



## مطالعه واپاشی $B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi$ همراه با محاسبه نسبت شاخه‌ای آن

ندا بخشی، اکبر عبدی سرای و بهنام محمدی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ارومیه، ارومیه

پست الکترونیکی: ak.abdi@urmia.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۰۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۰۴/۱۸)

### چکیده

در این مطالعه، واپاشی مزون سنگین  $B_s^0$  به دو مزون  $\eta_c$  و  $\phi$  مورد بررسی قرار گرفت. این واپاشی در سال ۲۰۱۷ توسط همکاران LHCb برای اولین بار مشاهده شد. آنها نسبت شاخه‌ای این واپاشی را مقدار  $(5/01 \pm 0/53 \pm 0/27 \pm 0/06) \times 10^{-4}$  به دست آورده‌اند. در این مطالعه نمودار فاینمن بر پایه مدل استاندارد رسم شد. این نمودار نشان می‌دهد که فرایند واپاشی  $B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi$  از طریق گذار درختی و پنگوئنی صورت می‌گیرد. این گذار در مدل فاکتور کردن شامل سهم  $a_7$  برای حالت درختی و سهم  $a_5$ ،  $a_6$  و  $a_7$  برای حالت پنگوئنی است. دامنه‌های مربوط به نمودار فاینمن با استفاده از روش فاکتور کردن کرومودینامیک کوانتومی (QCDF) روش‌های NLO محاسبه شده است. برای حالت فاکتوری کردن (QCDF) در روش NLO (مقیاس انرژی  $mb$ ) نسبت شاخه‌ای  $5/33 \times 10^{-4}$  محاسبه شد که با مقدار تجربی این واپاشی سازگاری دارد. با زیاد شدن دقت محاسبات نسبت شاخه‌ای، مقیاس انرژی پایین می‌آید. بهترین مقدار نسبت شاخه‌ای در حالت فاکتوری کردن QCDF روش NLO مقیاس انرژی  $mb$  نمایانگر شده است.

واژه‌های کلیدی: واپاشی مزون  $B$ ، روش فاکتور کردن، نمودار فاینمن، عامل شکل، نرخ واپاشی، نسبت شاخه‌ای

### ۱. مقدمه

(۱) نوشت [۱]:

$$H_{eff} \equiv \frac{G_f}{\sqrt{2}} \sum_i V_{ckm} C_i(\mu) O_i(\mu), \quad (1)$$

برای به دست آوردن دامنه واپاشی مزونی به حالت نهایی، لازم است تا عملگر هامیلتونی را روی حالات نهایی اعمال کنیم. ابتدا باید گراف‌های فاینمن واپاشی مربوطه را رسم کرد و پس از وارد کردن هامیلتونی مؤثر و فاکتوری کردن، دامنه واپاشی

مطالعه واپاشی‌های ضعیف هادرونی از مفهوم هامیلتونی مؤثر ضعیف سرچشمه می‌گیرد. در رفتار پدیدارشناسی واپاشی‌های ضعیف هادرونی، نقطه شروع هامیلتونی مؤثر است که با لحاظ کردن میدان‌های سنگین در لاگرانژی مدل استاندارد (از متحد شدن نظریه‌های نیروی الکترو ضعیف و قوی بر پایه تئوری پیمانه‌ای) به دست آمده است که می‌توان آن را به صورت رابطه

گذارهای  $\bar{s} \rightarrow \bar{b}$  و  $\bar{b} \rightarrow \bar{d}$  گذارهای پنگوئنی هستند. مزونی که از گذارهای ذکر شده با اشتراک کوارک‌های تماشاگر ساخته می‌شود مزونی است که در عامل شکل قرار می‌گیرد و مزونی که از حالت خلأ به وجود می‌آید مزونی است که در ثابت واپاشی جای می‌گیرد. این مزون‌ها می‌توانند الف) شبه نرده‌ای (دارای اسپین صفر): در پایین‌ترین سطح انرژی هستند که کوارک و پاد کوارک با اسپین متفاوت دارند. ب) برداری (با اسپین یک): جفت کوارک و پاد کوارک با اسپین موازی دارند. همه مزون‌ها ناپایدار هستند و واپاشی می‌کنند [۵]. مزون  $B_s^0$  یک مزون شبه نرده‌ای با جرم سکون

$$\frac{MeV}{s^2} \pm 0.17 \pm 0.366/88 \text{ است [۶].}$$

واپاشی‌های مزون  $B_s^0$  از برهم‌کنش‌های ضعیف پیروی می‌کنند. نسبت شاخه‌ای تجربی واپاشی  $B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi$  برابر با  $10^{-4} \times (0.06 \pm 0.27 \pm 0.53 \pm 0.01)$  به دست می‌آید [۷].

## ۲. محاسبه مستقیم واپاشی $B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi$

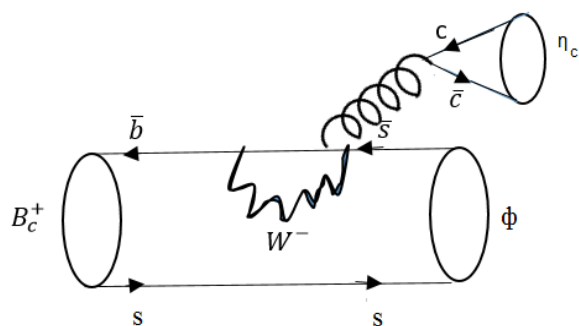
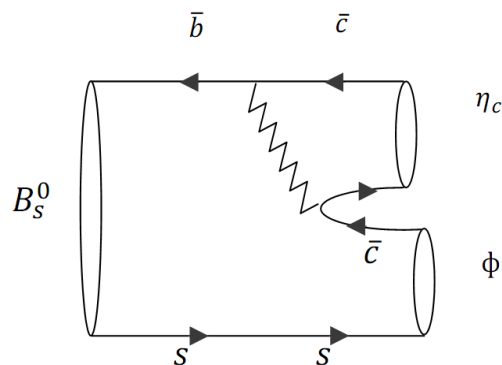
در این روش، ماتریس هادرونی به شکل حاصل ضرب دو ماتریس ظاهر می‌شود. یکی از این ماتریس‌ها، مربوط به عمل گذار بین مزون  $B$  و یکی از مزون‌های حالت نهایی است و ماتریس دیگر ماتریس ایجاد شده توسط مزون حالت پایانی باقیمانده است که از خلأ حاصل شده است. اولین ماتریس را عامل شکل و دومی را ثابت واپاشی می‌نامیم.

عناصر این ماتریس‌ها بسته به این که مزون‌های خروجی شبه نرده‌ای یا برداری باشند به صورت رابطه‌های (۲)، (۳)، (۴) و (۵) تعریف می‌شوند.

$$\langle p(p_1) | (q\bar{b})_{V-A} | B(p_B) \rangle = \left( (p_B + p_1) - \frac{m_B^2 - m_1^2}{q^2} q_\mu \right) F_1(q^2) + \frac{m_B^2 - m_1^2}{q^2} q_\mu F_0(q^2), \quad (2)$$

$$\langle p(p_r) | (q\bar{q})_{V-A} | 0 \rangle = i f_p p_r^\mu \langle V(\varepsilon, p_v) | (q\bar{b})_{V-A} | B(p_B) \rangle,$$

نوشته می‌شود. در صورتی که مزون‌ها شبه نرده‌ای یا برداری باشند از حالات مختلف برای محاسبه دامنه استفاده می‌کنیم [۲] و [۳]. برای محاسبه عددی دامنه از ضرایب ویلسون، عناصر ماتریس کبیبو-کوبایاشی-ماسکوا و عملگرهای بسط ضربی استفاده شد. ضرایب ویلسون در نتیجه جفت شدگی مؤثر برای عملگرهای  $Q_i$  در هامیلتونی مؤثر به وجود آمده‌اند و از حالت‌های خارجی مستقل هستند. عملگرهای ظاهر شده در هامیلتونین به صورت زیر هستند: الف) عملگرهای جریان-جریان. ب) عملگرهای پنگوئنی کرومودینامیک کوانتومی (QCDF). ج) عملگرهای پنگوئنی الکترو ضعیف. د) عملگر دو قطبی الکترو مغناطیس و کرومو مغناطیس [۱]. در هر یک از واپاشی‌های مزونی می‌توان دامنه واپاشی، آهنگ واپاشی و همچنین نسبت‌های انشعابی را بررسی کرد. در این مطالعه، نمودار فاینمن بر پایه مدل استاندارد رسم شده است. این نمودار نشان می‌دهد که فرایند واپاشی  $B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi$  از طریق گذار درختی صورت می‌گیرد. این گذار در مدل فاکتور کردن شامل سهم  $a_1$  برای حالت درختی است. دامنه‌های مربوط به نمودار فاینمن با استفاده از روش فاکتور کردن ساده، فاکتور کردن کرومودینامیک کوانتومی (QCDF) روش‌های LO و NLO، فاکتور کردن بهبودیافته به طور جداگانه نوشته و محاسبه شده‌اند. در تمام این محاسبات ضریب ویلسون وجود دارد. اگر از شکل عادی ضرایب ویلسون استفاده شود فاکتور کردن را فاکتور کردن ساده، و اگر از ضرایب مؤثر ویلسون استفاده شود QCD گویند. با افزودن تصحیحات رأس و پراکندگی سخت به شکل عادی ضریب ویلسون به فاکتوری کردن بهبودیافته می‌رسیم [۴]. منظور از گذار درختی این است که کوارک‌های نسل اول ( $s$  و  $d$  یا  $b$ ) برای انتشار یک بوزون  $W^-$  باید با کوارک‌های نسل دوم ( $u$  و  $c$ ) برهم‌کنش کنند. در واقع در رأس برهم‌کنش‌های ضعیف، دو کوارک از نسل (۱) نمی‌توانند شرکت کنند، ولی می‌توانند به وسیله کوارک‌های نسل (۲) به عنوان کوارک‌های واسطه در برهم‌کنش‌های ضعیف شرکت کنند. این نوع از رأس‌های برهم‌کنشی را پنگوئنی گویند. بنابراین گذارهای  $\bar{u} \rightarrow \bar{b}$  و  $\bar{b} \rightarrow \bar{c}$  گذارهای درختی و

شکل ۲. نمودار فاینمن مربوط به سهم  $a_2$ .شکل ۱. نمودار فاینمن مربوط به سهم  $a_1$ .

مانند واپاشی مزون  $B_c^+$ ،  $O_1^c$  و  $O_2^c$  و در واپاشی‌های سبک از عملگرهای  $O_1^u$  و  $O_2^u$  استفاده می‌شود [۸].

در واپاشی مورد بررسی  $B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi$ ، مزون  $B_s^0$  از کوآرک پاد کوآرک  $s\bar{s}$  و مزون  $\eta_c$  از کوآرک پاد کوآرک  $c\bar{c}$  تشکیل شده است.

### ۳. دامنه‌های واپاشی

عمومی‌ترین نمودارهای فاینمن همان نمودارهای درختی هستند که سهم غالب در دامنه را بر عهده دارند. در مدل درختی گذارهای  $b \rightarrow c$  و  $b \rightarrow u$  وجود دارد. هر یک از این گذارها یک رأس برهم‌کنش ضعیف را تشکیل می‌دهند. عملگرهای مربوط به این گذارها، عملگرهای جریان-جریان هستند.

نمودار سهم  $a_2$  در شکل ۱ نشان داده شده است و دامنه مربوطه به صورت رابطه (۷) است:

$$M_{\gamma} = -\imath i \frac{G_F}{\sqrt{2}} m_{\eta_c} f_{\eta_c} \left( \varepsilon^*_{\eta_c} \cdot p_{B_s^0} \right) A_s^{B_s^0 \rightarrow \phi} \left( m_{\eta_c}^{\gamma} \right) (V_{cs} V_{cb}^*) a_2, \quad (7)$$

که در آن  $a_2 = c_2 + c_1/3$  است. نمودار سهم  $a_1$  در شکل ۲ نشان داده شده است و دامنه مربوطه به صورت رابطه (۸) است:

$$M_{\gamma} = \imath i \frac{G_F}{\sqrt{2}} m_{\eta_c} f_{\eta_c} \left( \varepsilon^*_{\eta_c} \cdot p_{B_s^0} \right) m_{\phi} A_s^{B_s^0 \rightarrow \phi} \left( m_{\eta_c}^{\gamma} \right) (-V_{tb}) (V_{ts}^*) a_1, \quad (8)$$

که در آن  $a_1 = c_1 + c_2/3$  است. دامنه‌های مربوط به  $a_5$  و  $a_6$  به صورت رابطه (۹) هستند:

$$= -i \left( \varepsilon_{\mu} - \frac{\varepsilon_{\mu}^* q_{\nu}}{q^2} \right) (m_B + m_V) A_1^{BK^*} (q^{\gamma}) \quad (3)$$

$$+ i \left( (p_B + p_V)_{\mu} \frac{m_B - m_V}{q^2} q_{\mu} \right) (\varepsilon \times q) \frac{A_1^{BV} (q^{\gamma})}{m_B + m_V}, \quad (4)$$

$$- i \frac{\imath m_V (\varepsilon \times q)}{q^2} q_{\mu} A_1^{BV} (q^{\gamma}), \quad (4)$$

$$\langle 0 | V_{\mu} | V(\varepsilon, p_V) \rangle = f_V m_V \varepsilon^{\mu}, \quad (5)$$

برای به دست آوردن دامنه واپاشی‌ها، لازم است که نمودارهای مربوط به واپاشی مزون  $B$  به دو مزون را رسم کرده، دامنه را به دست آوریم. از مرحله درختی، بدون تصحیحات QCD شروع کرده، که به وسیله ۶ عملگر و در یک بعد توصیف می‌شوند. وقتی که تصحیحات QCD را وارد می‌کنیم عملگرهای به نام جریان-جریان (current-current operators) همان عملگرهای  $O_1$  و  $O_2$  وارد می‌شوند. تصحیحات QCD چهار عملگر جدید گلوونی را به وجود می‌آورند که این عملگرها را  $O_3$  تا  $O_6$  می‌نامیم. اگر جمله‌هایی از بخش الکتروضعیف را وارد محاسبات کنیم یک سری عملگرهای جدید به نام عملگرهای الکتروضعیف پنگوونی را به دست خواهیم آورد. آنها  $O_7$  تا  $O_9$  هستند. شکل عمومی هامیلتونی مؤثر به صورت زیر خواهد بود:

$$H_{eff} \equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} \lambda_p (C_1 O_1^p + C_2 O_2^p + \sum_{i=3}^9 C_i O_i), \quad (6)$$

در عبارت بالا، از پارامتر  $\lambda_p$  به جای عناصر ماتریس CKM استفاده می‌کنیم که  $\lambda_p = V_{pb} V_{pq}^*$  است و  $p$  می‌تواند  $u$  یا  $c$  و  $q$  می‌تواند  $s$  یا  $d$  باشد، بنابراین چهار عملگر جریان-جریان ( $O_1^c, O_2^c, O_1^u$  و  $O_2^u$ ) خواهیم داشت. در واپاشی‌های سنگین

جدول ۱. مقادیر مختلف ضریب عامل شکل  $A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(m_{\eta_c}^2)$ .

$A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(\circ)$	۰/۴۷	۰/۴۲	۰/۴۲	۰/۴۲	۰/۴۲
$\sigma_1$	۱/۷۳	۰/۵۵	۱/۷۳	۱/۸۷	۱/۷۳
$\sigma_2$	۰/۴۱	۰/۱۲	۰/۴۱	۱/۸۷	۰/۴۱
$A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(m_{\eta_c}^2)$	۰/۶۸۰	۰/۶۰۷	۰/۵۷۸	۰/۴۴۸	۰/۴۳۴

جدول ۲. مقادیر مختلف ضریب  $a$

$a_r$	$a_r$	$a_\delta$	$a_v$
۰/۱۷	$48 \times 10^{-4}$	$-45 \times 10^{-4}$	$13 \times 10^{-4}$

مطلوب‌ترین ضریب عامل شکل  $A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(m_{\eta_c}^2)$  برابر ۰/۶۰۷ است.

$$A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(\circ) = 0.42, \quad (14)$$

$$\sigma_1 = 0.55 \quad \sigma_2 = 0.12$$

سپس آهنگ واپاشی از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$\Gamma(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi) = |p| \frac{|M(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi)|^2}{8\pi m_{B_s^*}^2}, \quad (15)$$

برای به دست آوردن نسبت شاخه‌ای واپاشی از رابطه (۱۵) بهره می‌گیریم.

$$BR(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi) \equiv \tau_{B_s^*} \Gamma(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi), \quad (16)$$

مقادیر ضرایب  $a_i$  در حالت فاکتورکردن کرومودینامیک کوانتومی (QCDF) روش NLO در مقیاس انرژی  $m_b$  در جدول ۲ آورده شده است [۴].

در این مطالعه از عناصر ماتریس CKM به صورت زیر استفاده شده است. سه پارامتر  $A$ ،  $\rho$ ،  $\lambda$  زاویه‌های اختلاط هستند [۱۰].

$$V_{cs} = 1 - \frac{\lambda^2}{2} \quad \text{و} \quad V_{cs} = A\lambda^2 \quad \text{و} \quad V_{tb} \approx 1 \quad \text{و} \quad V_{ts} = -A\lambda^2$$

$$V_{cs} = 0.994 \pm 0.013 \quad \text{و} \quad V_{cb} = 0.41 \pm 0.014$$

$$V_{tb} = 1.013 \pm 0.030 \quad \text{و} \quad V_{ts} = 0.38 \pm 0.011$$

پارامترهای  $f_{\eta_c}$  و  $A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}$  به ترتیب ثابت واپاشی و عامل شکل هستند که همگی در مقیاس جرم مزون به خلأ رفته محاسبه شده‌اند. جرم‌ها و ثابت‌های واپاشی مورد استفاده در این مطالعه

$$M_\Delta = \gamma i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* a_\Delta \left| A(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi) \right|, \quad (9)$$

$$M_V = \gamma i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* a_V \left| A(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi) \right|,$$

برای به دست آوردن دامنه واپاشی عامل شکل را در ثابت واپاشی ضرب می‌کنیم.

$$\langle B_s^* | (\bar{s}b)_{V-A} | \phi \rangle \langle \eta_c | (c\bar{c})_{V-A} | \circ \rangle = A(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi), \quad (10)$$

$$A(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi) = m_{\eta_c} f_{\eta_c} (\varepsilon^* \cdot p_{B_s^*}) m_\phi A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(m_{\eta_c}^2)$$

$$(\varepsilon^* \cdot p_{B_s^*}) = \frac{m_{B_s^*}}{m_\phi} |p| A(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi) \quad (11)$$

$$= -\gamma i m_{B_s^*} m_{\eta_c} f_{\eta_c} |p| A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(m_{\eta_c}^2),$$

این واپاشی شامل نمودارهای جریان - جریان و پنگوئی است، بنابراین دامنه کل واپاشی به صورت رابطه (۱۲) است:

$$M(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi) = \gamma \frac{G_F}{\sqrt{2}} (V_{cs} V_{cb}^* a_r - V_{tb} V_{ts}^*) (a_r + a_\Delta + a_v) A(B_s^* \rightarrow \eta_c \phi), \quad (12)$$

#### ۴. مقادیر ثابت عددی

مقدار ضریب  $A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(m_{\eta_c}^2)$  (عامل شکل) در رابطه دامنه

واپاشی را از رابطه (۱۳) به دست می‌آوریم. با جای گذاری

ضرایب مختلف  $A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(\circ)$ ،  $\sigma_1$ ،  $\sigma_2$  به جدول ۱ می‌رسیم

$$A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(m_{\eta_c}^2) = \frac{A_0^{B_s^* \rightarrow \phi}(\circ)}{\left( \left( \frac{m_{\eta_c}^2}{m_{B_s^*}^2} \right) \left[ 1 - \sigma_1 \frac{m_{\eta_c}^2}{m_{B_s^*}^2} + \sigma_2 \frac{m_{\eta_c}^2}{m_{B_s^*}^2} \right] \right)}, \quad (13)$$

$$|p_{\eta_c}| = |p_\phi| \cdot |p_{\eta_c}| = \sqrt{\rho_{\eta_c}^2 - m_{\eta_c}^2} c^2$$

$$\rho_{\eta_c}^2 = \frac{m_{B_s}^2 + m_{\eta_c}^2 + m_\phi^2}{2m_{B_s}}$$

$$|p_{\eta_c}| = |p_\phi| = 1/614. \quad (17)$$

$\phi$  و  $\eta_c$  پشت سر هم واپاشیده می‌شوند؛ بنابراین مقدار تکانه آنها یکسان است. مقادیر مختلف دامنه  $M_a$  در جدول ۳ آورده شده است با جایگذاری مقدار دامنه کل در رابطه‌های (۱۴) و (۱۵) مقدار نسبت شاخه‌ای واپاشی به صورت زیر است:

$$BR(B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi) = (5/33_{-0/39}^{+0/83}) \times 10^{-4}$$

### ۵. نتیجه‌گیری

در این مطالعه، برای به دست آوردن نسبت شاخه‌ای واپاشی  $B_s^0 \rightarrow \eta_c \phi$  از روش فاکتوری کردن استفاده شد. نتیجه تجربی این واپاشی برای نسبت شاخه‌ای برابر  $(5/01 \pm 0/53) \times 10^{-4}$  و مطلوب‌ترین نتیجه تئوری ما در حالت فاکتوری کردن QCDF روش NLO در مقیاس انرژی  $m_b$  برابر با  $(5/33_{-0/39}^{+0/83}) \times 10^{-4}$  است.

جدول ۳. مقادیر مختلف دامنه  $M_a$

$2/497 \times 10^{-7}$	$M_1$
$7/064 \times 10^{-11}$	$M_2$
$6/623 \times 10^{-11}$	$M_3$
$1/193 \times 10^{-10}$	$M_4$
$2/499 \times 10^{-7}$	$M_{tot}$

در مقیاس (MeV) به صورت زیرند [۱۱-۱۳]:

$$m_\phi = 1024 \pm 0/20 \text{ و } m_{\eta_c} = 2982 \pm 0/05$$

$$m_{B_s} = 5366/88 \pm 0/17$$

$$m_b = 419_{-6}^{+18} \text{ و } m_c = 129_{-11}^{+5} \text{ و } m_s = 100_{-2}^{+3}$$

$$f_\phi = 237 \pm 29 \text{ و } f_{B_s} = 228 \pm 10 \text{ و } f_{\eta_c} = 420 \pm 20$$

به علت این که، مزون  $B_s^0$  به دو مزون  $\eta_c$  و  $\phi$  واپاشی کرده، جرم مزون‌های واپاشی شده را  $m_1$  و  $m_2$  می‌نامیم و به هر کدام از آنها تکانه‌های  $P_1$  و  $P_2$  را نسبت می‌دهیم. برای محاسبه مقادیر تکانه‌ها، با استفاده از اصل پایستگی تکانه در واپاشی‌های دو جسمی به رابطه (۱۶) می‌رسیم:

$$P_{B_s} = P_{\eta_c} + P_\phi$$

### مراجع

1. N Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* 10 (1963) 531.
2. M Beneke and J Rohrer, *Nucl. Phys. B* 774 (2007) 64.
3. A Asadi and H Mehraban, *International Journal of Modern Physics A* (2016) 1650079.
4. A Ali and C Group, *Phys. Rev. D* 57 (1998) 2996.
5. B Mohammadi, *International Journal of Modern Physics A* 33 (2018) 1850044.
6. M Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* 98 (2018) 030001.
7. LHCb Collaboration (Roel Aaij (CERN) *et al.*), CERN-EP- 2017- 026, LHCb- PAPER- 2016- 056 (2017) 114008.
8. A Ali and C Greub, *Phys.Rev. D* 57, (1997) 2996.
9. Particle Data Group, Revised March 2020 by A Ceccucci (CERN), Z Ligeti (LBNL), and Y Sakai (KEK) (2020).
10. HPQCD Collaboration, *Phys. Rev. D* 96 (2017) 074502.
11. H Na, Ch J Monahan, *Phys. Rev. D* 86 (2012) 034506.
12. H Yang Cheng and C Khiang Chua, *Phys. Rev. D* 80 (2009) 114008.
13. R Aai, LHCb Collaboration, *Phys. Rev. D* 98 (2018) 071103.