



مطالعه فرایند تولید هادرون در نابودی زوج در مدل استاندارد ناجابجایی

امید بیات و سید محمد موسوی نژاد

دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

پست الکترونیکی: mmoosavi@yazd.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۲۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۰۸/۲۸)

چکیده:

تاکنون فرایندهای پراکندگی متفاوتی در مدل استاندارد ناجابجایی مطالعه و بررسی شده‌اند و حدودی برای پارامتر ناجابجایی تعیین شده است. در این مقاله، قصد داریم برای اولین بار فرایند تولید هادرون از نابودی زوج را در مدل استاندارد ناجابجایی مطالعه کنیم. در مطالعات تجربی تولید هادرون در نابودی زوج، گستره وسیعی از طیف انرژی برخورد (\sqrt{s}) مورد توجه قرار گرفته است. در این پژوهش با کار در محدوده انرژی $M_{\pi} \ll \sqrt{s}$ و با داشتن داده‌های آزمایشگاهی گروه بل برای سطح مقطع تولید مزون B در فرایند $B\bar{B} \rightarrow e^{-}e^{+}$ ، حد کمینه $\Lambda_{NC} > 0.37 TeV$ را برای مقیاس ناجابجایی تعیین خواهیم کرد. در واقع با بررسی اثر ناجابجایی روی سطح مقطع دیفرانسیلی پارتونی ($e^{-}e^{+} \rightarrow qq$) و همچنین تابع ترکش مزون و مقایسه سطح مقطع نظری و داده‌های آزمایشگاهی حد کمینه تعیین خواهد شد. با داشتن رابطه تحلیلی به دست آمده برای سطح مقطع نابودی زوج در مدل استاندارد ناجابجایی، می‌توان به ازای مقادیر متفاوت پارامتر ناجابجایی مقدار سطح مقطع را برای تولید هر مزون یا باریون تعیین کرد.

واژه‌های کلیدی: مدل استاندارد ناجابجایی، نابودی زوج، هادرون، پارامتر ناجابجایی، تابع ترکش، طیف انرژی برخورد

۱. مقدمه

برخی از پدیده‌های فیزیکی منجر به جستجوی فیزیک‌های جدید برای توجیه این موارد شده است. در طی سالیان اخیر نظریه‌های زیادی، که عموماً به نام نظریه‌های فرا مدل استاندارد شناخته می‌شوند، برای حل این مشکلات پیشنهاد شده‌اند. مهم‌ترین نظریه‌ها بر پایه ابرتقارن، تکنی کالر^۲ [۳]، فیزیک بدون ذره^۳ [۴]، ناجابجایی فضا-زمان و ... بنا شده‌اند. برخلاف اکثر مدل‌های فرا مدل استاندارد که در آنها ذرات جدید معرفی می‌شوند، در نظریه ناجابجایی فضا-زمان هیچ درجه آزادی اضافه‌تری در لاگرانژی برهمکنش وارد نشده و در نتیجه هیچ ذره جدیدی معرفی نمی‌شود و تنها برهمکنش‌های مدل استاندارد ناشی از ناجابجایی فضا-زمان اصلاح می‌شوند. از

علیرغم همه موفقیت‌های مدل استاندارد فیزیک ذرات، این مدل امروزه نظریه همه چیز نیست و هنوز مسائل حل نشده زیادی از جمله منشأ ماده و انرژی تاریک، عدم تقارن ماده-پادماده در جهان، مسئله جرم و نوسان نوترینو [۱]، مسئله سلسله مراتبی^۱ (واگرایی جرم بهنجار بوزون هیگز در مراتب بالاتر اختلال [۲]) و غیره، وجود دارند که تاکنون پاسخ قانع کننده‌ای برای آنها ارائه نشده است. این سؤالات بدون پاسخ به همراه انحراف‌های مشاهده شده میان نتایج تئوری و داده‌های آزمایشگاهی برای

¹ Hierarchy problem

² Technicolor

³ Unparticle physics

آنجایی که در مدل استاندارد ناجابجایی نیاز به معرفی هیچ ذره جدیدی نیست و تنها اثرات هندسی فضا-زمان مد نظر قرار می‌گیرند در این پژوهش، قصد داریم تا بر پایه این نظریه، فرایند تولید هادرون در نابودی زوج را مطالعه کرده و حدی برای پارامتر ناجابجایی (Λ_{NC}) تعیین کنیم.

یکی از اصول بنیادی در کوانتس میدان‌ها در مکانیک کوانتومی معمول آن است که مختصات فضا-زمان با یکدیگر جابجا می‌شوند: $[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu] = 0$. اما ایده امکان عدم جابجایی مختصات فضا-زمان اولین بار توسط هایزنبرگ مطرح شد و در ادامه، نظریه فضا-زمان ناجابجایی وارد عرصه فیزیک شد. تحقیقات بر روی این ایده به صورت فراگیر از سال ۱۹۹۹ آغاز شد. مطابق با این ایده رابطه جابجایی بین مختصات فضا-زمان برخلاف فضا-زمان معمول، کمیتی غیر صفر است و به صورت

$$[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu] = i\Theta^{\mu\nu}, \quad (1)$$

بیان می‌شود که در آن $\Theta^{\mu\nu}$ در واقع تانسوری ثابت، حقیقی و پادمتقارن است که بعد مربع طول دارد. رابطه عدم قطعیت متناظر با این ناجابجایی عبارت است از:

$$\Delta x^\mu \Delta x^\nu \geq \frac{1}{2} |\Theta^{\mu\nu}|, \quad (2)$$

این بدین معنی است که نقطه‌ای بودن فضا-زمان با یک سطح کمینه جایگزین شده است. عموماً تانسور $\Theta^{\mu\nu}$ به صورت $\Theta^{\mu\nu} = c^{\mu\nu} / \Lambda_{NC}^2$ بیان می‌شود که در آن پارامتر Λ_{NC} مشخصه مقیاس انرژی ناجابجایی بوده و تانسور $c^{\mu\nu}$ همان خواص تانسور $\Theta^{\mu\nu}$ را دارد. در بخش ۴ به معرفی تانسور $c^{\mu\nu}$ در کارمان خواهیم پرداخت.

با در نظر گرفتن مطالعات نظری و تجربی متفاوت، تاکنون محدوده‌هایی برای پارامتر Λ_{NC} تعیین شده است. به عنوان مثال، در مرجع [۵] نویسندگان با مطالعه اثر ناجابجایی بر گذار نیمه لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}_l$ برای مقیاس ناجابجایی حدی از مرتبه ۴ GeV به دست آورده‌اند. همچنین در مرجع [۶] با مطالعه خواص اتم هیدروژن حدی از مرتبه ۶ GeV گزارش شده است. گروه همکاری OPAL [۷] با مطالعه فرایند

$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ حد $\Lambda_{NC} \geq 0.14 TeV$ را برای این پارامتر گزارش کرده است. هرچند این حدود در مطالعات بعدی تصحیح شده به گونه‌ای که در مرجع اخیر [۸] با مطالعه فرایند تولید زوج کوارک سر در برخورد پروتون-پادپروتون و به کمک داده‌های آزمایشگاهی حد بزرگ‌تر $\Lambda_{NC} \geq 0.7 TeV$ را برای پارامتر ناجابجایی تعیین کرده‌اند. همچنین در برخی از مراجع، حدهای $\Lambda_{NC} > 1 TeV$ نیز گزارش شده است. اگر چه امروزه نظر قطعی برای مقدار دقیق مقیاس ناجابجایی وجود ندارد ولی انتظار می‌رود با گسترش امکانات آزمایشگاهی بخصوص در حوزه فیزیک شتابدهنده‌ها به نتایج قطعی برای پارامتر ناجابجایی دست یافت. برای این کار نیاز است ابزار نظری به اندازه کافی دقیق و فراگیر باشد و فرایندهای متفاوت در این حوزه مطالعه شده باشند. در این کار، بنا داریم برای اولین بار با در نظر گرفتن داده‌های آزمایشگاهی مربوط به سطح مقطع پراکندگی الکترون-پوزیترون در تولید مزون برای نواحی انرژی $\sqrt{s} \ll M_Z$ حدی برای این پارامتر در پایین‌ترین مرتبه اختلال تعیین کنیم. به طور دقیق‌تر، از نتایج گزارش شده توسط گروه بل [۹] برای سطح مقطع فرایند $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$ در محدوده انرژی مرکز جرم $E_{cm} = 10.632/2 \pm 1/5 MeV$ استفاده خواهیم کرد. دلیل انتخاب این انرژی آن است که: اولاً این انرژی در حدود انرژی آستانه برای تولید زوج مزون B است ($m_B = 5279/34 \pm 0/12 MeV$ [۱۰]). بنابراین به ازای این مقدار از انرژی احتمال تولید گلوئون پراثری و در نتیجه تولید فواره‌های اضافی در نابودی زوج بسیار کم است و تمامی انرژی برخورد سهم تولید زوج مزون B خواهد شد. در نتیجه، سطح مقطع پارتونی در مرتبه اول اختلال (فرایند $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) بیشترین سهم را در سطح مقطع کل خواهد داشت و نیاز به محاسبه سطح مقطع در مراتب بالاتر اختلال نیست ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q} + g$)؛ چرا که احتمال تولید گلوئون پراثری بسیار کم بوده و بنابراین اثرات تصحیحات مراتب بالاتر اختلال در نظریه دینامیک کوانتومی رنگ (QCD^۲) که با نشر گلوئون همراه هستند، قابل چشم‌پوشی است. دوماً، در محدوده انرژی

آنجایی که در مدل استاندارد ناجابجایی نیاز به معرفی هیچ ذره جدیدی نیست و تنها اثرات هندسی فضا-زمان مد نظر قرار می‌گیرند در این پژوهش، قصد داریم تا بر پایه این نظریه، فرایند تولید هادرون در نابودی زوج را مطالعه کرده و حدی برای پارامتر ناجابجایی (Λ_{NC}) تعیین کنیم.

یکی از اصول بنیادی در کوانتس میدان‌ها در مکانیک کوانتومی معمول آن است که مختصات فضا-زمان با یکدیگر جابجا می‌شوند: $[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu] = 0$. اما ایده امکان عدم جابجایی مختصات فضا-زمان اولین بار توسط هایزنبرگ مطرح شد و در ادامه، نظریه فضا-زمان ناجابجایی وارد عرصه فیزیک شد. تحقیقات بر روی این ایده به صورت فراگیر از سال ۱۹۹۹ آغاز شد. مطابق با این ایده رابطه جابجایی بین مختصات فضا-زمان برخلاف فضا-زمان معمول، کمیتی غیر صفر است و به صورت

$$[\hat{x}^\mu, \hat{x}^\nu] = i\Theta^{\mu\nu}, \quad (1)$$

بیان می‌شود که در آن $\Theta^{\mu\nu}$ در واقع تانسوری ثابت، حقیقی و پادمتقارن است که بعد مربع طول دارد. رابطه عدم قطعیت متناظر با این ناجابجایی عبارت است از:

$$\Delta x^\mu \Delta x^\nu \geq \frac{1}{2} |\Theta^{\mu\nu}|, \quad (2)$$

این بدین معنی است که نقطه‌ای بودن فضا-زمان با یک سطح کمینه جایگزین شده است. عموماً تانسور $\Theta^{\mu\nu}$ به صورت $\Theta^{\mu\nu} = c^{\mu\nu} / \Lambda_{NC}^2$ بیان می‌شود که در آن پارامتر Λ_{NC} مشخصه مقیاس انرژی ناجابجایی بوده و تانسور $c^{\mu\nu}$ همان خواص تانسور $\Theta^{\mu\nu}$ را دارد. در بخش ۴ به معرفی تانسور $c^{\mu\nu}$ در کارمان خواهیم پرداخت.

با در نظر گرفتن مطالعات نظری و تجربی متفاوت، تاکنون محدوده‌هایی برای پارامتر Λ_{NC} تعیین شده است. به عنوان مثال، در مرجع [۵] نویسندگان با مطالعه اثر ناجابجایی بر گذار نیمه لپتونی $B \rightarrow D^* l \bar{\nu}_l$ برای مقیاس ناجابجایی حدی از مرتبه ۴ GeV به دست آورده‌اند. همچنین در مرجع [۶] با مطالعه خواص اتم هیدروژن حدی از مرتبه ۶ GeV گزارش شده است. گروه همکاری OPAL [۷] با مطالعه فرایند

۱. Belle

۲. QCD: Quantum chromodynamics

است و بدین طریق شاخه تحقیقاتی جدیدی برای فیزیکدانان معرفی شد [۱۱]. به طور مرسوم، برای رفتن از فضای معمول به فضای ناجابجایی، همه میدان‌های معمولی را با میدان‌های ناجابجایی جایگزین کرده و همچنین ضرب‌های معمول متغیرهای میدان را با ضرب ستاره‌ای * مویال-ویل^۱ عوض می‌کنیم [۱۲]. ضرب ستاره‌ای میدان‌ها برای دو تابع خوشرفتار f و g به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f * g)(x) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \Theta^{\mu\nu} \partial_\mu^y \partial_\nu^z\right) f(y)g(z) \Big|_{y=z=x} = f(x)g(x) + \frac{i}{\hbar} \Theta^{\mu\nu} \partial_\mu f(x) \partial_\nu g(x) + O(\Theta^2), \quad (3)$$

لازم به ذکر است که با به‌کارگیری این نسخه و به کمک نظریه پیمانه‌ای در فضای ناجابجایی با مشکلاتی از قبیل کوانتس بار و تعریف گروه پیمانه‌ای مواجه خواهیم شد. برای حل این مشکلات، دو دستورالعمل عمده مطرح می‌شود که یکی از آنها استفاده از رهیافت سایبرگ-ویتن [۱۱] است که مطابق با آن گروه تقارنی مورد استفاده همان گروه تقارنی مدل استاندارد، $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_1(1)$ در نظر گرفته می‌شود ولی میدان‌های ناجابجایی برحسب میدان‌های معمولی نظریه استاندارد بسط داده می‌شوند. نسخه دیگر، گروه تقارنی را بزرگ‌تر می‌کند سپس با استفاده از سازوکار هیگز مناسب به همان گروه تقارنی مدل استاندارد می‌رسد. در این رهیافت، میدان‌های معمولی با میدان‌های ناجابجایی یکسان در نظر گرفته می‌شوند. در مرجع [۱۳] مقایسه‌ای بین نتایج این دو رویکرد در مسئله نقض تقارن لورنتس صورت گرفته است. بازنویسی نظریه میدان در فضا-زمان ناجابجایی از طریق هر یک از دو نسخه مذکور ویژگی‌های جدیدی به وجود می‌آورد که از جمله می‌توان به حضور فرایندهای مجازی که در نظریه مدل استاندارد غیر مجاز هستند اشاره کرد. همچنین می‌توان به وجود رأس‌های جدیدی که در مدل استاندارد معمولی غیرمجاز هستند و تصحیح رأس‌های موجود در مدل استاندارد اشاره کرد. در این مقاله، از رویکرد سایبرگ-ویتن استفاده خواهیم کرد که در آن بسط میدان‌های فرمیونی ψ و پیمانی \hat{V}_μ در نظریه ناجابجایی برحسب میدان‌های فرمیونی Ψ و پیمانه‌ای V_μ در

در نظر گرفته شده، ترکش کوآرک ته بیشترین سهم را در تولید مزون B خواهد داشت و سهم ترکش سایر پارتون‌ها قابل چشم‌پوشی خواهد بود. در مطالعات پدیده‌شناسی نیز ترکش گلوئون و سایر کوآرک‌ها (u, d, s, c) در مقیاس اولیه $\mu_s = 2m_b$ صفر در نظر گرفته می‌شود. سوماً، در محدوده انرژی $E_{cm} \approx 10.632 \text{ GeV}$ که شرط $\sqrt{s} \ll M_Z$ به خوبی برقرار است سهم برهمکنش ضعیف (ناشی از معاوضه بوزون Z بین زوج e^+e^-) در مقایسه با اثرات الکترودینامیک کوانتومی (QED)، که با معاوضه فوتون بین زوج همراه است، قابل اغماض است.

در این مقاله، ابتدا به معرفی فضای ناجابجایی خواهیم پرداخت و ایده‌ها و روابط مورد نیاز را معرفی خواهیم کرد. سپس در بخش ۳، به مطالعه فرایند تولید هادرون از نابودی زوج در مدل استاندارد خواهیم پرداخت. در بخش ۴، به مطالعه فرایند مذکور در مدل استاندارد ناجابجایی می‌پردازیم و با محاسبه سطح مقطع پراکندگی و مقایسه نتایج با داده‌های آزمایشگاهی حدی برای پارامتر ناجابجایی تعیین خواهیم کرد. نتیجه‌گیری و خلاصه بحث در بخش ۵ داده خواهد شد. پیوست الف، تابع ترکش در مدل استاندارد ناجابجایی را به صورت خلاصه معرفی می‌کند.

۲. فضای ناجابجایی

در نظریه میدان‌های کوانتومی قبل از کشف روش بازبهنجارش کمیات فیزیکی مانند میدان‌ها، بار، جرم و ... برای از بین بردن واگرایی‌های این نظریه سعی می‌شد تا با وارد کردن یک پارامتر قطع این واگرایی‌ها را حذف کنند. حضور این پارامتر در نظریه میدان بدین معنی است که نمی‌توان برهمکنش‌های ذرات را به صورت نقطه‌ای در نظر گرفت ($\langle \Delta x \Delta y \rangle \circ$). در واقع برای هر برهم‌کنش دو ذره، یک مساحت کمینه‌ای وجود دارد که از آن کوچک‌تر را نمی‌توان اندازه گرفت. جایگزینی نقطه‌ای بودن فضا-زمان با یک سطح کمینه، در تناظر با معادله (۲)، این الزام را پیش آورد که باید نظریه میدان در فضای ناجابجایی بازنویسی شود. در سال ۱۹۹۹ سایبرگ و ویتن نشان دادند که نظریه میدان ناجابجایی در واقع حد پایین انرژی نظریه ریمان

^۱ Moyal-Weyl star products

استاندارد تعمیم یافته کمینه معروف است نظریه را به جملاتی که ناوردای پیمانه‌ایی و بازبهنجارپذیر هستند و از قاعده جمع توانی پیروی می‌کنند محدود می‌کند [۱۶].

به عنوان یک مثال کاربردی در این پژوهش، قانون فاینمن برای رأس فرمیونی $f(p_{in}) - f(p_{out}) + \gamma(k)$ تا مرتبه $O(\Theta^2)$ به صورت زیر اصلاح می‌شود [۶]:

$$ie\gamma_\mu \rightarrow ie\{\gamma_\mu + V_\mu^{(1)}(p_{in}, k, p_{out}) + V_\mu^{(2)}(p_{in}, k, p_{out}) + O(\Theta^2)\}, \quad (۸)$$

که در آن:

$$(۹)$$

$$V_\mu^{(1)} = \frac{i}{\gamma} \{ (k\Theta)_\mu \not{p}_{in} - (p_{in}\Theta)_\mu \not{k} - (k \cdot \Theta \cdot p_{in}) \gamma_\mu \},$$

$$V_\mu^{(2)} = \frac{1}{\lambda} (k \cdot \Theta \cdot p_{in}) \{ (k\Theta)_\mu \not{p}_{in} - (p_{in}\Theta)_\mu \not{k} - (k \cdot \Theta \cdot p_{in}) \gamma_\mu \},$$

در اینجا p_{out} و p_{in} تکانه‌های ورودی و خروجی فرمیون‌ها هستند که در قانون پایستگی $p_{in} + k = p_{out}$ صدق می‌کنند. در رابطه فوق از نمادگذاری‌های $A\Theta_\mu = A^\nu \cdot \Theta_{\nu\mu}$ و $A \cdot \Theta \cdot B = A_\mu \cdot \Theta^{\mu\nu} \cdot B_\nu = -B \cdot \Theta \cdot A$ استفاده کرده‌ایم.

۳. تولید هادرون از نابودی زوج در مدل استاندارد

تاکنون مطالعات نظری و پدیده‌شناسی زیادی بر روی فرایندهای $e^-e^+ \rightarrow \gamma\gamma$ ، $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$ ، $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ در مدل استاندارد ناجابجایی تا مرتبه اول اختلال انجام شده است [۱۷-۲۰] و حدودی برای پارامتر ناجابجایی تعیین شده است. یکی از مباحث مهم در پدیده-شناسی فیزیک ذرات، شناسایی روش‌هایی است که در آن پارتون‌ها (کوآرک‌ها و گلوئون‌ها) در برهم‌کنش‌های اصلی به صورت هادرون نهایی در می‌آیند. این پدیده در نظریه QCD به فرایند هادرونی شدن معروف است. نظریه QCD برحسب کوآرک‌ها و گلوئون‌ها فرمولبندی شده است درحالی که مشاهده‌پذیرهای آزمایشگاهی هادرون‌ها هستند. از آنجایی که در حال حاضر قادر به توصیف رژیم غیراختلالی نظریه QCD نیستیم لذا جهت استفاده از QCD در برهم‌کنش‌های هادرونی به یک روش کلی جهت جداسازی بخش اختلالی و غیراختلالی فرایند هادرونی نیاز داریم. این جداسازی در

نظریه استاندارد تا مرتبه اول Θ به صورت زیر نوشته می‌شوند [۱۱]:

$$\hat{\psi} = \hat{\psi}[\psi, V] = \psi - \frac{1}{\gamma} \Theta^{\alpha\beta} V_\alpha \partial_\beta \psi + \frac{i}{\lambda} \Theta^{\alpha\beta} [V_\alpha, V_\beta] \psi + O(\Theta^2), \quad (۴)$$

$$\hat{V}_\mu = \hat{V}_\mu[V] = V_\mu + \frac{1}{\gamma} \Theta^{\alpha\beta} \{ \partial_\alpha V_\mu + F_{\alpha\mu}, V_\beta \} + O(\Theta^2),$$

در اینجا $F_{\alpha\mu} = \partial_\alpha A_\mu - \partial_\mu A_\alpha - i[A_\alpha, A_\mu]$ تانسور شدت میدان معمول و V متناظر با ساختار گروه پیمانه‌ای مدل استاندارد است. کنش مدل استاندارد ناجابجایی که با جایگزینی ضرب معمولی در کنش مدل استاندارد کلاسیک با ضرب ستاره‌ای (۳) و جایگزینی میدان‌های پیمانه‌ای و فرمیونی با بسط (۴) به دست می‌آید، به صورت مجموع چهار کنش فرمیونی، پیمانه‌ای، هیگز و یوکاوا نوشته می‌شود:

$$S_{\text{NCSM}} = S_{\text{Fermions}} + S_{\text{Gauge}} + S_{\text{Higgs}} + S_{\text{Yukawa}}, \quad (۵)$$

که هر جمله تعریف ویژه مربوط به خود دارد [۱۴]. برای مثال، برای کنش بخش فرمیونی (شامل کوآرک‌ها و لپتون‌ها) به صورت فشرده داریم:

$$S_{\text{fermions}} = \int d^4x \sum_{i=1}^f (\bar{\Psi}_L^{(i)} * (i\hat{D}\hat{\Psi}_L^{(i)})) + \int d^4x \sum_{i=1}^f (\bar{\Psi}_R^{(i)} * (i\hat{D}\hat{\Psi}_R^{(i)})), \quad (۶)$$

که i شاخص نسل بوده و

$$\bar{\Psi}_L^{(i)} = \begin{pmatrix} L_L^i \\ Q_L^i \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad \bar{\Psi}_R^{(i)} = \begin{pmatrix} e_R^i \\ u_R^i \\ d_R^i \end{pmatrix}, \quad (۷)$$

که در آن L_L^i و Q_L^i به ترتیب دوگانه‌های لپتونی و کوآرکی هستند. با بسط کنش جدید در فضای ناجابجایی و روش کمینه کنش، می‌توان قواعد فاینمن را تا هر مرتبه‌ای از Θ به دست آورد. همچنین تصحیحات ناجابجایی برای رئوس فرمیونی و جفت‌شدگی‌های بوزون‌های پیمانه‌ای را می‌توان از طریق مدل استاندارد ناجابجایی کمینه تعیین کرد [۱۴ و ۱۵]. لازم به ذکر است که لاگرانژی مدل استاندارد تعمیم یافته شامل تعداد نامحدودی پارامتر است، از جمله جملات بازبهنجارناپذیر با ابعاد بالای دلخواه که تقارن لورنتس سامانه را نقض می‌کنند. برای ارزیابی آزمایش‌ها در حد انرژی‌های پایین، استفاده از بخشی از مدل استاندارد تعمیم یافته که تعداد محدودی از پارامترها را شامل می‌شود مفید است. زیرمجموعه‌ایی که به مدل

هادرون‌های نهایی را تولید می‌کنند. مطابق با قضیه جداسازی [۲۱]، برای سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند (۱۰) داریم:

(۱۱)

$$\frac{d\sigma}{dz}(z, s) = \sum_i \int_z^1 \frac{dy}{y} \frac{d\hat{\sigma}^{e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}}}{dy}(y, \mu_R, \mu_F) D_i^M\left(\frac{z}{y}, \mu_F\right),$$

که در آن $i = g, u, \bar{u}, \dots, b, \bar{b}$ بیانگر پارتون‌های فعال در فرایند هستند که تعداد آنها به انرژی برخورد وابسته است. همچنین در دستگاه مرکز جرم، متغیرهای $y = 2E_i / \sqrt{s}$ و $z = 2E_M / \sqrt{s}$ به ترتیب، بیانگر کسری از انرژی برخورد (\sqrt{s}) هستند که توسط هادرون M و پارتون i حمل می‌شوند ($0 \leq (z, y) \leq 1$). در رابطه (۱۱)، پارامترهای μ_F و μ_R مقیاس‌های بازبهنجارش و جداسازی هستند. اصولاً انتخاب مقدار آنها اختیاری است اما عموماً به طور قراردادی مقدار آنها به صورت $\mu_R = \mu_F = \sqrt{s}$ انتخاب می‌شود تا جملات لگاریتمی $\ln(s/\mu^2)$ در ضرایب ویلسون ($d\hat{\sigma}/dy$) در مراتب بالاتر اختلال حذف شوند.

در معادله (۱۱)، توابع $D_i^M(x, \mu_f)$ بیانگر توابع ترکش غیراختلالی هستند که حاوی اطلاعاتی در مورد چگالی احتمال تولید هادرون M از پارتون اولیه i هستند. همچنین $x = z/y$ به کسری از انرژی پارتون اولیه اشاره دارد که توسط هادرون نهایی حمل می‌شود ($x = E_M / E_i$). شیوه تعیین تابع ترکش در مقیاس اولیه انرژی μ_{0f} به این صورت است که ابتدا رابطه‌ای شامل تعدادی پارامتر آزاد برای تابع ترکش پیشنهاد می‌شود آنگاه سطح مقطع دیفرانسیلی یک فرایند خاص در حضور تابع ترکش پیشنهاد شده، محاسبه می‌شود. سپس از برازش نتایج نظری و داده‌های آزمایشگاهی، پارامترهای آزاد تابع ترکش در آن مقیاس خاص استخراج می‌شوند. تابع ترکش در این مقیاس معیاری برای محاسبه تابع ترکش در هر مقیاس دلخواه به وسیله معادلات DGLAP [۲۳ و ۲۴] خواهد بود. اساس کار در تعیین تابع ترکش بر این نکته استوار است که تابع ترکش مستقل از فرایند بوده و یک تابع جهانی است، لذا پارامترهای تابع ترکش از فرایندهایی که بیشترین و دقیق‌ترین داده‌های آزمایشگاهی برایشان موجود است استخراج و گزارش می‌شوند.

نظریه مدل پارتونی اصلاح شده توسط قضیه جداسازی^۱ امکان‌پذیر است [۲۱]. از آنجائی که هدف ما مطالعه فرایند نابودی زوج جهت تولید هادرون است، به مطالعه فرایند:

$$e^-e^+ \rightarrow q\bar{q} \rightarrow M + Jets, \quad (10)$$

خواهیم پرداخت که در آن M هادرون خروجی مشاهده شده است. جهت ساده سازی، محدوده انرژی را $\sqrt{s} \ll M_Z$ در نظر می‌گیریم که در آن $\sqrt{s} (= 2E = E_{cm})$ انرژی برخورد در دستگاه مرکز جرم و M_Z جرم بوزن Z است. توجه کنید که دامنه پراکندگی فرایند $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}$ در نظریه الکتروضعیف (که با معاوضه بوزون Z همراه است) متناسب است با $1/(s-M_Z^2)$ (مخرج انتشارگر). در نتیجه به ازای مقادیر $\sqrt{s} \ll M_Z$ و $\sqrt{s} \gg M_Z$ (انرژی‌های بسیار کمتر یا بیشتر از انرژی تشدید) مخرج انتشارگر بزرگ و در نتیجه دامنه پراکندگی بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین، سهم معاوضه بوزون Z در سطح مقطع پراکندگی بسیار ناچیز است. تنها به ازای مقادیر $\sqrt{s} \approx M_Z$ (شرط تشدید) سهم برهمکنش ضعیف مهم است. بنابراین در محدوده انرژی $\sqrt{s} \ll M_Z$ ذره واسطه تنها فوتون بوده و بوزون Z نقش بسزایی در تولید سطح مقطع نخواهد داشت (شکل ۱).

فرایند (۱۰) شامل دو بخش اختلالی و غیراختلالی است. بخش اختلالی آن شامل تولید زوج کوارک-پادکوارک از نابودی الکترون-پوزیترون است که سطح مقطع مربوطه (ضرایب ویلسون) به طور تحلیلی در نظریه QCD اختلالی قابل محاسبه است. امروزه این نتایج تا مرتبه سوم اختلال محاسبه شده‌اند [۲۲]. اما بخش دوم فرایند که شامل تولید هادرون از کوارک (یا پادکوارک) است بخش غیراختلالی فرایند است. مطابق با نظریه پارتون، در فرایند پراکندگی (۱۰) فوتون مجازی زوج کوارک-پاد کوارک (حامل بار کوانتومی رنگ) تولید می‌کند که با گذشت زمان از هم دور می‌شوند. این افزایش فاصله، افزایش نیروی قوی رنگ را در پی دارد به گونه‌ای که گلوئون‌های واسطه میان زوج کوارک-پادکوارک اولیه نهایتاً زوج‌های جدید کوارک-پادکوارک را به وجود می‌آورند، پدیده‌ای که در نظریه میدان به نام قطبش خلأ شناخته می‌شود. این زوج کوارک‌های جدید در یک فرایند آبخاری مجموعه‌ای از

^۱ Factorization theorem

پس از ساده‌سازی داریم: $E_r E_r v_{rel} = |\vec{p}_1| (E_1 + E_r) = p_1 \sqrt{s}$

$$d\hat{\sigma} = \frac{|M|^2}{64\pi^2 (E_1 + E_r)^2} \frac{d\Omega}{|\vec{p}'_1|} = \frac{|M|^2}{64\pi^2 s} \frac{p'}{p} d\Omega \quad (15)$$

که $p' (= |\vec{p}'_1| = |\vec{p}'_2|)$ و $p (= |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|)$ تکانه ذرات ورودی و خروجی و $|M|^2$ میانگین مربع دامنه پراکندگی است. با در نظر گرفتن تنها نمودار فاینمن به ازای شرط $\sqrt{s} \ll M_z$ (شکل ۱) داریم:

$$M = ie^2 e_i [\bar{u}(p'_r) \gamma_\alpha v(p'_l)] \frac{1}{(p_1 + p_r)^2} [\bar{v}(p_l) \gamma^\alpha u(p_r)], \quad (16)$$

که از آنجا:

$$|M|^2 = \frac{N_c e^4 e_q^2}{4 [(p_1 + p_r)^2]^2} A_{\alpha\beta} B^{\alpha\beta}, \quad (17)$$

$N_c = 3$ تعداد رنگ کوارک‌ها بوده و تانسورهای $A_{\alpha\beta}$ و $B^{\alpha\beta}$ عبارتند از:

$$A_{\alpha\beta} = \text{Tr} [(\not{p}'_l + m_q) \gamma_\alpha (\not{p}'_r - m_q) \gamma_\beta], \quad (18)$$

$$B^{\alpha\beta} = \text{Tr} [(\not{p}_l - m_e) \gamma^\alpha (\not{p}_r + m_e) \gamma^\beta].$$

در نتیجه برای میانگین مربع دامنه پراکندگی داریم:

$$|M|^2 = \frac{8N_c e^4 e_q^2}{[(p_1 + p_r)^2]^2} [(p_1 \cdot p'_l)(p_r \cdot p'_r) + (p_1 \cdot p'_r)(p_r \cdot p'_l) + m_e^2 (p_1 \cdot p'_l) + m_q^2 (p_1 \cdot p'_r) + 2m_e m_q (p_1 \cdot p_r) + 2m_e m_q (p_r \cdot p'_l)], \quad (19)$$

با در نظر گرفتن سینماتیک فرایند، ۴-بردار تکانه ذرات عبارتند از:

$$p_1^\mu = (E, 0, 0, p), \quad p_r^\mu = (E, 0, 0, -p)$$

$$p'_l{}^\mu = (E, p' \sin \theta, 0, p' \cos \theta), \quad (20)$$

$$p'_r{}^\mu = (E, -p' \sin \theta, 0, -p' \cos \theta),$$

برای ضرب‌های نقطه‌ای چهاربردارهای تکانه-انرژی داریم:

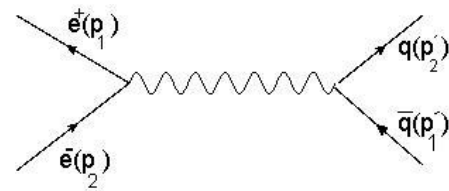
$$p_1 \cdot p'_l = p_1 \cdot p'_r = E^2 - pp' \cos \theta,$$

$$p_1 \cdot p'_r = p_1 \cdot p'_l = E^2 + pp' \cos \theta, \quad (21)$$

$$p_1 \cdot p_r = E^2 + p^2, \quad p'_l \cdot p'_r = E^2 + p'^2,$$

که زاویه خروج کوارک نسبت به راستای برخورد الکترون-پوزیترون (محور \hat{Z}) است. در نتیجه مربع دامنه به صورت زیر ساده می‌شود:

$$|M|^2 = \frac{N_c e^4 e_q^2}{4E^2} [m_e^2 (E^2 + 2m_q^2 + p'^2) + 2E^2 + m_q^2 (p^2 + E^2) + 2p^2 p'^2 \cos^2 \theta], \quad (22)$$



شکل ۱. نمودار فاینمن نابودی زوج در پایین‌ترین مرتبه اختلال به ازای $\sqrt{s} \ll M_z$.

جدول ۱. پارامترهای تابع ترکش برای گذار $B \rightarrow b[25]$.

	N	α	β
LO	۵۴/۶	۸/۳۹	۱/۱۶
NLO	۷۹/۴	۸/۰۶	۱/۴۵

عموماً فرایند نابودی زوج الکترون-پوزیترون برای تشکیل هادرون (۱۰) بهترین گزینه برای انجام برازش است؛ چرا که برخلاف فرایندهای پراکندگی هادرون-ها درون یا لپتون-ها درون با عدم قطعیت توابع توزیع پارتونی سر و کار نداریم.

در مراجع [۲۵ و ۲۶] با در نظر گرفتن مدل توانی

$$D(x, \mu_f) = N x^\alpha (1-x)^\beta, \quad (12)$$

تابع ترکش مزون B (مزونی با طعم کوارک ته) تا مرتبه سوم اختلال در مقیاس انرژی $\mu_s = 2m_b$ (انرژی معادل با دو برابر جرم کوارک ته) تعیین شده است. نتایج تحلیل تا مرتبه دوم اختلال برای ترکش کوارک ته به مزون B در جدول ۱ گزارش شده است [۲۵].

در تحلیل مرجع [۲۵]، ترکش گلوئون و سایر کوارک‌ها (u, d, s, c) در مقیاس اولیه $\mu_s = 2m_b$ صفر در نظر گرفته شده و مقدار آنها در مقیاس‌های بالاتر انرژی به کمک معادلات تحول آلتارلی-پاریسی [۲۳ و ۲۴] تعیین می‌شوند.

در رابطه (۱۱)، ضرایب ویلسون $d\hat{\sigma}/dy$ بیانگر سطح مقطع دیفرانسیلی فرایند (۱۰) در سطح پارتونی هستند. از آنجائی که ما خود را به پایین‌ترین سطح اختلال محدود می‌کنیم برای سطح مقطع فرایند:

$$e^+(p_1) e^-(p_2) \rightarrow \bar{q}(p'_1) q(p'_2), \quad (13)$$

داریم:

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{4E_1 E_2 v_{rel}} \frac{d^3 \vec{p}'_1}{(2\pi)^3 2E'_1} \frac{d^3 \vec{p}'_2}{(2\pi)^3 2E'_2} |M|^2 (\pi)^2 \delta^4(\Sigma p'_f - \Sigma p_i), \quad (14)$$

که در چارچوب مرکز جرم:

۴. تصحیحات ناجابجایی

جهت اعمال تصحیحات ناشی از جبر ناجابجایی، با در نظر گرفتن رأس فرمیونی اصلاح شده (۸)، برای رأس $e^-(p_1)+e^+(p_2)\rightarrow\gamma(k)$ در نمودار فاینمن شکل ۱ داریم:

$$ie\gamma_\mu \rightarrow ie\{\gamma_\mu - \frac{i}{\Lambda}(p_{out} \cdot \Theta \cdot p_{in})\gamma_\mu - \frac{1}{\Lambda}(p_{out} \cdot \Theta \cdot p_{in})^\dagger \gamma_\mu\} = \quad (28)$$

$ie\gamma_\mu\{1 + \frac{i}{\Lambda}(p_r \cdot \Theta \cdot p_l) - \frac{1}{\Lambda}(p_r \cdot \Theta \cdot p_l)^\dagger\}$ ، مشابه همین رابطه برای رأس $q\bar{q}\gamma$ در شکل ۱ نیز برقرار است. در نتیجه دامنه پراکندگی در مدل استاندارد ناجابجایی برابر است با:

$$M^{NCSM} = \frac{ie^\dagger}{k^\dagger} e_q [\bar{u}(p'_l)\gamma_\alpha v(p'_l)] [\bar{v}(p_r)\gamma^\alpha u(p_r)] \{1 + \frac{i}{\Lambda}(p_r \cdot \Theta \cdot p_l) - \frac{1}{\Lambda}(p_r \cdot \Theta \cdot p_l)^\dagger\} \{1 + \frac{i}{\Lambda}(p'_l \cdot \Theta \cdot p'_r) - \frac{1}{\Lambda}(p'_l \cdot \Theta \cdot p'_r)^\dagger\}, \quad (29)$$

که $k(=p_1+p_2)$ تکانه فوتون واسطه است. اکنون برای مربع دامنه پراکندگی داریم:

$$|M^{NCSM}|^2 = N_c e^\dagger e_q^\dagger (1 + \cos^\dagger \theta + \frac{4m_q^\dagger}{s} \sin^\dagger \theta) [1 + \frac{(p_r \cdot \Theta \cdot p_l)^\dagger}{\Lambda^2}] [1 + \frac{(p'_l \cdot \Theta \cdot p'_r)^\dagger}{\Lambda^2}], \quad (30)$$

از آنجائی که تانسور $c^{\mu\nu}$ در تعریف $\Lambda_{NC}^\dagger = c^{\mu\nu} / \Lambda_{NC}^\dagger$ تانسور پادمتقارن و شامل ۶ مولفه مستقل است مشابه با تانسور شدت میدان $F^{\mu\nu}$ در نظر گرفته می‌شود [۲۷]:

$$c^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -E_l & -E_r & -E_\tau \\ E_l & 0 & -B_r & B_\tau \\ E_r & B_r & 0 & -B_l \\ E_\tau & -B_r & B_l & 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

پیرو مرجع [۲۷]، مؤلفه‌های آن را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$c^{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

اکنون با در نظر گرفتن چار-بردارهای تکانه داده شده در رابطه (۲۰) برای ضرب‌های داده شده در رابطه (۳۰) داریم:

$$(33)$$

نهایتاً با فرض $m_e \approx 0$ ، برای سطح مقطع دیفرانسیلی (۱۰) داریم:

$$\frac{d\hat{\sigma}^{LO}}{dy} = N_c \sigma_c^{SM} e_q^\dagger \delta(1-y), \quad (23)$$

که در آن

$$\sigma_c^{SM} \equiv \frac{4\pi\alpha^\dagger}{3s} \sqrt{1 - \frac{4m_q^\dagger}{s}} \left(1 + \frac{2m_q^\dagger}{s}\right), \quad (24)$$

در اینجا α ثابت ساختار ریز است. با صرفنظر از جرم کوآرک، مقدار $\hat{\sigma}$ تا مرتبه سوم اختلال برابر است با [۲۲]:

$$\hat{\sigma}^{NLO} \equiv N_c \frac{4\pi\alpha^\dagger}{3s} e_q^\dagger (1 + \frac{\alpha_s(s)}{\pi} + 1/41\alpha_s^\dagger(s) + \dots) \quad (25)$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_{tot}^{NLO} \equiv N_c \frac{4\pi\alpha^\dagger}{3s} \left(\sum_q e_q^\dagger \right) (1 + \frac{\alpha_s(s)}{\pi} + 1/41\alpha_s^\dagger(s) + \dots)$$

که $\alpha_s(s)$ ثابت جفت‌شدگی قوی است که به ازای انرژی‌های $s_1 = 10 \text{ GeV}^2$ و $s_2 = m_Z^2$ برابر است با: $\alpha_s(s_1) \approx 0/18$ و $\alpha_s(s_2) \approx 0/118$. با توجه به مقادیر بسیار کوچک $\alpha_s(s)$ ملاحظه می‌شود که سهم بزرگی از سطح مقطع در مرتبه اول اختلال رخ می‌دهد. در اکثر مراجع با صرفنظر از جرم کوآرک‌ها از دو جمله آخر در رابطه (۲۴) صرفنظر کرده‌اند. از آنجائی که به ازای شرط $\sqrt{s} \ll M_Z$ ، این جملات قابل صرفنظر نیستند لذا در این کار، ما آنها را حفظ خواهیم کرد.

اکنون با جایگزینی روابط (۱۲) و (۲۳) در معادله (۱۱) داریم:

$$\frac{d\sigma^{LO}}{dz}(z,s) = N_c \sigma_c^{SM} \sum_q e_q^\dagger (D_q^M(z,\mu) + D_q^M(z,\mu)) \quad (26)$$

$$= 2N_c \sigma_c^{SM} \sum_q e_q^\dagger D_q^M(z,\mu),$$

که در آن فرض $D_q^M(z,\mu) = D_q^M(z,\mu)$ را به کار برده‌ایم. اکنون برای سطح مقطع کل داریم:

$$\sigma^{LO}(s) = 2N_c \sigma_c^{SM} \sum_q e_q^\dagger \int_0^1 dz D_q^M(z,\mu) \quad (27)$$

$$= 2N_c \sigma_c^{SM} \sum_q e_q^\dagger Br(q \rightarrow M),$$

که Br معرف کسر انشعاب کوآرک q به هادرون M است. در بخش بعد به مطالعه تصحیحات ناشی از اثرات ناجابجایی خواهیم پرداخت.

$$Br = \Gamma(q \rightarrow M) / \sum \Gamma(q \rightarrow \text{Hadrons}) = \Gamma(q \rightarrow M) / \Gamma_{Total}$$

است. در بخش بعد به مطالعه تصحیحات ناشی از اثرات ناجابجایی خواهیم پرداخت.

نتیجه کسر انشعاب (Br) به ازای مقادیر انرژی بالاتر از مقیاس اولیه ($\sqrt{s} > \mu_0 (= 2m_b)$) از معادلات تحول DGLAP [۲۳] و [۲۴] برای تعیین تابع $D_b^B(z, \mu > \mu_0)$ استفاده می‌کنیم. با در نظر گرفتن خطاهای سطح مقطع، برای مقادیر ممکن پارامتر ناجابجایی داریم: $0.70 < \Lambda_{NC} < 174 \text{ GeV}$.

تاکنون در رابطه (۳۶) از تابع ترکش (۱۲) که در مدل استاندارد و از طریق برازش داده‌های آزمایشگاهی $\sigma(e^+e^- \rightarrow B\bar{B})$ با سطح مقطع تئوری تولید مزون B به دست آمده است، جهت محاسبه کسر انشعاب

$$Br(b \rightarrow B) = \int_0^1 dz D_b^B(z, \mu), \quad (37)$$

استفاده کرده‌ایم. جهت مطالعات دقیق‌تر لازم است اثر جبر ناجابجایی را روی تابع ترکش $b \rightarrow B$ نیز در نظر بگیریم. در مرجع [۲۸] اثر ناجابجایی روی تابع ترکش کوارک سنگین به مزون سنگین در مرتبه اول اختلال و در مقیاس $\mu_0 = m_B$ مطالعه شده است. نتایج تحلیلی این مطالعه به صورت خلاصه در پیوست الف آورده شده است. اکنون با در نظر گرفتن تابع ترکش $b \rightarrow B$ در مدل استاندارد ناجابجایی (روابط الف-۱) تا (الف-۶)) و به کمک معادلات تحول DGLAP ابتدا کسر انشعاب را در مقیاس انرژی دلخواه با استفاده از معادله (۳۷) محاسبه کرده و در معادله (۳۶) جایگزین می‌کنیم. با در نظر گرفتن داده آزمایشگاهی، سطح مقطع فرایند $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$ [۹] مقدار پارامتر ناجابجایی به صورت $\Lambda_{NC} \approx 370 \text{ GeV}$ تعیین می‌شود. اگر سهم (کوچک) مراتب بالاتر اختلال (رابطه (۲۵)) نیز لحاظ شود، مقدار پارامتر ناجابجایی از این عدد کمی بزرگ‌تر خواهد شد: $\Lambda_{NC} > 370 \text{ TeV}$ یادآوری می‌شود که در این پژوهش، فرض $M_z \ll \sqrt{s}$ را در نظر گرفته‌ایم لذا فقط سهم نمودار فاینمن شکل ۱ در محاسبات لحاظ شد. نتایج تحلیلی به دست آمده برای محدوده $M_z \gg \sqrt{s}$ نیز برقرار است. با در نظر گرفتن سهم همه مقادیر انرژی می‌توان مقدار مناسب‌تری برای پارامتر ناجابجایی به دست آورد که برای این منظور لازم است سهم نمودار فاینمن متشکل از بوزون Z (به عنوان ذره واسطه) و همچنین دامنه‌های تداخلی محاسبه شوند که برای آن پژوهش دیگری در دست انجام است.

$$p_1' \cdot \Theta \cdot p_1' = \frac{s}{\sqrt{3}\Lambda^2} (\sin\theta + \cos\theta), \quad p_1 \cdot \Theta \cdot p_1 = \frac{s}{\sqrt{3}\Lambda^2},$$

در نتیجه مربع دامنه پراکندگی عبارت است از:

$$|M^{NCSM}|^2 = N_c e^2 e_q^2 \left(1 + \cos^2\theta + \frac{2m_q^2}{s} \sin^2\theta\right) \quad (34)$$

$$\left[1 + \left(\frac{s^2}{96\Lambda^2}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{s^2}{96\Lambda^2} (\sin\theta + \cos\theta)^2\right)^2\right],$$

نهایتاً برای سطح مقطع دیفرانسیلی در سطح پارتونی داریم:

$$\frac{d}{dy} \sigma^{NCSM} = N_c \sigma_e^{SM} \left(1 + \frac{2m_q^2}{s}\right)^{-1} \quad (35)$$

$$e_q^2 \left[1 + \frac{11}{v} \left(\frac{s}{\sqrt{96}\Lambda^2}\right)^2 + \frac{2m_q^2}{s} \left[1 + \frac{17}{105} \left(\frac{s}{\sqrt{32}\Lambda^2}\right)^2\right]\right]$$

$$\left[1 + \left(\frac{s^2}{96\Lambda^2}\right)^2\right] \delta(1-y),$$

در نتیجه سطح مقطع تولید مزون (در واحد GeV^{-2}) عبارت است از:

$$\sigma_{lo}^{NCSM}(e^+e^- \rightarrow M + Jets) = 2N_c \sigma_e^{SM} \left(1 + \frac{2m_q^2}{s}\right)^{-1} \quad (36)$$

$$e_q^2 \left[1 + \frac{11}{v} \left(\frac{s}{\sqrt{96}\Lambda^2}\right)^2 + \frac{2m_q^2}{s} \left[1 + \frac{17}{105} \left(\frac{s}{\sqrt{32}\Lambda^2}\right)^2\right]\right]$$

$$\left[1 + \left(\frac{s^2}{96\Lambda^2}\right)^2\right] \sum_q e_q^2 Br_{q \rightarrow M}(s),$$

با تبدیل واحد $1 \text{ GeV}^{-2} = 0.389379 \times 10^9 \text{ pb}$ برحسب پیکوبارن بیان خواهد شد.

اکنون با در نظر گرفتن مقدار آزمایشگاهی گزارش شده برای سطح مقطع فرایند تولید مزون B از نابودی زوج $(e^+e^- \rightarrow B\bar{B})$ که توسط گروه همکاری بل به ازای انرژی $E_{cm} = 10632/2 \pm 1/5 \text{ MeV}$ [۹] گزارش شده است به محاسبه پارامتر ناجابجایی می‌پردازیم. این انرژی در حدود همان انرژی آستانه برای تولید زوج مزون B است [۱۰] $m_B \approx 5279/34 \pm 0/12 \text{ MeV}$. بنابراین، مطابق با توضیح ارائه شده در بخش مقدمه، نیاز به در نظر گرفتن تصحیحات مراتب بالاتر اختلال نیست. با در نظر گرفتن خطاهای آماری، سیستماتیک غیرهم‌بسته و سیستماتیک هم‌بسته سطح مقطع در این انرژی برابر با $\sigma = 51/0 \pm 11/1 \pm 6/0 \pm 1/4 \text{ (pb)}$ گزارش شده است. همانگونه که در توصیف رابطه (۱۲) به تفصیل توضیح داده شد، در تحلیل مرجع [۲۵]، ترکش گلوئون و سایر کوارک‌ها (u, d, s, c) در مقیاس اولیه $\mu_0 = \sqrt{s} = 2m_b$ صفر در نظر گرفته شده است. در محاسبه تابع ترکش و در

۵. نتیجه گیری

دقت کنید که در رابطه (۳۶) تابع ترکش مزون B را در نظر گرفتیم. خواننده علاقمند می‌تواند با جایگزین کردن تابع ترکش هر مزون یا باریون دیگر از مراجع [۲۹-۳۱] اثر ناجابجایی را روی سطح مقطع تولید آن مزون یا باریون در نابودی زوج بررسی کند. همچنین جهت کاربردهای آینده در شتابدهنده‌های پر انرژی الکترون-پوزیترون می‌توان مقادیر سطح مقطع را در انرژی‌های زیاد پیش بینی و اثرات ناجابجایی را تخمین زد. نتایج تحلیلی به دست آمده (رابطه (۳۶)) برای محدوده $M_z \gg \sqrt{s}$ نیز برقرار است.

پیوست الف: تابع ترکش در مدل استاندارد ناجابجایی

عموماً برای محاسبه توابع ترکش پارتون‌ها (گلوئون، کوارک-های سبک و سنگین) از روش‌های پدیده‌شناسی مبتنی بر داده-های آزمایشگاهی استفاده می‌شود، جزئیات بیشتر را در مراجع [۳۲ و ۳۳] ببینید. اما ثابت شده است که برای محاسبه تابع ترکش کوارک‌های سنگین که جرم آنها مقیاس مناسب برای محاسبات اختلالی را فراهم می‌کند ($m_b, m_c \gg \Lambda_{QCD}$)، می‌توان از روش‌های نظری بر پایه QCD اختلالی نیز استفاده کرد [۳۴ و ۳۵]. یکی از مدل‌های موفق در محاسبه تابع ترکش کوارک‌های سنگین توسط سوزوکی در سال ۱۹۸۶ معرفی شد [۳۶]. تاکنون در مراجع زیادی [۳۷-۴۱] از این مدل برای محاسبه تابع ترکش استفاده شده است. در مراجع [۴۲ و ۴۳] نتایج این مدل نظری را با مدل‌های پدیده‌شناسی موفق مانند مدل بولر^۱ و همچنین داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کرده‌ایم. همخوانی خوب مشاهده شده بین نتایج، اعتبار این مدل را تأیید می‌کند. مطابق با این مدل، جهت محاسبه تابع ترکش کوارک سنگین به مزون سنگین در حالت پایه، از مربع دامنه پراکندگی فرایند ترکش با حفظ پایستگی تکانه-انرژی روی فضای فاز ذرات خروجی انتگرال می‌گیریم. در این مدل با در نظر گرفتن نمودارهای فاینمن مناسب، دامنه پراکندگی فرایند محاسبه می‌شود؛ جزئیات بیشتر در مرجع [۲۸] داده شده است. تابع ترکش کوارک سنگین Q به مزون سنگین $H(Q\bar{Q})$ در مقیاس اولیه $\mu = M_H$ عبارت است از:

کمبودها و کاستی‌های نظریه‌های موجود در مدل استاندارد فیزیک ذرات در توصیف برخی پدیده‌ها و حتی انحراف کوچک نتایج نظری با نتایج دقیق آزمایشگاهی منجر به جستجوی فیزیک‌های ورای مدل استاندارد برای توجیه این موارد شده است که از جمله آنها می‌توان به نظریه میدان در فضا-زمان ناجابجایی اشاره کرد. تاکنون محدوده‌هایی تقریبی برای پارامتر ناجابجایی Λ_{NC} تعیین شده است ولی انتظار داریم با گسترش دانش فیزیک شتابدهنده‌ها به نتایج قطعی‌تر برای این پارامتر دست یابیم. در این راستا نیاز است ابزار نظری به اندازه کافی دقیق بوده و فرایندهای متفاوت در این حوزه مطالعه شده باشند. در این مقاله، برای اولین بار به مطالعه فرایند تولید هادرون از نابودی زوج در مدل استاندارد ناجابجایی پرداختیم و جهت سادگی، نواحی پایین انرژی ($M_z \ll \sqrt{s}$) را در نظر گرفتیم. محاسبات نشان می‌دهند که وقتی قوانین فاینمن در مرتبه $O(\theta^2)$ به کار برده می‌شوند سهم‌های مراتب $O(\theta)$ ، $O(\theta^3)$ و $O(\theta^4)$ در سطح مقطع پارتونی حذف می‌شوند که با صرف نظر از اثرات ناجابجایی روی تابع ترکش، سهم پایین-ترین مرتبه در سطح مقطع کل از مرتبه $O(\theta^4 \propto 1/\Lambda_{NC}^4)$ خواهد بود (رابطه (۳۶)). تحلیل‌مان را در این مرتبه انجام داده و با داشتن داده‌های آزمایشگاهی برای فرایند $e^-e^+ \rightarrow B\bar{B}$ محدوده‌ای را برای مقیاس ناجابجایی تعیین کردیم ($70 < \Lambda_{NC} < 174 \text{ GeV}$). در مرحله بعد نشان دادیم که اگر اثرات ناجابجایی روی تابع ترکش $D_b^B(z, \mu_b)$ نیز اعمال شود (پیوست الف)، سهم پایین‌ترین مرتبه در سطح مقطع کل از مرتبه $O(1/\Lambda_{NC}^4)$ خواهد بود. به کمک داده آزمایشگاهی برای سطح مقطع، حد $\Lambda_{NC} > 0.27 \text{ TeV}$ را برای پارامتر ناجابجایی تعیین کردیم. با در نظر گرفتن مقادیر بالاتر انرژی بخصوص نواحی $\sqrt{s} \gg 2m_B$ می‌توان حدود متفاوتی را برای این پارامتر تعیین کرد. پیش از این مقادیر متفاوتی برای مقیاس ناجابجایی گزارش شده است. در مرجع اخیر [۸] با مطالعه فرایند تولید زوج کوارک سر در پراکندگی پروتون-پادپروتون مقدار $\Lambda_{NC} \geq 0.7 \text{ TeV}$ برای پارامتر ناجابجایی تعیین شده است.

^۱ Bowler model

(الف-۵)

$$\Gamma^v = \sqrt{\left\{ \begin{aligned} & m_Q^v \left[(p \cdot \theta^v)(p \cdot \theta_v) + (p' \cdot \theta^v)(p \cdot \theta_v) \right] \\ & + (p' \cdot \theta_v)(p' \cdot \theta^v) \\ & + (p \cdot p')(p \cdot \theta_v)(p' \cdot \theta^v) \end{aligned} \right\}},$$

$$\Gamma^{v'} = \sqrt{\left\{ \begin{aligned} & m_q^v \left[(k \cdot \theta^v)(k \cdot \theta_v) - (k' \cdot \theta^v)(k \cdot \theta_v) \right] \\ & + (k' \cdot \theta_v)(k' \cdot \theta^v) \\ & + (k \cdot k')(k \cdot \theta_v)(k' \cdot \theta^v) \end{aligned} \right\}},$$

$$\Gamma \cdot \Gamma' = m_q m_Q [(p \cdot \theta^v)(k \cdot \theta_v) + (p' \cdot \theta^v)(k \cdot \theta_v) + (k' \cdot \theta_v)(p \cdot \theta^v) + (k' \cdot \theta_v)(p' \cdot \theta^v) + (k' \cdot p')(p \cdot \theta_v)(k \cdot \theta^v) - (p' \cdot k)(p \cdot \theta_v)(k' \cdot \theta^v) + (p \cdot k')(k \cdot \theta_v)(p' \cdot \theta^v) - (k \cdot p)(p' \cdot \theta_v)(k' \cdot \theta^v)].$$

در محاسبه دامنه (الف-۴) به جز ضرب چاربردارهای داده شده در رابطه (الف-۳)، به ضرب‌های زیر نیز نیاز داریم:

(الف-۶)

$$(p' \cdot \theta^v)(p' \cdot \theta_v) = \frac{k_T^v}{\sqrt{\Lambda_{NC}^v}},$$

$$(p \cdot \theta^v)(p \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} \left[\frac{m_Q^v z^v}{M_H^v} k_T^v + m_Q^v \left(\frac{m_Q^v z^v}{M_H^v} - 1 \right) \right],$$

$$(k \cdot \theta^v)(k \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} \left[\frac{m_q^v z^v}{M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) - m_q^v \right],$$

$$(p \cdot \theta^v)(p' \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} \left[\frac{m_Q^v z^v}{M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) - p \cdot p' \right],$$

$$(k \cdot \theta^v)(p' \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} \left[\frac{m_q^v z^v}{M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) - k \cdot p' \right],$$

$$(k \cdot \theta^v)(p \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} \left[\frac{m_Q^v m_q^v z^v}{M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) - k \cdot p \right],$$

$$(k \cdot \theta^v)(k' \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} \left[\frac{m_q^v z^v (1-z)}{M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) - k \cdot k' \right],$$

$$(p \cdot \theta^v)(k' \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} \left[\frac{m_Q^v z^v}{M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) (1-z) - p \cdot k' \right],$$

$$(k \cdot \theta^v)(k' \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} [(1-z)^v (m_Q^v + k_T^v) - m_q^v - \frac{k_T^v}{\sqrt{\Lambda_{NC}^v}}],$$

$$(p' \cdot \theta^v)(k' \cdot \theta_v) = \frac{1}{\Lambda_{NC}^v} [(1-z)(m_Q^v + k_T^v) - k' \cdot p' - \frac{k_T^v}{\sqrt{\Lambda_{NC}^v}}],$$

با جاگذاری روابط (الف-۴) تا (الف-۶) در معادله (الف-۱)، تابع ترکش در مدل استاندارد ناجابجایی به دست می‌آید. تابع ترکش در تحلیل طیف انرژی هادرون‌ها کاربرد فراوانی دارد [۴۴].

$$D_Q^H(z, \mu) = N \frac{z^v (1-z)^v}{J^v(z, k_T^v) R^v(z, k_T^v)} |M|^v, \tag{الف-۱}$$

$$J(z, k_T^v) = z^v k_T^v + (M_H^v (1-z) + z m_q^v)^v,$$

$$R(z, k_T^v) = m_q^v + m_Q^v + \frac{1-z}{z} M_H^v m_q^v + \frac{z m_q^v}{M_H^v (1-z)} (m_q^v + k_T^v),$$

که N متناسب است با: $(\pi C_F \alpha_s f_M m_q^v m_Q^v / (m_Q^v - m_q^v))^v$ ، اما مقدار آن از شرط بهنجارش $\int_0^1 D_Q^H(z, \mu) dz = 1$ تعیین می‌شود.

در رابطه فوق، C_F ضریب رنگ، f_M ثابت واپاشی مزون و k_T^v تکانه عرضی مزون خروجی است. در مورد مقدار k_T^v مرجع [۲۸] به تفصیل بحث شده است. در مدل استاندارد ذرات بنیادی، مربع دامنه پراکندگی $(|M|^v)$ برای گذار $Q(p'^\mu) \rightarrow H(Q(p^\mu) \bar{q}(k^\mu)) + q(k'^\mu)$ عبارت است از:

$$|M|^v = \sqrt{2} m_q^v m_Q^v - m_q^v (p \cdot p') + m_Q^v (k \cdot k') \tag{الف-۲}$$

که ضرب‌های نقطه‌ای چار-بردارهای تکانه-انرژی عبارتند از: (الف-۳)

$$p \cdot p' = \frac{z m_Q^v}{\sqrt{2} M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) + \frac{M_H^v m_Q^v}{\sqrt{2} z},$$

$$k \cdot p' = \frac{z m_q^v}{\sqrt{2} M_H^v} (m_Q^v + k_T^v) + \frac{M_H^v m_q^v}{\sqrt{2} z},$$

$$p' \cdot k' = \frac{m_q^v + k_T^v}{\sqrt{2} (1-z)} + (1-z)(m_Q^v + k_T^v) - \sqrt{2} k_T^v,$$

$$k \cdot k' = \frac{z m_q^v}{\sqrt{2} M_H^v (1-z)} (m_q^v + k_T^v) + \frac{M_H^v m_q^v}{\sqrt{2} z} (1-z),$$

$$p \cdot k' = \frac{z m_Q^v}{\sqrt{2} M_H^v (1-z)} (m_q^v + k_T^v) + \frac{M_H^v m_Q^v}{\sqrt{2} z} (1-z),$$

در مدل استاندارد ناجابجایی، سهم اثرات ناجابجایی در مربع دامنه پراکندگی $(|M^{NCSM}|^v)$ عبارت است از:

$$|M^{NCSM}|^v = (k \cdot k' - m_q^v)(m_Q^v + p \cdot p') (\Gamma \cdot \Gamma')^v + \sqrt{2} (k \cdot k' - m_q^v) [\sqrt{2} (p \cdot \Gamma') (p' \cdot \Gamma') + (m_Q^v - p \cdot p') \Gamma'^v] + \sqrt{2} (p \cdot p' + m_Q^v) [\sqrt{2} (k \cdot \Gamma) (k' \cdot \Gamma) - (k \cdot k' + m_q^v) \Gamma^v] + \sqrt{2} m_q^v m_Q^v (\Gamma \cdot \Gamma') [p \cdot k' + p' \cdot k' - k \cdot p' - k \cdot p] + \sqrt{2} m_q^v m_Q^v (k \cdot \Gamma - k' \cdot \Gamma) (p \cdot \Gamma' + p' \cdot \Gamma'). \tag{الف-۴}$$

که در آن داریم:

مراجع

1. D P Roy, *Pramana* **54** (2000) 3.
2. R Rosenfeld and J L Rosner, *Phys. Lett. B* **516** (2001) 408.
3. K D Lane, "An Introduction to technicolor", Lectures given at the Theoretical Advanced Studies Institute, University of Colorado, Boulder, CO June 30–July 2 (1993).
4. H Georgi, *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 221601.
5. M Gholami, M Haghighat, and GH Khosravi, *Iran. J. of Phys. Res.* **13**, 2 (2013) 149 (persian).
6. A Stern, *Phys. Rev. L* **78** (2007) 116009.
7. G Abbiendi, *et al.*, *Phys. Lett. B* **568** (2003) 181.
8. M Fisli and N Mebarki, *Adv. High Energy Phys.* **2020** (2020) 7279627.
9. R Mizuk, *et al.* [Belle], *JHEP* **06** (2021) 137.
10. R L Workman, *et al.* (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2022** (2022) 083C01.
11. N Seiberg and E Witten, *J. High Energy Phys.* **09** (1999) 032.
12. M R Douglas and N Nekrasov, *Rev. Mod. Phys.* **73** (2001) 977.
13. S Aghababaei, and M Haghighat, *Iran. J. of Phys. Res.* **11**, 2 (2019) 189 (persian).
14. B Melic, K Passek-Kumericki, J Trampetic, P Schupp, and M Wohlgenannt, *Eur. Phys. J. C* **42** (2005) 483.
15. B Melic, K Passek-Kumericki, J Trampetic, P Schupp, and M Wohlgenannt, *Eur. Phys. J. C* **42** (2005) 499.
16. M Arai, S Saxell, and A. Tureanu, *Eur. Phys. J. C* **51** (2007) 217.
17. A Alboteanu, *et al.*, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 105018.
18. A Prakash, A Mitra, and P K Das, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 055020.
19. P K Das, N G Deshpande, and G Rajasekaran, *Phys. Rev. D* **77** (2008) 035010.
20. J Hewett, *et al.*, *Phys. Rev. D* **64** (2001) 075012.
21. J C Collins, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 094002.
22. A Mitov and S Moch, *Nucl. Phys. B* **751** (2006) 18.
23. V N Gribov and L N Lipatov, *Yad. Fiz.* **15** (1972) 781.
24. G Altarelli and G Parisi, *Nucl. Phys. B* **126** (1977) 298.
25. J Binnewies, B A Kniehl, and G Kramer, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 034016.
26. M Salajegheh, S M M Nejad, H Khanpour, B A Kniehl, and M Soleymaninia, *Phys. Rev. D* **99** (2019) 114001.
27. A Prakash, A Mitra, and P K Das, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 055020.
28. S M M Nejad and E Tajik, *Eur. Phys. J. A* **54** (2018) 174.
29. S M M Nejad, M Torkian, and M Delpasand, *Phys. Rev. D* **102** (3) (2020) 034025.
30. M A G Nobary and R Sepahvand, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 034024.
31. S M M Nejad and N Amiri, *Phys. Rev. D* **105**, 3 (2022) 034001.
32. M Salajegheh, S M Moosavi Nejad, M Soleymaninia, H Khanpour, and S A Tehrani, *Eur. Phys. J. C* **79**, 12 (2019) 999.
33. M Delpasand, S M M Nejad, and M Soleymaninia, *Phys. Rev. D* **101**, 11 (2020) 114022.
34. J P Ma, *Nucl. Phys. B* **506** (1997) 329.
35. E Braaten, T C Yuan, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 1673.
36. M Suzuki, *Phys. Rev. D* **33** (1986) 676.
37. S M M Nejad, *Phys. Rev. D* **96**, 11 (2017) 114021.
38. M A G Nobary, *J. Phys. G* **20** (1994) 65.
39. S M M Nejad and M Delpasand, *Int. J. Mod. Phys. A* **30**, 32 (2015) 1550179.
40. S M M Nejad and M Delpasand, *Eur. Phys. J. A* **53** (2017) 174.
41. S M M Nejad, *Eur. Phys. J. A* **52**, 5 (2016) 127.
42. M Salajegheh, S M M Nejad, and M Delpasand, *Phys. Rev. D* **100**, 11 (2019) 114031.
43. S M M Nejad and A Armat, *Eur. Phys. J. Plus* **128** (2013) 121.
44. S M M Nejad and M Balali, *Phys. Rev. D* **90**, 11 (2014) 114017.