

تبادل تابش گرمایی بین دو تیغه مغناطودی الکتریک متا ماده با ضخامت متناهی در شرایط غیرتعادلی

سحر بیاتی^۱، احسان عموقربان^۱ و علی مهدی فر^۲ و^۳

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۲. گروه پژوهشی فوتونیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۳. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه اصفهان، اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۲۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۱۱/۱۱)

چکیده

در این مقاله سامانه‌ای متشکل از دو تیغه مغناطودی الکتریک تخت با دماهای متفاوت را در نظر می‌گیریم که در خلأ با دمای صفر مطلق و فاصله جدایی ناچیز از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بر اساس رهیافت کوانتس کانونی میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های جاذب، تبادل تابش گرمایی ناشی از افت و خیزهای کوانتومی و گرمایی را در این سامانه غیرتعادلی ولی ایستا بررسی می‌کنیم. بدین منظور، با استخراج روابط همبستگی کوانتومی بین عملگرهای نوفه قطبش و مغناطش و به دست آوردن تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه به محاسبه میانگین آنسامبلی بردار پوینتینگ می‌پردازیم. در نهایت با استفاده از نتایج عددی بردار پوینتینگ به تجزیه و تحلیل تابش مبادله شده در سامانه مزبور می‌پردازیم.

واژه‌های کلیدی: کوانتس کانونی میدان الکترومغناطیس، تابش گرمایی، تانسور گرین الکترومغناطیسی، امواج منتشر شونده و ناپایا، پولاریتون سطحی

۱. مقدمه

در فواصل جدایی بسیار ناچیزی از یکدیگر قرار گرفته و در تماس فیزیکی با یکدیگر نیستند، به خاطر کاربردهای گسترده‌ای که اخیراً در حوزه نانو تکنولوژی و فیزیک پیدا کرده‌اند، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است [۱]. در حقیقت انرژی گرمایی مبادله شده بین اجسامی که در فواصل جدایی بزرگ از یکدیگر هستند از قانون استفان-بولتزمن تبعیت می‌کند. اما این قانون در فواصل بسیار کوچک‌تر از

افت و خیزهای کوانتومی و گرمایی منشأ بروز بسیاری از پدیده‌های فیزیکی از قبیل اثر کازیمیر، نیروهای کازیمیر-پولدر و تغییرات شدید آهنگ واپاشی اتم‌ها در فواصل نزدیک به اجسام مادی هستند. این پدیده‌ها صرفاً در یک چارچوب کاملاً کوانتومی قابل توصیف و به اثرات میدان نزدیک معروف هستند. در این میان، تبادل تابش گرمایی بین ساختارهایی که

ابتدایی و ساده‌سازی مسائل پیچیده‌تر امری ضروری و پراهمیت است ولی در نمونه‌های واقعی نظیر سلول‌های ترموفوتوولتایی و خنک‌کننده‌های تابشی [۱۷-۱۸] عملاً ناکارآمد است. علاوه بر این، امکان حضور مدهای تقارنی و پادتقارنی در اثر برهم‌کنش مدهای سطحی دو طرف یک فیلم نازک نیز وجود دارد که ممکن است به شدت در تابش گرمایی مبادله شده تأثیر گذار باشد. اخیراً اثر فیلم‌های دی‌الکتریک نازک نشانده شده روی یک بستر نیمه نامتناهی بر تابش گرمایی گسیلی از آن [۱۹] و همچنین تبادل انرژی گرمایی بین دو فیلم دی‌الکتریک نازک بررسی شده است [۲۰]. با وجود تلاش‌های اندک در این حوزه، تمامی این بررسی‌ها فقط روی محیط‌های دی‌الکتریک متمرکز شده‌اند. البته اخیراً سامانه‌ای با ساختار دو تیغه مغناطودی‌الکتریک نیمه نامتناهی نیز مطالعه شده است [۲۱]. البته تاکنون ساختارهایی متشکل از تیغه‌های مغناطودی‌الکتریک با ضخامت متناهی بررسی نشده‌اند؛ زیرا بسیاری از مواد در برهم‌کنش با میدان الکترومغناطیسی نه تنها ویژگی‌های الکتریکی، بلکه ویژگی‌های مغناطیسی نیز از خود بروز می‌دهند. به عنوان نمونه می‌توان به متامواد، به خاطر ویژگی‌های اپتیکی منحصر به‌فردشان، اشاره کرد. در یک متاماده اگر گذردگی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی در ناحیه بسامدی معینی به طور هم‌زمان منفی باشند، بردار میدان الکتریکی، بردار میدان مغناطیسی و بردار موج تابش الکترومغناطیسی یک دستگاه چپگرد را تشکیل داده و ضریب شکست منفی می‌شود. از طرف دیگر، با توجه به اهمیت متامواد در حوزه نانو تکنولوژی و کاربردهای آنها در پیشرفت‌های کنونی، پژوهش‌های اندکی در حوزه اپتیک کوانتومی متامواد انجام شده است [۲۲]. از این رو، با بررسی تابش گرمایی انتقالی بین این اجسام می‌توان گام دیگری در جهت فهم فیزیکی بهتر این ساختارها در حوزه کوانتومی برداشت.

در این مقاله انرژی تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه مغناطودی‌الکتریک با فاصله جدایی بسیار کوچک‌تر از طول موج گرمایی را مطالعه خواهیم کرد. تمام بررسی‌هایی که

طول موج گرمایی به دلیل تونل‌زنی فوتون‌ها دیگر معتبر نیست. زیرا در مقیاس‌های بزرگ تنها امواج پیش‌رونده در تبادل انرژی نقش دارند، اما در فواصل جدایی کم امواج ناپایا نقش بسیار بارزتری ایفا می‌کنند. به عبارت دیگر با برانگیخته شدن پولاریتون فونون‌های سطحی و پولاریتون پلاسمون‌های سطحی در مجاورت بسیار نزدیک به سطح اجسام قطبی و فلزات و برهم‌کنش این مدها با یکدیگر، انرژی تبادل بین این محیط‌های مادی به شدت افزایش می‌یابد.

در دهه ۱۹۶۰ نخستین مشاهده تجربی از تابش غیرعادی بین اجسام در فواصل میکرومتری گزارش شد [۲]. با وجود تلاش‌های اولیه که در راستای فرمول‌بندی این پدیده انجام شد، سرانجام پولدر و وان هوو در سال ۱۹۷۱ بر اساس نظریه الکترودینامیک افت‌وخیزی رایتوف، که بر پایه فرض تعادل موضعی و کاربرد مستقیم قضیه افت و خیز-اتلاف استوار بود، رهیافت کلی برای توصیف این پدیده بین اجسام ماکروسکوپی را معرفی کردند [۳]. در دو دهه اخیر با توجه به پیشرفت‌های چشمگیری که در حوزه تکنولوژی رخ داده، شدت مطالعات در این حوزه به‌ویژه در بررسی ساختارهای تخت نیمه نامتناهی به دلیل سادگی محاسبات نظری و همچنین فرایند ساده ساخت نمونه‌های تجربی آنها افزایش یافته است [۴-۹]. از جمله مطالعات دیگر در این حوزه که با هدف مدل‌سازی میکروسکوپ‌های (STM) انجام گرفته است می‌توان به نمونه‌هایی اشاره کرد که در آنها انرژی گرمایی انتقالی بین دو نانوذره کروی شکل [۱۰]، دو جسم کروی شکل ماکروسکوپی با شعاع‌های متفاوت و مراکز غیرمنطبق بر یکدیگر [۱۱-۱۲] و یک جسم کروی شکل و یا بیضی‌گون با یک صفحه تخت [۱۳-۱۴]، بررسی شده است. برخی از ساختارهای مزبور نیز با به کار بردن رهیافت ماتریس پراکندگی مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۱۵-۱۶].

اکنون سوالی که در اینجا مطرح است، صحت فرض ایده‌ال به‌کاربرده شده در بررسی ساختارهای تخت است که در آنها عملاً ضخامت تیغه‌ها نیمه نامتناهی در نظر گرفته شده‌اند. اگر چه چنین فرضی برای برداشتن گام‌های

می شود به صورت زیر بیان می شود:

$$\hat{E}_e(\mathbf{r}, \omega) = \mu_e \omega \int d\mathbf{r}' \bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot \hat{j}_e^N(\mathbf{r}', \omega), \quad (1)$$

و بخش دوم که در نتیجه افت و خیزهای چگالی جریان نوبه مغناطیسی $\hat{j}_m^N(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega \hat{M}^N(\mathbf{r}, \omega)$ هستند برابر

$$\hat{E}_m(\mathbf{r}, \omega) = \mu_o \int d\mathbf{r}' \bar{\bar{G}}_{Em}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot \hat{j}_m^N(\mathbf{r}', \omega), \quad (2)$$

است. در اینجا $\bar{\bar{G}}_{Ee}$ تانسور گرین الکتریک-الکتریک و $\bar{\bar{G}}_{Em}$ تانسور گرین الکتریک-مغناطیسی است که در معادله

$$\bar{\nabla} \times (\bar{\mu}^{-1}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \bar{\nabla} \times \bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)) - \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = I\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

همانی است. به علاوه، تانسور گرین الکتریک-مغناطیسی $\bar{\bar{G}}_{Em}$ بر حسب تانسور گرین الکتریک-الکتریک $\bar{\bar{G}}_{Ee}$ به صورت

$$\bar{\bar{G}}_{Em}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \times \bar{\nabla}_{r'} = \bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \times \bar{\nabla}_{r'}$$

تعریف می شود و اثر کرل از سمت راست نیز بر حسب نماد لوی-چی ویتا ε_{jmn} به صورت

$$\left(\bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \times \bar{\nabla}_{r'} \right)_{ij} = \varepsilon_{jmn} \partial'_n \bar{\bar{G}}_{Ee,im}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$$

تعریف می شود. به سادگی می توان نشان داد که تانسور گرین الکتریک-الکتریک $\bar{\bar{G}}_{Ee}$ در رابطه متقابل

$$\bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \bar{\bar{G}}_{Ee}^T(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega)$$

بیانگر ترانزاده یک تانسور است. همچنین رابطه

$$\bar{\bar{G}}_{Ee}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', -\omega)$$

اکنون با استفاده از معادله ماکسول

$$\nabla \times \hat{E}(\mathbf{r}, \omega) = i\omega \bar{\mu} \cdot \hat{H}(\mathbf{r}, \omega)$$

میدان الکتریک، میدان مغناطیسی را نیز به صورت حاصل جمع

دو بخش

$$\hat{H}_e(\mathbf{r}, \omega) = \int d\mathbf{r}' \bar{\bar{G}}_{He}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot \hat{j}_e^N(\mathbf{r}', \omega), \quad (3)$$

و

$$\hat{H}_m(\mathbf{r}, \omega) = \int d\mathbf{r}' \bar{\bar{G}}_{Hm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot \hat{j}_m^N(\mathbf{r}', \omega), \quad (4)$$

می نویسیم که در آن تانسورهای گرین مغناطیسی-الکتریک و

مغناطیسی-مغناطیسی $\bar{\bar{G}}_{He}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ و $\bar{\bar{G}}_{Hm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ به ترتیب بر حسب تانسور گرین الکتریک-الکتریک $\bar{\bar{G}}_{Ee}$ به صورت

$$\bar{\bar{G}}_{He}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) / i\omega \mu(\mathbf{r}, \omega)$$

و

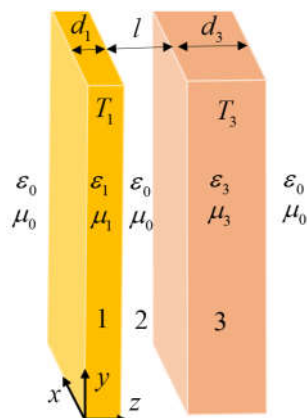
$$\bar{\bar{G}}_{Hm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = [\bar{\bar{G}}_{Ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \times \bar{\nabla}_{r'}] / i\omega \mu(\mathbf{r}, \omega)$$

تعریف می شوند.

تاکنون صورت گرفته است براساس نظریه الکترومغناطیسی افت و خیزی فرمول بندی شده اند. در حالی که روشی که ما برای مطالعه این پدیده اتخاذ می کنیم یک روش میکروسکوپی دقیق و کاملاً کوانتومی است. بدین منظور، در گام نخست با استفاده از کوانتس کانونی میدان الکترومغناطیسی در حضور مواد جاذب، پاشنده، ناهمگن و ناهمسانگرد میدان های الکتریک و مغناطیسی را بر حسب تانسور گرین سامانه به دست می آوریم. در این روش خواهیم دید که بدون نیاز به قضیه افت و خیز-اتلاف، همبستگی های کوانتومی بین عملگرهای نوبه قطبش و مغناطش ماده و به دنبال آن بین مؤلفه های میدان به صورت مستقیم به دست می آیند. سپس با کمک این توابع همبستگی به محاسبه میانگین آنسامبلی بردار پویینتینگ می پردازیم و یک عبارت تحلیلی برای تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه مغناطودی الکتریک با ضخامت های متنهای به دست می آوریم. در نهایت، با انجام محاسبات عددی نشان داده می شود که به دلیل تونل زنی فوتون ها و جفت شدگی تشدید مد های سطحی پولاریتونی، تابش گرمایی تبدالی در سامانه مزبور به صورت چشم گیری افزایش خواهد یافت.

۲. روابط پایه

محیط مغناطودی الکتریک جاذب، پاشنده، ناهمگن و ناهمسانگردی را در نظر می گیریم که پارامترهای مادی آن توسط تانسورهای گذردهی الکتریک $\bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega)$ و تراوایی مغناطیسی $\bar{\mu}(\mathbf{r}, \omega)$ توصیف می شوند. در این مقاله برای توصیف کمیت های تانسوری از نماد بالا نویسی استفاده شده است. با به کار بردن رهیافت کانونی در کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط های مغناطودی الکتریک جاذب که جزییات آن در پیوست ۱ آمده است، می توان نشان داد که میدان الکتریک سامانه را می توان به صورت حاصل جمع دو بخش به صورت $\hat{E}(\mathbf{r}, \omega) = \hat{E}_e(\mathbf{r}, \omega) + \hat{E}_m(\mathbf{r}, \omega)$ نوشت. بخش اول که از سهم چگالی جریان نوبه الکتریک $\hat{j}_e^N = -i\omega \hat{P}^N(\mathbf{r}, \omega)$ ناشی



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایی کلی از سامانه متشکل از دو تیغه مغناطودی‌الکتریک با ضخامت‌های d_1 و d_3 و دماهای متفاوت T_1 ، T_3 در فاصله جدایی l از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

سهم ناشی از میدان نزدیک در تابش گرمایی به شدت افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، به دلیل برهم‌کنش مدهای پولاریتونی سطحی در دو طرف بیرونی یک لایه نازک، سهم میدان نزدیک در مجاورت این لایه نازک، نسبت به محیط‌های مادی حجیم رفتار متفاوتی از خود نشان داده و موجب افزایش چشمگیر تابش گرمایی مبادله شده می‌شود. بنابراین در ادامه، بر یک ساختار مغناطودی‌الکتریک چند لایه‌ای نازک تخت متمرکز شده و در نهایت نتایج به دست آمده را در حالت حدی یک ماده حجیم و یا یک چند لایه‌ای دی‌الکتریک با نتایج به دست آمده در مراجع دیگر مقایسه خواهیم کرد.

۳.۱. تانسور گرین

در این بخش دو تیغه مغناطودی‌الکتریک تخت با ضخامت‌های d_1 و d_3 و پارامترهای مادی متفاوت ϵ_1 ، μ_1 و ϵ_3 ، μ_3 در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که دو تیغه در وضعیت ایستا ولی غیرتعادلی با دماهای T_1 و T_3 در فاصله جدایی $d_4 = l$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند (شکل ۱). بدون این که از کلیت مسئله کاسته شود، برای سادگی محاسبات بعدی محیط پیرامون دو تیغه را خلأ با دمای صفر مطلق انتخاب کرده و راستای عمود بر فصل مشترک لایه‌ها را محور z ها در نظر می‌گیریم. برای محاسبه تانسور گرین سامانه مزبور، روش

به طور معمول، برای محاسبه شار تابش گرمایی مبادله شده بین ساختارهای مادی، از بردار پویینتینگ استفاده می‌شود. مؤلفه‌های این کمیت بر حسب مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی به صورت

$$\langle S(\mathbf{r}, \omega) \rangle_i = \epsilon_{ipq} \langle E_p(\mathbf{r}, t) H_q^*(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (5)$$

تعریف می‌شود. با توجه به وابستگی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه، نخست لازم است که تانسور گرین سامانه تعیین شود که تانسور مزبور نیز به هندسه و پارامترهای مادی سامانه وابستگی دارد. از این‌رو در بخش بعدی به محاسبه تانسور گرین الکترومغناطیسی برای یک ساختار چندلایه‌ای تخت می‌پردازیم.

۳.۲. دینامیک شار گرمایی مبادله شده

تاکنون مطالعات نظری بسیاری جهت محاسبه چگالی مدهای موضعی و چگالی انرژی طیفی تابش‌های گرمایی در مجاورت ساختارهای حجیم، محیط‌های دی‌الکتریک تخت و کروی پوشش داده شده با لایه‌های نازک و همچنین تابش گرمایی مبادله شده بین آنها انجام شده است. اخیراً نیز انتقال تابش گرمایی بین دو محیط مغناطودی‌الکتریک تخت نیمه نامتناهی بررسی شده است [۲۱]. لازم به ذکر است که با توجه به سازوکار انتقال انرژی پولاریتون گونه‌ای که در هر دو قطبش s و p برای مواد مغناطودی‌الکتریک وجود دارد،

$$\begin{aligned} \bar{G}_{Ee}^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = & \frac{l}{\int d^3k_{\parallel}} e^{ik_{\parallel}(R-R_0)} \mu_r \Xi_s^{(3)} [\hat{s}_+^r \hat{s}_+^s] \\ & + e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{-i\beta_r z'} + r_{r_0}^s \hat{s}_+^r \hat{s}_+^s \\ & e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} + r_{r_0}^s \hat{s}_+^r \hat{s}_+^s e^{-i\beta_r(z-d_r)} \\ & e^{-i\beta_r z'} + r_{r_0}^s \hat{s}_+^r \hat{s}_+^s - e^{-i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} \\ & + \Xi_p^{(3)} [\hat{p}_+^r \hat{p}_+^s] e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{-i\beta_r z'} + r_{r_0}^p \hat{p}_+^r \hat{p}_+^s \\ & - e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} + r_{r_0}^p \hat{p}_+^r \hat{p}_+^s + e^{-i\beta_r(z-d_r)} \\ & e^{-i\beta_r z'} + r_{r_0}^p \hat{p}_+^r \hat{p}_+^s - e^{-i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} \} \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن $k_j = n_j \frac{\omega}{c}$ ، $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ، و مؤلفه طولی بردار موج β_j در لایه j ام به صورت $\beta_j = \sqrt{k_0^2 n_j^2 - k_{\parallel}^2}$ تعریف می‌شود. در اینجا ضریب شکست لایه j ام برابر $n_j = \varepsilon_j(\omega) \mu_j(\omega)$ بوده و $\hat{s}_{\pm}^j = \hat{k}_{\parallel} \times \hat{z}$ و $\hat{p}_{\pm}^j = (k_{\parallel} \hat{z} \mp \beta_j \hat{k}) / k_j$ بردارهای یکه متناظر با قطبش‌های s و p هستند. پارامتر $\Xi_{\lambda}^{(3)}$ نیز به ازای قطبش‌های s, p که تغییرات دامنه موج الکترومغناطیسی TE و TM را در اثر بازتاب از لایه‌ها نشان می‌دهند به صورت

$$\frac{t_{\lambda}^j e^{i\beta_{\lambda} d_j} e^{i\beta_{\lambda} d_r}}{D_{\lambda 1} D_{\lambda 2}}, \quad (8)$$

تعریف می‌شوند. در اینجا $D_{\lambda 1} = 1 - r_{r_0}^{\lambda} r_{r_0}^{\lambda} e^{2i\beta_{\lambda} d_j}$ و $D_{\lambda 2} = 1 - r_{r_0}^{\lambda} r_{r_0}^{\lambda} e^{2i\beta_{\lambda} d_r}$ است. به علاوه r_{ij}^{λ} و t_{ij}^{λ} ضرایب عبور و بازتاب از لایه‌های i و j هستند که جزئیات روابطشان در پیوست ۳ آمده است. اکنون با در دست داشتن تانسور گرین الکترومغناطیسی (۷) و استفاده از روابطی که در بخش قبلی ارائه شد به سادگی می‌توان نشان داد که تانسور گرین $\bar{G}_{He}^{(3)}$ نیز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{G}_{He}^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = & \frac{1}{\int d^3k_{\parallel}} e^{ik_{\parallel}(R-R_0)} k_r \{ \Xi_s^{(3)} [\hat{p}_+^r \hat{s}_+^s] \\ & e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{-i\beta_r z'} + \hat{p}_+^r \hat{s}_+^s e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} r_{r_0}^s \\ & + \hat{p}_+^s \hat{s}_+^r e^{-i\beta_r(z-d_r)} e^{-i\beta_r z'} r_{r_0}^s + \hat{p}_+^s \hat{s}_+^r \\ & e^{-i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} r_{r_0}^s r_{r_0}^s + \Xi_p^{(3)} [\hat{s}_+^r \hat{p}_+^s] \\ & e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{-i\beta_r z'} + \hat{s}_+^r \hat{p}_+^s e^{i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} \\ & r_{r_0}^p + \hat{s}_+^r \hat{p}_+^s e^{-i\beta_r(z-d_r)} e^{-i\beta_r z'} r_{r_0}^p + \hat{s}_+^r \hat{p}_+^s \\ & e^{-i\beta_r(z-d_r)} e^{i\beta_r z'} r_{r_0}^p r_{r_0}^p \} \end{aligned} \quad (9)$$

به طور مشابه می‌توان نشان داد که تانسورهای گرین الکتریکی - مغناطیسی و مغناطیسی - الکتریکی، $\bar{G}_{Em}^{(3)}$ و $\bar{G}_{Hm}^{(3)}$ که به ترتیب بیانگر سهم میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی درون تیغه

برهم‌نهی پراکندگی را به کار می‌بریم. بر اساس این روش تانسور گرین الکترومغناطیسی به دو بخش زیر تفکیک می‌شود:

$$\bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \bar{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) + \bar{G}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega), \quad (6)$$

که در آن بردار مکان \mathbf{r}' نشان دهنده موضع چشمه و بردار مکان \mathbf{r} بیانگر مختصات میدان است. در اینجا تانسور $\bar{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ جواب ناهمگن معادله هلمهولتز بوده و بیانگر سهم مستقیم موج الکترومغناطیسی منتشر شونده از چشمه‌ای است که در یک محیط بی‌کران قرار دارد که پارامترهای مادی آن لایه‌ای است که همان بردار \mathbf{r}' در آن قرار دارد. در حالی که تانسور پراکندگی $\bar{G}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ نیز متناظر با پاسخ همگن معادله هلمهولتز بوده و سهم اضافی ناشی شده از عبور و بازتاب‌های چندگانه موج الکترومغناطیسی از مرز لایه‌های مختلف را توصیف می‌کند.

به منظور محاسبه تانسور گرین (۶) و به دنبال آن تابش گرمایی انتقالی بین دو تیغه لازم است تا نخست موضع نقاط چشمه و میدان مشخص شوند. بر اساس این انتخاب، رهیافت‌های موجود در بررسی این مسئله را می‌توان به دو دسته روش مستقیم و غیر مستقیم طبقه‌بندی کرد. در رهیافت مستقیم نخست نقاط چشمه و میدان به ترتیب در تیغه‌های ۱ و ۳ در نظر گرفته شده و سپس تابش گرمایی ناشی از افت و خیز چشمه‌های درون تیغه ۱ در مکان تیغه ۳ محاسبه می‌شوند. در ادامه تابش گرمایی ناشی از تیغه ۳ در تیغه ۱ محاسبه شده و در نهایت از تفاضل این دو عبارت، شار گرمایی تبدالی به دست می‌آید. در رهیافت غیر مستقیم نقاط چشمه و میدان در محیط خلأ بین دو تیغه در نظر گرفته شده و سپس شار عبوری بر اساس ضرایب بازتاب تعمیم یافته محاسبه می‌شود.

با توجه به سادگی رهیافت مستقیم در ساختارهای با هندسه تخت، در ادامه رهیافت مزبور را برمی‌گزینیم و موضع نقاط چشمه و میدان را به ترتیب درون تیغه ۱ و ۳ در نظر می‌گیریم. با تعمیم تانسور گرین ارائه شده در مرجع [۲۳] به چند لایه‌ای‌های مغناطودی الکتریک، تانسور گرین سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

شده $\varphi_{3 \rightarrow 1}$ با اعمال تغییر $d_1 \leftrightarrow d_3$ و $3 \leftrightarrow 1$ و $T_1 \leftrightarrow T_3$ در رابطه نهایی $\varphi_{1 \rightarrow 3}$ به دست خواهد آمد. علاوه بر این، مؤلفه Z ام بردار پوینتینگ در فضای بسامد است و مطابق رابطه (۵) برای بسامدهای مثبت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\langle S_z(r, \omega) \rangle = 2 \operatorname{Re} \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{d\omega'}{2\pi} e^{i(\omega-\omega')t} \left\langle E_x(r, \omega) H_y^*(r, \omega') - E_y(r, \omega) H_x^*(r, \omega') \right\rangle. \quad (13)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۳) - (۶) در رابطه بالا، بردار پوینتینگ در فضای بسامد به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\langle S_z(r, \omega) \rangle = 2 \operatorname{Re} \int \frac{d\omega}{(2\pi)^2} \left\{ \langle S_z(r_+^+, \omega) \rangle_e + \langle S_z(r_+^-, \omega) \rangle_m \right\}, \quad (14)$$

که در آن بخش الکتریکی و مغناطیسی بردار پوینتینگ به ترتیب عبارتند از:

$$\begin{aligned} \langle S_z(r_+^+, \omega) \rangle_e &= \langle [E_{e,x} H_{e,y}^* - E_{e,y} H_{e,x}^*] \rangle, \\ \langle S_z(r_+^-, \omega) \rangle_m &= \langle [E_{m,x} H_{m,y}^* - E_{m,y} H_{m,x}^*] \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

اکنون برای محاسبه توابع همبستگی بین مؤلفه‌های میدان از توابع هم بستگی بین مؤلفه‌های جریان‌های نوفه استفاده می‌کنیم که جزئیات استخراج آنها در پیوست ۱ آمده است.

در نهایت با انجام محاسبات بسیار طولانی بخش الکتریکی بردار پوینتینگ به صورت زیر به دست می‌آید (به پیوست ۳ رجوع شود):

$$\langle S_z(r_+^+, \omega) \rangle_e = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{\wedge \pi^3} \operatorname{Re} \left[\frac{\omega'}{c^2} \mu_r \operatorname{Im}[\varepsilon_1] \int d^3 k_{\parallel} \int_0^{d_1} dz' I_e(z, z') \right]. \quad (16)$$

با گرفتن انتگرال روی بازه فضایی $(0, d_1)$ که در آن چشمه نوفه‌های الکتریکی در تیغه اول حضور دارند، داریم:

$$\begin{aligned} \int_0^{d_1} dz' I_e(z, z') &= [v_e(z) \left\{ \frac{1}{2\beta''} [(e^{i\beta_1'' d_1} - 1) \right. \\ &\quad \left. - |r_0^s|^2 (e^{-i\beta_1'' d_1} - 1)] + \frac{1}{\beta'} \operatorname{Im}[r_0^s (e^{i\beta_1'' d_1} - 1)] \right\} \\ &\quad + u_e(z) \left\{ \frac{(k_1^+ + |\beta_1^+|)}{2\beta''} [(e^{i\beta_1'' d_1} - 1) \right. \\ &\quad \left. - |r_0^p|^2 (e^{-i\beta_1'' d_1} - 1)] + \frac{(k_1^+ - |\beta_1^+|)}{\beta'} \right. \\ &\quad \left. \operatorname{Im}[r_0^p (e^{i\beta_1'' d_1} - 1)] \right\}]. \end{aligned} \quad (17)$$

۳ ناشی از جریان نوفه‌های مغناطیسی درون تیغه ۱ هستند به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \bar{G}_{Em}^{r_1}(r, r', \omega) &= \frac{1}{\wedge \pi^2} \int d^3 k_{\parallel} e^{ik_{\parallel}(R-R_0)} \mu_r k_{\parallel} \{ \Xi_s^{r_1} \\ &\quad [\hat{s}_+^r \hat{p}_-^s e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{-i\beta_+ z'} + \hat{s}_+^r \hat{p}_+^s \\ &\quad e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^s + \hat{s}_-^r \hat{p}_-^s e^{-i\beta_+(z-d_+)} \\ &\quad e^{-i\beta_+ z'} r_0^s + \hat{s}_-^r \hat{p}_+^s e^{-i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^s \\ &\quad + \Xi_p^{r_1} [\hat{p}_+^r \hat{s}_-^s e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{-i\beta_+ z'} + \hat{p}_+^r \hat{s}_+^s \\ &\quad e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^p + \hat{p}_-^r \hat{s}_-^s e^{-i\beta_+(z-d_+)} \\ &\quad e^{-i\beta_+ z'} r_0^p + \hat{p}_-^r \hat{s}_+^s e^{-i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^p \} \}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{Hm}^{r_1}(r, r', \omega) &= -\frac{1}{\wedge \pi^2} \int d^3 k_{\parallel} e^{ik_{\parallel}(R-R_0)} \\ &\quad k_{\parallel} k_r \{ \Xi_s^{r_1} [\hat{p}_+^r \hat{p}_-^s e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{-i\beta_+ z'} \\ &\quad + \hat{p}_+^r \hat{p}_+^s e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^s + \hat{p}_-^r \hat{p}_-^s e^{-i\beta_+(z-d_+)} \\ &\quad e^{-i\beta_+ z'} r_0^s + \hat{p}_-^r \hat{p}_+^s e^{-i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^s \\ &\quad + \Xi_p^{r_1} [\hat{s}_+^r \hat{s}_-^s e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{-i\beta_+ z'} \\ &\quad + \hat{s}_+^r \hat{s}_+^s e^{i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^p + \hat{s}_-^r \hat{s}_-^s \\ &\quad e^{-i\beta_+(z-d_+)} e^{-i\beta_+ z'} r_0^p + \hat{s}_-^r \hat{s}_+^s \\ &\quad e^{-i\beta_+(z-d_+)} e^{i\beta_+ z'} r_0^p \} \}. \end{aligned} \quad (11)$$

اکنون با به کار بردن رابطه‌های (۷) - (۱۱)، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و سپس بردار پوینتینگ به سادگی به دست می‌آیند. از این‌رو در بخش بعدی به محاسبه بردار پوینتینگ در سامانه مزبور می‌پردازیم.

۳.۲. بردار پوینتینگ

همان‌طور که در بخش‌های قبلی گفته شد بردار پوینتینگ یک کمیت دینامیکی مناسب برای محاسبه گرمای تابشی انتقالی در سامانه‌های ماکروسکوپی و میکروسکوپی است. در سامانه مورد بررسی در این مقاله با توجه به هندسه تخت لایه‌ها و نکات گفته شده در بخش قبلی، شار گرمایی تابشی مبادله شده بین دو تیغه مغناطودی الکتریک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{31} &= \mathcal{P}_{1 \rightarrow 3} - \mathcal{P}_{3 \rightarrow 1} = \left\langle S_z(r_3^+, \omega) \right\rangle \\ &\quad - \left\langle S_z((r_3 + d_3)^-, \omega) \right\rangle - \left\langle S_z(r_1^-, \omega) \right\rangle \\ &\quad + \left\langle S_z((r_1 - d_1)^+, \omega) \right\rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

در اینجا براکت‌ها اشاره به میانگین‌گیری آنسامبلی دارند و $\varphi_{1 \rightarrow 3}$ و $\varphi_{3 \rightarrow 1}$ به ترتیب بیانگر انرژی گرمایی انتقالی از محیط ۱ به محیط ۳ و برعکس هستند. در ادامه به دلیل تقارن سامانه فقط کمیت $\varphi_{1 \rightarrow 3}$ را محاسبه می‌کنیم؛ انرژی منتقل

شده از تیغه ۱ به تیغه ۳ را می توان به دو بخش منتشر شونده و ناپایا تقسیم کرد. این دو بخش که استخراج آنها یکی از اهداف اصلی ما در این مقاله است به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\varphi_{1 \rightarrow 3}^{prop} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{4\pi^2} \sum_{\lambda=s,p} \int_{k_{||} < \omega/c} dk_{||} \frac{k_{||}}{|N_{\lambda}|} \{ (1 - |r_{\lambda}^{\lambda}|^2)(1 - |A_{\lambda}|^2)(1 + |r_{\lambda}^{\lambda}|^2 |A_{\lambda}|^2) - 4 \text{Im}(r_{\lambda}^{\lambda}) \text{Im}[r_{\lambda}^{\lambda}(A_{\lambda}^* - |A_{\lambda}|^2)] \} \times \{ (1 - |r_{\lambda}^{\lambda}|^2)(1 - |A_{\lambda}|^2)(1 + |r_{\lambda}^{\lambda}|^2 |A_{\lambda}|^2) - 4 \text{Im}(r_{\lambda}^{\lambda}) \text{Im}[r_{\lambda}^{\lambda}(A_{\lambda}^* - |A_{\lambda}|^2)] \}, \quad (22)$$

$$\varphi_{1 \rightarrow 3}^{evan} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{\pi^2} \sum_{\lambda=s,p} \int_{k_{||} > \omega/c} dk_{||} \frac{|A_{\lambda}|^2 k_{||}}{|N_{\lambda}|} \{ \text{Im}(r_{\lambda}^{\lambda})(1 - |A_{\lambda}|^2)(1 + |r_{\lambda}^{\lambda}|^2 |A_{\lambda}|^2) + (1 - |r_{\lambda}^{\lambda}|^2) \text{Im}[r_{\lambda}^{\lambda}(A_{\lambda}^* - |A_{\lambda}|^2)] \} \times \{ \text{Im}(r_{\lambda}^{\lambda})(1 - |A_{\lambda}|^2)(1 + |r_{\lambda}^{\lambda}|^2 |A_{\lambda}|^2) + (1 - |r_{\lambda}^{\lambda}|^2) \text{Im}[r_{\lambda}^{\lambda}(A_{\lambda}^* - |A_{\lambda}|^2)] \}, \quad (23)$$

که در آن $A_{\lambda} = e^{i\beta_{\lambda} d_{\lambda}}$ ، $A_{\lambda} = e^{i\beta_{\lambda} l}$ و $A_{\lambda} = e^{i\beta_{\lambda} d_{\lambda}}$ بوده و N_{λ} به صورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$N_{\lambda} = (1 + r_{\lambda}^{\lambda} r_{\lambda}^{\lambda} A_{\lambda}^*)(1 + r_{\lambda}^{\lambda} r_{\lambda}^{\lambda} A_{\lambda}^*) - A_{\lambda}^* (r_{\lambda}^{\lambda} + r_{\lambda}^{\lambda} A_{\lambda}^*)(r_{\lambda}^{\lambda} + r_{\lambda}^{\lambda} A_{\lambda}^*). \quad (24)$$

برای وضعیتی که تراوایی مغناطیسی تیغه های مختلف برابر واحد است، روابط (۲۲) و (۲۳) به نتایج به دست آمده در مرجع [۲۰] میل می کنند که در آن شار گرمایی مبادله شده بین دو تیغه دی الکتریک محاسبه شده است. علاوه بر این، در حالت حدی دیگری که ضخامت دو تیغه به سمت بی نهایت میل کند، داریم: $A_{\lambda}, A_{\lambda} \rightarrow 0$ و $N_{\lambda} \rightarrow (1 - r_{\lambda}^{\lambda} r_{\lambda}^{\lambda} A_{\lambda}^*)$. اکنون با جایگذاری این نتایج در روابط (۲۲) و (۲۳) به رابطه زیر می رسیم:

$$\varphi_{1 \rightarrow 3}^{prop} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{4\pi^2} \sum_{\lambda=s,p} \int_{k_{||} < \omega/c} k_{||} dk_{||} \frac{(1 - |r_{\lambda}^{\lambda}|^2)(1 - |r_{\lambda}^{\lambda}|^2)}{|1 - r_{\lambda}^{\lambda} r_{\lambda}^{\lambda} e^{-2i\beta_{\lambda} L}|^2}, \quad (25)$$

$$\varphi_{1 \rightarrow 3}^{evan} = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{\pi^2} \sum_{\lambda=s,p} \int_{k_{||} > \omega/c} k_{||} dk_{||} |A_{\lambda}|^2 \frac{\text{Im}[r_{\lambda}^{\lambda}] \text{Im}[r_{\lambda}^{\lambda}]}{|1 - r_{\lambda}^{\lambda} r_{\lambda}^{\lambda} e^{-2i\beta_{\lambda} L}|^2}.$$

این روابط دقیقاً منطبق بر نتایج به دست آمده در مرجع [۲۱] هستند که در آن تبادل تابش گرمایی بین دو محیط مغناطودی الکتریک محاسبه شده است.

در اینجا β_j' و β_j'' به ترتیب بیانگر قسمت حقیقی و موهومی مؤلفه طولی بردار انتشار در لایه زام هستند و توابع $u_e(z)$ و $v_e(z)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$u_e(z) = \left| \frac{\Xi_p}{p} \right|^2 \frac{\beta_r}{|k_r k_p|} (\beta_r^{*p} + k_p^i) (e^{-\gamma \beta_r'' (z-d_r)} - |r_{\lambda}^p|^2 e^{\gamma \beta_r'' (z-d_r)} - r_{\lambda}^{p*} e^{-\gamma \beta_r' (z-d_r)} + r_{\lambda}^{p*} e^{\gamma \beta_r' (z-d_r)}), \quad (18)$$

$$v_e(z) = \left| \frac{\Xi_s}{s} \right|^2 \beta_r^* (e^{-\gamma \beta_r'' (z-d_r)} - |r_{\lambda}^s|^2 e^{\gamma \beta_r'' (z-d_r)} + r_{\lambda}^s e^{-\gamma \beta_r' (z-d_r)} - r_{\lambda}^{s*} e^{\gamma \beta_r' (z-d_r)}).$$

به طور مشابه، بخش مغناطیسی بردار پویینتینگ به صورت زیر داده می شود:

$$\langle S_z(r_r^+, \omega) \rangle_m = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{4\pi^2} \text{Re} \left[\mu_r \text{Im}[\mu_r^{-1}] \int d^3 k_{||} \int_0^d dz' I_m(z, z') \right], \quad (19)$$

که در آن انتگرال فضایی $I_m(z, z')$ به صورت زیر به دست می آید:

$$\int_0^d dz' I_m(z, z') = [v_m(z) \{ \frac{(|\beta| + k_p^i)}{2\beta''} [(e^{\gamma \beta_r' d_r} - 1) - |r_{\lambda}^s|^2 (e^{-\gamma \beta_r'' d_r} - 1)] + \frac{(k_p^i - |\beta|)}{\beta'} \text{Im}[r_{\lambda}^s (e^{\gamma \beta_r' d_r} - 1)] \} + u_m(z) \{ \frac{1}{2\beta''} [(e^{\gamma \beta_r' d_r} - 1) - |r_{\lambda}^p|^2 (e^{-\gamma \beta_r'' d_r} - 1)] + \frac{1}{\beta'} \text{Im}[r_{\lambda}^p (e^{\gamma \beta_r' d_r} - 1)] \}], \quad (20)$$

که در آن توابع $u_m(z)$ و $v_m(z)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$u_m(z) = \left| \frac{\Xi_p}{p} \right|^2 \frac{|k_r|^2}{|k_p|^2} \beta_r (\beta_r^{*p} + k_p^i) (e^{-\gamma \beta_r'' (z-d_r)} - |r_{\lambda}^p|^2 e^{\gamma \beta_r'' (z-d_r)} + r_{\lambda}^{p*} e^{-\gamma \beta_r' (z-d_r)} - r_{\lambda}^{p*} e^{\gamma \beta_r' (z-d_r)}), \quad (21)$$

$$v_m(z) = \left| \frac{\Xi_s}{s} \right|^2 \beta_r^* (e^{-\gamma \beta_r'' (z-d_r)} - |r_{\lambda}^s|^2 e^{\gamma \beta_r'' (z-d_r)} - r_{\lambda}^s e^{-\gamma \beta_r' (z-d_r)} + r_{\lambda}^{s*} e^{\gamma \beta_r' (z-d_r)}).$$

حال روابط (۱۶) و (۱۹) را در رابطه (۱۴) جایگذاری می کنیم. با توجه به این که β'' و β' در خلأ به ترتیب برای امواج منتشر شونده و ناپایا برابر صفرند، بنابراین انرژی گرمایی منتقل

۴. تجزیه و تحلیل نتایج

در بخش قبلی توانستیم عبارتی تحلیلی برای تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه مغناطودی الکتریک به دست بیاوریم. اکنون با توجه به پیچیدگی روابط به دست آمده، نتایج عددی آن را برای دو تیغه متا ماده با ضریب شکست‌های مثبت و منفی بررسی خواهیم کرد. متامواد ویژگی‌های خود را بیشتر از ساختار واحدهای اجزا تشکیل دهنده خود دریافت می‌کنند. این مواد را می‌توان از ترکیب میله‌های زیرطول موجی و مجموعه‌ای از مشددهای حلقه‌ای فلزی کوچک و مانند آنها ساخت، که این واحدهای زیر طول موجی متا اتم یا متا مولکول نامیده می‌شوند. معمولاً هندسه این ساختارها به گونه‌ای طراحی می‌شوند که می‌توان مواد با ضریب شکست کاملاً دلخواه ساخت. در اینجا فرض می‌کنیم که گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی مؤثر این دو تیغه متا ماده توسط مدل درود-لورنتس:

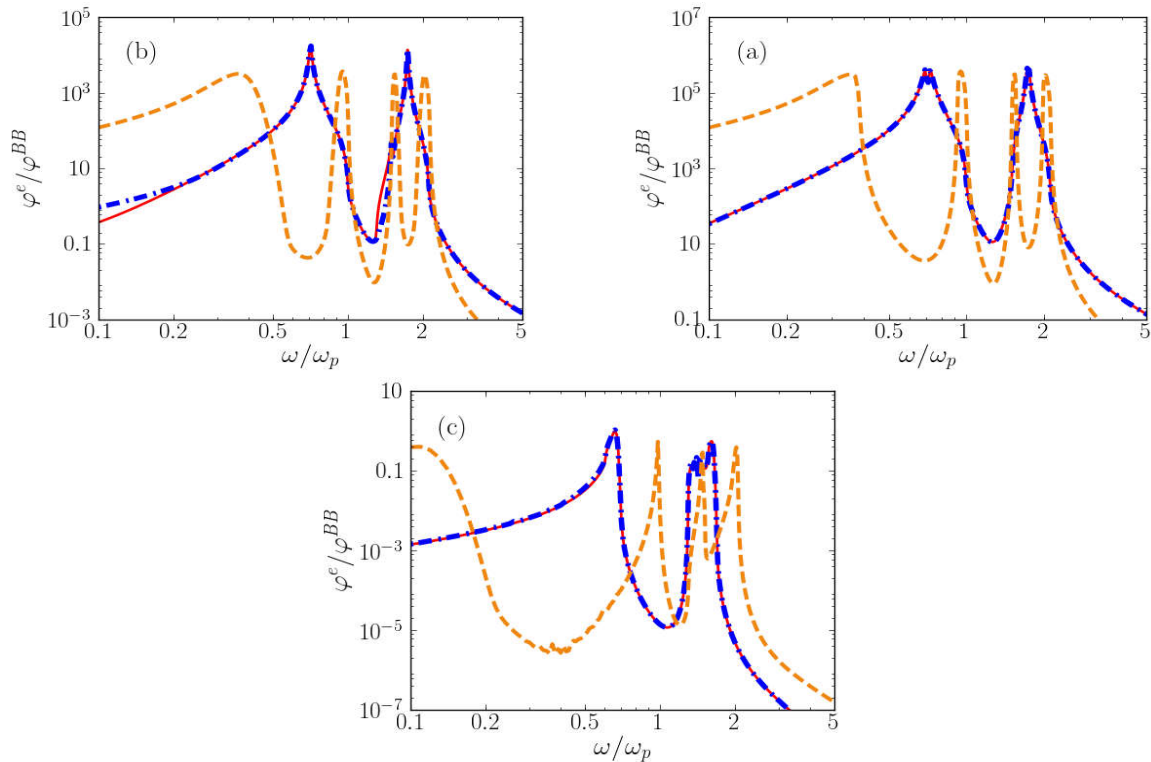
$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma_e)}, \quad (26)$$

$$\mu = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma_m\omega},$$

توصیف شوند که در آن F ضریب پرشدگی، $\omega_p = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m}$ بسامد پلاسما و n تعداد الکترون‌های آزاد بر واحد حجم هستند.

در شکل ۲ نمودار لگاریتمی مربوط به سهم امواج ناپایا در میزان تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه متا ماده یکسان که به مقدار شار گرمایی انتقالی بین دو جسم سیاه بهنجار شده، بر حسب تغییرات لگاریتمی بسامد بدون بعد ω/ω_p رسم شده است. در این نمودارها دو تیغه در دماهای متفاوت $0.385 \hbar \omega_p / k_B$ و $0.406 \hbar \omega_p / k_B$ هستند و تغییرات شار گرمایی انتقالی برای فواصل بین دو تیغه‌ای متفاوت و همچنین ضخامت‌های مختلف رسم شده‌اند. از مقایسه این نمودارها در می‌یابیم که مطابق آنچه که انتظار داریم سهم میدان نزدیک شار گرمایی انتقالی با کاهش فاصله بین دو تیغه به شدت افزایش

می‌یابد. به عنوان نمونه، شدت قله‌ها و دامنه تغییرات منحنی‌ها با کاهش فاصله دو تیغه از مقدار $\lambda_p \times 10^{-1}$ به $\lambda_p \times 10^{-4}$ ، به اندازه مرتبه بزرگی 10^5 افزایش می‌یابد. به علاوه، مقایسه منحنی‌های توپر قرمز رنگ و نقطه خط چین آبی رنگ با منحنی خط چین نارنجی رنگ نشان می‌دهد که تغییر ضخامت تیغه‌ها تا زمانی که ضخامتشان بیشتر از مقدار عمق پوسته میدان الکترومغناطیسی درون ماده، $\delta = 1/\text{Im}\beta$ است، تغییر محسوسی در گرمای انتقالی بین آنها مشاهده نمی‌شود. به همین دلیل است که منحنی‌های توپر قرمز رنگ و نقطه-خط چین آبی رنگ تقریباً بر یکدیگر منطبق هستند. در نمودارهای مزبور، دو قله در بسامدهای $\omega = 0.71\omega_p$ و $\omega = 1.73\omega_p$ مشاهده می‌شود که متناظر با پولاریتون‌های سطحی برانگیخته شده با قطبش s و p هستند. این بسامدهای تشدید کاملاً منطبق بر بسامدهایی هستند که از رابطه پاشندگی مربوط به امواج پولاریتونی سطحی مواد حجیم به ازای شرط $\mu = -1$ و $\epsilon = -1$ دست می‌آیند. با به کار بردن پارامترهای مادی (۲۶)، این بسامدهای تشدید برای قطبش‌های s و p و برای مواد حجیم به ترتیب برابر با $\omega = \sqrt{2}\omega_0/\sqrt{2-F}$ و $\omega = \omega_p/\sqrt{2}$ هستند [۲۱]. بنابراین، تفاوتی بین تابش مبادله شده بین تیغه‌های نسبتاً ضخیم و محیط‌های حجیم نیمه نامتناهی مشاهده نمی‌شود. ولی در فواصل کوچک و ضخامت‌های کوچک‌تر از عمق نفوذ پوسته اتفاق متفاوت دیگری رخ می‌دهد. در حقیقت، به دلیل جفت شدگی پولاریتونی سطحی در دو طرف یک تیغه، رابطه پاشندگی این امواج سطحی تغییر می‌کند؛ به گونه‌ای که هر تک مد سطحی که قبلاً به ازای هر یک از قطبش‌های s و p برای مواد حجیم وجود داشت اکنون به دو مد متقارن و پاد متقارن تفکیک می‌شود. به عبارت دیگر با کوچک‌تر شدن ضخامت تیغه‌ها به مقدار کمتر از عمق نفوذ پوسته به نحوی تبهگنی مدهای سطحی از بین می‌رود و در رابطه پاشندگی مربوطه به ازای هر بسامد مشخص دو ثابت موج وجود خواهد داشت. البته این دو مد تفکیک شده در حد ثابت‌های موج بزرگ به همان مقداری میل می‌کنند که برای مواد حجیم در این حالت حدی به دست می‌آید. بنابراین، در شکل ۲ و در

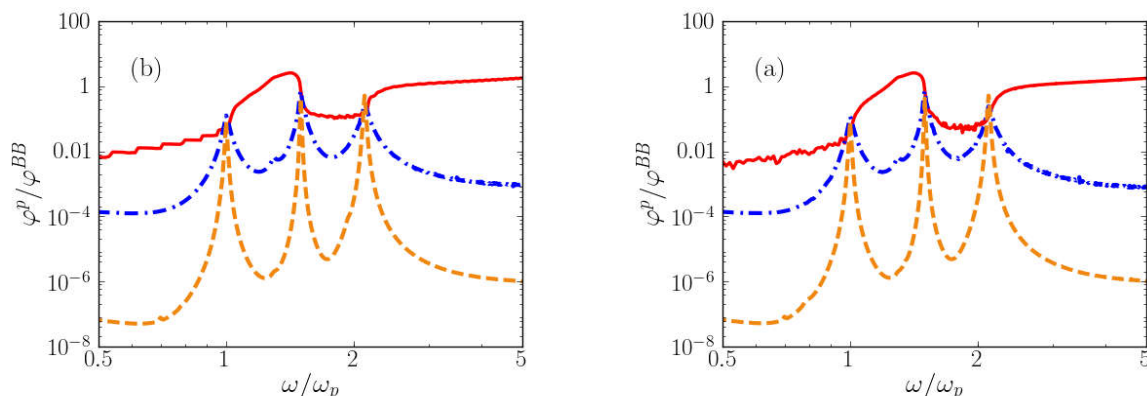


شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار لگاریتمی سهم امواج ناپایا در تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه متاماده یکسان در دماهای متفاوت $0.406 \hbar \omega_p / k_B$ و $0.385 \hbar \omega_p / k_B$ بر حسب تغییرات لگاریتمی بسامد بدون بعد ω / ω_p . در اینجا φ^{BB} بیانگر شار گرمایی انتقالی بین دو جسم سیاه با دماهای متفاوت $0.406 \hbar \omega_p / k_B$ و $0.385 \hbar \omega_p / k_B$ هستند. پارامترهای به کار برده شده در مدل دورود-لورنتس (۲۶) برای رسم نمودارها عبارتند از: $F = 0.5$ ، $\gamma_e = \gamma_m = 0.1 \omega_p$ و $\omega_0 = 1.5 \omega_p$. (الف) فاصله جدایی دو تیغه برابر $l = 5.31 \times 10^{-4} \lambda_p$ در نظر شده و منحنی‌های توپیر قرمز رنگ، نقطه-خط چین آبی رنگ و خط چین نارنجی رنگ به ترتیب به ازای ضخامت‌های $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-2} \lambda_p$ ، $d_1 = d_2 = 5.31 \lambda_p$ و $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-5} \lambda_p$ رسم شده‌اند. (ب) فاصله جدایی دو تیغه برابر $l = 5.31 \times 10^{-3} \lambda_p$ در نظر گرفته شده و منحنی‌های توپیر قرمز رنگ، نقطه-خط چین آبی رنگ و خط چین نارنجی رنگ به ترتیب به ازای ضخامت‌های $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-2} \lambda_p$ ، $d_1 = d_2 = 5.31 \lambda_p$ و $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-5} \lambda_p$ رسم شده‌اند. (ج) فاصله جدایی دو تیغه برابر $l = 5.31 \times 10^{-1} \lambda_p$ در نظر گرفته شده و منحنی‌های توپیر قرمز رنگ، نقطه خط چین آبی رنگ و خط چین نارنجی رنگ به ترتیب به ازای ضخامت‌های $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-2} \lambda_p$ ، $d_1 = d_2 = 5.31 \lambda_p$ و $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-5} \lambda_p$ رسم شده‌اند.

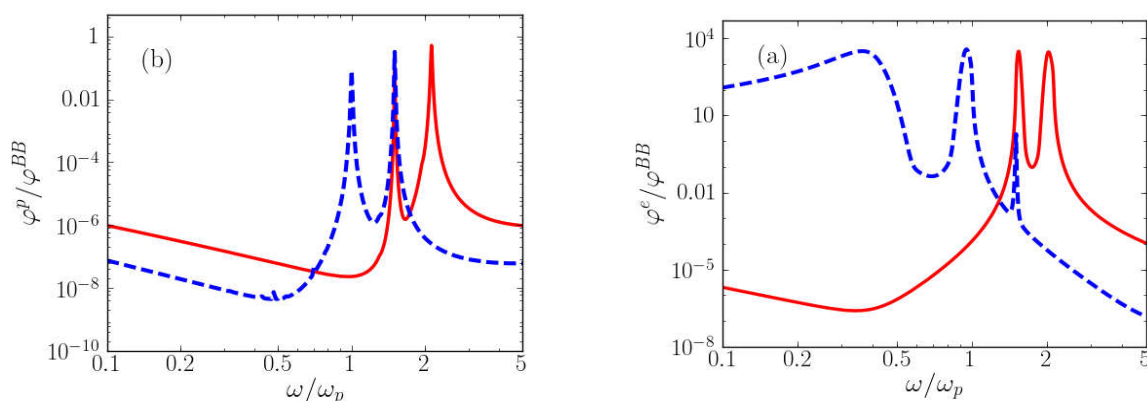
که این کاهش دامنه برای ضخامت $5.31 \times 10^{-4} \lambda_p$ تقریباً به اندازه یک مرتبه بزرگی است.

در شکل ۳ نمودار لگاریتمی مربوط به سهم میدان دور در میزان تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه متا ماده یکسان که به مقدار شار گرمایی انتقالی بین دو جسم سیاه بهنجار شده بر حسب تغییرات لگاریتمی بسامد بدون بعد ω / ω_p رسم شده است. مشاهده می‌شود که سهم امواج منتشر شونده نسبت به سهم امواج ناپایا در تابش گرمایی مبادله شده در فواصل کوچک

منحنی‌های خط چین نارنجی رنگ مشاهده می‌شود که تعداد قله‌های تشدید دو برابر شده‌اند. جزئیات بیشتر از این فرایند افزایش دو برابری تعداد مدهای پولاریتونی سطحی به ازای هر یک از قطب‌های s و p در شکل ۴ الف نشان داده شده است. از طرف دیگر، با توجه به کوچک شدن ضخامت تیغه‌ها، تیغه‌ها دیگر در مقابل تابش ساطع شده توسط تیغه دیگر کاملاً کدر نیستند. در نتیجه مقداری از انرژی تابشی از آن عبور کرده و باعث می‌شود که شدت دامنه تغییرات کاهش یابد. در شکل ۲ ب مشاهده می‌شود



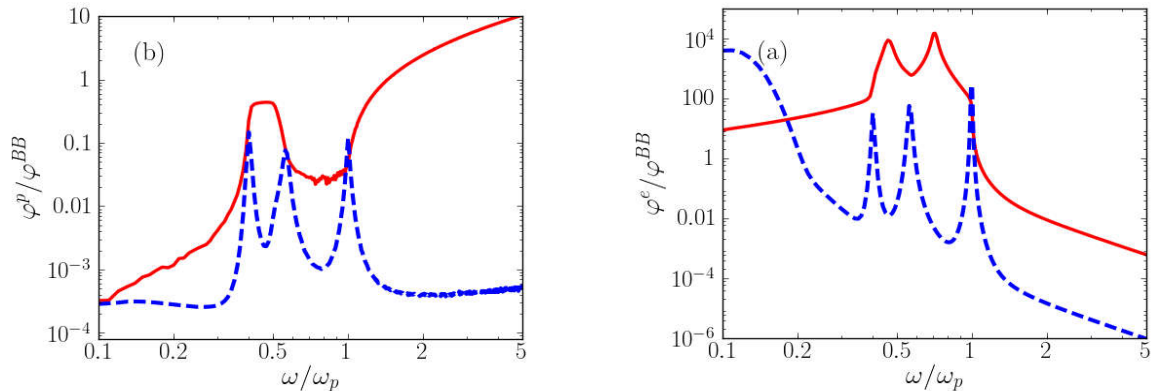
شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار تغییرات لگاریتمی سهم امواج منتشر شونده در تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه متا ماده یکسان در دماهای متفاوت $0.46 \hbar \omega_p / k_B$ و $0.385 \hbar \omega_p / k_B$ بر حسب تغییرات لگاریتمی بسامد بدون بعد ω/ω_p . پارامترهای مادی به کار برده شده در اینجا مشابه شکل ۲ هستند. منحنی‌های توپر قرمز رنگ، نقطه خط چین آبی رنگ و خط چین نارنجی رنگ به ترتیب به ازای ضخامت‌های $d_1 = d_2 = 5.31 \lambda_p$ ، $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-3} \lambda_p$ و $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-4} \lambda_p$ رسم شده‌اند. فاصله جدایی دو تیغه در (الف) $l = 5.31 \times 10^3 \lambda_p$ و در (ب) $l = 5.31 \lambda_p$ است.



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار تغییرات لگاریتمی (الف) سهم امواج ناپایا و (ب) سهم امواج منتشر شونده در تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه متا ماده یکسان در دماهای متفاوت $0.46 \hbar \omega_p / k_B$ و $0.385 \hbar \omega_p / k_B$ بر حسب تغییرات لگاریتمی بسامد بدون بعد ω/ω_p . منحنی‌های توپر قرمز رنگ و خط چین آبی رنگ به ترتیب به قطبش‌های S و P اشاره دارند. پارامترهای مادی به کار برده شده در اینجا مشابه شکل ۲ هستند. ضخامت لایه‌ها برابر $d_1 = d_2 = 5.31 \times 10^{-3} \lambda_p$ در نظر گرفته شده و فاصله جدایی دو تیغه در (الف) $l = 5.31 \times 10^3 \lambda_p$ و در (ب) $l = 5.31 \lambda_p$ هستند.

بولتزمن). ولی نکته‌ای که کاملاً مشهود است، کاهش دامنه تغییرات تابش انتقالی به همراه تغییرات تقریباً نوسانی شکلی است که در ضخامت‌های کوچک دیده می‌شود. این اثرات نتیجه‌ای از رقابت دو عامل مهم هستند. عامل نخست مربوط به اثرات تداخلی فابری-پرو مانندی است که از بازتاب‌های چندگانه در تیغه نازک ناشی می‌شوند و موجب افزایش دامنه و همچنین یک رفتار نوسان گونه در شار گرمایی تبدلی می‌شوند.

تقریباً چندین مرتبه بزرگی کوچک‌تر است. نتیجه‌ای که مکانیک کلاسیک نمی‌تواند به توصیف آن پردازد. علاوه بر این، مشاهده می‌شود که منحنی‌های مختلفی که به ازای ضخامت‌های متفاوت ترسیم شده‌اند عملاً با تغییر فاصله جدایی دو تیغه تغییر نمی‌کنند. نتیجه‌ای که در تطابق کامل با نتایج کلاسیکی است و بیانگر آن است که تابش گرمایی ساطع شده از یک جسم گرم در فواصل بزرگ عملاً مستقل از فاصله است (قانون استفان-



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار تغییرات لگاریتمی (الف) سهم امواج ناپایا و (ب) سهم امواج منتشر شونده در تابش گرمایی مبادله شده بین دو تیغه متا ماده یکسان که در بازه بسامدی $0.4\omega_p < \omega < 0.6\omega_p$ ضریب شکست منفی از خود نشان می دهند بر حسب تغییرات لگاریتمی بسامد بدون بعد ω/ω_p . در اینجا دو تیغه در دماهای متفاوت $0.406\hbar\omega_p/k_B$ و $0.385\hbar\omega_p/k_B$ هستند و پارامترهای به کار برده شده در مدل درود-لورنتس (۲۶) برای رسم نمودارها عبارتند از: $F=0.5$ ، $\gamma_e=\gamma_m=0.1\omega_p$ ، $\omega_0=0.4\omega_p$. منحنی های توپر قرمز رنگ و خط چین آبی رنگ به ترتیب به ازای ضخامت های (الف) $d_1=d_2=5.31\times 10^{-3}\lambda_p$ و $d_1=d_2=5.31\times 10^{-5}\lambda_p$ و فاصله جدایی $l=5.31\times 10^{-3}\lambda_p$ و (ب) ضخامت های $d_1=d_2=5.31\times 10^{-2}\lambda_p$ و فاصله جدایی $l=5.31\times 10\lambda_p$ رسم شده اند.

دیگر، رفتار کلی دامنه تغییرات شار گرمایی تقریباً مشابه وضعیت های شکل های ۳ و ۴ هستند.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله شار تابشی گرمایی مبادله شده بین دو تیغه مغناطودی الکتریک با دماهای متفاوت در خلأ بررسی شد. رهیافت به کار برده شده در اینجا بر پایه یک رهیافت کوانتس کانونی میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده استوار بود. بر این اساس نخست تانسورهای گرین الکتریکی-الکتریکی، مغناطیسی-مغناطیسی، الکتریکی-مغناطیسی و مغناطیسی-الکتریکی سامانه محاسبه شد و به دنبال آن با به کار گیری مؤلفه های این تانسورها، میدان های الکتریکی و مغناطیسی سامانه و سپس میانگین آنسامبلی بردار پوینتینگ به صورت تحلیلی به دست آمدند. در نهایت با توجه به پیچیدگی طولانی بودن رابطه نهایی، نتایج عددی آن مطالعه شد. بدین منظور پارامترهای مادی تیغه ها با مدل درود-لورنتس الگوسازی و رقابت بین دو سهم میدان نزدیک و دور در شار گرمایی انتقالی با تغییر فاصله جدایی و ضخامت تیغه ها بررسی شد. مشاهده کردیم که در فواصل جدایی بسیار کوچک، سهم

عامل دیگر مربوط به کاهش چشمه های ساطع کننده تابش گرمایی در اثر کاهش ضخامت تیغه ها به ضخامت های کمتر از مقدار عمق نفوذ پوسته است که منجر به کاهش شدت تابش انتقالی بین اجسام گرم می شود. در شکل ۴. ب جزئیات هر یک از قطبش های s و p را در سهمی که امواج منتشر شونده به تنهایی در شار گرمایی بازی می کنند، نشان می دهد.

در شکل ۵. الف و ب به ترتیب سهم میدان نزدیک و میدان دور در شار تابشی برای وضعیتی که تیغه ها در برخی از بازه های بسامد ضریب شکست منفی دارند، نشان داده شده است. می دانیم که منفی شدن هم زمان پارامترهای گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی موجب ضریب شکست منفی می شود. با توجه به پارامترهای به کار رفته در این شکل و همچنین معیار $\arg(\epsilon)+\arg(\mu) > \pi$ که در مرجع [۲۱] بیان شده است به سادگی می توان مشاهده کرد که این تیغه ها در بازه بسامدی $0.4\omega_p < \omega < 0.6\omega_p$ ضریب شکست منفی از خود نشان می دهند. نتایج شکل ۵ نشان می دهد به جز تفاوت های اندکی که فقط ناشی از تغییر پارامترهای مادی است، ضریب شکست منفی به خودی خود نسبت به ضریب شکست مثبت تأثیر متفاوت و شگرفی بر تابش گرمایی تبادل ندارد. به عبارت

$$L_{int} = \dot{P}(r,t) \cdot A(r,t) + M(r,t) \cdot B(r,t), \quad (۴-۱)$$

نوشته می‌شود. در اینجا $P(r,t)$ و $M(r,t)$ بردار قطبش و مغناطش ماده هستند و بر حسب تانسورهای جفت‌شدگی بخش الکتریکی \bar{g}_e و مغناطیسی \bar{g}_m به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$P(r,t) = \int_0^\infty d\omega \bar{g}_e(r,\omega) \cdot X_\omega(r,t),$$

$$M(r,t) = \int_0^\infty d\omega \bar{g}_m(r,\omega) \cdot Y_\omega(r,t). \quad (۵-۱)$$

اکنون با استفاده از لاگرانژی (۱-۱)، تکانه‌های همیوگ متناظر با متغیرهای دینامیکی سامانه به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$-\varepsilon_0 E_i(r,t) = \frac{\partial L}{\partial A_i},$$

$$Q_{\omega,i}(r,t) = \frac{\partial L}{\partial \dot{X}_i} = \dot{X}_{\omega,i}(r,t) + \bar{g}_{e,ij}(r,\omega) A_j(r,t),$$

$$\Pi_{\omega,i}(r,t) = \frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_{\omega,i}} = \dot{Y}_{\omega,i}(r,t). \quad (۶-۱)$$

با به کار بردن لاگرانژی (۱-۱) به همراه روابط بالا، چگالی هامیلتونی سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H = \frac{1}{4} \varepsilon_0 E^T(r,t) + \frac{1}{4\mu_0} B^T(r,t)$$

$$+ \frac{1}{4} \int_0^\infty d\omega (Q_\omega^T(r,t) + \omega^T X_\omega^T(r,t))$$

$$+ \frac{1}{4} \int_0^\infty d\omega (\Pi_\omega^T(r,t) + \omega^T Y_\omega^T(r,t)) \quad (۷-۱)$$

$$- M(r,t) \cdot B(r,t)$$

$$- \dot{P}(r,t) \cdot A(r,t) - \frac{1}{4} \int_0^\infty d\omega \bar{g}_e^T(r,\omega) A^T(r,t).$$

حال به منظور توصیف کوانتومی سامانه مزبور، روابط جابه‌جایی زیر را بین متغیرهای دینامیکی و تکانه‌های همیوگشان برقرار می‌کنیم:

$$[A_i(r,t), -\varepsilon_0 E_j(r,t)] = i\hbar \delta(r-r') \delta_{ij},$$

$$[X_i(r,\omega,t), Q_j(r',\omega',t)] = i\hbar \delta(r-r') \delta(\omega-\omega') \delta_{ij}, \quad (۸-۱)$$

$$[Y_i(r,\omega,t), \Pi_j(r',\omega',t)] = i\hbar \delta(r-r') \delta(\omega-\omega') \delta_{ij}.$$

با به کار بردن روابط جابه‌جایی بالا و استفاده از هامیلتونی (۷-۱)، معادلات هایزنبرگ متناظر با متغیرهای دینامیکی سامانه عبارتند از:

میدان‌های نزدیک در تابش مبادله شده به شدت بر سهم میدان دور غالب است. علاوه بر این، در فواصل جدایی بسیار کوچک با کمتر شدن ضخامت تیغه‌ها تعداد قله‌های تشدید در طیف تابشی مربوط به میدان‌های ناپایا، به علت جفت‌شدگی پولاریتون‌های سطحی دو طرف یک تیغه، افزایش می‌یابد.

پیوست ۱

کوانتش کانونی میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط مادی

در این پیوست، رهیافت کوانتش کانونی میدان الکترومغناطیسی را در حضور محیط‌های جاذب، پاشنده، ناهمگن و ناهمسانگرد مرور سریع می‌کنیم. یک سامانه شامل میدان الکترومغناطیسی، محیط مغناطودی‌الکتریک جاذب و پاشنده و برهم‌کنش بین آنها را در نظر می‌گیریم. چگالی لاگرانژی کل سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۴-۲۵]:

$$L = L_F + L_e + L_m + L_{int}. \quad (۱-۱)$$

جمله اول در رابطه بالا، تراز شود L_F ، چگالی لاگرانژی متناظر با میدان الکترومغناطیسی است که به شکل

$$L_F = \frac{1}{4} \varepsilon_0 E^T(r,t) - \frac{1}{4\mu_0} B^T(r,t), \quad (۲-۱)$$

نوشته می‌شود. جمله‌های دوم و سوم در لاگرانژی (۱-۱)، بیانگر چگالی‌های لاگرانژی محیط مغناطودی‌الکتریک هستند. این چگالی لاگرانژی‌ها بر اساس مدل هوپفیلد [۲۶] توسط پیوستاری از نوسانگرهای هماهنگ مستقل الگوسازی می‌شوند. بر این اساس لاگرانژی ماده مغناطودی‌الکتریک به صورت زیر داده می‌شود:

$$L_e + L_m = \frac{1}{4} \int_0^\infty d\omega [\dot{X}_\omega^T(r,t) - \omega^T X_\omega^T(r,t)]$$

$$+ \frac{1}{4} \int_0^\infty d\omega [\dot{Y}_\omega^T(r,t) - \omega^T Y_\omega^T(r,t)], \quad (۳-۱)$$

که در آن میدان‌های برداری X_ω و Y_ω به ترتیب توصیف کننده ویژگی‌های الکتریکی و مغناطیسی ماده هستند. در نهایت سهم مربوط به بخش برهم‌کنشی لاگرانژی ماده و میدان L_{int} است و به شکل

$$[\hat{f}_{e(m),j}^{\dagger}(\mathbf{r}, \omega, t), \hat{f}_{e(m),j}^{\dagger}(\mathbf{r}', \omega', t)] = \delta_{ij} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(\omega - \omega') \quad (15-1)$$

اکنون با وارون کردن روابط (۱۲-۱)، تانسورهای جفت‌شدگی سامانه بر حسب قسمت موهومی پارامترهای مادی به صورت $\bar{g}_e^t \bar{g}_e(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\gamma \varepsilon_0 \omega}{\pi} \text{Im}[\bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega)]$ و $\bar{g}_m^t \bar{g}_m(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{\gamma \omega}{\mu_0 \pi} \text{Im}[\bar{\mu}^{-1}(\mathbf{r}, \omega)]$ با به کار بردن این روابط و همچنین استفاده از روابط جابه‌جایی (۱-۱۵)، روابط همبستگی بین عملگرهای نوفه قطبش و مغناطش به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \langle \hat{P}_i^N(\mathbf{r}, \omega), \hat{P}_j^{N\dagger}(\mathbf{r}', \omega') \rangle &= \gamma \pi \hbar \varepsilon_0 \text{Im}[\bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{r}, \omega)] \\ & a_T(\omega) \delta_{ij} \delta(\omega - \omega') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \\ \langle \hat{M}_i^N(\mathbf{r}, \omega), \hat{M}_j^{N\dagger}(\mathbf{r}', \omega') \rangle &= \gamma \pi \hbar \mu_0^{-1} \text{Im}[\bar{\mu}_{ij}^{-1}(\mathbf{r}, \omega)] \\ & a_T(\omega) \delta_{ij} \delta(\omega - \omega') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \\ \langle \hat{P}_i^N(\mathbf{r}, \omega), \hat{M}_j^{N\dagger}(\mathbf{r}', \omega') \rangle &= \langle \hat{M}_i^N(\mathbf{r}, \omega), \hat{P}_j^{N\dagger}(\mathbf{r}', \omega') \rangle = 0. \end{aligned} \quad (16-1)$$

در اینجا $a_T = [\gamma(n_T + \frac{1}{2})]$ بیانگر میانگین تعداد فوتون‌های گرمایی است که در آن \hbar ، k_B و T به ترتیب اشاره به ثابت پلانک تقسیم بر 2π ، ثابت بولتزمن و دمای تیغه مغناطودی-الکتریک دارند. در حقیقت روابط (۱۶-۱) در تطابق کامل با قضیه اتلاف-افت و خیز است که مراجع دیگر از آن استفاده می‌کنند در حالی که این روابط مستقیماً از فرمول‌بندی رهیافت‌مان به دست می‌آیند.

با استفاده از روابط (۱۱-۱) و جایگذاری آن در رابطه (۱-۱۰)، معادله موج به صورت

$$\left[\bar{\nabla} \times (\bar{\mu}^{-1}(\mathbf{r}, \omega) \bar{\nabla} \times) - \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega) \right] \hat{E}(\mathbf{r}, \omega) = \mu_0 \omega \hat{j}_e^N(\mathbf{r}, \omega) - \mu_0 \bar{\nabla} \times \hat{j}_m^N(\mathbf{r}, \omega), \quad (17-1)$$

به دست می‌آید. در رابطه بالا $\hat{j}_e^N = -i\omega \hat{P}^N(\mathbf{r}, \omega)$ چگالی جریان نوفه الکتریکی، $\hat{j}_m^N(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega \hat{M}^N(\mathbf{r}, \omega)$ چگالی جریان نوفه مغناطیسی بوده و $\bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{I} + \bar{\chi}_e(\mathbf{r}, \omega)$

$$\begin{aligned} \ddot{X}_\omega(\mathbf{r}, t) + \omega^{\vee} X_\omega(\mathbf{r}, t) &= \bar{g}_e(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \\ \ddot{Y}_\omega(\mathbf{r}, t) + \omega^{\vee} Y_\omega(\mathbf{r}, t) &= \bar{g}_m(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (9-1)$$

و

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) + c^{-2} \ddot{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 [\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) + \dot{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, t)]. \quad (10-1)$$

با حل روابط (۹-۱) و جایگذاری پاسخ آنها در رابطه (۱۰-۱)، بردارهای قطبش و مغناطش ماده در فضای بسامد به صورت زیر دست می‌آید:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{P}^N(\mathbf{r}, \omega) + \bar{\chi}^e(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad (11-1)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{M}^N(\mathbf{r}, \omega) + \bar{\chi}^m(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega),$$

که در آن پذیرفتاری الکتریکی و مغناطیسی $\bar{\chi}^{e(m)}$ بر حسب تانسورهای جفت‌شدگی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\bar{\chi}_{ij}^e(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0^{-1} \int_0^\infty d\omega' \frac{\bar{g}_e^t \bar{g}_e}{\omega'^2 - \omega^2 + i0^+}, \quad (12-1)$$

$$\bar{\chi}_{ij}^m(\mathbf{r}, \omega) = \mu_0 \int_0^\infty d\omega' \frac{\bar{g}_m^t \bar{g}_m}{\omega'^2 - \omega^2 + i0^+}.$$

جمالات \mathbf{P}^N و \mathbf{M}^N در رابطه (۱۱-۱)، عملگرهای نوفه قطبش و مغناطش ماده هستند که از اثرات اتلافی در ماده ناشی می‌شوند. با تعریف عملگرهای $\hat{f}_e = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}} [-i\omega X_\omega(\mathbf{r}, t) + Q_\omega(\mathbf{r}, t)]$ و $\hat{f}_m = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}} [\omega Y_\omega(\mathbf{r}, t) + t \Pi_\omega(\mathbf{r}, t)]$ عملگرهای نوفه قطبش و مغناطش به دو بخش بسامد مثبت و منفی به شکل

$$\mathbf{P}^N(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{P}^{+N}(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{P}^{-N}(\mathbf{r}, \omega), \quad (13-1)$$

$$\mathbf{M}^N(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{M}^{+N}(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{M}^{-N}(\mathbf{r}, \omega),$$

تفکیک می‌شوند. بخش مثبت بسامدی آنها برابر

$$\hat{P}^{+N}(\mathbf{r}, \omega) = \gamma \pi \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \bar{g}_e(\mathbf{r}, \omega) \cdot \hat{f}_e(\mathbf{r}, \omega, 0), \quad (14-1)$$

$$\hat{M}^{+N}(\mathbf{r}, \omega) = \gamma \pi \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \bar{g}_m(\mathbf{r}, \omega) \cdot \hat{f}_m(\mathbf{r}, \omega, 0),$$

است و بخش منفی بسامدی آنها اثر عملگر هرمیتی بر بخش مثبت بسامدی به دست می‌آید. به سادگی می‌توان نشان داد که با به کار بردن رابطه جابه‌جایی (۸-۱)، این عملگرهای نوفه در رابطه جابه‌جایی بوزونی زیر صدق می‌کنند:

که در آن $\sigma_s = -1, \sigma_p = 1$ و $\Xi_{\lambda}^{jj'} = \frac{t_{jj'}^{\lambda} e^{i\beta_j d_j} e^{i\beta_{j'} d_{j'}}}{D_{\lambda j'} D_{\lambda j}}$ است.

به‌علاوه ضرایب برداری $\mathcal{E}_{\lambda}^{j>}$ و $\mathcal{E}_{\lambda}^{j<}$ بر حسب ضرایب فرنل بازتاب بین لایه n و لایه 0 (صفرم، $r_{j/n}^{\lambda}$) و لایه m و بین لایه n ام، $(r_{j/n}^{\lambda})$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\lambda}^{j>}(z, k_{\parallel}, \omega) &= e_{\lambda+}^j(k_{\parallel}) e^{i\beta(z-d_j)} \\ &+ r_{j/n}^{\lambda} e_{\lambda-}^j(-k_{\parallel}) e^{-i\beta(z-d_j)}, \\ \mathcal{E}_{\lambda}^{j<}(z, k_{\parallel}, \omega) &= e_{\lambda-}^j(k_{\parallel}) e^{-i\beta z} \\ &+ r_{j/n}^{\lambda} e_{\lambda+}^j(-k_{\parallel}) e^{i\beta z}, \end{aligned} \quad (4-2)$$

که در آن بردارهای $\hat{e}_{\pm}^j = \hat{k}_{\parallel} \times \hat{z} = \hat{s}_{\pm}^j$ و $e_{\pm}^j(k_{\parallel}) = \hat{k}_{\parallel} \times \hat{z} = \hat{s}_{\pm}^j$ بردارهای یک‌متناظر با قطبش p, s هستند. اکنون یک ساختار ۴ لایه‌ای را بررسی می‌کنیم که در آن لایه صفرم، دوم و آخر آن برابر محیط خلأ هستند (شکل ۱). بنابراین پارامترهای مادی این لایه‌ها برابر ϵ_0 و μ_0 هستند. با توجه به نکات گفته شده در متن مقاله، به مؤلفه‌های تانسور گرینی نیاز داریم که نقاط چشمه و میدان آنها در لایه های $j = 3, j' = 1$ قرار دارند. بر این اساس، تانسور گرین (۲-۲) به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\bar{\bar{G}}^{\lambda}(z, z', k_{\parallel}, \omega) = \frac{i}{\gamma} \sum_{\lambda=s,p} \sigma_{\lambda} [\mathcal{E}_{\lambda}^{j>}(z, k_{\parallel}, \omega) \Xi_{\lambda}^{\lambda'} \mathcal{E}_{\lambda}^{j<}(z', -k_{\parallel}, \omega)], \quad (5-2)$$

که در آن دوتایی نتیجه شده از حاصل ضرب ضرایب برداری $\mathcal{E}_{\lambda}^{j>} \otimes \mathcal{E}_{\lambda}^{j<}$ ، با استفاده از روابط (۲-۴) برای قطبش‌های مختلف به صورت زیر داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{s'}^{j>}(z, k_{\parallel}, \omega) \otimes \mathcal{E}_{s'}^{j<}(z', -k_{\parallel}, \omega) &= e_{s+}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{s+}^{\lambda}(k_{\parallel}) \\ &e^{i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} e^{-i\beta_{\tau} z'} + r_{s'}^{\lambda} e_{s+}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{s-}^{\lambda}(k_{\parallel}) e^{i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} \\ &e^{i\beta_{\tau} z'} + r_{s'}^{\lambda} e_{s-}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{s+}^{\lambda}(k_{\parallel}) e^{-i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} e^{-i\beta_{\tau} z'} + \\ &r_{s'}^{\lambda} r_{s'}^{\lambda} e_{s-}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{s-}^{\lambda}(k_{\parallel}) e^{-i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} e^{i\beta_{\tau} z'}, \end{aligned} \quad (6-2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{p'}^{j>}(z, k_{\parallel}, \omega) \otimes \mathcal{E}_{p'}^{j<}(z', -k_{\parallel}, \omega) &= e_{p+}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{p+}^{\lambda}(k_{\parallel}) \\ &(k_{\parallel}) e^{i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} e^{-i\beta_{\tau} z'} + r_{p'}^{\lambda} e_{p+}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{p-}^{\lambda}(k_{\parallel}) \\ &(k_{\parallel}) e^{i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} e^{i\beta_{\tau} z'} + r_{p'}^{\lambda} e_{p-}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{p+}^{\lambda}(k_{\parallel}) \\ &e^{-i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} e^{-i\beta_{\tau} z'} + r_{p'}^{\lambda} r_{p'}^{\lambda} e_{p-}^{\lambda}(k_{\parallel}) e_{p-}^{\lambda}(k_{\parallel}) \\ &e^{-i\beta_{\tau}(z-d_{\tau})} e^{i\beta_{\tau} z'}. \end{aligned} \quad (7-2)$$

به ترتیب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی محیط مغناطودی الکتریک هستند. به سادگی می‌توان نشان داد که با به کار بردن معادله موج بالا و معرفی تانسورهای گرین الکترومغناطیسی سامانه، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر حسب عملگرهای بوزونی الکتریکی و مغناطیسی و تانسورهای گرین الکترومغناطیسی سامانه بیان شده و بدین ترتیب روند کوانتس کانونی تکمیل می‌شود. این کار با جزییات کامل در بخش ۲ مقاله انجام شده است.

پیوست ۲

تانسور گرین

سامانه مورد بررسی در این مقاله یک ساختار چند لایه‌ای مغناطودی الکتریک است. تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه مزبور با تعمیم روش ارائه شده در مرجع [۲۳] برای محیط‌های مغناطودی الکتریک به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{G}}(r, r', \omega) &= \frac{\mu_j(r, \omega)}{(2\pi)^2} \\ &\int d^3 k_{\parallel} \bar{\bar{G}}(z, z', k_{\parallel}, \omega) e^{i k_{\parallel} \cdot (R - R_0)}. \end{aligned} \quad (1-2)$$

در اینجا $R = (x, y)$ و $k_{\parallel} = (k_x, k_y)$ به ترتیب مختصه مکان و بردار موج مماسی بر سطح لایه‌ها و $\bar{\bar{G}}(z, z', k_{\parallel}, \omega)$ تانسور گرین سامانه در فضای فوریه است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{G}}^{jj'}(z, z', k_{\parallel}, \omega) &= -e_z \frac{\delta_{jj'}}{k_j} \\ &e_z \delta(z - z') + \bar{\bar{g}}^{jj'}(z, z', k_{\parallel}, \omega). \end{aligned} \quad (2-2)$$

همان طور که مشاهده می‌شود تانسور گرین سامانه شامل دو جمله است. جمله اول و دوم به ترتیب بیانگر پاسخ‌های ناهمگن و همگن معادله هلمهولتز و اندیس‌های j, j' نیز هر کدام مشخص کننده موضع نقاط چشمه و میدان هستند. در اینجا پاسخ بخش ناهمگن عبارت است از:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{g}}^{jj'}(z, z', k_{\parallel}, \omega) &= \frac{i}{\gamma} \sum_{\lambda=s,p} \sigma_{\lambda} [\mathcal{E}_{\lambda}^{j>}(z, k_{\parallel}, \omega) \\ &\Xi_{\lambda}^{jj'} \mathcal{E}_{\lambda}^{j<}(z', -k_{\parallel}, \omega) \Theta(j - j') \\ &+ \mathcal{E}_{\lambda}^{j>}(z', -k_{\parallel}, \omega) \Xi_{\lambda}^{jj'} \mathcal{E}_{\lambda}^{j<}(z, k_{\parallel}, \omega) \Theta(j' - j)]. \end{aligned} \quad (3-2)$$

با جایگذاری روابط بالا در رابطه (۱-۲)، تانسور گرین الکتریکی - الکتریکی $\bar{\bar{G}}_{Ee}^{r_1}$ که بیانگر رابطه مستقیم چشمه‌های الکتریکی در تولید میدان الکتریکی است، در فضای مکان به صورت زیر داده می‌شود:

با جایگذاری روابط بالا در رابطه (۱-۲)، تانسور گرین الکتریکی - الکتریکی $\bar{\bar{G}}_{Ee}^{r_1}$ که بیانگر رابطه مستقیم چشمه‌های الکتریکی در تولید میدان الکتریکی است، در فضای مکان به صورت زیر داده می‌شود:

$$\bar{\bar{G}}_{He}^{r_1}(r, r', \omega) = \frac{1}{\Lambda \pi^2} \int d^3 k_{\parallel} e^{ik_{\parallel}(R-R_0)} k_{\parallel} \left(\sum_{i,j=x,y,z} g_{ij}^{He} \right), \quad (14-2)$$

که در آن مؤلفه‌های دکارتی g_{ij}^{He} به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$g_{xx}^{He} = \Xi_s^{r_1} \frac{k_x k_y}{k_{\parallel}^2} \beta_r (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} - r_{rr}^s e^{-i\beta_r(z-d_r)}) - \Xi_p^{r_1} \frac{k_x k_y}{k_{\parallel}^2} \frac{\beta_r (\beta_r^2 + k_{\parallel}^2)}{k_{\parallel} k_r} (e^{-i\beta_r z'} - r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) = -g_{yy}^{He}, \quad (15-2)$$

$$g_{xy}^{He} = -[\Xi_s^{r_1} \frac{k_x}{k_{\parallel}} \beta_r (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} - r_{rr}^s e^{-i\beta_r(z-d_r)}) + \Xi_p^{r_1} \frac{k_y}{k_{\parallel}} \frac{\beta_r (\beta_r^2 + k_{\parallel}^2)}{k_{\parallel} k_r} (e^{-i\beta_r z'} - r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)})] = -g_{yx}^{He} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (16-2)$$

$$g_{xz}^{He} = \Xi_p^{r_1} k_y \frac{(\beta_r^2 + k_{\parallel}^2)}{k_{\parallel} k_r} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) = -g_{yz}^{He} (k_y \rightarrow k_x), \quad (17-2)$$

$$g_{zx}^{He} = -\Xi_s^{r_1} (k_y) (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^s e^{-i\beta_r(z-d_r)}) = -g_{zy}^{He} (k_y \rightarrow k_x), \quad (18-2)$$

$$g_{zz}^{He} = 0. \quad (19-2)$$

به طور مشابه مؤلفه‌های تانسور گرین الکتریکی - مغناطیسی و مغناطیسی - الکتریکی $\bar{\bar{G}}_{Em}^{r_1}$ و $\bar{\bar{G}}_{Hm}^{r_1}$ که به ترتیب بیانگر رابطه مستقیم چشمه‌های مغناطیسی در تولید میدان الکتریکی و مغناطیسی هستند، مطابق آنچه که در بخش ۱ گفته شد بر حسب تانسور گرین الکتریکی $\bar{\bar{G}}_{Ee}$ به شکل $\bar{\bar{G}}_{Ee}(r, r', \omega) \times \bar{\bar{V}}_{r'}$ و $\bar{\bar{G}}_{Ee}(r, r', \omega) \times \bar{\bar{V}}_{r'}$ / $i\omega\mu(r, \omega)$ با به کار بردن این نکات و استفاده از تانسور گرین (۸-۲) داریم:

$$\bar{\bar{G}}_{Em}^{r_1}(r, r', \omega) = \frac{1}{\Lambda \pi^2} \int d^3 k_{\parallel} e^{ik_{\parallel}(R-R_0)} \mu_r k_{\parallel} \left(\sum_{i,j=x,y,z} g_{ij}^{Em} \right), \quad (20-2)$$

$$\bar{\bar{G}}_{Ee}^{r_1}(r, r', \omega) = \frac{1}{\Lambda \pi^2} \int d^3 k_{\parallel} e^{ik_{\parallel}(R-R_0)} \mu_r \left(\sum_{i,j=x,y,z} g_{ij}^{Ee} \right), \quad (8-2)$$

که در آن مؤلفه‌های دکارتی g_{ij}^{Ee} به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$g_{zz}^{Ee} = \Xi_p^{r_1} \frac{k_{\parallel}^2}{k_{\parallel} k_r} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}), \quad (9-2)$$

$$g_{xx}^{Ee} = \Xi_s^{r_1} \frac{k_y^2}{k_{\parallel}^2} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^s e^{-i\beta_r(z-d_r)}) + \Xi_p^{r_1} \frac{\beta_r \beta_r k_x}{k_{\parallel} k_r} (e^{-i\beta_r z'} - r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} - r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) = g_{yy}^{Ee} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (10-2)$$

$$g_{xy}^{Ee} = -\Xi_s^{r_1} \frac{k_y k_x}{k_{\parallel}^2} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^s e^{-i\beta_r(z-d_r)}) + \Xi_p^{r_1} \frac{\beta_r \beta_r k_x k_y}{k_{\parallel} k_r} (e^{-i\beta_r z'} - r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} - r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) = g_{yx}^{Ee} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (11-2)$$

$$g_{xz}^{Ee} = -\Xi_p^{r_1} \frac{\beta_r}{k_{\parallel} k_r} k_x (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} - r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) = g_{yz}^{Ee} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (12-2)$$

$$g_{zx}^{Ee} = \Xi_p^{r_1} \frac{\beta_r}{k_{\parallel} k_r} k_x (-e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{rr}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) = g_{zy}^{Ee} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (13-2)$$

از طرف دیگر، تانسور گرین $\bar{\bar{G}}_{He}^{r_1}$ که رابطه مستقیم چشمه‌های الکتریکی را در تولید میدان مغناطیسی بیان می‌کند با مشتق‌گیری فضایی از تانسور گرین الکتریکی - الکتریکی سامانه به صورت

$$g_{yz}^{Hm} = [\Xi_s^{\gamma_1} \beta_r k_y (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} - r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)})] = g_{xz}^{Hm} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (29-2)$$

$$g_{zz}^{Hm} = -[\Xi_s^{\gamma_1} k_{||}^{\gamma} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)})], \quad (30-2)$$

$$g_{zy}^{Hm} = [\Xi_s^{\gamma_1} k_y \beta_r (e^{-i\beta_r z'} - r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)})] = g_{zx}^{Hm} (k_x \leftrightarrow k_y). \quad (31-2)$$

پیوست ۳

بردار پوییتینگ

با توجه به طولانی بودن محاسبه میانگین بردار پوییتینگ

$$\langle S_z(r,t) \rangle = \gamma \text{Re} \langle E_x(r,t) H_y^*(r,t) - E_y(r,t) H_x^*(r,t) \rangle. \quad (1-3)$$

جزئیات محاسبات آن در این پیوست آورده شده است با توجه به رابطه بالا، مؤلفه Z بردار پوییتینگ در فضای بسامد به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \langle S_z(r,\omega) \rangle &= \gamma \text{Re} \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{d\omega'}{2\pi} e^{i(\omega-\omega')t} \\ &\langle E_x(r,\omega) H_y^*(r,\omega') - E_y(r,\omega) H_x^*(r,\omega') \rangle, \\ &= \gamma \text{Re} \int \frac{d\omega}{(2\pi)^{\gamma}} \langle [E_{e,x} + E_{m,x}] [H_{e,y}^* + H_{m,y}^*] - [E_{e,y} + E_{m,y}] [H_{e,x}^* + H_{m,x}^*] \rangle. \end{aligned} \quad (2-3)$$

که در رابطه بالا از تفکیک میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به دو بخش الکتریکی و مغناطیسی استفاده شده است. مشاهده می‌شود که مقدار میانگین بردار پوییتینگ به همبستگی‌های کوانتومی بین میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بستگی دارد. بنابراین با به کار بردن روابط همبستگی بین عملگرهای نوفه قطبش و مغناطش، می‌توان همبستگی بین مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی را نیز به شکل زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} \langle E_{e,i} H_{e,j}^* \rangle &= \int_A d r' d r'' \mu_0 \omega \bar{\bar{G}}_{Ee,ik}(r,r',\omega) \\ &\bar{\bar{G}}_{He,jl}^*(r,r'',\omega) \langle J_{e,k}^N(r',\omega) J_{e,l}^{N*}(r'',\omega) \rangle \\ &= \gamma \pi \frac{\omega^{\gamma}}{c^{\gamma}} i \Theta(\omega,T) \int_A d r' \bar{\bar{G}}_{Ee,ik}(r,r',\omega) \\ &\bar{\bar{G}}_{He,jk}^*(r,r',\omega) \text{Im}[\varepsilon_j'], \end{aligned} \quad (3-3)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{G}}_{Hm}^{\gamma_1}(r,r',\omega) &= -\frac{1}{\wedge \pi^{\gamma}} \int d^{\gamma} k_{||} e^{i k_{||} \cdot (R-R_0)} k_{\perp} k_r \\ &(\sum_{i,j=x,y,z} g_{ij}^{Hm}), \end{aligned} \quad (21-2)$$

که در آن مؤلفه های دکارتی g_{ij}^{Em} و g_{ij}^{Hm} به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$g_{xx}^{Em} = [\Xi_s^{\gamma_1} \frac{k_x k_y \beta_r}{k_{||}^{\gamma}} (e^{-i\beta_r z'} - r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)}) - \Xi_p^{\gamma_1} \frac{k_x k_y \beta_r}{k_{\perp} k_r k_{||}^{\gamma}} (\beta_r^{\gamma} + k_{||}^{\gamma}) (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'})] \quad (22-2)$$

$$(e^{i\beta_r (z-d_r)} - r_{r\mp}^p e^{-i\beta_r (z-d_r)})] = -g_{yy}^{Em},$$

$$g_{yx}^{Em} = -[\Xi_s^{\gamma_1} \frac{k_x \beta_r}{k_{||}^{\gamma}} (e^{-i\beta_r z'} - r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)}) + \Xi_p^{\gamma_1} \frac{k_y \beta_r}{k_{\perp} k_r k_{||}^{\gamma}} (\beta_r^{\gamma} + k_{||}^{\gamma}) (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'})] \quad (23-2)$$

$$(e^{i\beta_r (z-d_r)} - r_{r\mp}^p e^{-i\beta_r (z-d_r)})] = -g_{yx}^{Em} (k_x \leftrightarrow k_y),$$

$$g_{xz}^{Em} = -\Xi_s^{\gamma_1} k_y \beta_r (e^{-i\beta_r z'} + r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)}) = -g_{yz}^{Em} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (24-2)$$

$$g_{zx}^{Em} = -\Xi_p^{\gamma_1} \frac{k_y}{k_{\perp} k_r} (\beta_r^{\gamma} + k_{||}^{\gamma}) (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^p e^{-i\beta_r (z-d_r)}) = g_{zy}^{Em} (k_x \leftrightarrow k_y), \quad (25-2)$$

$$g_{zz}^{Em} = 0. \quad (26-2)$$

$$g_{xx}^{Hm} = -[\Xi_s^{\gamma_1} \frac{k_x^{\gamma}}{k_{||}^{\gamma}} \beta_r \beta_r (e^{-i\beta_r z'} - r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} - r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)}) + \Xi_p^{\gamma_1} \frac{k_y^{\gamma}}{k_{||}^{\gamma}} \frac{(\beta_r^{\gamma} + k_{||}^{\gamma})}{k_{\perp}} \frac{(\beta_r^{\gamma} + k_{||}^{\gamma})}{k_r} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'})] \quad (27-2)$$

$$(e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^p e^{-i\beta_r (z-d_r)})] = g_{yy}^{Hm} (k_x \leftrightarrow k_y),$$

$$g_{xy}^{Hm} = -[\Xi_s^{\gamma_1} \frac{k_y k_x}{k_{||}^{\gamma}} \beta_r \beta_r (e^{-i\beta_r z'} - r_1^s e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} - r_{r\mp}^s e^{-i\beta_r (z-d_r)}) + \Xi_p^{\gamma_1} \frac{k_x k_y}{k_{||}^{\gamma}} \frac{(\beta_r^{\gamma} + k_{||}^{\gamma})}{k_{\perp}} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'})] \quad (28-2)$$

$$\frac{(\beta_r^{\gamma} + k_{||}^{\gamma})}{k_r} (e^{-i\beta_r z'} + r_1^p e^{i\beta_r z'}) (e^{i\beta_r (z-d_r)} + r_{r\mp}^p e^{-i\beta_r (z-d_r)})] = g_{yx}^{Hm},$$

اکنون با انجام محاسبات بالا برای مؤلفه عمودی بردار پویینتینگ، شار گرمایی تابشی تولید شده از چشمه‌های درون محیط ۱ در محیط ۳ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\varphi_{1 \rightarrow 3} = \varphi_{1 \rightarrow 2}^e + \varphi_{1 \rightarrow 2}^m = \frac{\Theta(\omega, T_1)}{4\pi r^2} \int d^2 k_{\parallel} \frac{|A|^2}{|\beta_r|^2 |N_{\lambda}|^2} (\gamma_s + \gamma_p), \quad (9-3)$$

که در آن پارامتر γ برای قطبش‌های مختلف به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \gamma_s &= \text{Re} [|t_{r_1}^s|^2 |t_{r_1}^s|^2 \beta_r^* \mu_r (1 - |A_r|^2) \\ &+ (1 + |A_r|^2) |r_{r_1}^s|^2] + \gamma_t \text{Im} [r_{r_1}^s (A_r^* - |A_r|^2)] \\ &\times \left\{ \frac{(1 - |A_1|^2)(1 + |A_1|^2) |r_{r_1}^s|^2}{2\beta_r''} \left[\frac{\omega}{c} \text{Im} [\varepsilon_1] \right. \right. \end{aligned} \quad (10-3)$$

$$\left. + \frac{\text{Im} [\mu_1]}{|\mu_1|^2} (|\beta_1|^2 + k_{\parallel}^2) \right] + \frac{\text{Im} [r_{r_1}^s (A_r^* - |A_1|^2)]}{\beta_r'}$$

$$\left[\frac{\omega}{c} \text{Im} [\varepsilon_1] + \frac{\text{Im} [\mu_1]}{|\mu_1|^2} (k_{\parallel}^2 - |\beta_1|^2) \right],$$

$$\begin{aligned} \gamma_p &= \text{Re} [|t_{r_1}^p|^2 |t_{r_1}^p|^2 \beta_r \mu_r \frac{(\beta_r^{*2} + k_{\parallel}^2)}{|k_r k_r|^2} \\ &+ (1 - |A_r|^2)(1 + |A_r|^2) |r_{r_1}^p|^2] - \gamma_t \text{Im} [r_{r_1}^p (A_r^* - |A_r|^2)] \\ &\times \left\{ \frac{(1 - |A_1|^2)(1 + |A_1|^2) |r_{r_1}^p|^2}{2\beta_r''} \left[\frac{\omega}{c} \text{Im} [\varepsilon_1] \right. \right. \end{aligned} \quad (11-3)$$

$$\left. + \frac{\text{Im} [\mu_1]}{|\mu_1|^2} (\beta_r^2 + k_{\parallel}^2) (\beta_r^{*2} + k_{\parallel}^2) \right] + \frac{\text{Im} [r_{r_1}^p (A_r^* - |A_1|^2)]}{\beta_r'}$$

$$\left[\frac{\omega}{c} \text{Im} [\varepsilon_1] (k_{\parallel}^2 - |\beta_1|^2) + \frac{\text{Im} [\mu_1]}{|\mu_1|^2} (\beta_r^2 + k_{\parallel}^2) (\beta_r^{*2} + k_{\parallel}^2) \right].$$

لازم به ذکر است که در روابط بالا از اتحاد لازم به ذکر است که در روابط بالا از اتحاد $|t_{r_1}^{\lambda}|^2 = \frac{|t_{r_1}^{\lambda}|^2 |t_{r_1}^{\lambda}|^2 e^{-2\gamma_{\lambda} l}}{|1 - r_{r_1}^s r_{r_1}^s e^{2\gamma_{\lambda} l}|^2}$ استفاده شده است. در نهایت نیز با کمک اتحادهای مهم زیر که در مرجع [۲۰] آمده‌اند و جایگذاری آنها در روابط بالا به روابط نهایی (۲۲) و (۲۳) در متن مقاله می‌رسیم.

$$\begin{aligned} \langle E_{m,i} H_{m,j}^* \rangle &= \int_A d r' d r'' \mu_0 \bar{\bar{G}}_{Em,ik}(r, r', \omega) \\ &\bar{\bar{G}}_{Hm,jl}^*(r, r'', \omega) \langle J_{m,k}^N(r', \omega) J_{m,l}^{N*}(r'', \omega) \rangle \\ &= 4\pi \omega \Theta(\omega, T) \int_A d r' \bar{\bar{G}}_{Em,ik}(r, r', \omega) \\ &\bar{\bar{G}}_{Hm,jk}^*(r, r', \omega) \text{Im} [\mu_j^{-1}]. \end{aligned} \quad (4-3)$$

در روابط بالا، $\Theta(\omega, T) = \hbar \omega a_T(\omega)$ ، $j = 3$ ، $j' = 1$ ، با جایگذاری مؤلفه‌های دکارتی تانسورهای گرین به دست آمده در پیوست ۲ در روابط بالا و انجام محاسبات بسیار طولانی، رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \langle E_{e,x} H_{e,y}^* - E_{e,y} H_{e,x}^* \rangle &= \Theta(\omega, T_1) \mu_r \\ &\frac{\omega}{c} \text{Im} [\varepsilon_1] \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{4\pi} \int dz' I_e(z, z'), \end{aligned} \quad (5-3)$$

که در آن $I_e(z, z')$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} I_e(z, z') &= \left\{ \Xi_s^{\gamma_1} \right\}^2 \beta_r^* (e^{-i\beta z'} + r_0^s e^{i\beta z'}) \\ &(e^{i\beta^* z'} + r_0^{s*} e^{-i\beta^* z'}) (e^{i\beta_r(z-d_r)} + \\ &r_{r_1}^s e^{-i\beta_r(z-d_r)}) (e^{-i\beta_r^*(z-d_r)} - r_{r_1}^{s*} e^{i\beta_r^*(z-d_r)}) \\ &+ \left\{ \Xi_p^{\gamma_1} \right\}^2 \frac{\beta_r}{|k_r|^2 |k_r|^2} (\beta_r^{*2} + k_{\parallel}^2) (e^{i\beta_r(z-d_r)} \\ &- r_{r_1}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) (e^{-i\beta_r^*(z-d_r)} + r_{r_1}^{p*} e^{i\beta_r^*(z-d_r)}) \\ &\times [|\beta|^2 (e^{-i\beta z'} - r_0^p e^{i\beta z'}) (e^{i\beta^* z'} - r_0^{p*} e^{-i\beta^* z'}) \\ &+ k_{\parallel}^2 (e^{-i\beta z'} + r_0^p e^{i\beta z'}) (e^{i\beta^* z'} + r_0^{p*} e^{-i\beta^* z'})]. \end{aligned} \quad (6-3)$$

به طور مشابه با انجام محاسبات بالا برای بخش مغناطیسی داریم:

$$\begin{aligned} \langle E_{m,x} H_{m,y}^* - E_{m,y} H_{m,x}^* \rangle &= \Theta(\omega, T_1) \mu_r \\ &\text{Im} [\mu_1^{-1}] \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{4\pi} \int dz' I_m(z, z'), \end{aligned} \quad (7-3)$$

که در آن $I_m(z, z')$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} I_m(z, z') &= \left\{ \Xi_s^{\gamma_1} \right\}^2 \beta_r^* (e^{i\beta_r(z-d_r)} + r_{r_1}^s e^{-i\beta_r(z-d_r)}) \\ &(e^{-i\beta_r^*(z-d_r)} - r_{r_1}^{s*} e^{i\beta_r^*(z-d_r)}) \times [|\beta|^2 (e^{-i\beta z'} - r_0^s e^{i\beta z'}) \\ &(e^{i\beta^* z'} - r_0^{s*} e^{-i\beta^* z'}) + k_{\parallel}^2 (e^{-i\beta z'} + r_0^s e^{i\beta z'}) (e^{i\beta^* z'} + r_0^{s*} \\ &e^{-i\beta^* z'})] + \left\{ \Xi_p^{\gamma_1} \right\}^2 \frac{\beta_r}{|k_r|^2 |k_r|^2} (\beta_r^{*2} + k_{\parallel}^2) (\beta_r^2 + k_{\parallel}^2) \\ &\times (e^{i\beta_r(z-d_r)} - r_{r_1}^p e^{-i\beta_r(z-d_r)}) (e^{-i\beta_r^*(z-d_r)} + r_{r_1}^{p*} e^{i\beta_r^*(z-d_r)}) \\ &(e^{-i\beta z'} + r_0^p e^{i\beta z'}) (e^{i\beta^* z'} + r_0^{p*} e^{-i\beta^* z'})]. \end{aligned} \quad (8-3)$$

$$\begin{aligned}
& \text{Im}[\mu_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^s|) - \nu \text{Re}[\mu_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^s] \\
&= \text{Im}[\mu_r^* \beta_r] |t_{r1}^s| \frac{|\beta_r|}{|\beta_r|} \\
& \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^p|) + \nu \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^p] \\
&= \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r] |t_{r1}^p| \frac{|n_r|}{|n_r|}, \\
& \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^p|) - \nu \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^p] \\
&= \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r] |t_{r1}^p| \frac{|n_r|}{|n_r|}, \\
& \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^p|) + \nu \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^p] \\
&= \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r] |t_{r1}^p| \frac{|\beta_r| |\varepsilon_r| |n_r|}{|\beta_r| |\varepsilon_r| |n_r|}, \\
& \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^p|) - \nu \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^p] \\
&= \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r] |t_{r1}^p| \frac{|\beta_r| |\varepsilon_r| |n_r|}{|\beta_r| |\varepsilon_r| |n_r|}. \tag{١٣-٣}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (k_{||}^y + |\beta_r|) \text{Re}[\beta_r] = k_o^y (\text{Re}[\mu_r] \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r] \\
& \quad + \text{Im}[\mu_r] \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r]), \\
& (k_{||}^y - |\beta_r|) \text{Im}[\beta_r] = k_o^y (\text{Re}[\mu_r] \text{Im}[\varepsilon_r^* \beta_r] \\
& \quad - \text{Im}[\mu_r] \text{Re}[\varepsilon_r^* \beta_r]), \\
& \nu \text{Re}[\beta_r] \text{Im}[\beta_r] = k_o^y \text{Im}[\mu_r \varepsilon_r], \\
& \text{Re}[\mu_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^s|) + \nu \text{Im}[\mu_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^s] \\
&= \text{Re}[\mu_r^* \beta_r] |t_{r1}^s| \frac{|\mu_r|}{|\mu_r|}, \\
& \text{Im}[\mu_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^s|) - \nu \text{Re}[\mu_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^s] \\
&= \text{Im}[\mu_r^* \beta_r] |t_{r1}^s| \frac{|\mu_r|}{|\mu_r|}, \\
& \text{Re}[\mu_r^* \beta_r](1 - |r_{r1}^s|) + \nu \text{Im}[\mu_r^* \beta_r] \text{Im}[r_{r1}^s] \\
&= \text{Re}[\mu_r^* \beta_r] |t_{r1}^s| \frac{|\beta_r|}{|\beta_r|},
\end{aligned} \tag{١٢-٣}$$

مراجع

14. Huth, F R uting, S A Biehs, and M Holthaus, *Phys. J. Appl. Phys.* **50** (2010) 1603.
15. M Kruger, T Emig and M Kardar, *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 210404.
16. M. Kruger, T. Emig, G. Bimonte and M Kardar, *Phys. Rev. B* **86** (2012) 115423.
17. K Park, S Basu, W P King and Z M Zhang, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **109** (2008) 305.
18. B Guha, C Otey, C B Poitras, Sh Fan, and M Lipson, *Nano Lett.* **9** (2012) 4546.
19. M Francoeur, M P Menguc, and R Vaillon, *Appl. Phys. Lett.* **93** (2008) 043109.
20. P Ben-Abdallah, K Joulain, J Drevillon, and G Domingues, *J. Appl. Phys.* **106** (2009) 044306.
21. K Joulain, J Drevillon and P Ben-Abdallah, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 165119.
22. M Morshed Behbahani, E Amooghorban, and A Mahdifar, *Phys. Rev. A* **94** (2016) 013854.
23. M S Tomas, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 2545.
24. E Amooghorban, and F Kheirandish, *Phys. Rev. A* **84** (2010) 042901.
25. E Amooghorban, M Wubs, N A Mortensen, and F Kheirandish, *Phys. Rev. A* **84** (2011) 013806.
26. J J Hopfield, *Phys. Rev.* **112** (1958) 1555.
1. Sh Shen, A Narayanaswamy, and G Che, *Nano Lett.* **9** (2009) 2909.
2. C M Hargreaves, *Phys. Lett. A* **30** (1969) 491.
3. D Polder and M V Hove, *Phys. Rev. B* **4** (1971) 3303.
4. J B Pendry, *J. Phys. Condens. Matter* **11** (1999) 6621.
5. J P Mulet, K Joulain, R Carminati, and J J Greffet, *Microscale Thermophys. Eng.* **6** (2002) 209.
6. K Joulain, J P, Mulet, F Marquier, R Carminati and J J Greffet, *Surf. Sci. Rep.* **57** (2005) 59.
7. C J Fu, Z M Zhang, *Int. J. Heat Mass Transfer* **49** (2006) 1703.
8. S Basu, Z M Zhang, and C J Fu, *Int. J. Energy Res.* **33** (2009), 1203.
9. S A Dyakov, J Dai, and M Yan, *Phys. Rev. B* **90** (2014) 045414.
10. G Domingues, S Volz, K Joulain, and J J Greffet, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 085901.
11. A Narayanaswamy and G Chen, *Phys. Rev. B* **77** (2008) 075125.
12. G V Dedkov and A A Kyasov, *J. Comput. Theor. Nanosci.* **7** (2008) 2019.
13. A I Volokitin and B N J Persson, *Phys. Rev. B* **63** (2001) 205404.