

# بررسی امواج یون صوتی در پلاسماهای غبارآلود با یون‌های گرم، الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیر گرمایی با توزیع کارنز

محمد اقبالی<sup>۱\*</sup>، مینا اسلامی<sup>۱</sup>، ندا پویان<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی خاتم الانبیاء بهبهان، بهبهان- ایران

<sup>۲</sup>گروه مهندسی مکانیک- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه شهید چمران اهواز- پردیس صنعتی شهدای هویزه، دشت آزادگان- ایران

پست الکترونیکی: eghbali\_moh@yahoo.com

## چکیده:

در این پژوهش امواج سالیوتونی یون صوتی غیرخطی در یک سیستم پلاسمایی غباری شامل ذرات غبار زمینه با بار منفی، یون‌های داغ ینامیکی، الکترون‌ها و پوزیترون‌ها با توزیع‌های غیر گرمایی کارنز<sup>۱</sup> بررسی شده است. با استفاده از روش اختلال کاهنده، معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر این سیستم در دو مرحله به دست آورده شده است. در مرحله اول با در نظر گرفتن توان‌های مرتبه پایین تر یک معادله دیفرانسیل غیرخطی،  $KdV$  به دست می‌آید. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در سیستم مورد نظر به ازای مقدار بحرانی  $\beta_e = \beta_p = 0.33$ ، ضریب غیرخطی معادله مذکور صفر می‌شود و این معادله نمی‌تواند انتشار امواج سالیوتونی در سیستم را توصیف کند. بنابراین در مرحله بعد با در نظر گرفتن توان‌های مرتبه بالاتر معادله دیفرانسیل کورته و گ دی وری اصلاح شده را همانند بخش قبل با استفاده از روش اختلال کاهنده به دست می‌آوریم. مطالعات انجام شده نشان می‌دهد که ضرایب پاشندگی در هر دو حالت یکسان است. ولی ضریب غیرخطی برای حالت اصلاح شده اندکی پیچیده تر است. در هر دو حالت جواب‌های ایستایی امواج سالیوتونی بررسی شده‌اند و تأثیر پارمترهای مختلف از جمله پارامتر غیرتعادلی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها روی ساختار موج با جزئیات دقیق مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که هر دو سالیوتون مثبت و منفی می‌توانند در این سیستم منتشر شوند. برخلاف توزیع ماکسولی که فقط سالیوتون‌های مثبت قابل انتشار هستند. همچنین حضور ذرات غیر تعادلی باعث افزایش دامنه و پهنای موج سالیوتونی می‌شود. از نتایج این تحقیق می‌توان در سیستم‌های پلاسمای فضایی و آزمایشگاهی استفاده کرد.

**واژه‌های کلیدی:** امواج یون صوتی، توزیع کارنز، پلاسماهای غیر تعادلی، پلاسماهای الکترون- پوزیترون- یون-غبار (EPID plasma)

مگنتواسفیر<sup>۴</sup> [۲]، جو خورشید<sup>۵</sup> [۳]، ستاره‌های نوترونی<sup>۶</sup> و

کوتوله‌های سفید<sup>۷</sup> [۴-۵] مورد توجه بسیاری از محققین و

پژوهشگران قرار گرفته‌اند. به منظور مکانیسم انتقال ذرات در

توکامک، به پلاسماهای الکترون- یون می‌توان

پوزیترون‌ها را به درون توکامک تزریق نمود و پلاسماهای دو

## ۱. مقدمه

اخیرا پلاسماهای سه مؤلفه‌ای شامل الکترون- پوزیترون و

یون<sup>۲</sup> (EPI) به دلیل فراوانی بسیار زیاد در چندین وضعیت

فضایی شامل هسته‌های فعال کهکشانی<sup>۳</sup> [۱]، تپنده

<sup>۱</sup> Cairns distributions,

<sup>۲</sup> Electrons- Positions- Ions

<sup>۳</sup> active galactic nuclei

<sup>۴</sup> pulsar magnetosphere

<sup>۵</sup> solar atmosphere

<sup>۶</sup> Neutron star

<sup>۷</sup> White dwarfs

مؤلفه‌های الکترون- یون را به پلاسمای سه مؤلفه‌ای الکترون- پوزیترون- یون تبدیل نمود [۹-۶]. تولید جفت (الکترون- پوزیترون) می‌تواند در فرایند برهمکنش یک پالس لیزری قوی با پلاسما نیز رخ دهد [۱۰]. همانطور که می‌دانیم، ذرات غبار (در اندازه‌های میکرومتر تا زیرمیکرومتر) در محیط‌های آزمایشگاهی و فضایی مانند محیط‌های اطراف ستاره‌های دنباله‌دار، ابرهای بین‌ستاره‌ای و حلقه‌های سیاره‌ای در همه جا وجود دارند [۱۱ و ۱۲]. هنگامی که ذرات غبار در پلاسما غوطه‌ور می‌شوند، معمولاً باردار می‌شوند. فرایندهای مختلفی از جمله جذب ذرات باردار دیگر، تابش الکترون‌های ثانویه، گسیل میدانی و... می‌تواند باعث باردار شدن ذرات غبار شود. بار ذرات غبار می‌تواند منفی یا مثبت باشد، منفی یا مثبت بودن بار ذرات غبار بستگی به این دارد که تعداد پوزیترون‌های رسوب‌شده روی آن‌ها کمتر یا بیشتر از تعداد الکترون‌ها باشد. در اینجا فرض کرده‌ایم که یون‌ها به دلیل جرم زیاد در مقایسه با الکترون‌ها و پوزیترون‌ها خیلی کندتر حرکت می‌کنند و تعداد الکترون‌های جذب شده توسط ذرات غبار بیشتر از تعداد پوزیترون‌ها می‌باشد بنابراین بار ذرات غبار را منفی در نظر گرفته‌ایم. ذرات غبار به دلیل اندازه بزرگی که دارند می‌توانند بار نسبتاً زیادی را جذب نمایند و این بار می‌تواند روی پارامترهای مختلف امواج منتشر شده در پلاسما تأثیر داشته باشد. همچنین ذرات غبار می‌توانند نواحی پایداری و ناپایداری امواج را تغییر دهند. بعلاوه این ذرات می‌توانند مدهای جدیدی در پلاسما را ایجاد کنند [۱۵-۱۳]. پلاسمای چهار مؤلفه‌ای شامل الکترون‌ها، پوزیترون‌ها، یون‌ها و ذرات غبار (EPID)، گونه‌ای از پلاسماها هستند که در محیط‌های فضایی و در محیط‌های آزمایشگاهی به وفور یافت می‌شوند. بر این اساس، مطالعه امواج یون صوتی (IAWS) در پلاسمای EPID می‌تواند جالب و مهم باشد [۱۶ و ۱۷]. وجود یک موج الکترواستاتیکی فرکانس پایین جدید (موج یون صوتی) در یک پلاسمای غبارآلود غیر برخورداری و غیرمغناطیسی برای اولین بار توسط شوکلا و همکارانش گزارش شد [۱۸] این موج یکی از انواع

امواج فرکانس پایینی است که در پلاسماهای غبار آلود منتشر می‌شود. در این مقاله توزیع الکترون‌ها به صورت ماکسولی در نظر گرفته شده است و برای امواج سالیتمونی با دامنه کم، چگالی ذرات و دیگر کمیت‌ها حول نقطه تعادل‌شان بسط داده شده‌اند. برانگیختگی و انتشار موج یون صوتی چه از نظر تئوری و چه از نظر تجربی توسط بسیاری از پژوهشگران مورد بررسی قرار گرفته است. این موج با توجه به کاربردهای زیادی که در محیط‌های پلاسمایی دارد توسط بسیاری از محققین با مدل‌های مختلفی نظیر روش اختلال کاهنده و روش شبه پتانسیل سقادی اف در سیستم‌های مختلف مطالعه و بررسی شده است. روش اختلال کاهنده که در نظریه غیرخطی ضعیف به کار برده می‌شود به یک معادله دیفرانسیل غیرخطی بنام KdV منجر می‌شود. مدل شبه پتانسیل سقادی اف زمانی به کار برده می‌شود که نظریه غیرخطی ضعیف نباشد. در اکثر مدل‌های پلاسمایی توزیع ذرات ماکسولی فرض شده است. بعنوان مثال تریبچه و همکاران یک پلاسمای ۴ مؤلفه‌ای با توزیع ذرات ماکسولی در نظر گرفته‌اند [۱۹]. روفای و همکارانش یک پلاسمای ۴ مؤلفه‌ای با توزیع ذرات ماکسولی در نظر گرفته و با استفاده از روش شبه پتانسیل سقادی اف به بررسی اثرات پارامترهای مختلف روی انتشار این موج در محیط مورد نظر پرداخته‌اند [۲۰]. واشیمی تانیوتی برای اولین بار از روش اختلال کاهنده برای به دست آوردن معادله KdV حاکم بر موج سالیتمونی یون صوتی در پلاسما استفاده کرد [۲۱]. در دهه گذشته بسیاری از پژوهشگران ساختارهای غیرخطی مانند سالیتمون، ورتکس<sup>۱</sup> و پوش موج یون صوتی را در پلاسماهای الکترون- پوزیترون- یون بررسی کرده‌اند [۲۲-۳۴]. اکثر مطالعات قبلی بر روی موج یون صوتی بر پایه توزیع ماکسولی برای ذرات پلاسما می‌باشند که دارای اعتبار کلی است اما مطالعات جدید روی پلاسماهای فضایی و آزمایشگاهی نشان از حضور ذرات پرنرژی در دم توزیع ذرات دارد [۲۷]. مطالعات انجام شده به وسیله فضایی‌های وایکینگ<sup>۲</sup> [۳۵] و ماهواره فرجا<sup>۳</sup> [۳۶] ساختارهای سالیتمونی الکترواستاتیکی مهمی را نشان دادند که از توزیع ماکسولی

<sup>1</sup> vortex

<sup>2</sup> Viking spacecraft

<sup>3</sup> Ferja satellite

انحراف چشمگیری داشتند. از جمله این تابع توزیع‌ها می‌توان به تابع توزیع کاپا، تابع توزیع کاپای منظم شده، تابع توزیع نافزونفر  $q$ ، تابع توزیع کارنز و .. اشاره کرد. ساها و همکاران یک پلاسمای سه مؤلفه‌ای در نظر گرفته‌اند که توزیع ذرات آنها از توزیع ماکسولوی انحراف دارد [۳۷]. به عبارتی آنها توزیع الکترون‌های سرد و گرم را توزیع کاپا در نظر گرفته‌اند و با استفاده از روش دوشاخه‌ای<sup>۱</sup> به بررسی انتشار موج یون صوتی در سیستم مورد نظر پرداخته‌اند. در پژوهش خلیل و همکاران [۲۳] یک مدل پلاسمای سه مؤلفه‌ای شامل یون‌های دینامیکی، الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیر حرارتی با توزیع کارنز در یک حضور مغناطیسی در نظر گرفته شده و با استفاده از روش اختلال کاهنده به بررسی موج یون صوتی در این مدل پرداخته‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که موج یون صوتی سالیتمونی مثبت و منفی در این سیستم می‌تواند انتشار یابد. در پژوهش دیگر خلیل و همکاران [۳۸] یک مدل سه مؤلفه‌ای شامل یون‌های سیالی، ذرات غبار منفی و الکترون‌های غیر حرارتی با تابع توزیع کاپای تغییر تغییر شکل یافته<sup>۲</sup> در نظر گرفته و به بررسی انتشار موج غبار یون صوتی در این مدل پرداخته‌اند. در حقیقت الکترون‌های غیر حرارتی که به وسیله تابع توزیع کارنز مدل سازی می‌شوند اولین بار توسط کارنز و همکاران (۱۹۹۵) پیشنهاد شد تا به مطالعه اثر الکترون‌های غیر حرارتی بر روی طبیعت امواج سالیتمونی یونی صوتی مشاهده شده در قسمت فوقانی یونسفر بپردازند. در واقع آنها از مشاهدات ناشی از ماهواره فرجا به این نتیجه رسیدند که حضور جمعیتی از الکترون‌های پرانرژی می‌تواند خواص امواج سالیتمونی یون صوتی را تغییر دهد. کارنز و همکاران (۱۹۹۵) نشان دادند که الکترون‌های پرانرژی می‌تواند بر روی شکل چگالی الکترون‌ها تأثیر زیادی داشته باشد. در این پژوهش یک مدل پلاسمایی چهار مؤلفه‌ای شامل ذرات غبار زمینه با بار منفی، الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیر حرارتی و یون‌های دینامیکی در نظر گرفته شده و تأثیر تعداد الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیر حرارتی روی دامنه و پهنای موج سالیتمونی یون صوتی منتشر شده در سیستم بررسی شده است. بررسی

منابع علمی نشان می‌دهد که مشابهی برای این مدل ۴ مؤلفه‌ای با توزیع ماکسولوی ذرات وجود ندارد. با این وجود می‌توان برای بررسی صحت نتایج، این مدل را به مدل‌هایی که در مقالات مختلف بررسی شده است تقلیل داد. مثلاً اگر ذرات غبار در نظر نشود، این مدل به یک پلاسمای سه مؤلفه‌ای شامل یون‌های دینامیکی، الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیر حرارتی تبدیل می‌شود. با حذف میدان مغناطیسی نتایج به دست آمده از این مدل با نتایج ارائه شده در مقاله خلیل و همکاران یکسان خواهند بود [۲۳]. این پژوهش در ۵ بخش ارائه شده است. در بخش دوم معادلات سیالی بهنجار شده حاکم بر سیستم بیان شده‌اند. در بخش سوم با استفاده از روش اختلال کاهنده معادله دیفرانسیل  $KdV$  به دست آمده است. همانطوری که خواهیم دید این معادله با توجه به مقدار بحرانی تعداد الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیر حرارتی نمی‌تواند موج سالیتمونی منتشر شده در این مدل از پلاسمای را توصیف کند. در بخش چهارم معادله  $mKdV$  حاکم بر محیط پلاسمایی مورد نظر ارائه شده است. در بخش پنجم محاسبات عددی و در بخش ششم خلاصه‌ای از نتایج به دست آمده گزارش شده است.

## ۲. فرمول‌بندی مدل

امواج تناوبی الکترواستاتیکی غیرخطی در یک پلاسمای چهار مؤلفه‌ای غیر برخوردی و غیر مغناطیسی شامل ذرات غبار زمینه با بار منفی، یون‌های گرم دینامیکی، الکترون‌ها و پوزیترون‌ها غیر گرمایی که توزیع آنها از توزیع کارنز پیروی می‌کنند را بررسی می‌کنیم. معادلات سیالی بهنجار شده پیوستگی و تکانه حاکم بر این سیستم عبارتند از

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial(n_i u_i)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\nu \sigma_i}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x}$$

معادله پواسون به صورت زیر بیان می‌شود

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e + \alpha - p n_p - (1 + \alpha - p) n_i$$

<sup>1</sup> Bifurcations

<sup>2</sup> k- deformed

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 1 + \alpha - p + C_1 \phi + C_2 \phi^2 + C_3 \phi^3 - (1 + \alpha - p)n_i$$

که

$$C_1 = [(1 - \beta_e) - \gamma p (1 - \beta_p)],$$

$$C_2 = \left[ \frac{1}{2} - \beta_e + \beta_e^2 - p\gamma^2 \left( \frac{1}{2} + \beta_p + \beta_p^2 \right) \right],$$

$$C_3 = \left[ \frac{1}{6} \beta_e + \frac{3}{2} \gamma^2 (\beta_p + \beta_p^2) \right],$$

### ۳. به دست آوردن معادله غیر خطی KdV

برای به دست آوردن معادله دیفرانسیل غیر خطی حاکم بر این سیستم که انتشار امواج یون صوتی منتشر شده را توصیف می نماید از روش اختلال کاهنده استفاده می کنیم. متغیرهای مستقل جدید را به صورت زیر تعریف می کنیم [۳۹-۴۰].

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - V_0 t), \quad \tau = \varepsilon^{3/2} t$$

$\varepsilon$  ( $0 \leq \varepsilon \ll 1$ ) یک پارامتر کوچک است که قدرت یرخطی بودن سیستم را نشان می دهد.  $V_0$  سرعت فاز بهنجار شده موج یون صوتی است که مقدار آن در ادامه تعیین می گردد. اکنون کمیتها را حول مقدار تعادلی شان بر حسب توانهایی از  $\varepsilon$  به صورت زیر بسط می دهیم.

$$n_i = 1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \varepsilon^3 n_i^{(3)} + \dots$$

$$u_i = 1 + \varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \varepsilon^3 u_i^{(3)} + \dots$$

$$\phi = 1 + \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \varepsilon^3 \phi^{(3)} + \dots$$

با جایگذاری معادلات ۱۳-۱۰ در مجموعه معادلات ۱-۲ و ۸ و بسط بر حسب توانهای مختلف  $\varepsilon$  معادلات زیر حاصل می شود. برای پایین ترین مرتبه داریم

$$-V_0 \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \rightarrow V_0 n_i^{(1)} = u_i^{(1)}$$

$$-V_0 \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + 3\sigma_i \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0$$

$$C_1 \phi^{(1)} - (1 + \alpha - p)n_i^{(1)} = 0$$

با استفاده از معادلات بالا سرعت فاز به صورت زیر به دست می آید.

$$V_0 = \sqrt{3\sigma_i + \frac{1 + \alpha - p}{C_1}}$$

$n_e, n_p, n_i, n_d$  به ترتیب چگالی ذرات غبار، یونها، پوزیترونها و الکترونها هستند که نسبت به مقادیر تعادلی چگالی الکترونها یعنی  $n_e$  بهنجار شده اند. سرعت سیالی

یونها  $u_i$  نسبت به سرعت یون صوتی  $C_s = \sqrt{\frac{T_e}{m}}$  و پتانسیل

الکترواستاتیکی نسبت به  $\phi = \frac{e\varphi}{T_e}$  بهنجار شده است. در

معادلات فوق  $m$  جرم یونها و  $T_e$  دمای الکترونها بر حسب

$$\text{انرژی، } \sigma_i = \frac{T_i}{T_e}, \quad \alpha = \frac{Z_d n_d}{n_e}, \quad \text{و } p = \frac{n_p}{n_e} \text{ است. } Z_d$$

عرف تعداد بار قرار گرفته بر سطح غبار در حالت تعادل است.

ذرات غبار در شرایط شبه یختمایی بار تعادلی، در رابطه  $n_i + n_p = n_e + Z_d n_d$  صدق می کنند. متغیرهای مکانی  $x$  و زمانی  $t$  به ترتیب نسبت به طول دمای

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi n_e e^2}} \quad \text{و} \quad \text{فرکانس پلاسمایی}$$

$$\omega_{pi}^{-1} = \sqrt{\frac{m}{4\pi n_e e^2}}$$

الکترونها و پوزیترونهای غیرحرارتی طبق توزیع کارنر عبارتند از

$$n_e = [1 - \beta_e \phi + \beta_e^2 \phi^2] e^\phi$$

$$n_p = [1 + \beta_p \phi + \gamma^2 \beta_p^2 \phi^2] e^{-\gamma \phi}$$

که در روابط فوق  $\beta_p, \beta_e$  به ترتیب پارامترهای غیرحرارتی برای الکترونها و پوزیترونها می باشند و به صورت

$$\beta_p = \frac{4\eta_p}{1 + 3\eta_p} \quad \text{و} \quad \beta_e = \frac{4\eta_e}{1 + 3\eta_e}$$

$\eta_p$  جمعیت غیر تعادلی الکترونها و پوزیترونها و همچنین

$$\gamma = \frac{T_e}{T_p} \text{ می باشد. برای } \phi \ll 1 \text{ با بسط تیلور معادلات (۴) و}$$

(۵) داریم

$$n_e = \left[ 1 + (1 - \beta_e)\phi + \left( \frac{1}{2} - \beta_e + \beta_e^2 \right)\phi^2 + \frac{1}{6} \beta_e^3 \phi^3 + \dots \right]$$

$$n_p = \left[ 1 - \gamma(1 + \beta_p)\phi + \gamma^2 \left( \frac{1}{2} + \beta_p + \beta_p^2 \right)\phi^2 - \frac{3}{2} \gamma^3 (\beta_p + \beta_p^2)\phi^3 + \dots \right]$$

با جایگذاری معادلات (۶) و (۷) در معادله (۳) داریم.

برای توان‌های مرتبه بعدی  $\varepsilon$  داریم

$$-\lambda \frac{d\psi}{d\xi} + A\psi \frac{d\psi}{d\xi} + B \frac{d^2\psi}{d\xi^2} = 0$$

با دوبار انتگرالگیری از معادله ۲۴ نسبت به  $\xi$  و استفاده از

$$\psi \rightarrow 0, \frac{d\psi}{d\xi} \rightarrow 0, \frac{d^2\psi}{d\xi^2} \rightarrow 0 \text{ at } |\xi| \rightarrow \infty$$

شرایط مرزی  $at|\xi| \rightarrow \infty$  (شرط وجود جواب جایگزیده) داریم.

$$\psi(\xi) = \psi_0 \operatorname{sech}^2\left(\frac{\xi}{w}\right)$$

که  $\psi_0 = \frac{3\lambda}{A}$  و  $w = \sqrt{\frac{4B}{\lambda}}$  به ترتیب پیک دامنه و پهنای موج سالیوتونی هستند.

#### ۴. به دست آوردن معادله mKdV

بطور واضح مشخص است که در معادله ۲۲، معادله دیفرانسیل غیرخطی KdV حاکم بر سیستم، اگر  $A=0$  گردد، نمی‌تواند انتشار موج سالیوتونی در این سیستم را توصیف کند. در مدل پلاسمایی در نظر گرفته شده به ازای مقادیر بحرانی  $\beta_e = \beta_p = 0.33$  ضریب  $A$  حذف می‌شود. برای بررسی موج یون صوتی در این وضعیت، مرتبه‌های غیرخطی بالاتر را در نظر می‌گیریم و معادله غیرخطی اصلاح شده حاکم بر سیستم را به دست می‌آوریم. مجدداً از روش اختلال کاهنده استفاده می‌کنیم. متغیرهای مستقل جدید را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۴۱].

$$\xi = \varepsilon(x - Vt), \quad \tau = \varepsilon^2 t$$

با جایگذاری معادلات ۱۳-۱۰ و ۲۴ در مجموعه معادلات ۱-۲، ۸، و در نظر گرفتن پایین‌ترین مرتبه  $\varepsilon$  روابطی مشابه حالت KdV، یعنی معادلات ۱۶-۱۴ به دست می‌آوریم. با استفاده از توان‌های مرتبه بالاتر از معادله پیوستگی و معادله پواسون داریم.

$$u_i^{(1)} = V_i C_1 \phi^{(1)} + \left[ 2C_2 - \frac{C_1^2}{(1+\alpha-p)^2} \right] V_i \phi^{(1)}$$

$$n_i^{(1)} = C_1 \phi^{(1)} + 2C_2 (\phi^{(1)})^2$$

برای توان‌های بالاتر از معادلات پیوستگی، حرکت و پواسون داریم.

$$\frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \tau} - V_i \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial (n_i^{(1)} u_i^{(1)})}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \tau} - V_i \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} + u_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} +$$

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} - 3\sigma_i n_i^{(1)} \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} + 3\sigma_i \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = C_1 \phi^{(1)} + C_2 (\phi^{(1)})^2 - (1+\alpha-p)n_i^{(1)}$$

با ضرب معادله (۱۸) در  $V_i$  و سپس جمع آن با معادله (۱۹) داریم

$$(1+\alpha-p) \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} = \frac{C_1 (3V_i^2 - 3\sigma_i)}{(1+\alpha-p)^2} \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi}$$

$$+ \frac{2V_i C_1^2}{(1+\alpha-p)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + C_1 \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi}$$

با مشتق‌گیری از معادله (۲۰) نسبت به  $\xi$  و جایگذاری معادلات ۱۶-۱۴ و همچنین معادله (۲۱) در آن معادله غیرخطی KdV به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + A\psi \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = 0$$

که  $\psi = \phi^{(1)}$  و  $A$  و  $B$  به ترتیب به عنوان ضرایب غیرخطی و پاشندگی به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$A = \frac{1+\alpha-p}{2V_i C_1^2} \left[ \frac{3C_1^2 (V_i^2 - \sigma_i)}{(1+\alpha-p)^2} - 2C_2 \right]$$

$$B = \frac{(V_i^2 - 3\sigma_i)^2}{2V_i (1+\alpha-p)}$$

حاصل معادله ۲۲ یک موج سالیوتونی است که با سرعت  $\lambda$  حرکت کرده و شکل خود را حفظ می‌کند. برای به دست آوردن جواب‌های ایستا و جایگزیده معادله غیرخطی معادله ۲۲، متغیر جدید  $\xi = \xi' - \lambda \tau$  را تعریف می‌کنیم و چارچوب مرجعی را انتخاب می‌کنیم که با سرعت ثابت  $\lambda$  نسبت به موج حرکت می‌کند. با استفاده از این تبدیل معادله ۲۲ بر حسب متغیر  $\xi$  به صورت زیر بیان می‌شود.

است یعنی به ازای  $0,33 \leq \beta_e, \beta_p \leq 0$ ، موج سالیوتونی یون صوتی مثبت<sup>۱</sup> است. در ناحیه  $0,33 \leq \beta_e, \beta_p$  ضریب A منفی است که متناظر با وجود ناحیه‌ای برای موج سالیوتونی یون صوتی منفی<sup>۲</sup> با پتانسیل منفی است. بنابراین در سیستم در نظر گرفته شده هر دو موج سالیوتونی مثبت و منفی متناظر با پتانسیل-های مثبت و منفی وجود دارند. در صورتی که اگر توزیع ذرات ماکسولی در نظر گرفته شوند فقط امواج سالیوتونی مثبت می-توانند منتشر شوند و امواج سالیوتونی منفی نمی-توانند انتشار یابند. همچنین حضور ذرات روی مقدار بحرانی تأثیر داشته و باعث می-شود که مقادیر بحرانی  $\beta_e, \beta_p$  نسبت به حالتی که ذرات غبار حضور ندارند به ازای مقادیر پایین‌تری رخ دهد. در اینجا ضریب غیرخطی به ازای مقدر بحرانی  $\beta_e = \beta_p = 0,33$  در معادله KdV صفر می-شود بنابراین معادله (۲۱) نمی-تواند انتشار موجی سالیوتونی در سیستم پلاسمایی مذکور را توصیف کند. از این رو، برای توصیف انتشار امواج سالیوتونی یون صوتی در این محیط لازم است توان‌های مرتبه بالاتر را در نظر بگیریم. در بخش دوم این پژوهش توان‌های مرتبه بالاتر را در نظر گرفته‌ایم و همانند بخش قبل با استفاده از روش اختلال کاهنده معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر سیستم که یک معادله mKdV است را به دست می-آوریم. رفتار موج سالیوتونی یون صوتی در شکل‌های ۲ و ۳ برای مقادیر مختلف  $\beta_e, \beta_p$  ترسیم شده است. از شکل (۲) مشخص است که دامنه و پهنای موج سالیوتونی یون صوتی با پتانسیل مثبت، با افزایش مقادیر  $\beta_e, \beta_p$  افزایش می-یابد. نمودار سبز متناظر با توزیع ماکسولی است. آنچه در شکل (۳) مشاهده می-شود رفتار معکوس موج سالیوتونی یون صوتی با پتانسیل منفی است. که با افزایش مقادیر  $\beta_e, \beta_p$  دامنه و پهنای موج سالیوتونی با پتانسیل منفی کاهش می-یابد. در شکل (۴) ضرایب معادله کورته و گ اصلاح شده به صورت تابعی از  $\beta_e, \beta_p$  ترسیم شده است همانطوری که از این نمودار دیده می-شود به ازای مقدار بحرانی  $\beta_e, \beta_p = 0,17$  ضریب A صفر می-شود و به ازای مقادیر بزرگتر از این مقدار بحرانی ضریب A منفی می-شود.

$$\begin{aligned}
 & -V_e \frac{\partial n_i^{(r)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_i^{(l)}}{\partial \tau} + \frac{\partial u_i^{(r)}}{\partial \xi} \\
 & + \frac{\partial}{\partial \xi} (u_i^{(l)} n_i^{(r)}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (u_i^{(r)} n_i^{(l)}) = 0 \\
 & \frac{\partial u_i^{(l)}}{\partial \tau} - V_e \frac{\partial u_i^{(r)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (u_i^{(l)} u_i^{(r)}) = \\
 & - \frac{\partial \phi^{(r)}}{\partial \xi} - \nu \sigma_i \frac{\partial n_i^{(r)}}{\partial \xi} + \nu \sigma_i n_i^{(l)} \frac{\partial n_i^{(r)}}{\partial \xi} + \nu \sigma_i n_i^{(r)} \frac{\partial n_i^{(l)}}{\partial \xi} \\
 & \frac{\partial^2 \phi^{(l)}}{\partial \xi^2} + (1 + \alpha - p) n_i^{(r)} - C_v \phi^{(r)} \\
 & - \nu C_v \phi^{(l)} \phi^{(r)} - C_r (\phi^{(l)})^2 = 0
 \end{aligned}$$

با حل معادلات ۲۹-۳۱ و استفاده از معادلات مربوط به توان‌های مرتبه اول و دوم  $\mathcal{E}$  می-توان معادله mKdV را به صورت زیر به دست آورد.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \Lambda (\psi)^2 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \psi}{\partial \xi^3} = 0 \\
 & \Lambda = \frac{\nu V_e}{\nu} \left( \nu C_v - \frac{C_v^2}{(1 + \alpha - p)^2} \right) + \nu C_r V_e \\
 & + \frac{\sigma_i C_v}{V_e} + \frac{\nu C_v}{C_v V_e} - \frac{\nu C_r (1 + \alpha - p)}{\nu V_e C_v}
 \end{aligned}$$

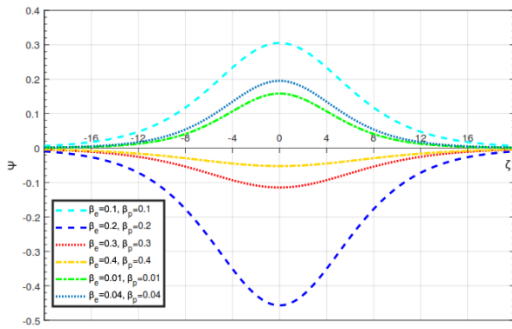
که  $\psi = \phi^{(l)}$

## ۵. محاسبات عددی

در این بخش به تحلیل عددی ویژگی‌های موج سالیوتونی منتشر شده در سیستم پلاسمایی مورد نظر می-پردازیم و تأثیر الکترون‌ها، پوزیترون‌های غیر گرمایی و حضور ذرات غبار زمینه را روی دامنه و پهنای موج سالیوتونی بررسی می-کنیم. همانطوری که از معادله (۱۷) دیده می-شود حضور ذرات غبار باعث افزایش سرعت فاز موج سالیوتونی می-شود. در شکل (۱) ضرایب A و B معرفی شده توسط معادله (۲۳) به صورت تابعی  $\beta_e, \beta_p$  (تعداد الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیرحرارتی) ترسیم شده است. همان طور که از این شکل دیده می-شود ضریب B همواره مثبت ولی ضریب A می-تواند مثبت یا منفی باشد. بنابراین در ناحیه‌ای که A مثبت

<sup>1</sup> Compressive

<sup>2</sup> Rarefactive

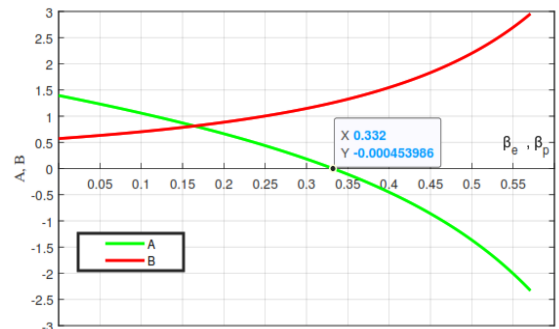


شکل ۵. تغییرات  $\psi$  به صورت تابعی از  $\zeta$  معادله (۳۲) برای مقادیر مختلف  $\beta_e, \beta_p$

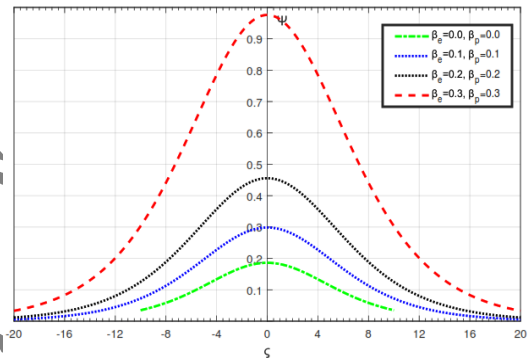
یعنی به ازای  $\beta_e, \beta_p \leq 0.17$  ناحیه‌ای که موج سالیتمونی یون صوتی در آن جا منفی است، وجود دارد. در ناحیه وجود ناحیه‌ای با موج سالیتمونی یون صوتی مثبت است که دلالت بر وجود ناحیه‌ای با موج سالیتمونی یون صوتی مثبت دارد. در شکل (۵) تغییرات موج سالیتمونی یون صوتی  $\psi$  از معادله mKdV معادله معرفی شده توسط رابطه (۳۲) به صورت تابعی از  $\zeta$  ترسیم شده است. همانطوری که از این نمودار مشخص است در این حالت هردو موج سالیتمونی یون صوتی مثبت و منفی وجود دارند.

## ۶ بحث و نتایج

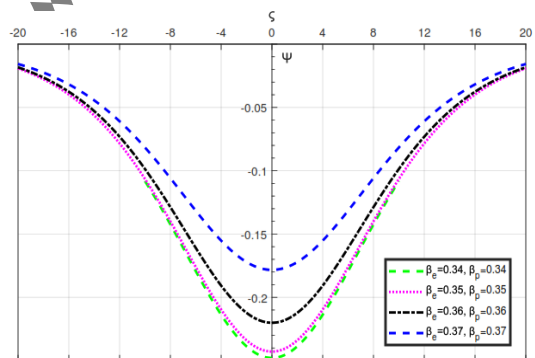
در این مقاله یک پلاسمای غیرمغناطیسی و غیربرخوردی شامل چهار گونه ذرات غبار زمینه با بار منفی، یون‌های دینامیکی، الکترون‌ها و پوزیترون‌های غیرحرارتی با توزیع غیرتعدادی کارنز در نظر گرفته شده است. با استفاده از روش اختلال کاهنده معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر انتشار امواج یون صوتی به دست آمده است. با توجه به اینکه به ازای بحرانی  $\beta_e, \beta_p$  ضریب غیرخطی این معادله صفر می‌شود معادله دیفرانسیل KdV نمی‌تواند انتشار موج سالیتمونی را توصیف کند. از این رو، با در نظر گرفتن توان‌های مرتبه بالاتر در مرحله بعد یک معادله دیفرانسیل غیرخطی کورته وگ اصلاح شده به دست آورده‌ایم. نتایج نشان می‌دهد که ضریب غیرخطی معادلات KdV و mKdV می‌تواند مقادیر مثبت و منفی باشند و این بدین معنی است که هردو موج انبساطی و انقباضی که متناظر با پتانسیل مثبت و منفی موج سالیتمونی هستند در این سیستم منتشر می‌شوند.



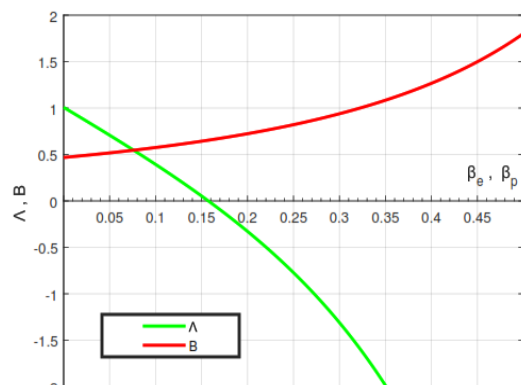
شکل ۱. تغییرات A و B به صورت تابعی از  $\beta_e, \beta_p$



شکل ۲. تغییرات  $\psi$  به صورت تابعی از  $\zeta$  معادله (۲۵) برای مقادیر مختلف  $0 \leq \beta_e, \beta_p \leq 0.33$



شکل ۳. تغییرات  $\psi$  به صورت تابعی از  $\zeta$  معادله (۲۵) برای مقادیر  $\beta_e, \beta_p > 0.33$



شکل ۴. تغییرات  $\Lambda$  و B به صورت تابعی از  $\beta_e, \beta_p$

1. H R Miller, P J Witter, "Active Galactic Nuclei", Springer, New York. (1987) 202.
2. F. C. Michel, "Theory of pulsar magnetospheres", Rev. Mod. Phys. 54(1982)1.
3. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.54.1>
4. P Goldreich, W H Julian, "Pulsar Electrodynamics", Astrophys. J. 157 (1969), 869.
5. <https://doi.org/10.1086/150119>
6. E Tandberg-Hansen, A G Emslie, "The Physics of Solar Flares", Cambridge University Press, Cambridge. 1988.
7. V S Beskin, A V Gurevich, N Ya, "Istomin, Physics of Pulsar Magnetosphere", Cambridge Univ. Press UK. 1993.
8. M Adnan, S Mahmood, A Qamar, "Coupled ion acoustic and drift waves in magnetized superthermal electron-positron-ion plasmas". Phys. Plasmas. 21 (2014) 092119.
9. G Gahn, G D Tsakiris, G Pretzler, K J Witte, C Delfin, C G Wahlstrom, D Habs, Appl. Phys. Lett., 77 (2000) 2662.
10. A Mushtaq, H A Shah, Phys. Plasmas. 12(2005) 012301.
11. C M Surko, M Leventhal, W S Crane, A Passner, F Wysocki, T J Murphy, J Strachan, W L Rowan, Rev. Sci. Instrum. 57, (1986)1862.
12. <https://doi.org/10.1063/1.1139154>
13. G Sarri, W Schumaker, A Di Piazza, M Vargas, B Dromey, M E Dieckmann, V Chvykov, A Maksimchuk, V Yanovsky, ZH He, B X Hou, J A Nees, A. G R Thomas, C H Keitel, M Zepf, K Krushelnick, Phys. Rev. Lett. 110 (2013)255002.
14. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.255002>
15. A.A. Mamun, P.K. Shukla, Geophys. Res. Lett. 29 (2002) 1870.
16. M. Tribeche, A. Merriche, Phys. Plasmas. 18 (2011) 033706.
17. W.M. Moslem, Phys. Lett. A 351 (2006) 290.
18. B. Tian, Y.T. Gao, Phys. Plasmas. 12 (2005) 054701.
19. A. Barkan, N. D'Angelo, R. Merlino, Planet. Space Sci. 44 (1996) 239.
20. S.A. El-Tantawy, N.A. El-Bedwehy, W.M. Moslem, Phys. Plasmas. 18 (2011) 052113.
21. S. Ghosh, R. Bharuthram, Astrophys. Space Sci. 314 (2008) 121.
22. P K Shukla, V P Silin, Physica Scripta. 45 (1992) 508.
23. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/45/5/015>
24. M Tribeche, K Aboutou, S Younsi, and R Amour, "Nonlinear positron acoustic solitary waves", Physics of Plasmas. 16 (2009) 072103.
25. <https://doi.org/10.1063/1.3160619>
26. O R Rufai, R Bharuthram, S V Singh, G S Lakhina, "Obliquely propagating ion-acoustic solitons and supersolitons in four-component auroral plasmas" , Advances in Space Research. (2016), 813-820.
27. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.11.021>
28. H Washimi, T Taniuti, "Propagation of Ion-Acoustic Solitary Waves of Small Amplitude", Phys Rev Lett. 17 (1966) 996.
29. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.17.996>
30. T D Kaladze, M Shad, L V Tsamalashvili, "Generation of zonal flows by electrostatic drift waves in electron-positron-ion plasmas", Phys. Plasmas. 17(2010) 022304.
31. <https://doi.org/10.1063/1.3313359>
32. M Khalid, A Ullah, A Khan Kabir, H M Irshad, S Shah, "Oblique propagation of ion-acoustic solitary waves in magnetized electron-positron-ion plasma with Cairns distribution", Europhysics Letters. 138(2022) 6.
33. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/ac765c>
34. S Mahmood, N khtar, "Ion acoustic solitary waves with adiabatic ions in magnetized electron-positron-ion plasmas", Eur. Phys. J. D. 49(2008)217
35. <https://doi.org/10.1140/epjd/e2008-00165-4>
36. S Mahmood, A Mushtaq, H Saleem, "Ion acoustic solitary wave in homogeneous magnetized electron-positron-ion plasmas", New J. Phys. 5(2003) 28.
37. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/5/1/328>



38. P K Shukla, A A Mamun, L Stenflo, "Vortices in a Strongly Magnetized Electron-Positron-Ion Plasma", *Physica Scr.* 68 (2003) 295.
39. <https://doi.org/10.1238/Physica.Regular.068a00295>
40. N Jehan, M Salahuddin, H Saleem, A M Mirza, "Modulation instability of low-frequency electrostatic ion waves in magnetized electron-positron-ion plasma", *Phys. Plasmas.* 15 (2008) 092301.
41. <https://doi.org/10.1063/1.2977768>
42. S Mahmood, S Siddiqui, N Jehan, "Modulational instability of ion acoustic wave with warm ions in electron-positron-ion plasmas", *Phys. Plasmas.* 18, (2011)052309.
43. <https://doi.org/10.1063/1.3590869>
44. A Shahrina, M G Hafez, "Collisional positron acoustic soliton and double layer in an unmagnetized plasma having multi-species", *Sci. Rep.* 12(2022) 6453.
45. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-10236-6>
46. H R Pakzad, "Ion acoustic solitons of KdV and modified KdV equations in weakly relativistic plasma containing nonthermal electron, positron and warm ion", *Astrophys Space Sci.* 332(2011) 269–277.
47. <https://doi.org/10.1007/s10509-010-0533-5>
48. H Alinejad, "Non-linear localized ion-acoustic waves in electron-positron-ion plasmas with trapped and non-thermal electrons", *Astrophys Space Sci.* 325 (2010) 209–215.
49. <https://doi.org/10.1007/s10509-009-0177-5>
50. K Javidan, D Saadatmand, "Effect of high relativistic ions on Ion acoustic solitons in electron-ion-positron plasmas with nonthermal electrons and thermal positrons", *Astrophys Space Sci.* 333(2011) 471–475
51. <https://doi.org/10.1007/s10509-011-0645-6>
52. F Farhadkiyaei, D Dorrani, "Nonlinear ion-acoustic cnoidal wave in electron-positron-ion plasma with nonextensive electrons", *Contrib. Plasma Phys.* 58 (2018) 42–55.
53. <https://doi.org/10.1002/ctpp.201600076>
54. Q Haque, H Saleem, "Ion acoustic and drift wave vortices in electron-positron-ion plasmas", *Phys. Plasmas.* 10(2003)3793.
55. <https://doi.org/10.1063/1.1602073>
56. R Bostrom, "Observations of weak double layers on auroral field lines", *IEEE Trans Plasma Sci.* 20 (1992)756.
57. <https://doi.org/10.1109/27.199524>
58. P Dovner, E Erikson, R Bostrom, B Holback, "Freja multiprobe observations of electrostatic solitary structures", *Geophys Res Lett.* 21(1994) 1827.
59. A Saha, P Chatterjee, "Bifurcations of ion acoustic solitary waves and periodic waves in an unmagnetized plasma with kappa distributed multi-temperature electrons", *Astrophys Space Sci.* 350 (2014) 631–636.
60. <https://doi.org/10.1007/s10509-014-1796-z>
61. M Khalid, A Khan, M Khan, F Hadi, Ata-ur-Rahman, "dust ion acoustic solitary waves in unmagnetized plasma with Kaniadakis distributed electron" *Brazilian Journal of Physics.* 51, (2021) 60-65.
62. <https://doi.org/10.1007/s13538-020-00807-1>
63. M M Masud, M Asaduzzaman, A A Mamun, "Dust-ion-acoustic Gardner solitons in a dusty plasma with bi-Maxwellian electrons", *Phys. Plasmas.* 19(2012)103706.
64. <https://doi.org/10.1063/1.4753922>
65. K B Zhang, H Y Wang, "The nonlinear dust-acoustic solitary waves in dust plasma with two-temperature nonthermal ions", *J. Korean Phys. Soc.* 55(2009)1461.
66. <https://doi.org/10.3938/jkps.55.1461>
67. S T Shuchy, A Mannan, A A Mamun, "Cylindrical and spherical electron-acoustic Gardner solitons and double layers in a two-electron-temperature plasma with nonthermal ions", *JETP Lett.* 95 (2012) 310–316.
68. <https://doi.org/10.1134/S0021364012060094>