

## محاسبه سطح مقطع پراکندگی تفکیک پروتون- دوترون در انرژی‌های میانی

مهدی هرزچی<sup>۱</sup> و شهریار بایگان<sup>۲</sup>

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران

پست الکترونیکی: harzchi@ut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۴/۱۷؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۲/۵/۱۳)

### چکیده

در این مقاله با در نظر گرفتن درجات آزادی اسپین و آیزواسپین ذرات به فرمول‌بندی سه بعدی پراکندگی تفکیک سه نوکلئونی در تقریب مرتبه اصلی نموده‌ایم. بدین منظور ابتدا با در نظر گرفتن تقریبی که در انرژی‌های میانی و بالا معتبر است، یعنی جمله ناهمگن معادله فدیف، آن را با استفاده از روش سه بعدی به صورت تابعی از بردارهای فضای تکانه ژاکوبی می‌نویسیم. سپس با انتخاب دستگاه مختصات مناسب این معادله را به صورت تابعی از اندازه بردارهای تکانه و زوایای میان آنها برای حل عددی بازنویسی کرده‌ایم. در نهایت با به کار بردن پتانسیل دو نوکلئونی Bonn-B به محاسبه سطح مقطع پراکندگی تفکیک پروتون- دوترون پرداخته و نتایج به دست آمده را با داده‌های تجربی مقایسه نموده‌ایم.

واژه‌های کلیدی: پراکندگی تفکیک، معادله فدیف، روش سه بعدی

### ۱. مقدمه

امواج پاره‌ای مورد نیاز برای رسیدن به همگرایی عددی و محدودیت‌ها نسبت به امکان محاسبات عددی به سرعت افزایش می‌یابد و در نتیجه محاسبات با مشکل روبه‌رو می‌شوند. علاوه بر این در مطالعه دستگاه‌های چند جسمی، نمایش عملگرهای انتقال دوجسمی و عملگرهای جایگشت و ارزیابی عناصر ماتریسی نیروهای سه و چهار جسمی در نمایش امواج پاره‌ای نسبت به نمایش سه بعدی دارای پیچیدگی بیشتری می‌باشند. بنابراین طبیعی به نظر می‌رسد که از نمایش امواج پاره‌ای اجتناب کرده و به طور مستقیم با متغیرهای برداری فضای تکانه خطی کار کنیم. کار با متغیرهای برداری تکانه

روش مرسوم برای حل معادلات فدیف در دستگاه‌های سه جسمی استفاده از فضای اندازه حرکت زاویه‌ای می‌باشد که به نمایش امواج پاره‌ای (PW) مشهور است. روش دیگر که در این مقاله از آن استفاده شده است استفاده از فضای اندازه حرکت خطی می‌باشد که در آن به جای متغیرهای گسسته، متغیرهای پیوسته در محاسبات وارد می‌شوند که به روش سه بعدی (3D) مشهور است [۱-۴]. دلیل ترجیح دیدگاه سه بعدی به دیدگاه امواج پاره‌ای در این است که در پراکندگی دستگاه‌های سه نوکلئونی در انرژی‌های حدود ۲۰۰ MeV و بالاتر، تعداد

سه نوکلئون آزاد را نشان می‌دهد. اعداد کوانتومی  $m_{s_i}(m_{t_i})$  تصاویر مؤلفه سوم اسپین (آیزواسپین) هر یک از سه نوکلئون در راستای محور کوانتوم می‌باشند حالت‌های پایه آزاد معرفی شده به صورت زیر کامل و بهنجارند:

$$\sum_{\gamma} \int dp \int dq |pq\gamma\rangle \langle pq\gamma| = 1, \quad (2)$$

$$\langle p'q'\gamma' | pq\gamma \rangle = \delta(p' - p) \delta(q' - q) \delta_{\gamma'\gamma}. \quad (3)$$

انرژی کل دستگاه سه نوکلئونی نوکلئون-دوترون در چارچوب مرکز جرم توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$E = E_d + \frac{3}{4m} q_0^2 = E_d + \frac{2}{3} E_{lab}, \quad (4)$$

که در آن  $E_d$  انرژی بستگی دوترون و  $q_0$  تکانه نسبی نوکلئون پرتابی نسبت به دوترون می‌باشد.

### ۳. معادلات فدیف در فضای تکانه ژاکوبی

معادله فدیف برای توصیف پراکندگی دستگاه‌های سه جسمی به صورت زیر می‌باشد [۱۲]:

$$T = tP + tPG_0T \quad (5)$$

که در آن  $t$ ،  $G_0$  و  $P$  به ترتیب ماتریس انتقال دوجسمی، انتشارگر آزاد سه جسمی و عملگر جایگشت میان ذرات می‌باشند که توسط روابط زیر نمایش داده می‌شوند:

$$t = V + VG_0t, \quad G_0 = (E - H_0 + i\varepsilon)^{-1}, \quad (6)$$

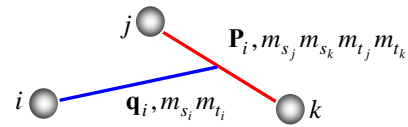
$$P = P_{12}P_{23} + P_{12}P_{23}.$$

جمله ناهمگن معادله فدیف نسبت به  $t$  از مرتبه یک می‌باشد. از آنجا که در انرژی‌های بالا از سهم جملات با مرتبه بالاتر، می‌توان صرف نظر نمود لذا با در نظر گرفتن جمله ناهمگن معادله فدیف، تقریب مرتبه اصلی، به محاسبه سطح مقطع پراکندگی تفکیک می‌پردازیم. بدین منظور جمله ناهمگن معادله فدیف را با استفاده از پایه‌های معرفی شده سه نوکلئونی به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\langle pq\gamma | T | q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \rangle = \langle pq\gamma | tP | q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \rangle, \quad (7)$$

که در آن حالت اولیه دستگاه که شامل دوترون هدف و نوکلئون پرتابی است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \rangle \equiv |q_0 m_s^0 m_t^0 \rangle | \Psi_d^{M_d} \rangle. \quad (8)$$



شکل ۱. بردارهای فضای تکانه ژاکوبی دستگاه سه نوکلئونی.

ایجاب می‌کند که همه اعداد کوانتومی زاویه‌ای به طور خودکار در فرمول‌بندی و به تبع آن در نتایج عددی وارد شوند.

اولین تلاش‌ها برای وارد نمودن درجات آزادی اسپین و آیزواسپین در دیدگاه سه بعدی، با فرمول‌بندی پراکندگی نوکلئون-نوکلئون و پراکندگی نوکلئون-دوترون در تقریب مرتبه اصلی برداشته شد [۵-۷]. هرچند در مورد دوم فرمول‌بندی به طور کامل در دیدگاه سه بعدی صورت نگرفته است و در آن از تابع موج دوترون در دیدگاه امواج پاره‌ای استفاده شده است. فرمول‌بندی کامل پراکندگی دستگاه‌های سه نوکلئونی گام اساسی دیگری در راستای توسعه این دیدگاه بود که در آن از تابع موج دوترون در این دیدگاه، استفاده نمودیم [۸]. در این مقاله بر آن شدیم تا در راستای انجام محاسبات عددی برای پراکندگی دستگاه‌های سه نوکلئونی در دیدگاه سه بعدی و با در نظر گرفتن جمله ناهمگن معادله فدیف، تقریب مرتبه اصلی، به محاسبه سطح مقطع پراکندگی تفکیک برای پراکندگی دوترون در انرژی‌های میانی پردازیم.

### ۲. دستگاه سه نوکلئونی در فضای تکانه ژاکوبی

دستگاه سه نوکلئونی برحسب بردارهای فضای تکانه ژاکوبی و تصاویر اسپین و آیزواسپین ذرات در شکل ۱ نمایش داده شده است [۹]. در این شکل شاخص‌های  $i$ ،  $j$  و  $k$  ترتیب دوره‌ای از اعداد  $\{۱, ۲, ۳\}$  می‌باشند.  $p_i$  اندازه حرکت نسبی زیر دستگاه دو جسمی  $jk$  و  $q_i$  اندازه حرکت ذره  $i$  ام نسبت به زیر دستگاه  $jk$  می‌باشند. حالت پایه آزاد سه نوکلئونی را در این فضا به صورت زیر تعریف می‌نماییم [۱۰ و ۱۱]:

$$|pq\gamma\rangle \equiv |pqm_{s_1}m_{s_2}m_{s_3}m_{t_1}m_{t_2}m_{t_3}\rangle \quad (1)$$

$$\equiv |pm_{s_2}m_{s_3}m_{t_2}m_{t_3}\rangle |qm_{s_1}m_{t_1}\rangle,$$

$$|\gamma\rangle \equiv |m_{s_1}m_{s_2}m_{s_3}m_{t_1}m_{t_2}m_{t_3}\rangle$$

#### ۴. انتخاب دستگاه مختصات مناسب

در این بخش با انتخاب دستگاه مختصات مناسب معادلات (۹) و (۱۳) را برای حل عددی بازنویسی می‌کنیم. دستگاه مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم که تکانه ذره پرتابی  $q_0$  در راستای محور  $z$  و بردار تکانه  $q$  در صفحه  $x-z$  قرار گیرد. با این انتخاب معادله (۹) به صورت زیر نوشته می‌شود [۸]:

$$T_{m_{s_1} m_{s_2} m_{s_3} m_{t_1} m_{t_2} m_{t_3}}^{m_s^0 m_t^0, M_d}(p, x_p, \cos \phi_{pq}, x_q, q; q_0) = - \sum_{m'_s m'_t} t_{m_{s_2} m_{s_3} m_{t_2} m_{t_3}}^{m_s^0 m'_s m_t^0 m'_t}(p, x_p, \cos \phi_{pq}, x_\pi, \pi, y_{p\pi}; \varepsilon) \times \Psi_{m_{s_1} m'_s m_{t_1} m'_t}^{M_d}(\pi', x_{\pi'}) \quad (15)$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned} x_q &= \hat{q} \cdot \hat{q}_0, & x_p &= \hat{p} \cdot \hat{q}_0, \\ \pi &= \left| \frac{1}{2}q + q_0 \right| = \left( \frac{1}{4}q^2 + q_0^2 + qq_0 x_q \right)^{\frac{1}{2}}, \\ \pi' &= \left| q + \frac{1}{2}q_0 \right| = \left( q^2 + \frac{1}{4}q_0^2 + qq_0 x_q \right)^{\frac{1}{2}}, \\ x_\pi &= \hat{\pi} \cdot \hat{q}_0 = \frac{\frac{1}{2}qx_q + q_0}{\pi}, \\ x_{\pi'} &= \hat{\pi}' \cdot \hat{q}_0 = \frac{qx_q + \frac{1}{2}q_0}{\pi'}, \\ y_{p\pi} &= \hat{p} \cdot \hat{\pi} = \frac{\frac{1}{2}qy_{pq} + q_0 x_p}{\pi}, \\ y_{pq} &= \hat{p} \cdot \hat{q} = x_p x_q + \sqrt{1-x_p^2} \sqrt{1-x_q^2} \cos \phi_{pq}. \end{aligned} \quad (16)$$

تابع موج دوترون برحسب پایه‌های ذره آزاد توسط رابطه زیر به مؤلفه‌های آن در فضای تکانه- هلیسیتی مربوط می‌شود [۸]:

$$\Psi_{m_{s_2} m_{s_3} m_{t_2} m_{t_3}}^{M_d}(p, x_p) = \frac{1}{2} C \left( \frac{11}{22} 0; m_{t_2} m_{t_3} \right) \times C \left( \frac{11}{22} 1; m_{s_2} m_{s_3} \lambda_0 \right) \sum_{\lambda=-1}^1 d_{\lambda_0 \lambda}^1(x_p) \Phi_{\lambda}^{M_d}(p, x_p), \quad (17)$$

که در آن  $d_{\lambda_0 \lambda}^s(x)$  ماتریس‌های دوران و  $C$  ها ضرایب کلش-گوردن می‌باشند. مؤلفه‌های تابع موج دوترون  $\Phi_{\lambda}^{M_d}(p, x_p)$  از حل عددی معادله انتگرالی جفت شده زیر به دست می‌آیند [۱۳]:

$M_d$  تصویر مؤلفه سوم اندازه حرکت کل دوترون و اعداد کوانتمی  $m_s^0(m_t^0)$  تصویر مؤلفه سوم اسپین، آیزواسپین ذره پرتابی را در راستای محور کوانتش نشان می‌دهند. همان طور که در مرجع ۵ به تفصیل نشان داده‌ایم رابطه (۷) را به صورت نهایی زیر می‌نویسیم:

$$\langle pq\gamma | T | q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \rangle = - \sum_{m'_s m'_t} \langle p m_{s_2} m_{s_3} m_{t_2} m_{t_3} | t(\varepsilon) | \pi m'_s m'_t m'_t \rangle_a \times \langle \pi' m_{s_1} m'_s m_{t_1} m'_t | \Psi_d^{M_d} \rangle, \quad (9)$$

که در آن  $\varepsilon = E - \frac{3}{4m}q^2$  انرژی زیر دستگاه دو جسمی بوده و متغیرهای برداری  $\pi$  و  $\pi'$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\pi = \frac{1}{2}q + q_0, \quad \pi' = q + \frac{1}{2}q_0. \quad (10)$$

سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی تفکیک در چارچوب آزمایشگاه توسط رابطه زیر داده می‌شود [۸]:

$$\frac{d\sigma}{dk_1 dE_1} = (2\pi)^4 \frac{m^3}{2k_{lab}} pk_1 \times \frac{1}{6} \sum_{M_d m_s^0 \gamma} \int d\hat{p} \left| U_0^{M_d m_s^0 \gamma}(p, k_1; k_{lab}) \right|^2, \quad (11)$$

که در آن  $k_1$  تکانه نوکلئون پرتابی در چارچوب آزمایشگاه و  $U_0$  عملگر مربوط به فرآیند تفکیک است که توسط رابطه زیر داده می‌شود [۹]:

$$U_0 = (1+P)T. \quad (12)$$

دامنه تفکیک را با توجه به رابطه فوق در فضای تکانه زاویه‌ای به صورت زیر می‌نویسیم:

$$U_0^{M_d m_s^0 \gamma}(p, q; q_0) \equiv \langle pqm_{s_1} m_{s_2} m_{s_3} m_{t_1} m_{t_2} m_{t_3} | T | q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \rangle + \langle p_2 q_2 m_{s_2} m_{s_3} m_{s_1} m_{t_2} m_{t_3} m_{t_1} | T | q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \rangle + \langle p_3 q_3 m_{s_3} m_{s_1} m_{s_2} m_{t_3} m_{t_1} m_{t_2} | T | q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \rangle, \quad (13)$$

که در آن داریم [۹]:

$$\begin{aligned} p_3 &= -\frac{1}{2}p + \frac{3}{4}q, & p_2 &= -\frac{1}{2}p - \frac{3}{4}q, \\ q_3 &= -p - \frac{1}{2}q, & q_2 &= p - \frac{1}{2}q. \end{aligned} \quad (14)$$

$$p_2 = \left| -\frac{1}{2}p - \frac{3}{4}q \right| = \frac{1}{2} \left( p^2 + \frac{9}{4}q^2 + 3pqy_{pq} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$p_3 = \left| -\frac{1}{2}p + \frac{3}{4}q \right| = \frac{1}{2} \left( p^2 + \frac{9}{4}q^2 - 3pqy_{pq} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$q_2 = \left| p - \frac{1}{2}q \right| = \left( p^2 + \frac{1}{4}q^2 - pqy_{pq} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$q_3 = \left| -p - \frac{1}{2}q \right| = \left( p^2 + \frac{1}{4}q^2 + pqy_{pq} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$x_{p_2} = \hat{p}_2 \cdot \hat{q}_0 = \frac{-\frac{1}{2}px_p - \frac{3}{4}qx_q}{p_2},$$

$$x_{p_3} = \hat{p}_3 \cdot \hat{q}_0 = \frac{-\frac{1}{2}px_p + \frac{3}{4}qx_q}{p_3},$$

$$x_{q_2} = \hat{q}_2 \cdot \hat{q}_0 = \frac{px_p - \frac{1}{2}qx_q}{q_2},$$

$$x_{q_3} = \hat{q}_3 \cdot \hat{q}_0 = \frac{-px_p - \frac{1}{2}qx_q}{q_3},$$

$$\cos \phi_{p_2q_2} = \frac{\hat{p}_2 \cdot \hat{q}_2 - (\hat{p}_2 \cdot \hat{q}_0)(\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_0)}{\sqrt{1 - (\hat{p}_2 \cdot \hat{q}_0)^2} \sqrt{1 - (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_0)^2}} = \frac{-p^2 + \frac{3}{4}q^2 - pqy_{pq}}{2p_2q_2} - x_{p_2}x_{q_2},$$

$$\frac{\sqrt{1 - x_{p_2}^2} \sqrt{1 - x_{q_2}^2}}{\sqrt{1 - x_{p_2}^2} \sqrt{1 - x_{q_2}^2}},$$

$$\cos \phi_{p_3q_3} = \frac{\hat{p}_3 \cdot \hat{q}_3 - (\hat{p}_3 \cdot \hat{q}_0)(\hat{q}_3 \cdot \hat{q}_0)}{\sqrt{1 - (\hat{p}_3 \cdot \hat{q}_0)^2} \sqrt{1 - (\hat{q}_3 \cdot \hat{q}_0)^2}} = \frac{p^2 - \frac{3}{4}q^2 - pqy_{pq}}{2p_3q_3} - x_{p_3}x_{q_3},$$

$$\frac{\sqrt{1 - x_{p_3}^2} \sqrt{1 - x_{q_3}^2}}{\sqrt{1 - x_{p_3}^2} \sqrt{1 - x_{q_3}^2}},$$

$$\cos \phi_{p_2q} = \frac{\hat{p}_2 \cdot \hat{q} - (\hat{p}_2 \cdot \hat{q}_0)(\hat{q} \cdot \hat{q}_0)}{\sqrt{1 - (\hat{p}_2 \cdot \hat{q}_0)^2} \sqrt{1 - (\hat{q} \cdot \hat{q}_0)^2}} = \frac{-py_{pq} - \frac{3}{2}q}{2p_2} - x_{p_2}x_q,$$

$$\frac{\sqrt{1 - x_{p_2}^2} \sqrt{1 - x_q^2}}{\sqrt{1 - x_{p_2}^2} \sqrt{1 - x_q^2}},$$

$$\Phi_{\lambda}^{M_d}(p, x) = \frac{1}{E_d - \frac{p^2}{m}}$$

$$\times \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty dp' p'^2 \int_{-1}^1 dx' v_{\lambda 1}^{110, M_d}(p, p', x, x') \Phi_1^{M_d}(p, x) \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \int_0^\infty dp' p'^2 \int_{-1}^1 dx' v_{\lambda 0}^{110, M_d}(p, p', x, x') \Phi_0^{M_d}(p, x) \right\}. \quad (18)$$

همچنین ارتباط میان ماتریس انتقال پاد متقارن دوجسمی  $t$  و نمایش آن در پایه‌های فضای تکانه-هلیسیتی به صورت زیر می‌باشد [۱۰]:

$$t_{m'_2 m'_3 m_2 m_3}^{m'_2 m'_3 m_2 m_3}(p, p'; \varepsilon) = \frac{1}{4} \delta_{(m_2+m_3), (m'_2+m'_3)} e^{-i(\lambda_0 \phi_p - \lambda'_0 \phi_{p'})} \\ \times \sum_{\pi st} (1 - \eta_\pi (-)^{s+t}) C\left(\frac{11}{22} t; m_2 m_3\right) C\left(\frac{11}{22} t; m'_2 m'_3\right) \\ \times C\left(\frac{11}{22} s; m_2 m_3 \lambda_0\right) C\left(\frac{11}{22} s; m'_2 m'_3 \lambda'_0\right) \\ \times \sum_{\lambda \lambda'} d_{\lambda_0 \lambda}^s(x_p) d_{\lambda'_0 \lambda'}^s(x_{p'}) t_{\lambda \lambda'}^{\pi st}(p, p'; \varepsilon).$$

توسط رابطه زیر به جواب‌های معادله لیپمن-شوئینگر مرتبط می‌شود:

$$t_{\lambda \lambda'}^{\pi st}(p, p'; \varepsilon) = \frac{\sum_{N=-s}^s e^{iN\phi_{pp'}} d_{N\lambda}^s(x_p) d_{N\lambda'}^s(x_{p'})}{d_{\lambda \lambda'}^s(y_{pp'})} \\ \times t_{\lambda \lambda'}^{\pi st}(p, p', y_{pp'}; \varepsilon) \quad (20)$$

که در آن  $\phi_{pp'} = \phi_p - \phi_{p'}$  می‌باشد. در ادامه دامنه پراکندگی تفکیک را با توجه به مطالب ارائه شده در مرجع ۸ به صورت زیر می‌نویسیم:

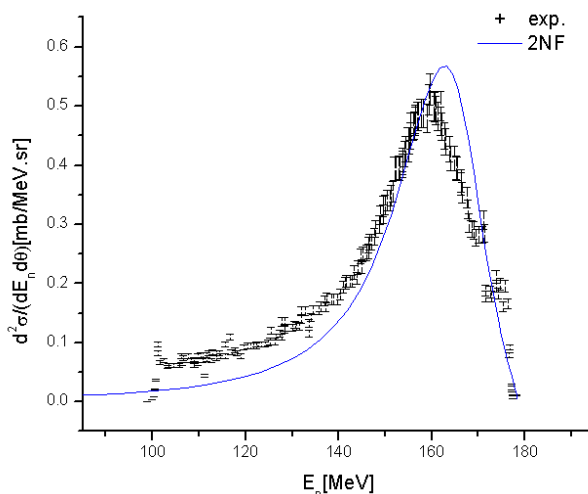
$$U_0^{M_d m_s^0, \gamma}(p, x_p, \cos \phi_{pq}, x_q, q; q_0) = T_{m_{s_1} m_{s_2} m_{s_3} m_1 m_2 m_3}^{m_s^0 m_t^0, M_d}(p, x_p, \cos \phi_{pq}, x_q, q; q_0) \\ + e^{-i(m_{s_3} + m_{s_1})\phi_{p_2q} - (m_s^0 - m_{s_2} + M_d)\phi_{q_2q}} e^{i(m_{s_2} + m_{s_3})\phi_{pq}} \\ \times T_{m_{s_2} m_{s_3} m_{s_1} m_2 m_3 m_1}^{m_s^0 m_t^0, M_d}(p_2, x_{p_2}, \cos \phi_{p_2q_2}, x_{q_2}, q_2; q_0) \\ + e^{-i(m_{s_1} + m_{s_2})\phi_{p_3q} - (m_s^0 - m_{s_3} + M_d)\phi_{q_3q}} e^{-i(m_{s_2} + m_{s_3})\phi_{pq}} \\ \times T_{m_{s_3} m_{s_1} m_{s_2} m_3 m_1 m_2}^{m_s^0 m_t^0, M_d}(p_3, x_{p_3}, \cos \phi_{p_3q_3}, x_{q_3}, q_3; q)$$

که در آن داریم:

سه جسمی موجود در رابطه (۲۱) می‌پردازیم. بدین منظور ابتدا فضا را با استفاده از نقاط شبکه گاوسی گسسته می‌نماییم. سپس به حل عددی معادله لیپمن- شوئینگر در فضای تکانه- هلیسیتی پرداخته و عناصر ماتریسی عملگر انتقال دوجسمی  $t$  یعنی  $t_{\lambda\lambda'}^{st}(p, p', x; E_p)$  را با به کار بردن پتانسیل Bonn-B [۱۴] به دست می‌آوریم. برای رسیدن به دقت مطلوب در محاسبات تعداد نقاط شبکه گاوسی را برای متغیرهای زاویه‌ای سمتی و قطبی به ترتیب تعداد ۱۰ و ۳۲ نقطه و برای متغیر تکانه تعداد ۷۲ و ۴۸ نقطه، به ترتیب برای حالت‌های یکتایی و سه تایی اسپین در نظر می‌گیریم. در ادامه به حل عددی معادله ویژه مقداری (۱۸) و در نهایت محاسبه مؤلفه‌های تابع موج دوترون،  $\Phi_{\lambda}^{Md}(p, x)$  می‌پردازیم. بدین منظور برای رسیدن به نتایج مطلوب تعداد نقاط شبکه گاوسی را برای متغیرهای زاویه‌ای سمتی و قطبی به ترتیب ۱۰ و ۳۲ نقطه و برای متغیر تکانه تعداد ۷۲ نقطه در نظر می‌گیریم. هنگام حل عددی معادله فدیف، برای دوری جستن از برون‌یابی روی ماتریس انتقال دوجسمی و تابع موج دوترون به ازای مقادیری از تکانه‌ها و زوایا که خارج از شبکه گاوسی قرار می‌گیرند، معادله لیپمن- شوئینگر و معادله مربوط به دوترون را به ازای نقاط مرزی  $x = \pm 1$  و  $q = q' = 0$  به صورت جداگانه حل نموده و عناصر ماتریسی تابع موج دوترون و ماتریس انتقال دوجسمی را به ازای این نقاط شبکه به دست می‌آوریم.

برای محاسبه مقادیر مورد نیاز تابع موج دوترون و ماتریس انتقال دوجسمی  $t$  که جزء شبکه گاوسی قرار ندارند به ترتیب از درون یابی دوبعدی و سه بعدی استفاده می‌نماییم. بدین منظور از روش کویک-هرمیت-اسپلاین به دلیل سرعت و دقت بالای آن استفاده نموده‌ایم [۱۵]. برای محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی تفکیک، انتگرال‌گیری روی متغیرهای زاویه‌ای سمتی و قطبی را با استفاده از روش گاوس-لژاندر انجام می‌دهیم. تعداد نقاط شبکه را برای متغیرهای زاویه‌ای سمتی  $\phi_p$  و قطبی  $x_p$  به ترتیب ۲۰ و ۴۰ نقطه و برای متغیر  $q$  تعداد ۶۰ نقطه در نظر می‌گیریم.

در شکل‌های ۲ و ۳ نتایج به دست آمده از محاسبات عددی

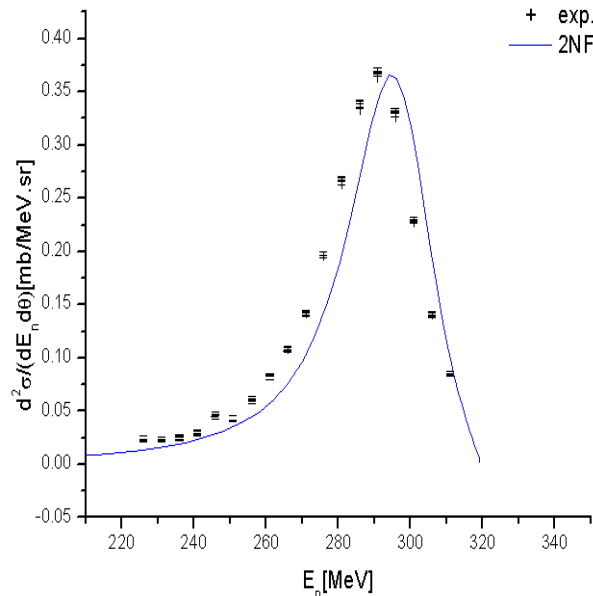


شکل ۲. مقایسه سطح مقطع دیفرانسیلی محاسبه شده با داده‌های تجربی [۱۶]، به ازای انرژی پروتون پرتابی  $E_{lab} = 197 \text{ MeV}$  و زاویه پراکندگی نوترون  $\theta_{lab} = 24^\circ$ .

$$\begin{aligned} \cos \phi_{p_3q} &= \frac{\hat{p}_3 \cdot \hat{q} - (\hat{p}_3 \cdot \hat{q}_0)(\hat{q} \cdot \hat{q}_0)}{\sqrt{1 - (\hat{p}_3 \cdot \hat{q}_0)^2} \sqrt{1 - (\hat{q} \cdot \hat{q}_0)^2}} = \\ &= \frac{-p_{y_3} q + \frac{3}{2} q}{2 p_3} - x_{p_3} x_q, \\ &= \frac{-p_{y_3} q + \frac{3}{2} q}{2 p_3 \sqrt{1 - x_{p_3}^2} \sqrt{1 - x_q^2}}, \\ \cos \phi_{q_2q} &= \frac{\hat{q}_2 \cdot \hat{q} - (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_0)(\hat{q} \cdot \hat{q}_0)}{\sqrt{1 - (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_0)^2} \sqrt{1 - (\hat{q} \cdot \hat{q}_0)^2}} = \\ &= \frac{p_{y_2} q - \frac{1}{2} q}{q_2} - x_{q_2} x_q, \\ &= \frac{p_{y_2} q - \frac{1}{2} q}{q_2 \sqrt{1 - x_{q_2}^2} \sqrt{1 - x_q^2}}, \\ \cos \phi_{q_2q} &= \frac{\hat{q}_2 \cdot \hat{q} - (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_0)(\hat{q} \cdot \hat{q}_0)}{\sqrt{1 - (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_0)^2} \sqrt{1 - (\hat{q} \cdot \hat{q}_0)^2}} = \\ &= \frac{p_{y_2} q - \frac{1}{2} q}{q_2} - x_{q_2} x_q, \\ &= \frac{p_{y_2} q - \frac{1}{2} q}{q_2 \sqrt{1 - x_{q_2}^2} \sqrt{1 - x_q^2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

## ۵. محاسبات عددی و نتایج

برای محاسبه دامنه پراکندگی تفکیک ابتدا با استفاده از معادله فدیف (۱۵) به صورت جداگانه به محاسبه ماتریس‌های انتقال



شکل ۳. مقایسه سطح مقطع دیفرانسیلی محاسبه شده با داده‌های تجربی [۱۷]، به ازای انرژی پروتون پرتابی  $E_{lab} = 346 \text{ MeV}$  و زاویه پراکندگی نوترون  $\theta_{lab} = 22^\circ$ .

از بین برود. البته حل کامل معادله فدیف و همچنین وارد نمودن نیروی کولنی و نیروی سه نوکلئونی باعث منطبق شدن بیشتر نتایج با داده‌های تجربی خواهد گردید که محاسبات مربوط به موارد فوق در حال انجام می‌باشد.

با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. همان طور که در این شکل‌ها نشان داده شده است نتایج حاصل از محاسبات، نسبت به داده‌های تجربی دارای مقداری جابه‌جایی می‌باشند انتظار داریم که با در نظر گرفتن اثرات نسبیته در محاسبات این جابه‌جایی

## مراجع

1. C Elster, W Schadow, A Nogga, and W Glöeckle, *Few Body Syst.* **27** (1999) 83.
2. W Schadow, C Elster, and W Glöeckle, *Few Body Syst.* **28** (2000) 15.
3. H Liu, C Elster, and W Glöeckle, *Few Body Syst.* **33** (2003) 241.
4. H Liu, C Elster, and W Glöeckle, *Phys. Rev. C* **72** (2005) 054003.
5. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 044002.
6. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Mod. Phys. Lett. A* **18** (2003) 452.
7. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Phys. Rev. C* **69** (2003) 054003.
8. M Harzchi and S Bayegan, *Eur. Phys. J. A* **46** (2010) 271.
9. A Stadler and F Gross, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 26.
10. S Bayegan, M R Hadizadeh, and M Harzchi, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 064005.
11. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Phys. Rev. C* **68** (2003) 054003.
12. L D Faddeev, *Sov. Phys. JETP* **12** (1961) 1014.
13. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 054003.
14. Machleidt, *Adv. Nucl. Phys.* **19** (1989) 189.
15. H Spath, "Eindimensionale Spline-Interpolations- Algorithmen", Oldenbourg Verlag, München Wien (1990).
16. D L Prout et. al., *Phys. Rev C* **65** (2002) 034611.
17. T Wakasa et. al., *Phys. Rev C* **59** (1999) 3177.