

مطالعه مدل J_1-J_2 هایزنبرگ به روش خودسازگار گاوسی بر روی شبکه‌های لانه زنبوری و الماسی

نفیسه رحیمی پور و فرهاد شهبازی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

پست الکترونیکی: shahbazi@cc.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۵/۱۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۸/۱۹)

چکیده

مدل J_1-J_2 هایزنبرگ بر روی شبکه‌های دوبخشی نظم نل نشان می‌دهد. حال اگر برهم‌کنش‌های پادفرومغناطیس بین همسایه‌های دوم نسبت به برهم‌کنش‌های پادفرومغناطیس همسایه اول افزایش داده شود، اثر ناکامی پدیدار می‌شود. در چنین شرایطی فازهای جدید همچون فازهای منظم سطحی، دارای نظم مارپیچ‌گونه و یا مایع اسپینی می‌توانند شکل بگیرند. در این مقاله با استفاده از روش خودسازگار گاوسی، مدل J_1-J_2 هایزنبرگ بر روی شبکه‌های لانه زنبوری و الماسی را مطالعه می‌کنیم. فازهای مایع اسپینی از قبیل مایع اسپینی حلقوی گونه و پن‌کیک گونه را در شبکه لانه زنبوری به دست می‌آوریم. همچنین نشان می‌دهیم که در شبکه الماسی، تبهگنی حالت پایه می‌تواند توسط افت و خیزهای دمایی از طریق نظم به واسطه بی‌نظمی برداشته شود.

واژه‌های کلیدی: مدل هایزنبرگ، ناکامی، مایع اسپینی، نظم مارپیچ‌گونه

۱. مقدمه

برهم‌کنش‌های پادفرومغناطیس همسایه دوم افزوده شود، رقابتی بین این برهم‌کنش‌ها شکل می‌گیرد که منجر به ایجاد تبهگنی عظیمی در حالت پایه شده و دستگاه را در رسیدن به حالت پایه مشخص دچار ناکامی می‌کند. این ناکامی در دستگاه مورد نظر ایجاد فازهای جالبی می‌کند که مایع اسپینی^۱ نامیده می‌شوند. اما اغلب افت و خیزهای گرمایی یا کوانتومی می‌توانند این تبهگنی را برداشته و نظم ایجاد کنند. این پدیده نظم به واسطه بی‌نظمی^۲ نامیده می‌شود [۱].

مطالعه اثرات ناکامی و فازهای جالب مایع اسپینی در

یکی از خصوصیات جالب برهم‌کنش‌های پادفرومغناطیس، ظهور پدیده ناکامی^۱ مغناطیسی است. در شبکه‌های دوبخشی که از دو زیرشبکه کاملاً همسان تشکیل یافته‌اند، با در نظر گرفتن برهم‌کنش‌های همسایه اول پادفرومغناطیس، نظم نل بر روی شبکه ایجاد شده و پایدار می‌ماند. اما هنگامی که شدت

۱. Frustration

۲. Spin liquid

۳. Order by disorder

ایجاد دید روشنی از روش خودسازگار گاوسی، به معرفی آن پرداخته و در ادامه این روش را بر روی شبکه‌های الماسی و لانه زنبوری مطالعه می‌کنیم.

۲. روش خودسازگار گاوسی

برای بررسی خواص ترمودینامیکی هر دستگاهی نیازمند دانستن تابع پارش هستیم. در روش خودسازگار گاوسی، تابع پارش با وارد کردن قید ثابت بودن اندازه اسپین به صورت تابع دلتا و با در نظر گرفتن هامیلتونی مدل J_1-J_2 هایزبرگ، به صورت زیر به دست می‌آید [۲].

$$H = J_1 \sum_{\langle ij \rangle} \bar{s}_i \bar{s}_j + J_2 \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} \bar{s}_i \bar{s}_j, \quad (1)$$

$$Z = \int \prod_i \delta(s_i^2 - 1) ds_i \exp \left[\frac{-\beta}{\gamma} \sum_{ij} J_{ij} \bar{s}_i \bar{s}_j \right]. \quad (2)$$

در این مرحله با هدف ساده‌تر شدن محاسبه‌ها، یک توزیع گاوسی با ضریب λ - که در ادامه توسط یک معادله خودسازگار به دست می‌آید- را با تابع دلتا به صورت تقریبی جایگزین می‌نماییم. هم‌چنین با عنایت به این که در مدل همسانگرد هایزبرگ جهت‌ها نسبت به هم برتری ندارند، می‌توان ضرب داخلی بردارهای \bar{s}_i و \bar{s}_j را باز کرده و بنابراین تابع پارش به شکل زیر به دست می‌آید.

$$Z = \left[\int \prod_i ds_i e^{\frac{-\lambda s_i^2}{\gamma}} \exp \left(\frac{-\beta}{\gamma} \sum_{ij} J_{ij} s_i s_j \right) \right]^N. \quad (3)$$

حال با توجه به همسان بودن مؤلفه‌های اسپینی، تابع توزیع احتمال را برای یک مؤلفه محاسبه می‌نماییم.

$$P \propto \exp \left[\frac{-1}{\gamma} \sum_{ij} s_i (\lambda \delta_{ij} + \beta J_{ij} v_{ij}) s_j \right]. \quad (4)$$

با استفاده از این رابطه و استفاده از تبدیلات فوریه اسپینی، به سادگی می‌توان رابطه‌ای برای هم‌بستگی اسپین‌ها به شکل زیر به دست آورد.

$$s_1(\vec{r}_i) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q s_1(\vec{q}) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i},$$

$$s_2(\vec{r}_i) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q s_2(\vec{q}) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i}, \quad (5)$$

شبکه‌های دوبخشی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. از این میان شبکه لانه زنبوری بخش قابل توجهی از تحقیقات دانشمندان را به خود اختصاص داده است. اوکومورا و همکارانش از این دسته‌اند. ایشان در تحقیقی اثر ناکامی بر روی شبکه لانه زنبوری را با به کارگیری مدل J_1-J_2 هایزبرگ به وسیله شبیه‌سازی مونت کارلو و روش بسط دمای پایین بررسی کرده‌اند [۳]. نتایج حاصل از این تحقیق فازهای مایع اسپینی جالبی که مایع اسپینی حلقوی^۱ و پن‌کیک‌گونه^۲ نامیده می‌شوند را نشان می‌دهد. هم‌چنین در تحقیق دیگری که توسط مولدر و همکاران انجام شده، با استفاده از مدل J_1-J_2 هایزبرگ پدیده نظم به واسطه بی‌نظمی در اثر افت و خیزهای کوانتومی مورد بحث قرار گرفته است [۴].

شبکه دوبخشی دیگری که بررسی ناکامی آن جالب توجه است، شبکه الماسی می‌باشد. از جمله کارهای تحقیقاتی که بر روی این شبکه انجام گرفته، می‌توان به مقاله‌ای که توسط برنیر و همکاران ارائه شده اشاره کرد که به بررسی اثرات کوانتومی در شکل‌گیری نظم به واسطه بی‌نظمی در این شبکه می‌پردازد [۷]. هم‌چنین در اثر پژوهشی دیگری که حاصل تلاش برگمن و همکاران است، فازهای مایع اسپینی و پدیده نظم به واسطه بی‌نظمی گرمایی مورد بررسی قرار گرفته است [۸]. مطالعه پراکندگی نوترونی بر روی چند ماده‌ای که ساختار شبکه الماسی دارند، در تحقیقات انجام شده توسط سوزوکی و همکاران نیز به لحاظ تجربی قابل استناد است [۹].

در این مقاله تلاش داریم اثر ناکامی را بر شکل‌گیری فازهای مایع اسپینی در شبکه‌های لانه زنبوری و الماسی، با استفاده از مدل J_1-J_2 هایزبرگ و با به کارگیری روش خودسازگار گاوسی بررسی نماییم.

این روش تاکنون بر روی شبکه‌های پایروکلر [۲]، مکعبی، مکعبی مرکز سطحی و کاگومه [۱۴] بررسی شده است و برای اولین بار روش فوق در این تحقیق برای مطالعه شبکه‌های الماسی و لانه زنبوری به کار گرفته می‌شود. در ابتدا به منظور

۱. Ring-liquid

۲. Pancake-liquid

مقادیر متفاوت J_2/J_1 می‌توان فازهای مختلفی را که در دستگاه نمایان می‌شوند شناسایی کرد. در ادامه برای سادگی محاسبه‌ها مقادیر T و J_2 به ترتیب با T/J_1 و J_2/J_1 جایگزین می‌شوند.

البته لازم به ذکر است که در این‌جا از دیدگاه کلاسیکی دستگاه را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و بنابراین اسپین‌ها را به صورت بردارهایی با مؤلفه‌های x ، y ، z در نظر می‌گیریم. بدیهی است که با ورود اثرات کوانتومی، بردارهای اسپینی نقش خود را به عملگرهای اسپینی داده و باید روابط مربوط به جابه‌جایی عملگرها، در معادلات مطرح شده وارد شوند.

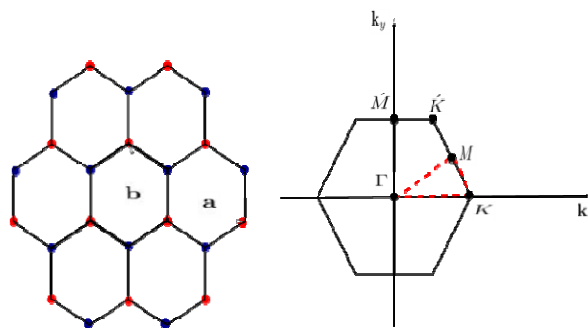
۳. فازهای مایع اسپینی در شبکه لانه زنبوری

شبکه لانه زنبوری یک شبکه دویبخشی و غیر براوه، متشکل از دو زیر شبکه مثلثی است (شکل ۱). حالت پایه مدل هایزنبرگ که تنها برهم‌کنش همسایه اول در آن وارد شده، بر روی یک شبکه دو بخشی منظم است. وارد کردن برهم‌کنش همسایه دوم، این نظم را به مرور ناپایدار کرده و حالت پایه را بی‌نظم می‌کند. این ناپایداری به علت رقابت ایجاد شده بین برهم‌کنش‌های پادرومغناطیس همسایه اول و دوم به وجود می‌آید.

مطالعه‌های انجام شده بر روی شبکه لانه زنبوری محدوده اهمیت این رقابت‌ها را $J_2/J_1 > 1/6$ پیش بینی می‌کند [۴] و به ازای کمتر از این مقدار، نظم نل را نمایانگر می‌سازد. هنگامی که $J_2/J_1 > 1/6$ باشد، رفتار مایع اسپینی در دستگاه قابل مشاهده است که اثر ناکامی ناشی از رقابت برهم‌کنش‌ها، آن را توجیه می‌کند. در این شرایط افت و خیزهای دمایی یا کوانتومی می‌توانند تبهگنی را برداشته و نظم به واسطه بی‌نظمی ایجاد کنند [۳ و ۴].

با توجه به دو اتمی بودن پایه شبکه لانه زنبوری، ماتریس برهم‌کنش دارای دو ویژه مقدار خواهد بود

$$\begin{aligned} m_1 &= A(\vec{q}) - |B(\vec{q})|, \\ m_2 &= A(\vec{q}) + |B(\vec{q})|, \end{aligned} \quad (9)$$



شکل ۱. شبکه حقیقی و ناحیه اول بریون در شبکه لانه زنبوری.

$$\langle s_\mu(\vec{q}) s_\nu^*(\vec{q}) \rangle = [\lambda I + \beta J_\nu(\vec{q})]_{\mu\nu}^{-1} \quad (6)$$

اما با در نظر گرفتن مقدار ثابت ۱ برای هر اسپین و همسان بودن مؤلفه‌های اسپینی بدیهی است که رابطه زیر برای هر نقطه از شبکه صادق است

$$\langle (s_i, \alpha)^2 \rangle = \frac{1}{3}, \quad (7)$$

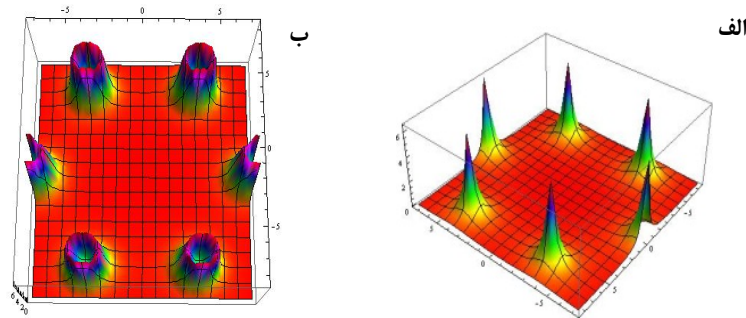
بنابراین اگر همه جایگاه‌ها را معادل در نظر بگیریم، با جمع بستن رابطه (۳) روی همه نقاط شبکه معادله خودسازگاری که با حل آن پارامتر λ محاسبه می‌شود، حاصل به دست می‌آید

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{N_{\text{tot}}} \sum_{\vec{q}, \alpha} \frac{1}{[\lambda I + \beta J_\alpha(\vec{q})]}. \quad (8)$$

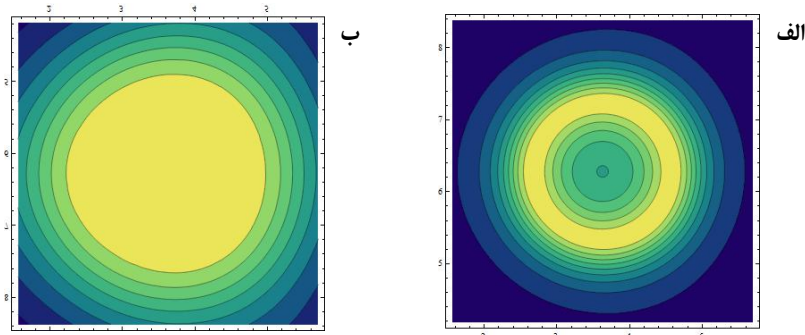
در این رابطه N_{tot} تعداد نقاط کل شبکه بوده و α اندیس ویژه مقادیر ماتریس برهم‌کنش می‌باشد.

برقراری معادله خودسازگار به معنای عدم پیدایش نظم در دستگاه خواهد بود چرا که در صورت ظهور نظم در دستگاه دیگر رابطه (۷) برقرار نبوده و اسپین‌ها با انتخاب یک جهت مشخص نظم را در دستگاه به وجود می‌آورند. بنابراین به محض واگرایی معادله خودسازگار می‌توان گذار فاز و پیدایش نظم در دستگاه را پیش‌بینی کرد.

کمیت دیگری که می‌توان با استفاده از این روش محاسبه کرد، تابع ساختار است که از مجموع تمام هم‌بستگی‌ها به دست می‌آید. با محاسبه تابع ساختار به ازای دماهای مختلف و برای



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) تابع ساختار به ازای $J_2 = 0$ در دمای 0.2 . (ب) تابع ساختار برای $J_2 = 0.18$ در دمای 0.2 .



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تصویر تابع ساختار بر حسب بردارهای موج (الف) در دمای 0.15 و (ب) در دمای 0.07 ، به ازای $J_2 = 0.18$. همان گونه که در شکل نشان داده شده نقاط زرد رنگ که بیشینه‌های تابع ساختار را مشخص می‌کنند، در حالت اول تبهگنی حلقوی دارند و در حالت دوم پن‌یک‌گونه.

برای دستگاه است. این انتخاب در راستای $\left(0, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ صورت می‌گیرد.

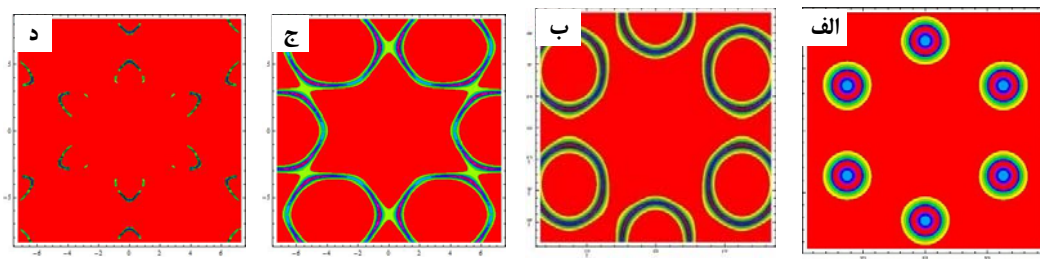
اما هنگامی که J_2 افزایش داده شود تا مقادیر بزرگ‌تر از $\frac{1}{6}$ ، رقابتی که بین برهم‌کنش‌های همسایه اول و همسایه دوم شکل می‌گیرد اهمیت می‌یابد. در این حالت می‌بینیم که معادله خودسازگار تا دماهای بسیار پایین - به عنوان نمونه برای $J_2 = 0.18$ ، تا دمای 10^{-4} - واگرا نمی‌شود که این امر گواه حضور بی‌نظمی و به عبارت دیگر وجود تبهگنی در حالت پایه در این شبکه است. بنابراین برهم‌کنش‌های رقابتی توانسته‌اند در این محدوده از J_2 دستگاه را دستخوش ناکامی کرده و از شکل‌گیری نظم جلوگیری نمایند. با رسم تابع ساختار به ازای $J_2 = 0$ و $J_2 = 0.18$ مشاهده می‌شود که با افزایش J_2 دیگر بیشینه‌ای مشاهده نشده و تبهگنی در این حالت کاملاً مشخص است شکل ۲.

که در این روابط مقادیر A و B به صورت زیر تعریف می‌شوند که در آن بردارهای \vec{a} و \vec{b} بردارهای مشخص شده در شکل ۱ هستند

$$A = 2J_2 \left(\cos(\vec{q} \cdot \vec{a}) + \cos(\vec{q} \cdot \vec{b}) + \cos(\vec{q} \cdot (\vec{a} + \vec{b})) \right)$$

$$B = J_1 \left(1 + \exp(i\vec{q} \cdot \vec{b}) + \exp(i\vec{q} \cdot (\vec{a} + \vec{b})) \right)$$

بنابراین با به کار بردن رابطه (۸) و جمع بستن بر روی پایه‌ها، معادله خودسازگار را تشکیل داده و به جست و جوی محدوده‌هایی از دما که این معادله را ارضا می‌کنند می‌پردازیم. در ابتدا مشاهده می‌شود که چنانچه J_2 برابر صفر انتخاب شود معادله خودسازگار تا دمای 0.2 دارای جواب خواهد بود و به ازای دماهای پایین‌تر معادله واگرا می‌شود و نظم نل ایجاد می‌گردد. با محاسبه تابع ساختار همان‌گونه که در شکل ۲ می‌بینیم این تابع در دماهای نزدیک 0.2 دارای بیشینه‌های نوک تیز خواهد بود که نمایانگر شکل‌گیری نظم می‌باشد، چرا که تیز شدن بیشینه‌ها به معنای انتخاب یک حالت پایه مشخص



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تصویر تابع ساختار در دمای 0.15 به ترتیب از راست برای (الف) $J_2 = 0.18$ ، (ب) $J_2 = 0.3$ ، (ج) $J_2 = 0.5$ و (د) $J_2 = 0.7$.

۴. مطالعه اثر ناکامی در شبکه الماسی

یکی دیگر از شبکه‌های دویخشی که بررسی وجود ناکامی در آن مورد توجه قرار گرفته، شبکه الماسی است که از دو زیر شبکه کاملاً همسان مکعبی مرکز سطحی که به اندازه $1/4$ از هر طرف نسبت به هم جابه‌جا شده‌اند، تشکیل یافته است و بنابراین دارای پایه دوامتی می‌باشد.

در این شبکه نیز همانند شبکه لانه زنبوری با توجه به دو اتمی بودن پایه شبکه، دو ویژه مقدار برای ماتریس برهم‌کنش حاصل می‌شود که به شکل رابطه (۹) هستند با این تفاوت که مقادیر A و B بدین گونه‌اند

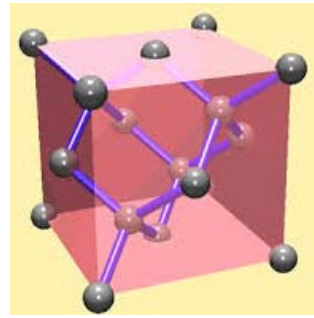
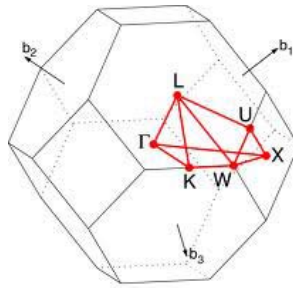
$$A = J_2 \left(\cos(\vec{q} \cdot (\vec{x} + \vec{y})) / 2 \right) + \cos(\vec{q} \cdot (\vec{x} - \vec{y})) / 2 \right) + J_2 \left(\cos(\vec{q} \cdot (\vec{x} + \vec{z})) / 2 \right) + \cos(\vec{q} \cdot (\vec{x} - \vec{z})) / 2 \right) + J_2 \left(\cos(\vec{q} \cdot (\vec{z} + \vec{y})) / 2 \right) + \cos(\vec{q} \cdot (\vec{y} - \vec{z})) / 2 \right)$$

$$B = J_1 \left(\exp(i\vec{q} \cdot (\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})) / 4 \right) + \exp(i\vec{q} \cdot (-\vec{x} - \vec{y} + \vec{z})) / 4 \right) + J_1 \left(\exp(i\vec{q} \cdot (-\vec{x} + \vec{y} - \vec{z})) / 4 \right) + \exp(i\vec{q} \cdot (\vec{x} - \vec{y} - \vec{z})) / 4 \right).$$

همانند قبل نظم نل در این جا نیز نظم پایدار بر روی شبکه خواهد بود و تنها زمانی که $J_2/J_1 > 1/8$ باشد، رقابت بین برهم‌کنش‌های پادفرومغناطیس همسایه اول و دوم می‌تواند در دستگاه ایجاد ناکامی کند [۸]. پس انتظار داریم به ازای مقادیر $J_2/J_1 > 1/8$ بتوانیم شاهد ظهور فازهای مایع اسپینی در این شبکه باشیم. بنابراین با توجه به ویژه مقادیر ماتریس برهم‌کنش این شبکه، معادله خودسازگار را تشکیل داده و به جست‌وجوی محدوده‌های دمایی که این معادله جواب دارد می‌پردازیم. ابتدا بازم مقدار صفر را برای J_2 در نظر می‌گیریم. مشاهده می‌شود که در این حالت معادله خودسازگار در دمای 0.1 واگرا

حال اگر با افزایش دما اثر افت و خیزهای دمایی را در این حالت بررسی کنیم، همان طور که در شکل ۳ مشخص است، با افزایش دما از مقادیر بسیار پایین، دستگاه حالتی را با بردارهای موج اسپینی که به شکل حلقه قرار گرفته‌اند انتخاب می‌کند و همان گونه که از شکل ۲ برمی‌آید در ناحیه اول بریلوین شاهد ظهور شش حلقه بیشینه خواهیم بود. حلقه‌های شکل گرفته وجود حالت مایع اسپینی جالب حلقوی شکل را نشان می‌دهند. چنانچه یکی از این حلقه‌ها را بزرگ‌نمایی کنیم، می‌توانیم اثر افزایش دما را بر شکل گیری فازهای مایع اسپینی بررسی نماییم. در این شرایط حالت پایه شامل مجموعه‌ای از حالات مارپیچی^۱ گونه است که حلقه‌ای را حول نقاطی که در آن‌ها نظم نل شکل گرفته بود، تشکیل می‌دهند و مایع اسپینی حلقوی گونه نامیده می‌شود. حال اگر دما افزایش یابد مشاهده می‌شود که با افزایش افت و خیزهای دمایی، تعداد حالات تبهگن افزایش یافته و همان طور که در شکل مشخص است مرکز حلقه پوشیده شده و یک حالت پن‌کیک مانند ایجاد می‌شود که آن را مایع اسپینی پن‌کیک گونه می‌نامیم شکل ۳.

با رسم تابع ساختار در ناحیه اول بریلوین مشاهده می‌شود که حلقه‌های عنوان شده در قسمت قبل، حول نقطه Γ تشکیل می‌شوند که با افزایش مقدار J_2 تغییر شکل داده و از حالت حلقوی خارج می‌گردند. همان گونه که از شکل ۴ بر می‌آید به ازای مقادیر مختلف J_2 ، فازهای متفاوتی در دستگاه شکل می‌گیرند.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) شبکه الماسی و ناحیه اول بریلوئن آن.

اما برای ناحیه $\frac{1}{4} < \frac{J_2}{J_1} < \frac{1}{2}$ با افزایش دما ۴ نقطه حول $(k, 0, 0)$ بیشینه خواهند شد و در نهایت برای مقادیر بزرگ J_2/J_1 راستای $(k, 0, 0)$ به طور مشخص انتخاب می‌شوند.

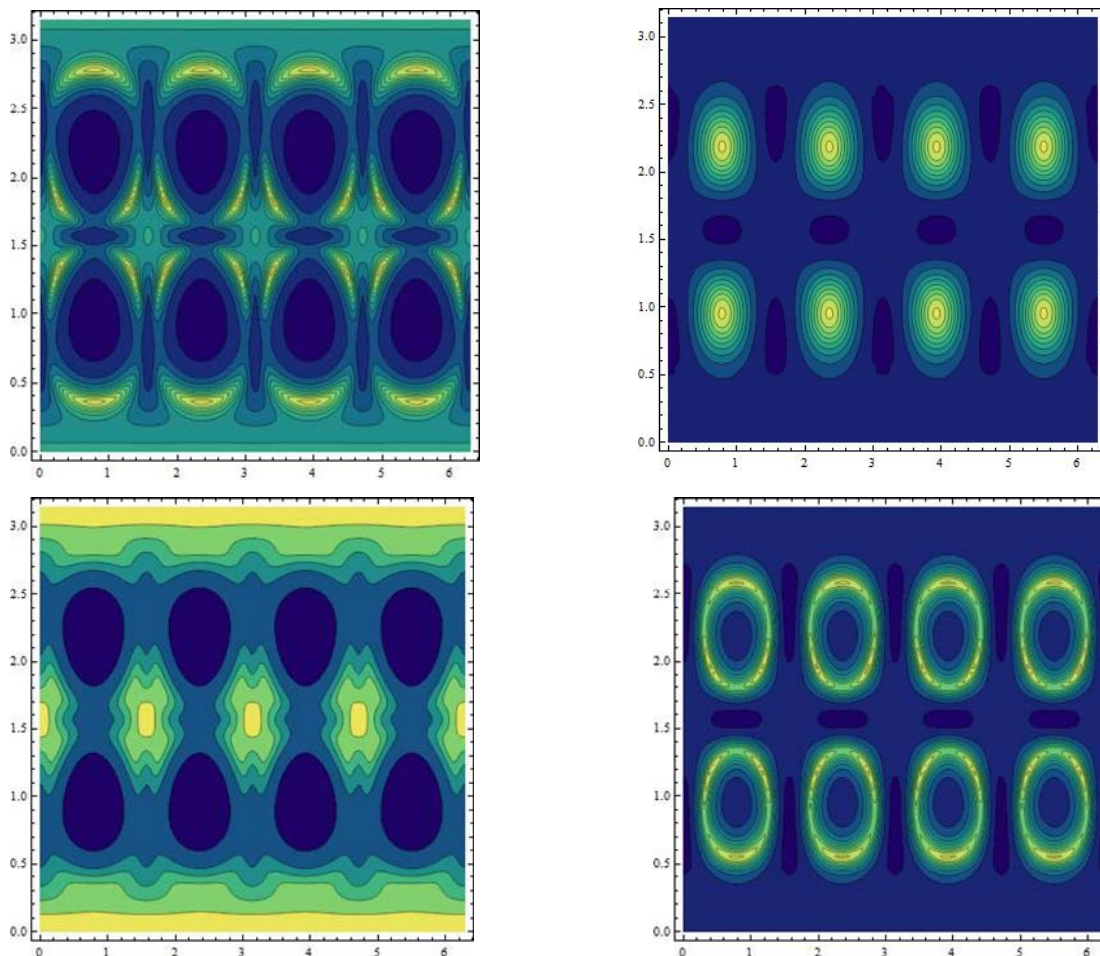
۵. نتیجه گیری

در تحقیق انجام شده تلاش کردیم اثر ناکامی را بر شکل‌گیری فازهای مختلف مایع اسپینی و چگونگی انتخاب حالت‌های مشخص در شبکه‌های لانه زنبوری و الماسی، با استفاده از روش خودسازگار گاوسی بررسی کنیم. در شبکه لانه زنبوری نشان دادیم در محدوده $J_2/J_1 < 1/6$ بیشینه شدن تابع ساختار نشان از پیدایش نظم در دستگاه دارد در حالی که به ازای افزایش J_2/J_1 به مقادیر بزرگ‌تر از $1/6$ این نظم ناپایدار شده و عدم واگرایی معادله خودسازگار تا دماهای پایین این مطلب را تأیید می‌کند. همان‌گونه که از نمودارهای شکل ۳ مشخص است در اثر ناکامی، برای مقادیر J_2/J_1 کمی بزرگتر از $1/6$ ، دو فاز مایع اسپینی حلقوی و پن‌کیک گونه شکل می‌گیرند. هم‌چنین در شبکه الماسی محدوده پایداری نظم نل به ازای مقادیر $J_2/J_1 < 1/8$ است و واگرایی شرط خودسازگاری و شکل‌گیری بیشینه‌ها در تابع ساختار نمایان‌گر ظهور نظم در شبکه خواهد بود. با افزایش J_2/J_1 ، عدم واگرایی معادله خودسازگار حاکی از عدم پیدایش نظم و ظهور پدیده ناکامی است. در ادامه اثر افت و خیزهای دمایی را بر انتخاب حالت‌های مشخص و رسیدن به نظم به عنوان اثر نظم به واسطه

شده و بیشینه شدن تابع ساختار در این حالت پیدایش نظم نل را تأیید می‌کند. اما با افزایش برهم‌کنش‌های رقابتی ملاحظه می‌شود که برای مقادیر $J_2/J_1 > 1/8$ ، شرط خودسازگاری تا دماهای بسیار پایین‌تر به طور مثال برای $J_2/J_1 = 0.15$ ، تا دماهای کمتر از 10^{-3} دارای جواب است بدین معنا که افزایش شدت برهم‌کنش‌های رقابتی در دستگاه موجب از بین رفتن نظم نل شده است.

در این جا با توجه به هندسه ناحیه اول بریلوئن، شکل‌گیری حالت‌های مختلف تابع ساختار را در مختصات کروی دنبال می‌کنیم و همان‌گونه که در شکل ۶ نمایش داده شده، این تابع را برحسب زوایای قطبی و سمتی رسم می‌نماییم. اثر افزایش افت و خیزهای دمایی وقوع پدیده نظم به واسطه بی‌نظمی را ممکن می‌سازد به طوری که در محدوده $\frac{1}{4} < \frac{J_2}{J_1} < \frac{1}{8}$ شاهد شکل‌گیری ۸ نقطه بیشینه در فضای کروی خواهیم بود. این نقاط در راستای (k, k, k) شکل می‌گیرند که درحقیقت همان نقاط L مشخص شده در شکل ۵ یعنی مراکز شش‌گوشی‌ها هستند. جالب است بدانیم چنانچه اثرات کوانتومی مورد بررسی قرار بگیرند، مشاهده می‌شود که در بخشی از این ناحیه اثر افت و خیزهای کوانتومی نمی‌توانند ناکامی را برداشته و تبهگنی را از بین ببرند [۷].

برای ناحیه $\frac{1}{4} < \frac{J_2}{J_1} < \frac{1}{2}$ ، در دماهای پایین شاهد شکل‌گیری حلقه‌های تخم مرغی شکل حول راستای (k, k, k) هستیم که با اثر افت و خیزهای دمایی، این حلقه‌ها جای خود را به ۶ نقطه‌ای می‌دهند که حول راستای (k, k, k) بیشینه‌اند.



شکل ۶. (الف) شکل‌گیری ۸ بیشینه در راستای (k, k, k) ، در دمای 0.05 و به ازای $\frac{1}{4} < \frac{J_2}{J_1} < \frac{1}{8}$ ، (ب) جهت‌گیری ۶ بیشینه حول راستای (k, k, k) در دمای 0.03 و برای $\frac{1}{4} < \frac{J_2}{J_1} < \frac{1}{2}$. (ج) انتخاب ۴ نقطه حول $(k, 0, 0)$ در دمای 0.1 برای ناحیه $\frac{1}{2} < \frac{J_2}{J_1}$. (د) برای $\frac{J_2}{J_1} = 0.85$ در دمای 0.2 ، راستای $(k, 0, 0)$ انتخاب می‌شود.

آغاز کردیم و نتایجی که از این روش به دست آمد به خوبی با نتایجی که از روش‌های دیگر [۳، ۴، ۷ و ۸] حاصل شده، قابل قیاس است.

بی‌نظمی مورد بررسی قرار دادیم و نشان دادیم به ازای مقادیر مختلفی از J_2/J_1 شاهد انتخاب راستاهای با تقارن بالای شبکه خواهیم بود. نکته قابل تأمل اینجاست که روش خودسازگار گاوسی را به سادگی با وارد کردن قید ثابت بودن اندازه اسپین

مراجع

3. S Okumura, H Kawamura, T Okubo, and Y Motomo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **79** (2010) 114705.
4. A Mulder, R Ganesh, L Capriotti, and A Paramekanti, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 214419.
5. F Mezzacapo and M Boninsegni, *Phys. Rev. B* **85**
1. J T Chalker, "Introduction to Frustrated Magnetism", edited by C Lacroix, p. Mendels and F Mila, Springer (2010).
2. P H Conlon, "Aspects of Frustrated Magnetism", PhD Thesis, University of Oxford (2010).

- W B Saunders Company, Philadelphia, Pennsylvania, (1966).
۱۴. ش پورمیری، «بررسی مدل های اسپینی پادفرومغناطیس به روش خودسازگار گاوسی در شبکه های مکعبی ساده، مکعبی مرکز سطحی، کاگومه و پایروکلر»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان (۱۳۹۲).
۱۵. پ فولده، ف پلمن، ای رونگه، مجله پژوهش فیزیک ایران، ۸، ۲ (۱۳۸۷) ۱۰۹.
۱۶. پ تالمایر، مجله پژوهش فیزیک ایران، ۸، ۲ (۱۳۸۷) ۱۱۰.
- (2012) 060402.
6. H Mosadeq, F shahbazi, and S A Jafari, *J. Phys. Condens Matter* **23** (2011) 226006.
7. J Bernier, M J Lawler, and Yong Beak Kim, *Phys. Rev. Lett.* **101**, (2008) 047201.
8. D Bergman, J Alicea, E Gull, S Trebest, and L Balents, *Nature Physics* **3** (2007) 487.
9. T Suzuky *et al.*, *J. Phys. Condens. Matter* **19** (2007) 145265.
10. J Villain, R Bidaux, J P Carton, and R Conte, *J. de Phys.* **41**(1980) 1263.
11. E Rastelli and A Tassi, *Journal of Physics C, Solid State Physics* **20** (1987) L303.
12. C L Henley, *Phys. Rev. Lett.* **62** (1989) 2056.
13. J S Smart, "Effectiv Field Theories of Magnetism",