمل خوب برای تخلیه الکتریکی داشته باشد. بعد از آنکه شعاع سلول‌ها و شعاع روزنه به ازای فرکانس، سرعت گروه و دامنه میدان الکتریکی مورد نظر تعیین شدند، سرعت فاز تنها تحت تاثیر طول ملول‌ها L خواهد بود. آخرین پارامتر مهم S (ماتریس پراکنده‌گی) است که نشان دهنده ضرایب بازتاب و عبور یک جفت‌کننده است. در طراحی جفت‌کننده‌ها باید تا حد امکان از لبه‌های تیز استفاده نشود که تخلیه در توان بالا صورت نگیرد. همچنین ابعاد شیار باید به اندازه‌ای باشد که بتواند شرایط تطبیق را فراهم کند.

۲.۳. روش طراحی

امروزه طراحی RF شتابدهنده‌های خطی با کدهای طراحی الکترومغناطیسی عددی انجام می‌شود. در ساختارهای طویل به دلیل حجم بالای محاسبات بخشنده از ساختار (با تعیین شرایط مرزی مناسب) که تخمین درستی از رفتار کلی سیستم را به ما می‌دهد مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۲.۳.۱. طراحی ساختار با کد سوپرفیش

فرکانس تشدید ساختار با توجه به فرکانس کاری لامپ‌های کلایسترون تجاری باند فرکانسی 2998 مگاهرتز در نظر گرفته شده است. با استفاده از فرکانس تشدید می‌توان یک تخمین اولیه‌ای از شعاع سلول‌های ساختار طبق رابطه $b = \frac{2405\lambda}{2\pi}$ به دست آورد. در این رابطه λ طول موج می‌باشد. یک ساختار موج‌رونده امپدانس ثابت با مدد ساختاری $\frac{\pi}{2}$ برای طراحی انتخاب شده است. اگرچه مدد شتابده‌ی $\frac{\pi}{3}$ دارای امپدانس موازی بالاتری می‌باشد ولی مدد $\frac{\pi}{2}$ نسبت به خطاهای هندسی حساسیت کمتری دارد [۲]. در این مدد، فاز موج الکترومغناطیسی

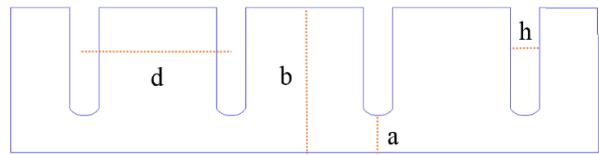
^۱ filling time

۲.۳.۲. طراحی ساختار در نرم افزار سی اس تی

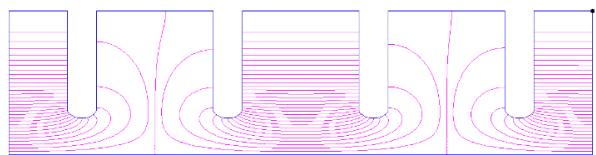
در بخش قبل، در مورد طراحی الکترومغناطیسی دو بعدی تیوب شتابده‌ی بحث کردیم. اجزای مهم ساختار شتاب دهی، جفت کننده‌های ۲ ورودی و خروجی هستند. در اینجا اولین سلول تیوب به عنوان سلول جفت‌کننده ورودی و آخرین سلول به عنوان سلول جفت‌کننده خروجی استفاده می‌شود. جفت‌شدگی با ایجاد یک شیار در سلول ابتدایی و انتهایی انجام می‌شود. شرایط مرزی در سلول‌های جفت‌کننده با سلول مجاور متفاوت است و بنابراین قطر داخلی سلول‌های جفت‌کننده کمی تغییر می‌کند. انتخاب پارامترهای هندسی مناسب برای سلول‌های جفت‌کننده به منظور به حداقل رساندن میزان توان بازگشته اجتناب ناپذیر است. طرح‌واره سلول جفت‌کننده در شکل ۷ قابل مشاهده است. روزنه‌ای مستطیلی با ابعاد $20 \times 20 \text{ mm}^2$ برای جفت‌شدگی توان ایجاد شده است و قطر سلول ۲۶/۶ جفت‌کننده و ارتفاع شیار به ترتیب ۷۷.۱۲ میلی متر و ۲.۴۴ میلی متر می‌باشد. در سلول ورودی، توان RF از کلایسترون با استفاده از یک موجبر مخروطی منطبق با موجبر استاندارد WR۲۸۴ به داخل تیوب تغذیه می‌شود.

پارامترهای تاثیرگذار در جفت‌شدگی مناسب شعاع سلول، طول شیار و ارتفاع شیار می‌باشد. مدهای ساختاری $\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ داخل ساختاری با تعداد ۵ سلول تحریک می‌شوند. اگر ابعاد موثر در جفت‌شدگی به درستی انتخاب شوند نمودار S_{11} دارای ۵ حالت رزونانس خواهد بود. تحلیل الکترومغناطیسی سه بعدی تیوب موج‌روند ۵ سلولی با جفت‌کننده‌های ورودی و خروجی با استفاده از کد شبیه‌سازی سی اس تی انجام شده است. شکل ۸ هندسه این ساختار را نشان می‌دهد.

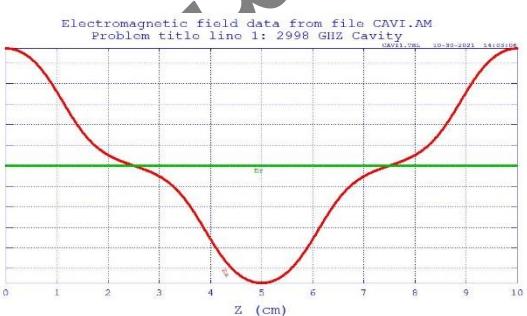
جنس تیوب شتابده‌ی از مس با رسانندگی $MS/m = 58$ است. از طریق نمودار S_{11} می‌توان باند عبور را مشاهده کرد که در آن تمام فرکانس‌ها از طریق ساختار موج‌رونده منتقل می‌شوند. این برخلاف ساختار موج‌ایستاده است که در فرکانس‌های گستته رزونانس حاصل می‌شود. همانطور که در نمودار S_{11} قابل مشاهده است، باند عبور $3019 - 2975$ مگاهرتز است.



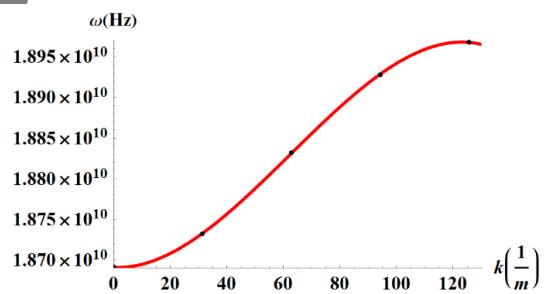
شکل ۳. هندسه ۴ سلولی تیوب شتابده‌ی



شکل ۴. الگوی میدان‌ها در مد شتابده‌ی $\frac{\pi}{2}$



شکل ۵. میدان الکتریکی حقیقی محاسبه شده توسط کد سویفیش بر روی محور



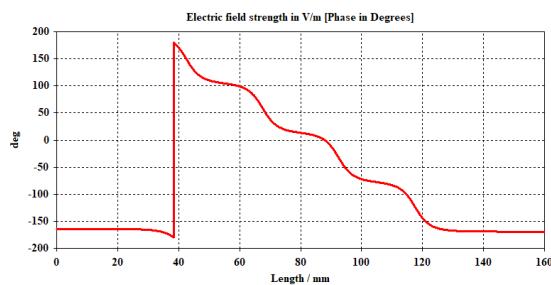
شکل ۶. نمودار پاشندگی برای ۵ مد مختلف

قدم بعدی برآش یک منحنی درجه ۳ بر روی نقاط بدست آمده نمودار پاشندگی است.تابع درجه ۳ برآش شده به شکل رابطه (۲) می‌باشد.

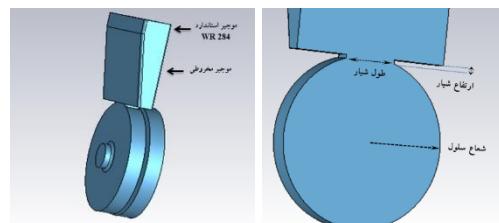
$$\omega = -309/1k^3 + 57826/7k^2 + 1/8 \times 10^5$$
 نمودار برآش شده با استفاده نرم‌افزار متماتیکا ۱ به صورت شکل ۶ می‌باشد. سرعت گروه مشتق تابع در نقطه $k = \frac{\pi}{2d}$ است که برابر $10^6 \times 3/42458$ می‌باشد.

¹ Mathematica

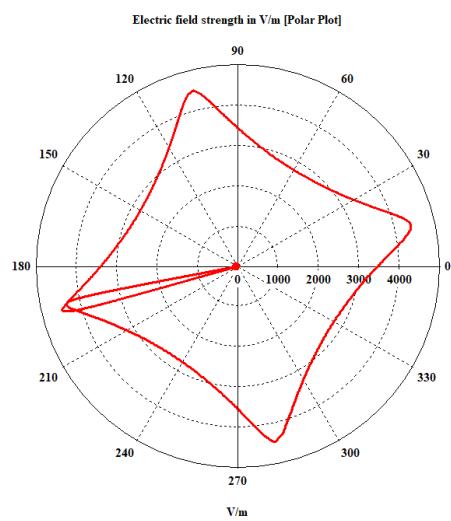
² coupler



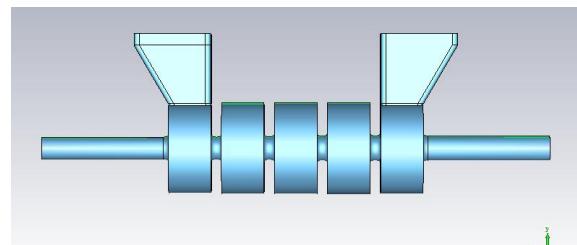
شکل ۱۲. پیشروی فاز میدان الکتریکی در فرکانس ۲۹۹۷/۸ مگاهرتز



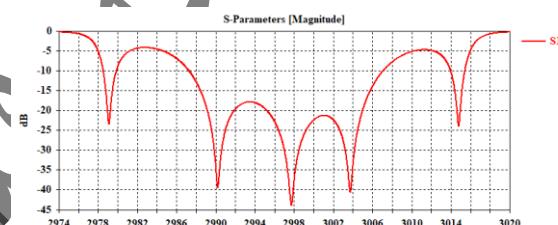
شکل ۷. هندسه جفت‌کننده ورودی و خروجی



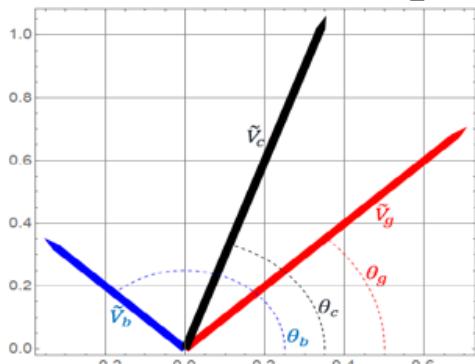
شکل ۱۳. نمودار قطبی میدان الکتریکی در فرکانس ۲۹۹۷/۸ مگاهرتز



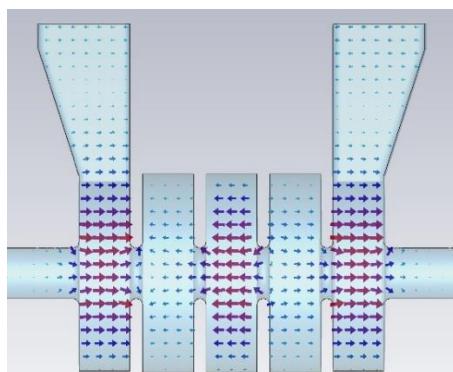
شکل ۸. هندسه طراحی شده تیوب شتابله امپدانس ثابت به همراه جفت‌کننده‌ها



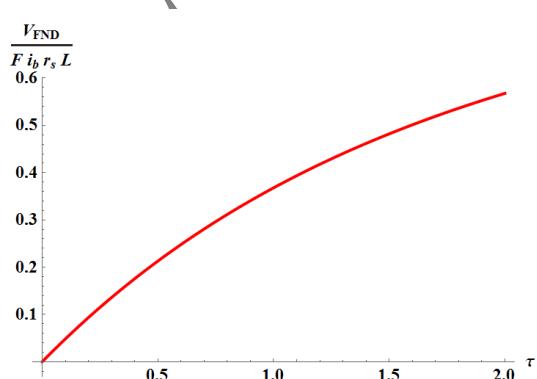
شکل ۹. نمودار S_{11} (بازگشت موج از جفت‌کننده بر حسب فرکانس)



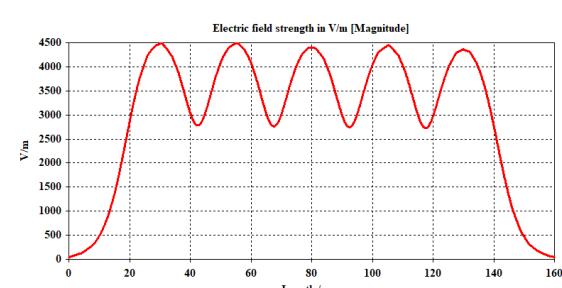
شکل ۱۴. برهم‌نیهی فازورهای ولتاژ در صفحه مختلط



شکل ۱۰. توزیع میدان الکتریکی حقیقی در یک لحظه از زمان در فرکانس ۲۹۹۷/۸ مگاهرتز



شکل ۱۵. نمودار تغییرات ولتاژ القایی بر حسب ثابت تضعیف



شکل ۱۱. بزرگی میدان الکتریکی مختلط در فرکانس ۲۹۹۷/۸ مگاهرتز

فرض می کنیم که ساختار موج رونده امپدانس ثابت به منع انرژی متصل نباشد، در این صورت ولتاژ خالص ساختار شتابدهی ناشی از باریکه خواهد بود. دامنه میدان الکتریکی شتاب دهنده $E_{FND}(z)$ ، توان تلف شده در واحد طول در دیوارهای ساختار (z) ، انرژی ذخیره شده در واحد طول $(z) U$ و توان کل $P(z)$ به صورت زیر مرتبط هستند.

$$E_{FND}^{\prime}(z) = r_s P_w(z) = r_s \frac{\omega}{Qv_g} U(z) = 2r_s \frac{\omega}{\tau Qv_g} P(z) \quad (3)$$

ω ، r_s ، Q ، v_g به ترتیب فرکانس زاویه‌ای ، شانت امپدانس، ضریب کیفیت و سرعت گروه می‌باشند. با تعریف ثابت میرایی

در واحد طول به شکل $\frac{\omega}{2Qv_g} = \alpha$ خواهیم داشت

$$E_{FND}^{\prime}(z) = 2r_s \alpha P(z) \quad (4)$$

میدان الکتریکی القایی در ابتدای ساختار باید صفر باشد بنابراین

$$E_{FND}(0) = 0 \quad (5)$$

با استفاده از بقای انرژی، ولتاژ شتابدهی موثر القاشه توسط باریکه محاسبه می‌شود. بقای انرژی به این معنی است که وقتی باریکه‌ای با جریان متوسط I_B داخل شتابدهنده جریان دارد، آنگاه کاهش شارش توان در واحد طول برابر است با مجموع توان تلف شده در واحد طول در دیوارها و توانی که در واحد طول به باریکه تحويل داده می‌شود.

$$-\frac{d}{dz} P(z) = P_w(z) + FI_B E_{FND}(z) \quad (7)$$

$$-\frac{d}{dz} \left(\frac{E_{FND}^{\prime}(z)}{2r_s \alpha} \right) = \frac{E_{FND}^{\prime}(z)}{r_s} + FI_B E_{FND}(z)$$

از حل معادله دیفرانسیل بالا مطابق شرایط اولیه به دست می‌آید

$$E_{FND}(z) = -FI_B r_s (1 - e^{-\alpha z}) \quad (8)$$

اکنون می‌توان ولتاژ خالص القاشه را محاسبه نمود

$$V_{FND} = -FI_B r_s \int_0^L (1 - e^{-\alpha z}) dz \quad (9)$$

با توجه به تعریف ثابت تضعیف $\tau = \alpha L$

$$V_{FND} = -FI_B r_s L \int_0^\tau (1 - e^{-x}) dx \quad (10)$$

درنتیجه ولتاژ القایی باریکه هنگامی که یک خوشة ذرات با بار q با داشتن فاكتور شکل F و با سرعت نور از یک ساختار موج رونده امپدانس ثابت عبور می‌کند به شکل زیر خواهد بود

: [۹۸]

$$V_{FND} = -\frac{\tau_n + e^{-\tau_n}}{\tau_n} FI_B r_s L \quad (11)$$

از حل کننده دامنه فرکانسی سی اس تی جهت ارزیابی توزیع، بزرگی و پیشرفت فاز میدان در هر سلول، استفاده شده است. نمایشگرهای ۱ میدان الکتریکی در فرکانس های مختلف برای ثبت نتایج تعریف می‌شوند. شکل ۱۰ و ۱۱ به ترتیب توزیع میدان و بزرگی میدان را در فرکانس ۲۹۹۷/۸ مگاهرتر نشان می‌دهند. شکل ۱۲ و ۱۳ نشان دهنده تغییرات فاز میدان الکتریکی می‌باشد که از طریق آن می‌توان پیش روی فاز در هر سلول را محاسبه نمود. نمودارها به طور میانگین پیش روی فاز میدان در هر سلول را محدوده فاز ۹۲° - ۸۹° نشان می‌دهند.

۳. تئوری بارگذاری باریکه در ساختار موج رونده امپدانس ثابت (هندسه یکنواخت)

شتاب یک باریکه جریان بالا باعث کاهش شارش توان در تیوب شتابدهی و دامنه میدان شتابدهنده می‌شود که نتیجه آن کاهش انرژی باریکه خروجی می‌باشد. همچنین، در جریان‌های بالا اگر باریکه نسبیتی نباشد باید اثرات بارفضایی در نظر گرفته شود. بار فضایی می‌تواند بر پایداری دینامیک طولی یا عرضی تأثیر بگذارد. از طرف دیگر همانطور که در بخش مقدمه اشاره شد حرکت باریکه داخل ساختار شتابدهی جریانی بر روی دیوارهای القا می‌کند که می‌تواند سرعت فاز موج الکترومغناطیسی را تغییر دهد. این جریان القایی یکسری مدهای شتابدهی و مدهای مراتب بالاتر داخل ساختار شتابدهی تحریک می‌کند که به نوبه خود کیفیت پرتو و راندمان شتابدهی را کاهش می‌دهد. در این مقاله موضوع مورد بحث، بررسی اثرات باریکه در برانگیختن مدهای شتابدهی یا اثرات طولی ناشی از باریکه در ساختارهای موج رونده هندسه یکنواخت یا به اصطلاح امپدانس ثابت می‌باشد. در صورت وجود میدان‌های متغیر سینوسی، مناسب‌تر است که ولتاژها به صورت فازورهایی در صفحه مختلط در نظر گرفته شود.

طبق قضیه اساسی بارگذاری باریکه ولتاژ کاواک مطابق شکل ۱۴ از برهم‌نهی خطی ولتاژ منبع و ولتاژ القایی باریکه به دست می‌آید.

$$\tilde{V}_c = \tilde{V}_g + \tilde{V}_b \quad (2)$$

در راستای حرکت باریکه، برای جلوگیری گسترش عرضی ذرات در نظر گرفته شده است. قدم بعدی تعریف نمایشگرهای فضای فاز ذرات می‌باشد که با استفاده از آنها می‌توان اطلاعات مفیدی استخراج نمود. یکی از راههای محاسبه ولتاژ بارگذاری باریکه استفاده از فضای فاز طولی و تعریف نمایشگر انرژی جنبشی بر حسب مکان می‌باشد. در حقیقت بیشینهٔ تغییر انرژی ذرات در واحد بار هنگام عبور از ساختار ولتاژ بارگذاری باریکه می‌باشد.

شکل ۱۶ نمودار استخراجی از نمایشگر فضای فاز ذرات در ۸ گام زمانی مختلف است. خوشه‌هایی که دارای رنگ یکسانی هستند مربوط به یک گام زمانی است و فاصله گام‌های زمانی ۰/۶۲۵ میکروثانیه می‌باشد. نتیجهٔ ارائه شده مربوط به حالت پایدار می‌باشد. نمودار نشان می‌دهد باریکه‌ای با جریان ۳ آمپر القاکنده ولتاژ بارگذاری شده ۳۳۰ کیلوولتی برای ساختار مورد نظر می‌باشد. در ادامه برای صحت سنجی رابطهٔ نظری و نتایج شبیه‌سازی تغییراتی هدفمند در هندسهٔ مسئله، جنس و پارامترهای باریکه ایجاد کرده و نتایج به صورت نمودارهای ارائه شده است. شکل ۱۷ تغییرات ولتاژ بارگذاری در اثر افزایش جریان را نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار داریم ولتاژ بارگذاری با جریان رابطهٔ خطی دارد. در این مقایسه از طراحی رادیوفرکانسی انجام شده در بخش قبل استفاده شده است. با تغییر جریان متوسط باریکه میزان ولتاژ بارگذاری باریکه در حل‌کنندهٔ ذره در سلول محاسبه و گزارش شده است.

یکی دیگر از پارامترهای ظاهر شده در رابطهٔ ولتاژ ضریب کیفیت است. با تغییر جنس تیوب شتابده‌ی بدون تغییر در هندسهٔ تیوب، می‌توان مقدار این پارامتر را تغییر داد.

در رابطهٔ ولتاژ L طول موثر تیوب شتابده‌ی است. فاکتور شکل خوشه F ، میانگین کسینوس فاز ذرات موجود در هر خوشه را نشان می‌دهد و طبق رابطهٔ ۱۲ تعریف می‌گردد.

$$F = \frac{1}{N_p} \sum_{n=1}^{N_p} \cos(\theta_n) = \langle \cos(\theta) \rangle \quad (12)$$

رابطهٔ ولتاژ با پارامترهای F ، r_s ، I_B به صورت خطی است. از طرف دیگر برای مقادیر کوچک τ

$$\frac{\tau + e^{-\tau} - 1}{\tau} \approx \frac{\tau}{\tau} = \frac{\omega L}{4Qn v_g} \quad (13)$$

خواهد بود و رابطهٔ ولتاژ را می‌توان به شکل رابطهٔ (۱۴) بازنویسی نمود.

$$V_{FND} = -\frac{\omega n L}{4Qn v_{ng}} F I_B r_s L \quad (14)$$

همچنین تابعیت ولتاژ به ثابت تضعیف را می‌توان به شکل نمودار زیر نشان داد.

تاکنون اعتبارسنجی دقت این محاسبات نظری انجام نشده است و هدف اصلی این مقاله بررسی این مسئله از طریق شبیه‌سازی می‌باشد.

۱.۳. شبیه‌سازی بارگذاری باریکه در ساختار موج رونده

هندسهٔ یکنواخت

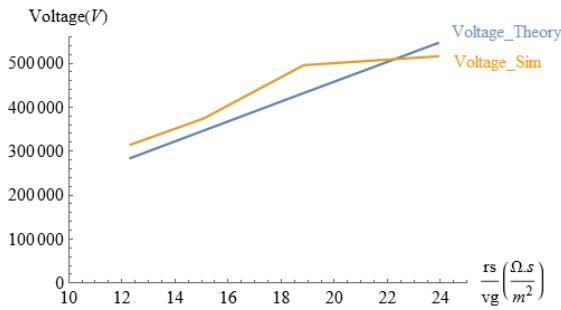
در این قسمت برای مشاهدهٔ اثرات بارگذاری باریکه از حل‌کنندهٔ ذره در سلول ۱ در نرم افزار سی‌اس‌تی استفاده شده است. اساس این روش بر مبنای حل معادلات حرکت و ماقسول است و از الگوریتم تفاضل محدود در حوزهٔ زمان ۲ برای محاسبهٔ میدان‌های الکترومغناطیسی استفاده می‌شود. پس از طراحی رادیوفرکانسی و محاسبهٔ پارامترهای تیوب شتابده‌ی در حل‌کنندهٔ فرکانس بالا، هندسهٔ مورد نظر به حل‌کنندهٔ ذره در سلول منتقل می‌شود. باریکهٔ خوشه‌ای الکترون با انرژی ۲ مگاالکترون ولت انرژی باریکه در انتهای خوشه‌ساز ۳ و جریان ۳ آمپر^۴ از کاواک عبور می‌کند. در شبیه‌سازی‌های ذره در سلول از یک باریکه ایده‌آل خوشه‌شده استفاده شده است. یعنی فرض کرده‌ایم عملیات خوشه‌سازی ذرات توسط خوشه‌ساز انجام شده است. به همین منظور از مدل انتشار گاووسی برای انتشار ذرات استفاده شده است. یک میدان مغناطیسی به بزرگی $0/2$ تسل

¹¹ Particle in cell

² FDTD

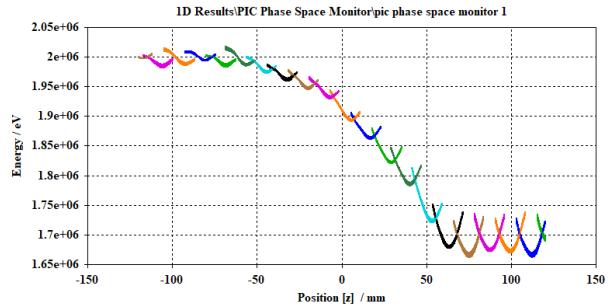
³ Buncher

⁴ معادل یک نانو کولن در هر خوشه

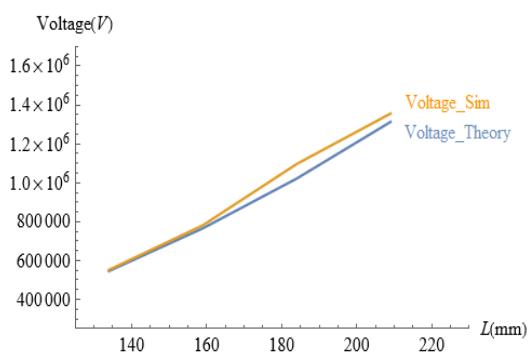


شکل ۲۰. مقایسه نتایج محاسبات نظری و شبیه‌سازی تغییرات ولتاژ

بر حسب $\frac{r_s}{v_g}$

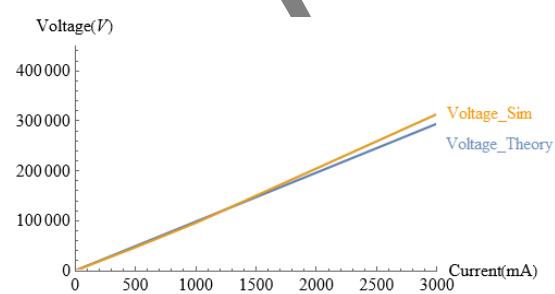


شکل ۱۶. فضای فاز طولی ذرات (انرژی بر حسب مکان)



شکل ۲۱. مقایسه نتایج محاسبات نظری و شبیه‌سازی تغییرات ولتاژ

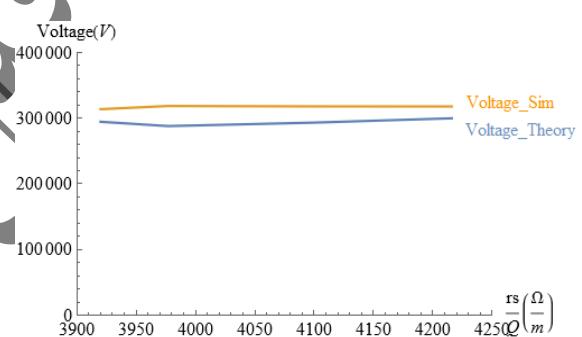
بر حسب L



شکل ۱۷. مقایسه نتایج محاسبات نظری و شبیه‌سازی تغییرات ولتاژ
بر حسب جریان

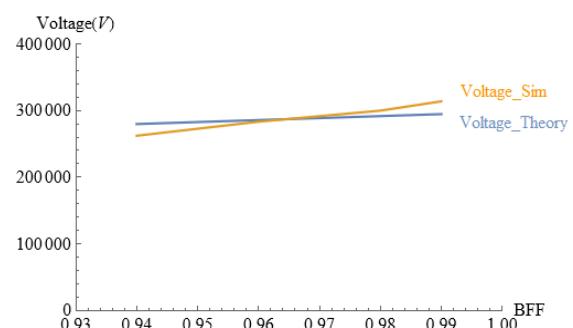
جدول ۳. اطلاعات تکمیلی شبیه‌سازی‌های ذره در سلول

بیشینه اختلاف نتایج نظری و شبیه‌سازی (درصد)	جریان باریکه عبوری (آمپر)	پارامتر تغییر داده شده ساختار شبابدهی
۶	۰-۳	جریان باریکه (I _B)
۹	۳	جنس تیوب (رسانایی)
۶	۳	فاکتور شکل خوشه (F)
۱۲	۳	روزنہ عبور (a) باریکه
۶	۳	طول تیوب (L) شبابدهی



شکل ۱۸. مقایسه نتایج محاسبات نظری و شبیه‌سازی تغییرات ولتاژ

بر حسب $\frac{r_s}{Q}$



شکل ۱۹. مقایسه نتایج محاسبات نظری و شبیه‌سازی تغییرات ولتاژ
بر حسب F

در همین راستا با انتخاب جنس‌های مختلف برای تیوب شبابدهی طراحی شده (مس، آهن، استیل، آلومینیوم) ملاحظه

مسئله‌ای که در شتابدهنده‌های توان بالا مطرح است این است که چگونه می‌توان میزان ولتاژ بارگذاری را جبران نمود. رابطه نظری نشان می‌دهد که اگر بتوانیم تضعیف در ساختار را کاهش دهیم عملکرد سیستم بهبود می‌یابد. کاهش تضعیف از دو مسیر امکان پذیر است. مسیر اول بهبود ضربیت کیفیت از طریق خمث لبه‌های نوک تیز می‌باشد. این مسیر به دلیل اینکه افزایش امپدانس موازی را به دنبال دارد عملاً تاثیری ندارد. مسیر بعدی بهبود سرعت گروه با استفاده از افزایش روزنۀ عبوری می‌باشد. همان‌طور که می‌دانیم افزایش روزنۀ عبوری امپدانس موازی را کاهش می‌دهد و باید با افزایش دماغه این کاهش جبران شود. اگرچه افرودن دماغه مقدار امپدانس موازی را جبران می‌کند ولی افرودن دماغه به معنای افزایش ضخامت دیسک می‌باشد. با توجه به وابستگی نمایی سرعت گروه به ضخامت دیسک [۲] نمی‌توان به مقدار قابل توجهی سرعت گروه را بهبود بخشید.

۴. نتایج

در این مقاله مقدار ولتاژ بارگذاری شده در تیوب شتابدهی امپدانس ثابت مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج نشان می‌دهند جیشینه اختلاف نتایج شبیه‌سازی و نظری ۱۲ درصد می‌باشد. از طرف دیگر نتیجه‌ای که حاصل می‌شود این است که در ساختار امپدانس ثابت نمی‌توان تغییری در طراحی رادیوفرکانسی انجام داد که ولتاژ بارگذاری به طور قابل توجهی کاهش یابد. رویکرد درست طراحی در ساختارهای توان بالا بهبود بازدهی انتقال توان و کاهش طول ساختار از طریق افزایش گرادیان میدان سلول به سلول می‌باشد. هدف این بررسی مطالعه‌ی اثرات حاصل از افزایش جریان در شتابدهنده‌های خطی الکترون و استفاده از آن در طراحی شتابدهنده‌ای پرتوان با انرژی 30 MeV و توان متوسط 30 kW بر مبنای کواکهای غیر ابر رسانا در باند δ است.

می‌شود که رسانایی بر روی ولتاژ بارگذاری تاثیر چندانی ندارد. نتیجه اینکه تغییر جنس به همان اندازه که ضربیت کیفیت را تغییر می‌دهد، به همان میزان امپدانس موازی را تغییر خواهد داد و میزان $\frac{r_s}{Q}$ بدون تغییر خواهد ماند. البته تغییرات جزئی در نمودار نشان می‌دهد $\frac{r_s}{Q}$ در تقریب‌های مراتب بالاتر به رسانایی وابسته است. فاکتور شکل خوشة تغییر بعدی است. فاکتور شکل خوشة میزان خوشة شدن ذرات را نشان می‌دهد و از پارامترهای مربوط به باریکه است. در این قسمت به مانند مقایسه‌های قبلی تغییری در طراحی رادیوفرکانسی تیوب شتابدهی انجام نشده است. رابطه نظری و نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که هر چه پارامتر خوشه‌سازی به بیشینه مقدار خود (فاکتور شکل خوشة عددی بین صفر و یک است) نزدیک شود، ولتاژ بارگذاری نیز افزایش خواهد یافت. یکی دیگر از پارامترهای موثر در میزان ولتاژ بارگذاری، امپدانس موازی است. یکی از راههای تغییر امپدانس موازی تغییر قطر روزنۀ عبور باریکه است. تغییرات روزنۀ فرکانس تیوب شتابدهی را تغییر می‌دهد. به همین منظور برای هر روزنۀ یک طراحی رادیوفرکانسی جداگانه انجام گرفته است. از طرفی تغییر روزنۀ سرعت گروه را هم تغییر خواهد داد. به همین دلیل با تغییرات روزنۀ باید میزان تغییر $\frac{r_s}{Q}$ را مد نظر قرار داد. نتایج نشان می‌دهد با کاهش روزنۀ میزان $\frac{r_s}{Q}$ افزایش می‌یابد و منجر به افزایش ولتاژ بارگذاری می‌شود. آخرین پارامتر بررسی شده و تاثیرگذار در ولتاژ بارگذاری طول تیوب شتابدهی است. رابطه نشان می‌دهد که در ضربیت تضعیف کوچک ولتاژ با مریع طول تیوب مناسب است. نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده تاییدی بر این مدعاست که با افزایش تعداد سلول‌های شتابدهی ولتاژ بارگذاری باریکه افزایش می‌یابد. جدول ۳ اطلاعات تکمیلی نتایج شبیه‌سازی ذره در سلول در هر مقایسه را نشان می‌دهد. پس از آنکه این مقایسه انجام شد این سوال مطرح می‌شود که آیا شناخت حاصل شده نسبت به ولتاژ بارگذاری باریکه در نحوه طراحی رادیوفرکانسی تیوب کمک کننده است یا خیر.

۵. مراجع

1. Kutsaev, S. V. (2021). Electron bunchers for industrial RF linear accelerators: theory and design guide. The European Physical Journal Plus, 136(4), 1-73.

2. T.P. Wangler et al., RF Linear Accelerator, 2nd edition, John Wile & Sons, 2008.
3. Towne, N., & Rose, J. (2011). Beam loading compensation of traveling wave linacs through the time dependence of the rf drive. *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*, 14(9), 090402.
4. Poisson Superfish, <http://laacg.lanl.gov/> laacg/services/download_sf.phtml.
5. <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/cst-studio-suite/>
6. Wille, K. (2000). The physics of particle accelerators: an introduction. Clarendon Press.
7. Borghi, R. P., Eldredge, A. L., Loew, G. A., & Neal, R. B. (1966). Design and fabrication of the accelerating structure for the Stanford two-mile accelerator. *Advances in Microwaves*, 1, 1-73.
8. Shumail, M., & Dolgashev, V. A. (2018). Efficiency analysis of high average power linacs. In 9th International Particle Accelerator Conference IPAC2018 (pp. 4970-4973). JACoW Publishing Vancouver, BC, Canada.
9. Wiedemann, H. (2015). Particle accelerator physics. Springer Nature.

