

## شبیه‌سازی پارامترهای مؤثر در انتقال غیرعادی الکترون در رانشگر اثر هال با استفاده از روش PIC

زهرا اسدی<sup>۳</sup>، محمدمهدی شفیعی<sup>۱\*</sup>، مرتضی فرهید<sup>۱</sup>، معصومه کیانناز<sup>۱</sup> و محمدرضا مراد<sup>۲</sup>

۱. پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز

۲. دانشکده مهندسی هوا و فضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۳. دانشکده فیزیک دانشگاه یزد، یزد

پست الکترونیکی: mehdishafie@tabrizu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۶/۳۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۰۹/۱۳)

### چکیده

در این مقاله با استفاده از روش ذره در سلول (PIC) رفتار ذرات پلاسما در داخل محفظه رانشگر اثر هال شبیه‌سازی شده و بر حسب نتایج آن، پارامترهای مؤثر بر تحرک‌پذیری الکترون‌ها و انتقال غیر عادی آنها استخراج شده است. رانشگرهای اثر هال، یکی از انواع سامانه‌های پیشران الکتریکی است که در سفرهای فضایی، جهت رانش ماهواره‌ها و فضاپیماها کاربرد دارند. این نوع رانشگرها از میدان مغناطیسی و الکتریکی عمود بر هم، برای محصور کردن الکترون‌ها برای ایجاد نیروی پیشران استفاده می‌کنند. حضور میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی باعث سوق الکترون‌ها در جهت سمتی می‌شود. در حالت آرمانی انتظار می‌رود الکترون‌ها یک حرکت سمتی (حول محور رانشگر) داشته باشند و الکترون‌ها در دهنه رانشگر کاملاً محصور می‌شود. اما در تجربه مشاهده می‌شود که الکترون‌ها در سایر راستاها نیز حرکت می‌کنند، که انتقال غیرعادی الکترون نامیده می‌شوند. این رفتار باعث می‌شود که الکترون‌ها به طور کامل در دهنه محصور نشوند و در نتیجه اتلاف و کاهش بازده و همچنین خوردگی دیواره مشاهده می‌شود. دو ساز و کار عمده برای ایجاد این جریان الکترونی پیشنهاد شده است که اولی مربوط به اندرکنش الکترون با دیواره و دومی مربوط به نوسانات پلاسما از جمله ناپایداری سوق  $E \times B$  است. رانشگر باید طوری طراحی شود تا شرایط بهینه برای کنترل این رفتارها فراهم شود. برای این کار، با استفاده از شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده است که مقادیر بهینه برای محصور کردن الکترون‌ها، با میدان مغناطیسی بین ۲۵۰ تا ۳۰۰ گوس، ولتاژ مناسب برای شتاب دادن الکترون بیشتر از ۳۰۰ ولت، چگالی بهینه پلاسما و گاز خنثی به ترتیب  $2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  و  $1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  است.

واژه‌های کلیدی: رانشگر اثر هال، انتقال غیرعادی الکترون، شبیه‌سازی PIC، ناپایداری سوق  $E \times B$

## ۱. مقدمه

رانشرهای الکتریکی بر اساس روش شتاب‌دهی، به سه دسته الکتروگرماایی [۱]، الکترواستاتیک [۲ و ۳] و الکترومغناطیسی [۴] تقسیم می‌شوند. هر کدام از این رانشرها، از اصول متفاوتی برای ایجاد پیشران یونی استفاده می‌کنند. در رانشرهای الکتروگرماایی شتابدهی یون‌ها بر مبنای هندسه نازل و نیز گرمایش الکتریکی انجام می‌شود. در دو خانواده دیگر، ذرات ابتدا به یون تبدیل شده و سپس در اثر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی شتاب می‌گیرند. سامانه پیشران یونی با شتاب دادن به پلاسما، نیروی رانش<sup>۱</sup> و سایل نقلیه فضایی را تأمین می‌کند [۵]. رانشر اثر هال<sup>۲</sup>، یکی از سامانه‌های پیشران یونی است که در سفرهای فضایی و جهت رانش ماهواره و فضاپیما کاربرد دارد. این رانشر یکی از پیشرفته‌ترین و پرکاربردترین رانشرهای الکتریکی است. در این رانشر، الکترون‌ها از یک کاتد توخالی<sup>۳</sup> به سمت آند، جایی که گاز خنثی وارد محفظه می‌شود، حرکت می‌کنند و موجب یونیدگی گاز خنثی می‌شوند. سیم‌پیچ‌های مغناطیسی یا آهنرباهای دائمی در رانشر اثر هال موجب تولید میدان مغناطیسی خارجی می‌شوند. این میدان در این رانشر باعث ایجاد یک کاتد مجازی در دهانه رانشر شده که به نوبه خود باعث شتابدهی یون‌ها در محفظه رانشر می‌شود. میدان مغناطیسی شعاعی یکنواخت  $B_z$  در راستای شعاعی ( $r$ ) اعمال می‌شود. در نتیجه یک میدان الکتریکی در راستای محور ( $z$ ) از طرف آند به بیرون ایجاد شده که باعث شتابدهی یون‌ها و ایجاد رانش می‌شود. علاوه بر آن، وجود این میدان الکتریکی و مغناطیسی به نوبه خود باعث یک حرکت سوقی<sup>۴</sup>  $E \times B$  در راستای سمتی ( $\theta$ ) می‌شود. این سوق باعث ایجاد یک ناپایداری مشخص در پلاسمای رانشر می‌شود. در حالت آرمانی انتظار می‌رود در

غیاب برخورد، الکترون‌ها به طور کامل به دام بیفتند و هیچ‌گونه تحرکی در راستای میدان الکتریکی نداشته باشند [۴]. البته در عمل هیچ وقت به دام افتادن کامل الکترون‌ها روی نمی‌دهد و مسائلی مانند آشفته‌گی یا پراکندگی از دیوار، تحرک‌پذیری الکترون‌ها در راستای عمود بر میدان مغناطیسی را افزایش می‌دهد. در حرکت واقعی، الکترون‌ها در امتداد خطوط میدان مغناطیسی می‌چرخند و همزمان با این که بین دیوارهای کانال حرکت رفت و برگشتی دارند در راستای سمتی هم به پیش می‌روند [۶]. علاوه بر برخورد الکترون‌ها با اتم خنثی، نوسان‌های پلاسما و برخورد الکترون‌ها با دیوار نیز می‌توانند در افزایش تحرک‌پذیری الکترون در راستای عمود بر میدان مغناطیسی سهم ویژه‌ای داشته باشند. هنگامی که الکترون‌ها به دیواره برخورد می‌کنند چند حالت ممکن است پیش بیاید: الف) جذب دیوار شوند، ب) به صورت کشسان یا ناکشسان از دیواره برگردند و ج) باعث گسیل الکترون ثانویه شوند. هنگامی که انرژی الکترون‌های اولیه در محدوده ده تا هزار الکترون ولت باشد، در برخورد با بیشتر مواد تحت شرایطی موجب گسیل الکترون ثانویه می‌شوند. الکترون‌های ثانویه گسیل شده به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند: یکی الکترون‌های ثانویه با انرژی کم در حدود چند الکترون ولت و دیگری الکترون‌هایی که به صورت کشسان یا ناکشسان از سطح بر می‌گردند و انرژی آنها از محدوده چند ده الکترون ولت تا انرژی الکترون‌های فرودی است [۷-۹]. از آنجایی که این ساز و کارها کاملاً درک نشده‌اند سهم آنها تحت اصطلاح غیرعادی<sup>۵</sup> شناخته شده است. یکی از ابزارهای قوی برای بررسی این رفتار ذرات در پلاسما، استفاده از شبیه‌سازی ذره در سلول<sup>۶</sup> PIC است. هر چند که شبیه‌سازی در دو سه بعد دقیق‌تر است اما به دلیل صرفه‌جویی در زمان و افزایش سرعت، شبیه‌سازی یک بعدی نیز قابل اهمیت

۴. Drift

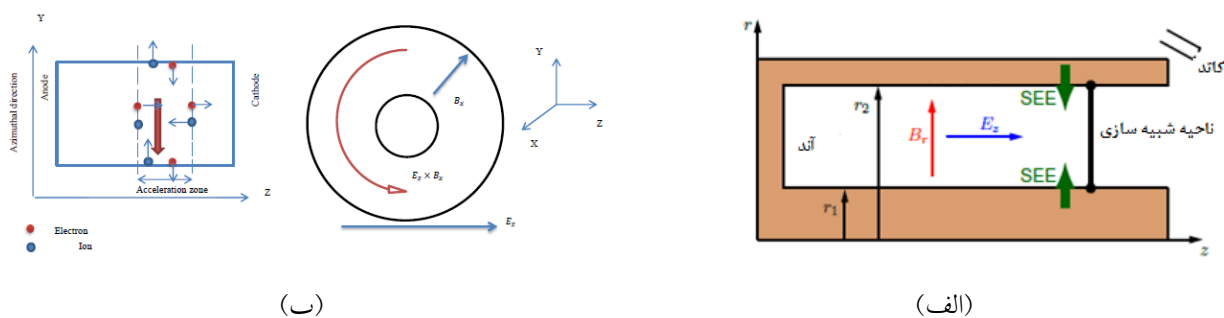
۵. Anomalous

۶. Particle in cell

۱. Thrust

۲. The Hall effect thruster

۳. Hollow cathode



شکل ۱. طرحواره مدل شبیه‌سازی (الف) در راستای شعاع و (ب) در راستای سمتی.

برخورد بین الکترون‌ها و اتم‌های خنثی هم به صورت کشسان و هم به صورت ناکشسان (برانگیختگی و یونیزاسیون) لحاظ شده است که جهت مدل‌سازی از روش مونت‌کارلوی برخوردی<sup>۱</sup> استفاده شده است.

بسته به انرژی الکترون‌های فرودی جذب، پراکندگی و گسیل الکترون‌های ثانویه از دیوارها لحاظ شده است. این روش بر اساس مدل فرمان پی وی<sup>۲</sup> در شبیه‌سازی شعاعی وارد شده است [۱۴]. جنس هر دو دیواره، بورن نیتريد<sup>۳</sup> است که بر مقدار گسیل الکترون‌های ثانویه تأثیر گذار است [۱۵]. تابع توزیع سرعت اولیه الکترون‌ها و یون‌ها به صورت ماکسولی فرض شده و برای این کار از روش بوکس مولار<sup>۴</sup> استفاده شده است [۱۶]. در روش بوکس مولار برای تولید تابع توزیع ماکسول بولتزمن از رابطه‌های زیر استفاده می‌شود:  $A_1$  و  $A_2$  اعداد تصادفی بین صفر تا یک، همچنین  $C_0$  و  $C_1$  متغیرهای تصادفی مستقل بر حسب تابع توزیع نرمال هستند.

$$\begin{aligned} C_0 &= \sqrt{-r \ln A_1} \cos(r\pi A_2), \\ C_1 &= \sqrt{-r \ln A_1} \sin(r\pi A_2). \end{aligned} \quad (1)$$

پارامترهای استفاده شده برای شبیه‌سازی مطابق جدول ۱ است. در جدول  $R_{in}$  و  $R_{out}$  شعاع داخلی و خارجی رانشگر اثر هال هستند. محدوده شبیه‌سازی ناحیه بین این دو شعاع است.  $n_p$  و  $n_n$  به ترتیب چگالی پلاسما و چگالی گاز خنثی،  $T_{e0}$ ،  $T_{i0}$  و  $T_n$  به ترتیب دمای اولیه یون‌ها، الکترون‌ها و اتم‌های خنثی هستند. الکترون‌ها مغناطیده (تحت تأثیر میدان قرار

است. در این مقاله هدف بررسی عددی رفتار الکترون در راستای شعاع و در راستای محوری رانشگر اثر هال، به منظور بررسی ناپایداری سوق  $E \times B$  به وسیله شبیه‌سازی ذره در سلول و مونت کارلو است.

## ۲. مدل و روش شبیه‌سازی

هندسه مدل مورد شبیه‌سازی مطابق شکل ۱، یک محفظه تخلیه است که ابعاد آن از ابعاد اصلی رانشگر اثر هال مدل SPT۱۰۰ اقتباس شده است [۱۰-۱۲].

در رانشگرهای یونی، اندازه ابعاد ظرف پلاسما کوچک‌تر از مسیر آزاد میانگین است. بنابراین پلاسما در تعادل حرارتی نیست و باید توسط معادله جنبشی توصیف شود [۱۳].

برای شبیه‌سازی از روش ذره در سلول استفاده شده و معادله پواسون برای یک بعد حل شده است. در این مقاله دو شبیه‌سازی یک بعدی یکی در راستای شعاع (شکل ۱. الف) و دیگری راستای سمتی (شکل ۱. ب) انجام شده است. اگرچه معادله پواسون در راستای محور حل نشده است اما مسیر ذرات در راستای محور رانشگر ردیابی شده است. در ابتدای شبیه‌سازی، ذرات در محدوده شتاب‌دهی به صورت پخش یکنواخت در نظر گرفته شده است، همچنین میدان الکتریکی و مغناطیسی خارجی در طول شبیه‌سازی ثابت فرض شده‌اند. گاز استفاده شده برای تولید پلاسما گاز کریپتون خالص است.

<sup>۳</sup> Boron-Nitride ceramic (BN)

<sup>۴</sup> Box muller method

<sup>۱</sup> Monte carlo collision method

<sup>۲</sup> Furman-Pivi

جدول ۱. پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی.

مقدار	نماد	کمیت	مقدار	نماد	کمیت
۳/۵	$R_{in}$	شعاع داخلی (سانتی‌متر)	$1/6 \times 10^{-10}$	$E$	بار الکترون (کولن)
۵/۰	$R_{out}$	شعاع خارجی (سانتی‌متر)	$9/1 \times 10^{-10}$	$m_e$	جرم الکترون (کیلوگرم)
۲/۵	$L_{ch}$	طول کانال تخلیه (سانتی‌متر)	$1/39 \times 10^{-10}$	$m_i$	جرم یون کریپتون (کیلوگرم)
۱	$L_{zacc}$	طول ناحیه شتاب دهی (سانتی‌متر)	$1/38 \times 10^{-10}$	$K_B$	ثابت بولتزمن
۴۵۰	$V_d$	ولتاژ تخلیه (ولت)	$8/85 \times 10^{-10}$	$\epsilon_0$	ضریب گذردهی خلأ
۳/۵	$I_d$	جریان تخلیه (آمپر)	$1 \times 10^{17}$	$n_e$	چگالی پلاسما (یک بر متر مکعب)
۳۰۰	$B_{r,0}$	میدان مغناطیسی پیشینه (گوس)	$3 \times 10^{19}$	$N_{g,0}$	چگالی گاز خنثی (یک بر متر مکعب)
۰/۲	$T_{i,0}$	دمای اولیه یون (الکترون ولت)	۷۰۰	$T_{g,0}$	دمای گاز خنثی (کلوین)
۶۷۳	$T_w$	دمای دیواره (کلوین)	۱۰	$T_{e,0}$	دمای الکترون ورودی (الکترون ولت)

انرژی جنبشی مشاهده نشد.

طول شبیه‌سازی  $L_y$  در راستای سمتی برابر  $1/33$  سانتیمتر است. از آنجایی که شبیه‌سازی تعداد ذرات به اندازه چگالی پلاسما، عملاً کاری غیرممکن است تعدادی ابر ذره  $N_{pcc}$  شبیه‌سازی می‌شود. یعنی فرض می‌شود تعدادی از ذرات که با هم تشکیل یک ابر ذره را می‌دهند رفتاری مشابه دارند. برای تنظیم تعداد ابر ذرات باید از رابطه  $N_{pcc} = \frac{L_y n_{p0}}{w}$  استفاده شود که با تغییر مقدار وزن دهی  $w$  می‌توان آن را تنظیم کرد. در تمامی موارد شبیه‌سازی، محدوده شبیه‌سازی یکسان است، همچنین تعداد ابر ذرات در هر سلول برابر  $1000$  و نسبت طول سلول به طول دبای برابر  $0/7$  است.

### ۳. بررسی پارامترهای تاثیرگذار در رفتار غیر عادی

#### الکترون‌ها

##### ۳.۱. شبیه سازی غلاف پلاسما

جهت بررسی رفتار غیر عادی الکترون‌ها، اولین قدم شناسایی و استخراج پتانسیل پلاسما است. هنگامی که پلاسما بین دیواره‌ها

می‌گیرند) و یون‌ها غیرمغناطیده در نظر گرفته شده‌اند. همچنین انرژی مورد نیاز برای برانگیختگی برابر  $9/9$  الکترون ولت و انرژی مورد نیاز برای یونیزاسیون گاز کریپتون  $13/99$  الکترون ولت است. الکترون‌ها دمای اولیه  $T_{e0}$  با سرعت سوق  $V_{de} = \frac{E_0}{B_0}$ ، یون‌ها دمای اولیه  $T_{i0}$  و سرعت محوری  $v_{di} = \sqrt{2qE_0 L_{zacc} / m_i}$  دارند که  $L_{zacc}$  طول ناحیه شتاب‌دهی است.

اتلاف انرژی و پراکندگی در معادله و لاسوف در نظر گرفته شده است [۱۷ و ۱۸]. در معادله حرکت یون، میدان مغناطیسی و برخورد بین یون‌ها و اتم‌های خنثی در نظر گرفته نشده است. میدان الکتریکی خودسازگار  $E \times B$  توسط الگوریتم سه بعدی توماس حل شده و شرط مرزی در شبیه‌سازی متناوب و پتانسیل در مرزها برابر صفر در نظر گرفته شده است. علاوه بر شرط مرزی سمتی، شرط مرزی در راستای محور رانشگر نیز برای مکان لحاظ شده است یعنی الکترون‌ها و یون‌هایی که در راستای محور از محدوده شبیه‌سازی خارج می‌شوند با همان انرژی اولیه جایگزین می‌شوند تا شرط شبه خنثایی باقی بماند. همچنین شرط مرزی تصادفی نیز بررسی شد که در آن پایداری خوبی برای

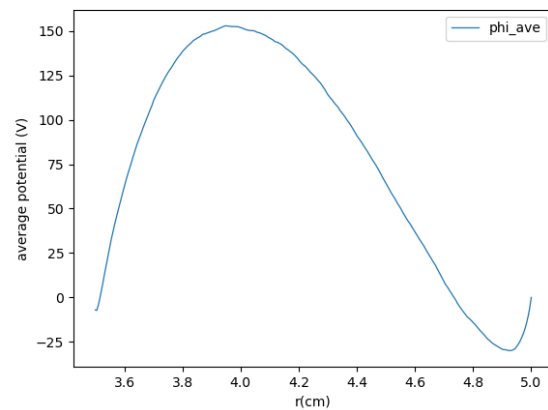
ها را به درون پلاسما برمی‌گرداند یا حداقل سرعت آنها را کم می‌کند موجب شتاب دادن یون‌ها به سمت دیوار نیز می‌شود. در نتیجه در ناحیه غلاف چگالی یون‌ها بیشتر از الکترون‌ها است که نتایج شبیه‌سازی نیز این امر را تأیید می‌کند و در شکل ۲ نشان داده شده است.

در شکل ۲ تغییرات پتانسیل مستخرج از شبیه‌سازی مربوط به گاز کریپتون در سرتاسر شعاع رانشگر نشان داده شده است که به وضوح افت پتانسیل در نزدیک دیواره که همان ناحیه غلاف است، نشان داده است. در این شبیه‌سازی پتانسیل در دیوار خارجی به عنوان پتانسیل مرجع برابر صفر در نظر گرفته شده است و پتانسیل دیواره داخلی شناور است و توسط چگالی ذرات مشخص می‌شود. الکترون‌هایی که از محدوده شبیه‌سازی بیرون می‌روند توسط الکترون‌های ناشی از گسیل ثانویه و یا الکترون‌هایی که از سمت کاتد می‌آیند، جایگزین می‌شوند. یون‌هایی که از محدوده شبیه‌سازی بیرون می‌روند نیز توسط یون‌های جدید جایگزین می‌شوند. بنابراین تعداد ذرات در سرتاسر شبیه‌سازی ثابت است. علاوه بر شرط مرزی شعاعی، شرط مرزی محوری نیز برای ذرات اعمال شده است.

حضور الکترون‌های ثانویه گسیل شده باعث می‌شود افت پتانسیل کمتری در غلاف داشته باشیم و هر چه ضریب گسیل الکترون‌های ثانویه بیشتر باشد افت پتانسیل در غلاف کمتر می‌شود که مقدار آن از رابطه (۲) به دست می‌آید:

$$\phi_w \approx T_e \ln \left( \sqrt{\frac{M}{r\pi m}} (1 - \gamma) \right) \quad (2)$$

$\gamma$  ضریب گسیل الکترون‌های ثانویه،  $M$  جرم مولکولی کریپتون،  $m$  جرم الکترون و  $T_e$  دمای الکترون است. هنگامی که شار الکترون‌های ثانویه برابر با الکترون‌های اولیه شود، ضریب گسیل ثانویه بحرانی داریم که مقدار آن تقریباً برابر است با  $\gamma(T_e) = \gamma_{cr} \approx 1$  و حالت اشباع شدگی بارفضا<sup>۳</sup> (SCS) برای غلاف به وجود می‌آید. هرگونه افزایش بیشتر در شار الکترون ثانویه در پلاسما توسط پتانسیل کمینه تشکیل شده در نزدیکی



شکل ۲. تغییرات پتانسیل الکتریکی در راستای شعاع رانشگر در ۲/۳ سانتیمتری از آند.

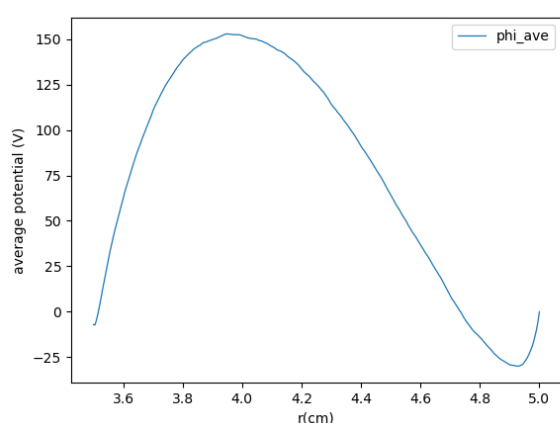
محاط شده باشد، ناحیه نسبتاً نازکی به نام غلاف<sup>۱</sup> به وجود می‌آید. در پلاسما الکترون‌ها و یون‌ها به سمت دیواره‌ها حرکت می‌کنند و با برخورد به دیواره‌ها باز ترکیب می‌شوند ولی چون سرعت الکترون‌ها نسبت به یون‌ها بیشتر است، زودتر به دیواره می‌رسند. به همین دلیل موادی که در ارتباط با پلاسما هستند بار منفی نسبت به پلاسما پیدا می‌کنند پس در فضای پلاسما، نسبت به دیواره‌ها پتانسیل مثبت خواهیم داشت. حفاظ دمای<sup>۲</sup> تغییرات پتانسیل را به لایه‌ای با ضخامت محدود چند طول دمای بین دیواره سرد و پلاسما محدود خواهد کرد که غلاف نامیده می‌شود [۱۹].

کار غلاف پلاسما تشکیل سد پتانسیلی است که گونه‌های با تحرک بیشتر (معمولاً الکترون‌ها) را به طور الکتروستاتیک محبوس می‌کند. سد ارتفاع خود را طوری تنظیم می‌کند که شار الکترون‌هایی که انرژی کافی برای عبور از سد به دیواره دارند درست برابر با شار یون‌هایی باشد که به دیواره می‌رسند. بنابراین شرط شبه‌ختنایی برای پلاسما  $n_e \approx n_i$  برقرار می‌ماند. اگر پتانسیل درون پلاسما صفر در نظر گرفته شود، چون درون غلاف، عدم تعادل بار وجود دارد، پتانسیل غلاف باید منفی باشد تا بتواند الکترون‌ها را دفع کند. پتانسیل غلاف در حالی که الکترون

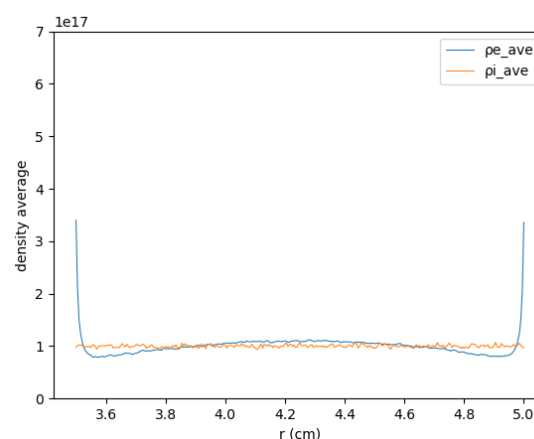
۳. Space charge saturated

۱. Sheath

۲. Debye sheath



(ب)



(الف)

شکل ۳. (الف) تغییرات پتانسیل الکتریکی و (ب) تغییرات چگالی الکترون‌ها و یون‌ها در راستای شعاع در رژیم SCL.

نشان داده است. تابع توزیع سرعت اولیه الکترون‌ها و یون‌ها به صورت ماکسول بولتزمن در نظر گرفته شده است؛ همان‌طوری که از شکل ۴ مشاهده می‌شود. با گذشت زمان دنباله تابع توزیع خالی شده و تعداد الکترون‌های پر سرعت کم شده است، که بیانگر این است که با گذشت زمان تعداد الکترون‌هایی که انرژی رسیدن به دیوار را دارند کم می‌شوند و اثر برخورد الکترون‌ها به دیوار کم‌رنگ می‌شود. باریک شدن پهنای تابع توزیع به معنای کاهش دمای الکترون‌ها در راستای شعاع است. با ثابت ماندن پهنای تابع توزیع، حالت اشباع شدگی رخ داده و تعداد گسیل الکترون‌های ثانویه به مقدار ثابتی می‌رسد.

### ۳.۴. تابع توزیع سرعت سمتی الکترون و یون‌ها

در شکل ۵ تحول زمانی تابع توزیع الکترون‌ها در راستای سمتی نشان داده شده است. همچنان که تابع توزیع الکترون‌ها با گذشت زمان از حالت ماکسولی خود منحرف می‌شوند، پهنای تابع توزیع پهن‌تر می‌شود و قله تابع توزیع به سمت مقادیر پایین‌تر جابه‌جا می‌شود. واضح است که پهن شدن تابع توزیع به معنای افزایش متوسط دمای الکترون‌ها است.

با متوسط‌گیری از دما بر روی طول شبیه‌سازی، متوسط دمای الکترون در لحظه ۵/۰ میکروثانیه برابر ۱۴/۱۵ الکترون

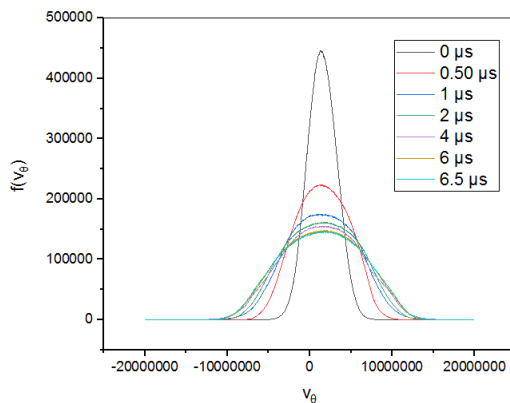
سطح دیواره محدود می‌شود. این گستره از گسیل الکترون‌های ثانویه، محدود شدن بار فضا<sup>۱</sup> (SCL) نامیده می‌شود. در شکل ۳. الف کمیته تشکیل شده در پتانسیل غلاف توسط شبیه‌سازی نشان داده شده است. در این حالت چگالی الکترون‌ها دست‌خوش تغییر شده و در ناحیه غلاف، چگالی الکترون‌ها بیشتر از چگالی یون‌ها می‌شود (شکل ۳. ب).

### ۳.۲. تابع توزیع سرعت ذرات

یکی دیگر از موارد مهم در بررسی رفتار غیرعادی الکترون‌ها، استخراج تابع توزیع سرعت این ذرات است. تابع توزیع سرعت الکترون‌ها - یون‌ها، نقش کلیدی در برهمکنش بین موج رونده و ذرات باردار دارد. بنابراین ضروری است که سرعت ذرات باردار مشخص شود. با استفاده از نظریه جنبشی می‌توان تابع توزیع چگالی و سرعت الکترون و یون‌ها را به دست آورد. تابع توزیع گونه‌ها همچنین نقش کلیدی در پیشگویی و کنترل پارامترهای پلازما دارد. تابع توزیع سرعت اولیه الکترون‌ها و یون‌ها به صورت ماکسول بولتزمن در نظر گرفته شده است.

### ۳.۳. تابع توزیع سرعت شعاعی ذرات

در شکل ۴ تابع توزیع شعاعی الکترون‌ها در زمان‌های مختلف

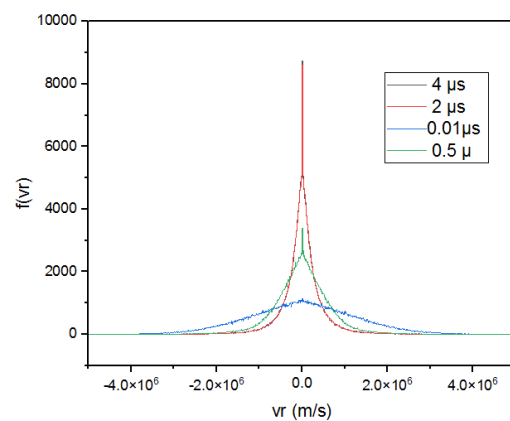


شکل ۵. تابع توزیع سرعت الکترون‌ها در راستای سمتی در زمان‌های مختلف.

در حقیقت علت اصلی انحرافات تابع توزیع به دلیل برهمکنش‌های غیرخطی است که می‌تواند منجر به اشباع شدن ناپایداری شود. معمولاً پس از رشد نرخ ناپایداری تا چندین مرتبه، اشباع شدگی رخ می‌دهد. پدیده‌های گرمایش الکترون، تغییر شکل تابع توزیع سرعت و به دام افتادن یون موجب اشباع شدن می‌شوند. یون‌ها به دلیل اصطکاک با الکترون‌ها و به دام افتادن در پتانسیل دیواره‌ها گرم می‌شوند و در جهت سوق الکترون شروع به چرخش می‌کنند و موجب اشباع ناپایداری می‌شوند.

#### ۴. ناپایداری سوق $E \times B$

از آنجایی که یون‌ها غیرمغناطیسی هستند در ابتدای شبیه‌سازی سرعت آنها در راستای سمتی صفر است اما الکترون‌ها با سرعت خیلی زیادی در راستای سمتی حرکت می‌کنند. این تفاوت سرعت موجب ایجاد ناپایداری سمتی با طول موج خیلی کوچک در حدود میلی‌متر و بسامد خیلی بالا در حدود مگاهرتز می‌شود. این ناپایداری جنبشی ایجاد شده به وسیله سوق  $E \times B$  به اندازه‌ای قوی هست که به تنهایی موجب انتقال غیرعادی الکترون در راستای محور و کاهش بازده رانشگر اثر هال شود [۲۰-۲۲].



شکل ۴. تابع توزیع سرعت الکترون‌ها در راستای شعاع در زمان‌های مختلف.

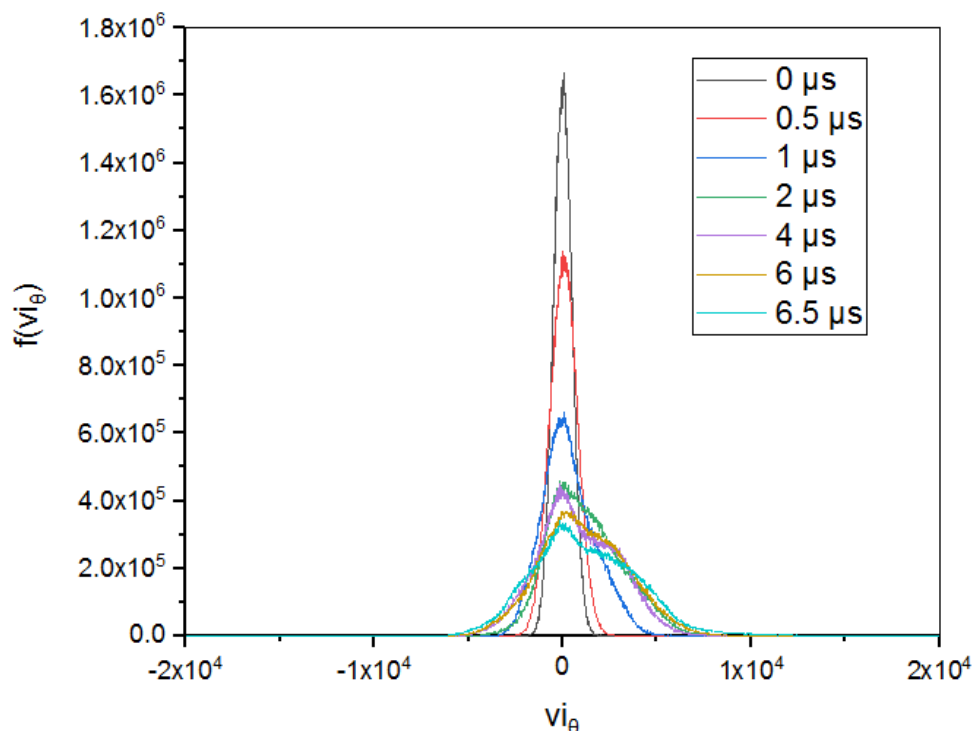
ولت است که نسبت به مقدار اولیه  $10^6$  الکترون ولت افزایش یافته است. با گذشت زمان در یک میکروثانیه، دما افزایش یافته و به  $80^6$  الکترون ولت می‌رسد. در شکل ۵ تفاوت پهنای تابع توزیع در این دو زمان هم کاملاً پیداست. در  $6^6$  میکروثانیه این مقدار تقریباً به  $10^6$  الکترون ولت می‌رسد و بعد از آن دما تغییر چندانی نمی‌کند.

شکل ۶ نشان می‌دهد که تابع توزیع یون‌ها نیز به طور کلی از حالت ماکسولوی خارج شده است. با گذشت زمان تعداد یون‌های پر سرعت افزایش می‌یابد و در بعضی مواقع تابع توزیع دو قله پیدا می‌کند که نشان دهنده سوق یون‌ها در جهت سمتی است.

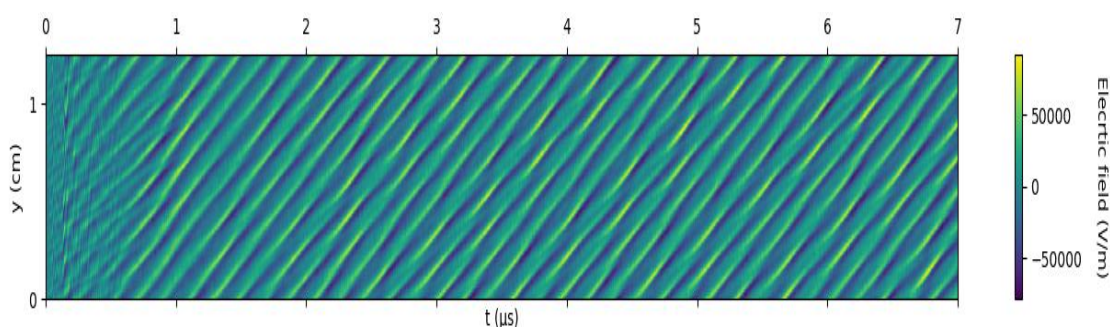
با متوسط گیری از دما بر روی طول شبیه سازی، متوسط دمای یون‌ها در لحظه  $0.5^6$  میکروثانیه برابر  $0.2^6$  الکترون ولت است که دقیقاً برابر دمای اولیه یون‌ها است. با گذشت زمان در یک میکروثانیه به  $0.4^6$  الکترون ولت می‌رسد. با گذشت زمان بیشتر در  $4^6$  میکروثانیه دمای یون‌ها به مقدار  $0.63^6$  الکترون ولت افزایش می‌یابد. در زمان  $6^6$  میکروثانیه دما به  $0.96^6$  الکترون ولت می‌رسد و بعد از آن دما تغییر چندانی نمی‌کند. معادلات استفاده شده برای به دست آوردن دما به صورت زیر است:

$$T_{\alpha} = \frac{m_{\alpha}}{r k_B} (\langle v_{\alpha}^2 \rangle - \langle v_{\alpha} \rangle^2), \quad (3)$$

$$\langle v_{\alpha} \rangle = \frac{1}{N_{\alpha}} \sum_{i=1}^{N_{\alpha}} v_{\alpha i}$$



شکل ۶. تابع توزیع سرعت یون ها در راستای سمتی در زمان های مختلف.



شکل ۷. تحول مکان-زمان میدان الکتریکی سمتی  $E_{\theta}(t, \theta)$ .

#### ۴.۱. مشخصات ناپایداری

بسامد و طول موج مهم ترین مشخصه یک موج هستند که می توانند از نمودار پربندی میدان الکتریکی به دست آیند. شکل ۷ تحول زمانی و مکانی میدان الکتریکی در راستای سمتی را نشان می دهد. واضح است که بعد از مدت زمان کوتاهی موجی با بسامد کاملاً مشخص قابل مشاهده است. شبیه سازی وجود ناپایداری با طول موج کوتاه از مرتبه میلی متر و بسامد بالا از مرتبه مگاهرتز را تأیید می کند. تعداد نوسانات در واحد زمان بسامد ناپایداری را و تعداد نوسانات در واحد طول شبیه سازی

طول موج انتشار مدها را نشان می دهد. طول موج ناپایداری ۲ میلی متر و بسامد آن ۵/۳ مگاهرتز به دست می آید. این با مشخصاتی که قبلاً برای این ناپایداری گزارش شده است در توافق کامل است [۲۳]. با ضرب طول موج در بسامد می توان سرعت فاز ناپایداری را یافت که برابر ۱۰۶۰۰ متر بر ثانیه است. مشخصه دیگری که مشاهده شد این است که دامنه نوسانات الکترون ها کمتر از دامنه نوسانات یون ها است. در حالی که دامنه نوسانات الکترون ها تقریباً سینوسی و کوتاه است، دامنه نوسانات یون ها بلندتر است و طول موج های کوچکتر



می‌آید که باعث ناپایداری سوق  $E \times B$  شده و موجب نوسانی شدن چگالی الکترون‌ها و میدان الکتریکی سمتی می‌شود. نشان می‌دهیم برهمکنش چگالی الکترون‌ها و میدان الکتریکی سمتی باعث افزایش انتقال غیرعادی الکترون در راستای محور رانشگر می‌شود. تحرکپذیری مؤثر الکترون از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mu_{eff} = \frac{\Gamma_z}{n_e E_z} = \frac{\frac{|q|}{m_e v_m} \left[ 1 - \frac{\omega_{ce} \langle n_e E_y \rangle}{v_m n_e E_z} \right]}{1 + \frac{\omega_{ce}^2}{v_m^2}} \quad (5)$$

یعنی حتی در غیاب برخورد الکترون و اتم خنثی نیز تحرکپذیری الکترون در راستای عمود بر میدان مغناطیسی صفر نیست [۲۳ و ۲۴].

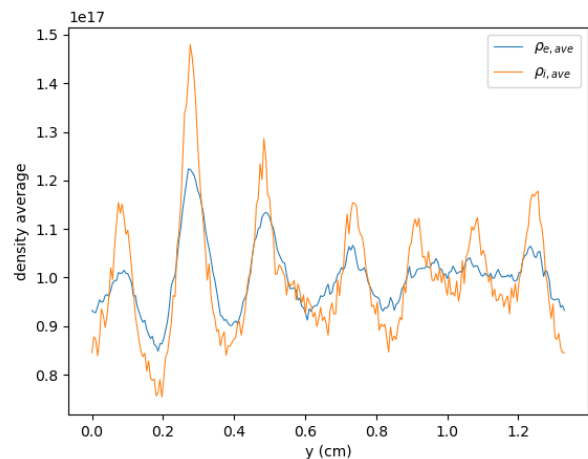
برای محاسبه  $\langle n_e E_y \rangle$  باید از انتگرال دوگانه زیر استفاده کرد که در شبیه‌سازی برای حل آن از الگوریتم سیمپسون دوگانه استفاده شده است:

$$\langle n_e E_y \rangle = \int_0^{L_y} \frac{dy}{L_y} \int_0^T \frac{dt}{T} n_e(t, y) E_y(t, y). \quad (6)$$

## ۵. بررسی تأثیر پارامترهای فیزیکی در انتقال غیر عادی الکترون‌ها

از آنجایی که پارامترهای مشخصه راه‌انداز رانشگر اثر هال بر روی ناپایداری سوق  $E \times B$  الکترون تأثیر می‌گذارند در نتیجه بر روی تحرکپذیری الکترون عمود بر میدان مغناطیسی نیز تأثیرگذار خواهند بود.

در این قسمت تحرکپذیری الکترون عمود بر میدان مغناطیسی به صورت تابعی از پارامترهای مهم مانند میدان مغناطیسی، میدان الکتریکی، چگالی پلاسما، چگالی گاز خنثی و جرم یون بررسی شده است. مدت زمان شبیه‌سازی شده برای همه موارد بیشتر از ۱۰ میکروثانیه است و نتیجه با متوسط‌گیری بر روی زمان اجرا گزارش شده است. طول شبیه‌سازی شده برای همه موارد ۱/۳۳ سانتیمتر است. در تمامی موارد تعداد ابرذرات در هر سلول برابر ۱۰۰۰ و اندازه هر سلول برابر ۰/۷ طول دبای است.



شکل ۸. دامنه نوسانات چگالی الکترون‌ها یون‌ها در  $t = 1 \mu s$ .

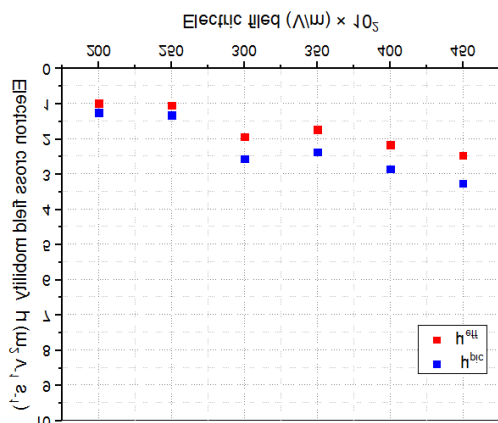
$\lambda < \lambda_{De}$  را در بر می‌گیرد و منجر به تولید ساختار جایگزیده با قله‌های تیزتر و فرورفتگی‌های پهن‌تر می‌شود (شکل ۸).

## ۴.۲. تحرکپذیری مؤثر الکترون

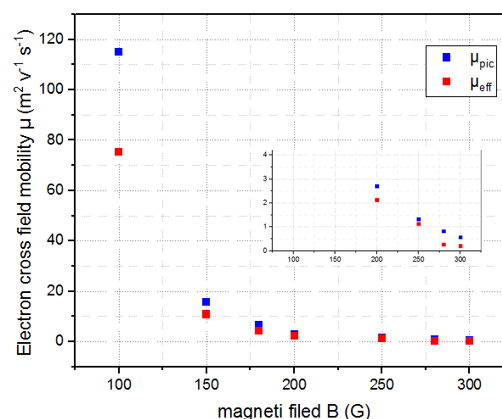
گفته شد که حضور میدان مغناطیسی در رانشگرهای اثر هال باعث می‌شود الکترون سوق  $E \times B$  پیدا کنند و زمان ماندگاری آنها افزایش یابد و یونیزاسیون اتفاق بیفتد، اما با وجود این که میدان مغناطیسی وجود دارد تحرکپذیری الکترون‌ها در راستای محور رانشگر صدها برابر بزرگ‌تر از مقدار کلاسیکی آن است [۶]. تحرکپذیری کلاسیکی الکترون به صورت زیر به دست می‌آید [۲۳]:

$$\mu_{cl} = \frac{\Gamma_z}{n_e E_z} = \frac{\frac{|q|}{m_e v_m}}{1 + \frac{\omega_{ce}^2}{v_m^2}} \quad (4)$$

مسئله مهمی که از معادله بالا می‌توان یافت این است که اگر بسامد برخورد الکترون و اتم خنثی به سمت صفر میل کند  $v_m \rightarrow 0$ ، تحرکپذیری الکترون به صفر  $\mu_{cl} \rightarrow 0$  میل خواهد کرد. یعنی اگر برخورد وجود نداشت هیچ الکترونی از رانشگر بیرون نمی‌رفت؛ اما وجود برخورد برای یونیزاسیون ضروری است. در عمل می‌دانیم که نمی‌توان از حضور میدان الکتریکی سمتی در رانشگر اثر هال صرف‌نظر کرد. با استفاده از شبیه‌سازی PIC اثبات شد که میدان الکتریکی سمتی به وجود



شکل ۱۰. تحرک پذیری عمود بر میدان مغناطیسی الکترون به صورت تابعی از میدان الکتریکی محوری.



شکل ۹. تحرک پذیری عمود بر میدان مغناطیسی الکترون به صورت تابعی از میدان مغناطیسی.

### ۵.۱. میدان مغناطیسی

شکل ۹ تحرک پذیری الکترون در راستای عمود بر میدان مغناطیسی را به صورت تابعی از میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. افزایش میدان مغناطیسی باعث کاهش تحرک پذیری الکترون می‌شود. با افزایش میدان مغناطیسی سرعت سوق الکترون‌ها در راستای سمتی کاهش می‌یابد که منجر به کاهش تفاوت سرعت الکترون‌ها و یون‌ها در راستای سمتی می‌شود و در نتیجه ناپایداری ایجاد شده ضعیف‌تر است. مطابق شکل ۸ میدان مغناطیسی مناسب برای پیشران کریپتون از ۲۵۰ تا ۳۰۰ گوس است.

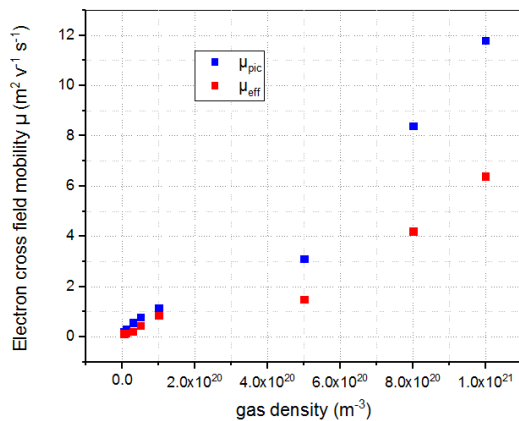
### ۵.۲. میدان الکتریکی

در شکل ۱۰ تأثیر میدان الکتریکی محوری اعمال شده بر تحرک پذیری عمود بر میدان مغناطیسی بررسی شده است. میدان الکتریکی محوری بزرگ باعث می‌شود سوق الکترون‌ها بزرگ‌تر شود و در نتیجه ناپایداری قوی‌تر شود. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود تحرک پذیری تقریباً در حال افزایش است و به حالت اشباع خود نرسیده است. مقدار مناسب میدان الکتریکی در رانشگر اثر هال با توجه به مقدار ولتاژ مورد نیاز برای شتاب‌دهی یون مشخص می‌شود که این مقدار برای کریپتون معمولاً بیشتر از ۳۰۰ ولت است.

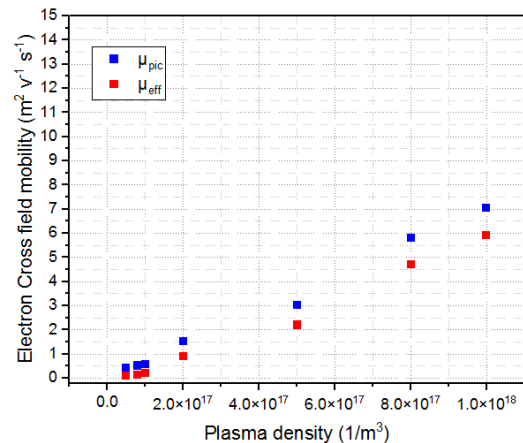
### ۵.۳. چگالی پلاسما

در شکل ۱۱ تحرک پذیری عمود بر میدان مغناطیسی بر حسب تابعی از چگالی پلاسما نشان داده شده است. باید توجه داشت با تغییر چگالی پلاسما طول دمای تغییر می‌کند بنابراین برای حفظ نسبت طول سلول به طول دمای باید تعداد گره‌های در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی نیز تغییر کند.

چگالی گاز خنثی ثابت و برابر  $3 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$  است. همان‌طور که می‌بینید در پلاسما با چگالی بسیار پایین تحرک پذیری الکترون بسیار پایین است؛ زیرا هیچ ناپایداری وجود ندارد و با افزایش چگالی پلاسما تحرک پذیری الکترون عمود بر میدان مغناطیسی نیز افزایش می‌یابد. چون با افزایش چگالی پلاسما برهمکنش بین چگالی الکترون‌ها و میدان الکتریکی سمتی افزایش یافته در نتیجه تحرک پذیری افزایش می‌یابد. نتایج در توافق خوبی با شبیه‌سازی‌های انجام شده است. با توجه به شکل می‌توان دریافت که بهترین گزینه برای مقدار چگالی پلاسما،  $2 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$  است چرا که برای مقادیر بیشتر از آن تحرک پذیری زیاد در نتیجه بازده کمتر می‌شود و مقادیر کمتر از آن، اگرچه تحرک پذیری الکترون کمتر است اما باعث کاهش تعداد یون‌های خارج شده در نتیجه نیروی پیشران کاهش می‌یابد.



شکل ۱۲. تأثیر چگالی گاز خنثی بر تحرک پذیری الکترون عمود بر میدان مغناطیسی.



شکل ۱۱. تأثیر چگالی پلاسما بر تحرک پذیری الکترون عمود بر میدان مغناطیسی.

است، زیرا هم تحرک پذیری الکترون‌ها خیلی بالا نیست و هم با این میزان چگالی گاز خنثی می‌توان به یونیزاسیون بالاتری رسید و در نتیجه رانش بهتری خواهیم داشت.

#### ۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله حرکت غیر عادی الکترون در رانشگر اثر هال و برخورد ذرات با دیواره توسط شبیه‌سازی یک بعدی شعاعی بررسی شده است. تشکیل غلاف و کمینه پتانسیل در رژیم SCL به دست آمد و نشان داده شد که پهنای تابع توزیع باریک‌تر می‌شود. این بیانگر اشباع گسیل الکترون‌های ثانویه است. همچنین، برای بررسی ناپایداری سوق  $E \times B$  از شبیه‌سازی ذره در سلول استفاده شد که برخورد بین الکترون‌ها و ذرات خنثی و همچنین علاوه بر شرایط مرزی سمتی، شرایط مرزی محوری نیز در نظر گرفته شده است. از آنجایی که در این شبیه‌سازی، سامانه به حالت پایدار خود رسیده برای توجیه پدیده‌های فیزیکی مناسب است. نتایج نشان می‌دهد حضور میدان الکتریکی نوسانی در راستای سمتی نشان دهنده وجود ناپایداری سوقی است که این ناپایداری با بسامدی از مرتبه مگاهرتز و طول موج میلیمتر با سرعتی از مرتبه  $10^4$  منتشر می‌شود. تابع توزیع الکترون‌ها و یون‌ها با گذشت زمان از حالت اولیه خود انحراف شدیدی دارند که این مسئله منجر به اشباع

#### ۴.۵. چگالی گاز خنثی

تأثیر چگالی گاز خنثی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. مطالعه تأثیر چگالی گاز خنثی در حقیقت این اجازه را می‌دهد تا تأثیر برخورد بر تحرک پذیری بررسی شود؛ چرا که سهم ناپایداری در افزایش تحرک پذیری الکترون بستگی به بسامد برخورد الکترون و اتم خنثی ندارد. در حقیقت تمام تغییرات تحرک پذیری در این بخش ناشی از تغییرات جمله اول معادله (۵) است.

در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که تحرک پذیری روند افزایشی دارد. علت این است که چگالی‌های خیلی پایین سهم برخورد برای افزایش تحرک پذیری بسیار کم است و تحرک پذیری بیشتر ناشی از تأثیر ناپایداری یعنی جمله دوم سمت راست معادله (۵) است. همانطور که چگالی گاز خنثی افزایش می‌یابد برخورد نیز افزایش می‌یابد و هر دو عامل برخورد و ناپایداری سمتی در افزایش تحرک پذیری دخیل هستند. بنابراین تحرک پذیری افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل می‌بینید در چگالی‌های بسیار بالا سهم برخورد غالب می‌شود و اختلاف تحرک پذیری و تحرک پذیری مؤثر افزایش می‌یابد؛ به این دلیل که در چگالی‌های بالا برهمکنش بین چگالی الکترون و میدان الکتریکی سمتی کاهش می‌یابد. مطابق شکل ۱۰ مقدار مناسب برای چگالی گاز خنثی  $1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$

شدن ناپایداری می‌شود و نهایتاً ناپایداری با به دام افتادن یونها در راستای سمتی به اشباع می‌رسد. همچنین پارامترهای مؤثر بر تحرک پذیری الکترون بهینه شده است. شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مقدار مناسب میدان مغناطیسی برای محصور کردن الکترون‌ها

بین ۲۵۰ تا ۳۰۰ گوس است و مقدار مناسب برای شتاب دادن الکترون بیشتر از ۳۰۰ ولت است. مقدار مناسب چگالی پلاسما  $2 \times 10^{17}$  و مقدار مناسب چگالی گاز خنثی برابر  $1 \times 10^{20}$  است.

## مراجع

1. Sullivan, Daniel Joseph "Development and performance characterization of a microwave electrothermal thruster prototype", The Pennsylvania State University (1995).
2. H R Kaufman. *TAIAA journal*. **23**, 1 (1985) 78.
3. X Peng, et al., *Journal of Propulsion and Power* **8**, 2 (1992) 361.
4. E Choueiri. *Journal of Propulsion and Power* **14**, 5 (1998) 744.
5. Goebel, Dan M., and Ira Katz "Fundamentals of electric propulsion: ion and Hall thrusters", John Wiley & Sons (2008).
6. J P Boeuf. *Journal of Applied Physics*. **121**, 1 (2017) 011101.
7. J R M Vaughan. *IEEE Transactions on Electron Devices*. **36**, 9 (1989) 963.
8. A Morozov and V Savel'Ev. *Plasma Physics Reports* **27**, 7 (2001) 570.
9. I Kaganovich, et al., *Physics of Plasmas* **14**, 5 (2007) 057104.
10. Gonzales, Ashley B., William A. Hargus Jr, and Michael R. Nakles. *Non-Intrusive, Time-Resolved Hall Thruster Near-Field Electron Temperature Measurements*. AIR FORCE RESEARCH LAB EDWARDS AFB CA PROPULSION DIRECTORATE (2011).
11. Sankovic, John M., John A. Hamley, and Thomas W. Haag. "Performance evaluation of the Russian SPT-100 thruster at NASA LeRC", *IEPC Conference*. No. IEPC-93-094. 1994.
12. T Misuri, et al., *Proceedings of the 30th International Electric Propulsion Conference (Florence), IEPC*. (2007).
13. J P Boeuf, *Journal of Applied Physics* **121.1** (2017) 011101.
14. M Furman and M Pivi. *Physical review special topics-accelerators and beams*. **5**, 12 (2002) 124404.
15. E Ahedo, et al., *Physics of Plasmas* **10**, 8 (2003) 3397.
16. Shinzato, Takashi "Box muller method", *Hitotsubashi University, Tokyo* (2007).
17. Asadi, Zahra, Francesco Taccogna, and Mehdi Sharifian. *Frontiers in Physics* **7** (2019): 140.
18. Roth, J. Reece. "Industrial plasma engineering", *Institute of Physics Publishing* 1(1995): 366.
19. Ducrocq, A., et al. *Physics of Plasmas* **13**, 10 (2006): 102111.
20. Yu, Daren, et al. *Physics of Plasmas* **19**, 3 (2012): 033503.
21. Lafleur, Trevor, and Pascal Chabert. *Plasma Sources Science and Technology* **27**, 1 (2017): 015003.
22. Lafleur, Trevor, S. D. Baalrud, and Pascal Chabert. *Physics of Plasmas* **23**, 5 (2016): 053503.
23. Lafleur, Trevor, S. D. Baalrud, and Pascal Chabert. *Physics of Plasmas* **23**, 5 (2016): 053502.