

توابع ساختار در واپاشی ضعیف و نیمه لپتونی مزون B به مزونهای D و D*

منصور حقیقت و محمد مومنی
دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده فیزیک

(دریافت مقاله: ۸۲/۲/۱۶ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۸/۵)

چکیده

در این مقاله با استفاده از معادله بته - سالپتر با یک هسته محصور کننده، تابع موج مرتبه اول را برای مزونهای سنگین به دست آورده ایم. سپس با استفاده از آن توابع ساختار واپاشیهای B به D و D* را به دست آورده و شیب و خم توابع ساختار را محاسبه کرده ایم. نتایج به دست آمده همخوانی خوبی با مقادیر تجربی دارند.

واژه‌های کلیدی: معادله بته- سالپتر، واپاشی مزونهای سنگین، واپاشی ضعیف

۱. مقدمه

QCD به عنوان نظریه برهمکنشهای قوی دارای موفقیت‌های چشم‌گیری در توصیف فیزیک انرژی بالا بوده است. کشف آزادی مجانبی، محاسبه تعداد زیادی از کمیت‌های فیزیکی را به صورت اختلالی ممکن کرده است. با این وجود QCD در ناحیه فروسرخ بد رفتار می‌باشد. به عنوان مثال، وسیله‌ای برای توصیف محصور شدگی کوارکها نداریم، به طوری که یا باید با به‌کارگیری نظریه پیمانه‌ای شبکه‌ای آن را توصیف کنیم و یا آن را به QCD واگذار کنیم تا با ایجاد نظریه‌های مؤثر حل گردد.

امروزه، واپاشیهای ضعیف هادرونهایی که شامل کوارکهای سنگین هستند برای آزمایش مدل استاندارد و اندازه‌گیری پارامترهای مربوط به آن به کار گرفته می‌شوند. به ویژه، این واپاشیها وسیله مناسبی برای به دست آوردن درایه‌های ماتریس CKM می‌باشند. با توجه به مشکلات QCD به کارگیری راههای کاملاً مستقل برای بررسی این گونه واپاشیها از اهمیت زیادی برخوردار است.

برای توصیف دینامیک کوارکها در درون هادرونها و واپاشیهای ضعیف هادرونی، جریانهای بیان کننده گذارها را بر حسب توابع ساختار ناوردایی که تنها به انتقال تکانه، q^2 ، بین

هادرونها بستگی دارند، بیان می‌کنند. یکی از روشهای به دست آوردن توابع ساختار، استفاده از تابع موج بته - سالپتر (BS) می‌باشد [۱]. در این مقاله ما با استفاده از توابع موج مرتبه صفرم و مرتبه اول BS، توابع ساختار را برای گذارهای نیمه لپتونی مزونهای سنگین ($B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ و $B \rightarrow D l \bar{\nu}$) به دست خواهیم آورد.

در بخش بعدی ابتدا برای به دست آوردن تابع موج مرتبه صفرم از مراجع [۱ و ۲] که مبنای آنها در مرتبه صفرم HQET است، پیروی خواهیم کرد. در ادامه، یک هسته محصورکننده [۳] برای معادله بته - سالپتر معرفی کرده و با استفاده از این هسته توابع موج مرتبه اول بته - سالپتر را به دست می‌آوریم. در دو بخش انتهایی به ترتیب به کمک توابع موج مراتب صفرم و اول بته - سالپتر توابع ساختار گذارهای $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}$ و $B \rightarrow D l \bar{\nu}$ را به دست خواهیم آورد.

۲. معادله بته - سالپتر و هسته محصور کننده

معادله بته - سالپتر برای حالت مقید دو فرمیونی، «کوارکها»، در فضای تکانه به صورت زیر است:

$$\psi(p, P) = S_1(p_1) \int \frac{d^4 p'}{(2\pi)^4} K(p, p', P) \psi(p', P) S_2(p_2), \quad (1)$$

$$A(k) = \frac{a}{m^\gamma + k^\gamma}, \quad (5)$$

که در آن a یک ثابت بهنجارش است. k تکانه و m جرم کوارک سبک است. پس تابع موج مرتبه صفرم را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\psi_{\alpha}^{\beta}(P, k) = \phi_{\alpha}^{\beta}(P, k) = \frac{1}{\sqrt{M}} [(P+M)\gamma_5]_{\alpha}^{\beta} \left(\frac{a}{m^\gamma + k^\gamma} \right)_{\gamma} \quad (6-الف) \text{ اسپین صفر}$$

$$\psi_{\alpha}^{\beta}(P, k) = \phi_{\alpha}^{\beta}(P, k) = \frac{1}{\sqrt{M}} [(P+M)\not{k}]_{\alpha}^{\beta} \left(\frac{a}{m^\gamma + k^\gamma} \right)_{\gamma}. \quad (6-ب) \text{ اسپین یک}$$

حال برای به دست آوردن تابع موج مرتبه اول کافی است که هسته $K(p, p', P)$ را داشته باشیم. در مرجع [۳] با گرفتن یک هسته محصور کننده، K_{con} را برای معادله BS به شکل برهم‌نهی هسته‌های نردبانی در فضای تکانه و بعد از چرخش ویک^۱:

$$K_{con}(k_E) = \sum_j \frac{C_j}{k_E^\gamma + \alpha_j^\gamma \mu^\gamma}, \quad k_E^\gamma = k_o^\gamma + k^\gamma, \quad (7)$$

و به کارگیری شرایط

$$C_j = \mu^{-\gamma} \tilde{C}_j; \quad \sum_j \tilde{C}_j = 0; \quad \sum_j \alpha_j^\gamma \tilde{C}_j = 0; \quad \sum_j \alpha_j^\gamma \ln \alpha_j \tilde{C}_j \equiv A \neq 0, \quad (9)$$

یک هسته به شکل زیر به دست آورده‌اند:

$$K_{con}(k) = (-2\pi)^4 U^\dagger \delta^{(\epsilon)}(k_E), \quad (10)$$

که در آن برای ساده‌سازی، ثابت جفت شدگی مؤثر جدید U که دارای بعد جرم است، وارد شده است. تبدیل فوریه هسته (۱۰) یک ثابت، $\sim u^\dagger$ ، در فضای چهار بعدی است. این بدین معنی است که مانند یک پتانسیل ثابت غیر نسبیته که برای آن رفتار $const \cdot \delta(t_0) \sim$ ، گونه را انتظار داریم، رفتار نمی‌کند. بنابراین، هسته (۱۰) دقیقاً با پتانسیل ثابت غیر نسبیته متناظر نیست و ثابت مؤثر، u^\dagger به یک ثابت در یک چنین پتانسیلی مربوط نمی‌شود. از اثر هسته (۱۰)، روی معادله بته - سالپتر (۱) و تحت چرخش ویک خواهیم داشت:

$\psi(p, P)$ دامنه بته - سالپتر برای حالت مقید با تکانه P می‌باشد و $K(p, p', P)$ یک هسته معادله بته - سالپتر است و S_i ها انتشارگرهای ذره آزاد می‌باشند. به طور کلی، هسته K یک جمع از تمام نمودارهای کاهش ناپذیر باز بهنجار شده است که نمایش دهنده تابع گرین با دو میدان فرودی و دو میدان خروجی می‌باشند.

بنابراین اگر دامنه تابع موج مرتبه صفر ($\psi_0(p, P)$) و هسته معادله بته - سالپتر در دست باشد، آن‌گاه می‌توانیم تابع موج حالت مقید را تا هر مرتبه دلخواهی به دست آوریم.

برای به دست آوردن تابع موج مرتبه صفرم از مراجع [۱ و ۲] که مبنای آنها در مرتبه صفرم $HQET$ است، پیروی خواهیم کرد. کوارک سنگین آزاد بوده و با سرعتی برابر با سرعت هادرون حرکت می‌کند بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = \frac{p_Q}{m_Q} = \frac{P}{M}, \quad (2)$$

که P و M تکانه و جرم مزون و p_Q و m_Q تکانه و جرم کوارک سنگین می‌باشند. زمانی که کوارک سنگین آزاد است می‌توان اسپین کوارک را به روش معمول، در یک فضای چهار بعدی از اندیسه‌های دیراک نشاناند. به عنوان مثال، یک مزون سنگین به وسیله یک تابع موج دو اندیسی ϕ_{α}^{β} ، نمایش داده می‌شود. اما هنگامی که کوارک سنگین با سرعتی برابر با سرعت مزون حرکت می‌کند $\frac{p_Q}{m_Q} = \frac{P}{M}$ ، در معادله برگمن - ویگنر^۱ صدق می‌کند.

$$\left(\frac{p_Q}{m_Q} - 1 \right)_{\alpha}^{\alpha'} \phi_{\alpha'}^{\beta} \approx \left(\frac{P}{M} - 1 \right)_{\alpha}^{\alpha'} \phi_{\alpha'}^{\beta} = 0. \quad (3)$$

معادله بالا به تابع موج شبه نرده‌ای زیر منجر می‌شود:

$$\phi_{\alpha}^{\beta}(P, k) = \frac{1}{\sqrt{M}} [(P+M)\gamma_5]_{\alpha}^{\beta} A(k)_{\gamma}^{\beta}, \quad (4)$$

$A(k)_{\gamma}^{\beta}$ یک ماتریس نمایش دهنده درجات آزادی کوچک (گلوئونهای نرم و کوارک سبک) است، که یک تابع ماتریسی اسکالر لورنتسی از تکانه کوارک سبک می‌باشد. در این‌جا ما $A(k)$ را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

۲. Wick rotation

۱. Bergman-Wigner

$$\langle \bar{D}^* | J_{\mu}^{V-A} | B \rangle = \frac{-\epsilon m a^{\gamma}}{\epsilon MM'} \int \frac{d^D k}{(\epsilon\pi)^D} \frac{MM'}{(m^{\gamma} + k^{\gamma})^{\gamma}} \\ [(\omega + 1)\epsilon_{\mu} - v \cdot \epsilon v'_{\mu} + i v^{\alpha} \epsilon^{\beta\gamma} v'^{\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}]. \quad (14-ب)$$

عبارت $\int \frac{d^D k}{(\epsilon\pi)^D} \frac{1}{(m^{\gamma} + k^{\gamma})^{\gamma}}$ در بهنجارش، با استفاده از قضیه لوک حذف می‌شود و نیازی به محاسبه آن نداریم. بنابراین توابع ساختار در این حالت پس از بهنجارش برابراند با:

$$h_{\pm} = h_{A_{\pm}} = h_V = h_{A_{\pm}} = 1, \quad h_{-} = h_{A_{-}} = 0. \quad (15)$$

این نتیجه دور از انتظار نیست زیرا توابع موجی که ما انتخاب نمودیم، توابع موج استاتیک کوارک بی‌نهایت سنگین بودند، و همان طور که $HQET$ پیش‌بینی می‌کند برای این حالت توابع ساختار در بیشینه پس‌زنی، رابطه (۱۵) را برآورده می‌کنند [۴-۶].

۴. محاسبه توابع ساختار با استفاده از تابع موج مرتبه اول بته - سالپتر

برای به دست آوردن نتایج بهتر، توابع موج مرتبه صفر (۶-الف و ب) را در معادله (۱۱) که معادله بته - سالپتر مرتبه اول با یک هسته محصور کننده است قرار می‌دهیم تا تابع موج مرتبه یک، $\phi^{(1)}$ ، را به دست آوریم. بنابراین توابع موج مرتبه یک برای مزونها به صورت زیر خواهند بود:

$$\phi^{(1)}(P, k) = S_{\gamma}^F \phi^{(0)}(P, k) S_{\gamma}^F \propto \frac{1}{m_{\gamma} - (P - k)} \\ \frac{(M + P)\gamma_{\Delta}}{\epsilon M} A(k) \frac{a}{m - k}, \quad (16-الف) \text{ اسپین صفر}$$

$$\phi^{(1)}(P', k, \epsilon) = S_{\gamma}^F \phi^{(0)}(P', k, \epsilon) S_{\gamma}^F \\ \propto \frac{1}{m_{\gamma} - (P' - k)} \frac{(M' + P')\epsilon}{\epsilon M'} A(k) \frac{a}{m - k}, \quad (16-ب) \text{ اسپین یک}$$

ماتریسهای جریان تولید کننده گذارهای $B \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}$ با توجه به رابطه (۱۲) و جای گذاری روابط بالا در آنها به صورت زیر می‌باشند.

$$\langle \bar{D} | J_{\mu}^V | B \rangle = \frac{V_{cb} a^{\gamma}}{\epsilon MM'} \int \frac{d^{\gamma} k}{(\epsilon\pi)^{\gamma}}$$

$$\psi(p, P) = -U^{\epsilon} S_{\gamma}^F \psi(p, P) S_{\gamma}^F, \quad (11)$$

۳. محاسبه توابع ساختار با استفاده از مرتبه صفرم بته - سالپتر

ماتریس جریان تولید کننده گذار مزونها را به صورت زیر داریم:

$$\langle \bar{B}_{\gamma} | J_{\mu}^{V-A} | B_{\gamma} \rangle = Tr \int \frac{d^{\epsilon} k}{(\epsilon\pi)^{\epsilon}} \phi_{\gamma}(P, k)(m - k) \bar{\phi}_{\gamma}(P', k) \mathcal{M}_{\mu} \quad (12)$$

که در آن ϕ_i تابع موج مزون i ام است که می‌توان آن را به کمک معادله (۱) و یا (۱۱) و با استفاده از تقریب (۶) تا هر مرتبه دلخواه محاسبه کرد. \mathcal{M}_{μ} بیان کننده جریان رأس ضعیف بوده و متناسب با ماتریس CKM است و برابر با $(V_{\gamma 1} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5))$ می‌باشد، که در آن $V_{\gamma 1}$ درایه متناظر با این گذار است. بنابراین ماتریس \mathcal{M} جریانی را برای گذارهای $B \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}$ به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\langle \bar{D} | J_{\mu}^V | B \rangle = \frac{a^{\gamma}}{\epsilon MM'} Tr \int \frac{d^{\epsilon} k}{(\epsilon\pi)^{\epsilon}} \frac{(P + M)\gamma_{\Delta}}{m^{\gamma} + k^{\gamma}} (m - k) \\ \frac{\gamma_{\Delta}(P' + M')}{m^{\gamma} + k^{\gamma}} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5), \quad (13-الف)$$

و

$$\langle \bar{D}^* | J_{\mu}^{V-A} | B \rangle = \frac{a^{\gamma}}{\epsilon MM'} Tr \int \frac{d^{\epsilon} k}{(\epsilon\pi)^{\epsilon}} \frac{(P + M)\gamma_{\Delta}}{m^{\gamma} + k^{\gamma}} (m - k) \\ \frac{\epsilon(P' + M')}{m^{\gamma} + k^{\gamma}} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5). \quad (13-ب)$$

انتگرال‌گیری روی k به صورت لگاریتمی واگرا است، بنابراین با استفاده از قاعده‌مند کردن ابعادی^۱، آن را قاعده‌مند می‌کنیم. که با انجام این کار و محاسبه Tr ها این روابط به آسانی به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\langle \bar{D} | J_{\mu}^V | B \rangle = \frac{\epsilon m a^{\gamma}}{\epsilon MM'} \int \frac{d^D k}{(\epsilon\pi)^D} \frac{MM'}{(m^{\gamma} + k^{\gamma})^{\gamma}} (v + v')_{\mu}, \quad (14-الف)$$

و

^۱ Dimensional regularization

$$\frac{1}{R_1} = \frac{-1}{(k^\nu - \nu P \cdot k)(k^\nu - \nu P' \cdot k)(k^\nu - m^\nu)(k^\nu + m^\nu)^\nu}$$

$$= \Gamma(\delta) \int_0^1 dx x^\nu \int_0^1 dy y \int_0^1 dz \frac{x^\nu y(\nu - x)}{\{-k'^\nu + L_1(\omega)\}^\delta}$$

$$\frac{1}{R_\nu} = \frac{1}{(k^\nu - \nu P \cdot k)(k^\nu - \nu P' \cdot k)(k^\nu + m^\nu)^\nu} \quad (20)$$

$$= \Gamma(\nu) \int_0^1 dx x \int_0^1 dy \frac{xy(\nu - x)}{\{-k'^\nu + L_\nu(\omega)\}^\nu}$$

که در آنها R_i ها مخرج کسرهای اول و دوم (یا سوم) می باشند. و k'_i ها و $L_i(\omega)$ ها به صورت زیر تعریف شده اند:

$$k'_1 = k - (xyzP + xy(\nu - z)P')$$

$$k'_\nu = k - (xyP + x(\nu - y)P')$$

$$L_1(\omega) = [xyzM + xy(\nu - z)M']^\nu + \nu MM'x^\nu y^\nu z$$

$$(\nu - z)(\omega - 1) + (xy + \nu - \nu x)m^\nu$$

$$L_\nu(\omega) = [xyM + x(\nu - y)M']^\nu + \nu MM'x^\nu y$$

$$(\nu - y)(\omega - 1) + (\nu - x)m^\nu \quad (21)$$

ابتدا هریک از ردهای واقع در صورت کسرهای زیر انتگرال (۱۹-الف و ب) را محاسبه می کنیم.

صورت کسر اول رابطه (۱۹-الف) برابر است با:

$$\nu \{m(M'P_\mu + MP'_\mu) - P \cdot kP'_\mu + P \cdot P'k_\mu - P' \cdot kP_\mu - iP^\alpha k^\beta P'^\nu \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\} \quad (22-الف)$$

و صورت کسر اول رابطه (۱۹-ب) برابر است با:

$$-\nu \{mMM'\varepsilon_\mu + M(k \cdot \varepsilon P'_\mu - k \cdot P'\varepsilon_\mu + \varepsilon \cdot P'k_\mu - ik^\alpha \varepsilon^\beta P'^\nu \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}) - M'(k \cdot P\varepsilon_\mu - \varepsilon \cdot Pk_\mu + k \cdot \varepsilon P_\mu - ik^\alpha P^\beta \varepsilon^\nu \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}) - m(P \cdot \varepsilon P'_\mu - P \cdot P'\varepsilon_\mu + P \cdot \varepsilon P_\mu - iP^\alpha \varepsilon^\beta P'^\nu \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})\} \quad (22-ب)$$

که با استفاده از جای گذاری $k'_1 = k - (xyzP + xy(\nu - z)P')$ در روابط بالا و حذف جملات فرد نسبت به k'_1 به ترتیب به شکل زیر ساده می شوند:

$$\nu MM' \{m - xyzM - xy(\nu - z)M'\} (\nu + \nu)_\mu \quad (23-الف)$$

$$-\nu MM' \{m - xyzM - xy(\nu - z)M'\} \quad (23-ب)$$

$$[(\nu + \omega)\varepsilon_\mu - \nu \cdot \varepsilon \nu'_\mu + i\nu^\alpha \varepsilon^\beta \nu'^\nu \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}]$$

صورت کسرهای دوم به سادگی به شکل زیر به دست می آیند:

$$\times Tr \left\{ \frac{1}{m_\nu - (P - k)} (M + P)\gamma_\delta \frac{1}{m - k} (m - k) \frac{1}{m - k} \gamma_\delta (M' + P') \frac{1}{m_\nu - (P' - k)} \gamma_\mu (\nu - \gamma_\delta) \frac{1}{(m^\nu + k^\nu)^\nu} \right\} \quad (17-الف)$$

$$\langle \bar{D}^* | J_\mu^{V-A} | B \rangle = \frac{V_{cb} a^\nu}{\nu MM'} \int \frac{d^\nu k}{(\nu\pi)^\nu} \times Tr \left\{ \frac{1}{m_\nu - (P - k)} (M + P)\gamma_\delta \frac{1}{m - k} (m - k) \frac{1}{m - k} \varepsilon (M' + P') \frac{1}{m_\nu - (P' - k)} \gamma_\mu (\nu - \gamma_\delta) \frac{1}{(m^\nu + k^\nu)^\nu} \right\} \quad (17-ب)$$

که با فرض روی لاک جرم (mass shell) بودن کوارکهای سنگین، یعنی

$$P^\nu = M^\nu = (m_\nu + m)^\nu \quad (18)$$

$$P'^\nu = M'^\nu = (m_\nu + m)^\nu$$

و جبر γ ها به صورت زیر ساده می شوند:

$$\langle \bar{D} | J_\mu^V | B \rangle = V_{cb} a^\nu \int \frac{d^\nu k}{(\nu\pi)^\nu} Tr \left\{ \frac{(M + P)(m - k)(M' + P')\gamma_\mu (\nu - \gamma_\delta)}{[\nu P \cdot k - k^\nu][\nu P' \cdot k - k^\nu](m^\nu - k^\nu)(m^\nu + k^\nu)^\nu} - \frac{\nu(M + M')(M + P)(M' + P')\gamma_\mu (\nu - \gamma_\delta)}{\nu MM'[\nu P \cdot k - k^\nu][\nu P' \cdot k - k^\nu](m^\nu + k^\nu)^\nu} + \frac{(M + P)(M' + P')(m + k)\gamma_\mu (\nu - \gamma_\delta)}{\nu MM'[\nu P \cdot k - k^\nu][\nu P' \cdot k - k^\nu](m^\nu + k^\nu)^\nu} \right\} \quad (19-الف)$$

$$\langle \bar{D}^* | J_\mu^{V-A} | B \rangle = V_{cb} a^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} Tr \left\{ \frac{(M + P)(m - k)\gamma_5 \varepsilon (M' + P')\gamma_\mu (1 - \gamma_5)}{[2P \cdot k - k^2][2P' \cdot k - k^2](m^2 - k^2)(m^2 + k^2)^2} - \frac{4MM' [2P \cdot k - k^2][2P' \cdot k - k^2](m^2 + k^2)^2}{2(M + M')(M + P)\gamma_5 \varepsilon (M' + P')\gamma_\mu (1 - \gamma_5)} + \frac{(M + P)\gamma_5 \varepsilon (M' + P')(m + k)\gamma_\mu (1 - \gamma_5)}{4MM' [2P \cdot k - k^2][2P' \cdot k - k^2](m^2 + k^2)^2} \right\} \quad (19-ب)$$

اگر از پارامتریزاسیون فاینمن کمک بگیریم، خواهیم داشت:

$$h_{A_+}(\omega) = h_{A_+}(\omega) = C' \left\{ \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \frac{\epsilon MM' x^y (\omega - x) [m - xyzM - xy(\omega - z)M']}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma} - \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{x(\omega - x) [-\gamma(M + M') + (m + xyM + x(\omega - y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma} \right\} \quad (26\text{-ب})$$

$$h_V(\omega) = C' \left\{ \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \frac{\epsilon MM' x^y (\omega - x) [m - xyzM - xy(\omega - z)M']}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma} - \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{x(\omega - x) [-\gamma(M + M') + (m - xyM + x(\omega - y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma} \right\}$$

$$h_{A_+}(\omega) = C' \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\gamma x(\omega - x) (\gamma Mxy)}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma}$$

که در آنها C و C' ثابتهای بهنجارش می‌باشند و با استفاده از قضیه لوک محاسبه می‌شوند [۷].

برای محاسبات بعدی لازم است که توابع ساختار را به صورت توابعی از پارامتر بدون بعد $\omega = v \cdot v'$ داشته باشیم، حال آن که توابع ساختار به دست آمده در روابط (۲۷ الف) و (۲۷ ب) علاوه بر ω به صورت توابعی از x و y نیز می‌باشند، که ابتدا باید روی آنها انتگرال گیری کنیم، اما چون نرم‌افزار ممتیکا (*MATHEMATICA*) نمی‌تواند این انتگرالها را به همین شکل به صورت پارامتری حل نماید، و نیز با توجه به این که توابع ساختار بر اساس قضیه لوک تنها تا مرتبه $\frac{1}{M}$ بهنجار می‌باشند، قبل از انتگرال گیری روی x و y ، آنها را برحسب $\frac{1}{M}$ بسط می‌دهیم و سپس روی x و y انتگرال می‌گیریم.

معمولاً حاصل ضرب $|V_{cb}| F_*(\omega)$ را به صورت یک تابع از ω تعیین می‌کنند، و به وسیله برونمایی داده‌ها در نقطه پس‌زنی صفر، $\omega = 1$ ، $|V_{cb}|$ به دست می‌آید $F(\omega)$ و $F_*(\omega)$ به ترتیب ترکیبی از توابع h_+ و h_V می‌باشند. برای این کار معمولاً مقادیر $|V_{cb}| F_*(\omega)$ را برای ω های مختلف از راه تجربی به دست آورده و یک منحنی به صورت خطی یا مربعی به آنها برازش داده و از این طریق $F_*(\omega)$ $|V_{cb}|$ در $\omega = 1$ و در نتیجه $|V_{cb}|$ را به دست می‌آورند. بنابراین شیب و خم منحنی توابع ساختاری که از راه نظری به دست می‌آیند،

$$\gamma(M + M') Tr\{(M'P + MP')\gamma_\mu(\omega - \gamma_\delta)\} = \gamma MM'(M + M')(v + v')_\mu \quad (24\text{-الف})$$

$$-\gamma(M + M') Tr\{(M' M \not{\epsilon} + P \not{\epsilon} P')\gamma_\mu(\omega - \gamma_\delta)\} = -\gamma MM'(M + M')[(\omega + 1)\epsilon_\mu - v \cdot \epsilon v'_\mu + i v^\alpha \epsilon^\beta v'^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}] \quad (24\text{-ب})$$

و صورت کسرهای سوم به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$Tr\{(M + P)(M' + P')(m + k)\gamma_\mu(\omega - \gamma_\delta)\} = \gamma\{m(M'P_\mu + MP'_\mu) + MM'k_\mu + P \cdot P'k_\mu - P \cdot kP'_\mu + P' \cdot kP_\mu - iP^\alpha k^\beta P'^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\} \quad (25\text{-الف})$$

$$= \gamma MM' \{ [m + xyM(\omega - 1) + \gamma x(\omega - y)M'] (v_\mu + v'_\mu) + xyM(\omega + 1)(v_\mu - v'_\mu) \},$$

$$Tr\{(P - M)\not{\epsilon}(M' + P')(m + k)\gamma_\mu(\omega - \gamma_\delta)\} = -\gamma\{mMM'\epsilon_\mu - m(P \cdot \epsilon P'_\mu - P \cdot P'\epsilon_\mu + P' \cdot \epsilon P_\mu - iP^\alpha \epsilon^\beta P'^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}) + M(P' \cdot \epsilon k_\mu - k \cdot \epsilon P'_\mu + P' \cdot k \epsilon_\mu - iP^\alpha P'^\beta k^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}) - M'(P \cdot \epsilon k_\mu - P \cdot k \epsilon_\mu + k \cdot \epsilon P_\mu - iP^\alpha \epsilon^\beta k^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu})\} = -\gamma MM' \{ [m + xyM + x(\omega - y)M'] [(\omega + 1)\epsilon_\mu - v \cdot \epsilon v'_\mu + i v^\alpha \epsilon^\beta v'^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}] - \gamma Mxyv \cdot \epsilon v'_\mu - \gamma Mxy(i v^\alpha \epsilon^\beta v'^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}) \} \quad (25\text{-ب})$$

که در گام سوم در هر دو رابطه بالا از تغییر متغیر $k'_\mu = k - xyP - x(\omega - y)P'$ استفاده کرده‌ایم. و نیز از نوشتن جملات فرد نسبت به k'_μ به این دلیل که انتگرال گیری روی آنها صفر می‌شود، خودداری کرده‌ایم. بنابراین توابع ساختار به صورت زیر در می‌آیند:

$$h_+(\omega) = C' \left\{ \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \frac{\epsilon MM' x^y (\omega - x) [m - xyzM - xy(\omega - z)M']}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma} - \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{x(\omega - x) [-\gamma(M + M') + (m + xyM + x(\omega - y)M')]}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma} \right\}$$

$$h_-(\omega) = C' \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{x(\omega - x) [xyM(\omega + 1)]}{\sqrt{MM'}(L_\gamma(\omega))^\gamma} \quad (26\text{-الف})$$

و

جدول ۱. مقادیر به دست آمده برای شیب و خم برای توابع ساختار گذار $B \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}_l$ برای V_{cd} و $B \rightarrow D l \bar{\nu}_l$ برابر با 0.039 و برای گذار $B \rightarrow D^{*} l \bar{\nu}_l$ برابر با 0.034 در نظر گرفته شده‌اند.

مقادیر نظیر	مقادیر نظیر	شیب $(\hat{\rho}^2)$	شیب $(\hat{\rho}_*^2)$	خم (\hat{c})	خم (\hat{c}^*)
$ V_{cb} _{F^{(*)}(1)} \times 10^3$	$ V_{cb} _{F^{(*)}(1)} \times 10^3$	0.79	0.76	0.52	0.52
$45/54$	$39/44$	$31/1 \pm 9/9 \pm 8/6$	$38/8 \pm 4/3 \pm 2/5$	-	-
$37/7 \pm 9/9 \pm 6/5$	$35/1 \pm 1/9 \pm 2/0$	$1/17 \pm 0.22 \pm 0.06$	$0.69 \pm 0.16 \pm 0.08$	-	-
$34/34$	$32/98$	0.65	0.70	0.2	0.22
$34/34$	$39/39$	0.91	0.85	0.56	0.31

بته - سالپتر همان نتایجی را می‌دهند که HQET در حد کوآرک بی‌نهایت سنگین و در بیشینه پس‌زنی پیش‌بینی می‌کند. در جدول ۱ مقادیر به دست آمده با استفاده از تابع موج مرتبه اول BS به همراه برخی از مقادیر تجربی و همچنین مقادیر به دست آمده از روشهای نظری دیگر آورده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایجی که با استفاده از تابع موج مرتبه اول بته - سالپتر برای گذارهای سنگین به سنگین به دست آمده‌اند، هم‌خوانی خوبی با مقادیر تجربی و همچنین مقادیر به دست آمده به روشهای دیگر دارند.

قدردانی

قسمتی از هزینه های طرح پژوهشی فوق توسط دانشگاه صنعتی اصفهان پرداخت شده است.

مهم می‌باشند. به همین دلیل عدم دقت اصلی در محاسبات نظری برای تعیین $|V_{cb}|$ مربوط به مقدار $F^{(*)}(1)$ و شکل منحنی $F^{(*)}(\omega)$ استفاده شده در برآزش داده های آزمایشگاهی است. به عبارت دیگر مقادیر مختلف از شیب و خم منجر به مقادیر متفاوتی برای $|V_{cb}|$ خواهد شد. از این رو توابع ساختار را نیز به صورت یک بسط حول $\omega = 1$ می‌نویسند. چون حدود مقادیر قابل دسترس ω در این واپاشیها کوچک است ($1/5 < \omega < 1$)، بنابراین بسط توابع ساختار حول $\omega = 1$ معقول است [۸]:

$$F^{(*)}(\omega) = F^{(*)}(1)[1 - \hat{\rho}^2(\omega - 1) + \hat{c}(\omega - 1)^2 + \dots]. \quad (27)$$

شیب $\hat{\rho}^2$ و خم \hat{c} به عنوان پارامتر در نظر گرفته می‌شوند.

۵. نتیجه گیری

نتایج به دست آمده با استفاده از تابع موج مرتبه صفرم

مراجع

1. F Hussian, J G Korner and G Thompson, *Ann. Phys. (NY)* **206** (1991) 334.
2. F Hussian, J G Korner, K Schilchev, G Thompson and Y L Wu, *Phys. Lett. B* **244** No. 2 (1990) 259.
3. A Yu Umnikov and F C Khanna, *Int. J. Mod. Phys. A* **11** (1995) 3935. [arXiv:hep-ph/9508240 v1 4 Aug 95].
4. M Neubert, *Phys. Rep.* (1994) 245.
5. M Neubert and V Rieckert, *Nucl. Phys. B* **382** (1992) 97.
6. B Stech, *Phys. Lett. B* **354** (1995) 447.
7. M E Luke, *Phys. Lett. B* **252** (1990) 447.
8. B Grinstein and Z Ligeti, *Phys. Lett. B* **526** (2002) 345. [arXiv:hep-ph/0111392 v1 29 Nov 2001].
9. M Artuso and E Barberio, arXiv:hep-ph/0205163 v1 15 May 2002.
10. D Merten, R Ricken, M Koll, B Metsch and H Petry, *Eur. Phys. J. A* **13** (2002) 477. [arXiv:hep-ph/0104029 V2 10 Apr 2001].