

اثر برهم کنش های چهار اسپینی بر روی سیمای فاز مدل هایزنبورگ J_1-J_2 پادفرومغناطیس اسپین $3/4$ شبکه لانه زنبوری

فرزانه کشاورز و حمید مصدق

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

پست الکترونیکی: h-mosadeq@ph.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۲/۱۷؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۱/۲۸)

چکیده

در این تحقیق اثر برهم کنش های چهار اسپینی بین اسپین های همسایه اول و دوم شبکه لانه زنبوری بر روی سیمای فاز مدل هایزنبورگ پادفرومغناطیس اسپین $3/4$ با برهم کنش های دو اسپینی بین همسایه های اول و دوم مورد مطالعه قرار گرفته است برای نزدیک کردن مدل اسپینی مؤثر برای شبکه لانه زنبوری به مدل هابارد باید علاوه بر برهم کنش های دو اسپینی برهم کنش های چند اسپینی را نیز در نظر بگیریم. در این تحقیق اثر برهم کنش های چهار اسپینی بین اسپین های همسایه اول و دوم شبکه لانه زنبوری را بر روی سیمای فاز مدل هایزنبورگ پادفرومغناطیس اسپین $3/4$ با برهم کنش های دو اسپینی بین همسایه های اول و دوم مورد مطالعه قرار گرفته است. در ابتدا مدل به صورت کلاسیکی بررسی شده است. در سیمای فاز کلاسیکی علاوه بر نظم نل، ناحیه واگنی کلاسیک هم مشاهده شد. وجود این ناحیه در سیمای فاز به دلیل افزایش احتمال وجود فاز مایع اسپینی کوانتومی برای همین مقادیر از برهم کنش بسیار مهم است. برای بررسی اثر افت و خیزهای کوانتومی بر روی پایداری فازهای کلاسیک به دست آمده، از روش موج اسپینی خطی استفاده می شود. نتایج به دست آمده نشان می دهد که در ناحیه واگنی کلاسیک از سیمای فاز، وارد کردن افت و خیزهای کوانتومی باعث ایجاد نظم در دستگاه اسپینی می شود و حالت پایه منظم می شود.

واژه های کلیدی: مدل هایزنبورگ، نظم نل، واگنی کلاسیکی، مایع اسپینی کوانتومی

۱. مقدمه

برانگیختگی های اسپینی آن کسری است، فاز اسپین مایع کوانتومی گفته می شود [۲].

به تازگی مطالعه ای که با استفاده از روش مونت کارلوی کوانتومی انجام شده است، نشان می دهد که حالت پایه مدل هابارد نیمه پر بر روی شبکه لانه زنبوری در ناحیه ای از پارامترهای مدل اسپین مایع گاف دار است [۳]. در حد برهم کنش های روی جای گاهی قوی، مدل هابارد نیمه پر به

یافتن ناحیه هایی که نظم بلند برد ندارد در ابعاد بالاتر از یک و دمای صفر، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. علت این مطالعات وجود فازهای جذاب و جدید از قبیل برانگیختگی های کسری در بعضی مدل های اسپینی است [۱]. به این فاز که در آن هیچ یک از تقارن های شبکه شکسته نمی شود و

چهار اسپینی را بررسی می‌کنیم که تنها بین اسپین‌هایی که در نزدیک‌ترین همسایگی همدیگر قرار دارند برقرار می‌شود. با این قید، هامیلتونی اسپینی مؤثر به شکل زیر کاهش می‌یابد.

$$H = J_1 \sum S_i \cdot S_j + J_2 \sum S_i \cdot S_j + K_1 \sum_{\langle ij \rangle} \sum_{\langle ij \rangle'} (S_i \cdot S_j)(S_i' \cdot S_j'), \quad (2)$$

دو جمله اول برهم‌کنش‌های دو اسپینی بین اسپین‌های همسایه اول J_1 و همسایه دوم J_2 است و جمله سوم برهم‌کنش چهار اسپینی بین اسپین‌های همسایه اول K_1 است. اگر جمله برهم‌کنش اسپینی را به اسپین‌های همسایه دوم محدود کنیم باید جمله آخر را در هامیلتونی بالا تغییر دهیم.

$$H = J_1 \sum S_i \cdot S_j + J_2 \sum S_i \cdot S_j + K_2 \sum_{\langle ij \rangle} \sum_{\langle ij \rangle'} (S_i \cdot S_j)(S_i' \cdot S_j'), \quad (3)$$

که در این هامیلتونی K_2 معرف شدت این برهم‌کنش است. این برهم‌کنش‌ها در شکل ۱ مشخص شده‌اند. برای بررسی کلاسیکی مدل، بردارهای اسپین را برای زیرشبکه‌های شبکه لانه زنبوری تعریف می‌کنیم.

$$S_1(r) = S[\cos Q \cdot r] \hat{z} + \sin(Q \cdot r) \hat{x}, \quad (4)$$

$$S_2(r) = -S[\cos Q \cdot r + \varphi] \hat{z} + \sin(Q \cdot r + \varphi) \hat{x},$$

بردار اسپین S_1 برای زیرشبکه A و بردار اسپین S_2 برای زیرشبکه B تعریف شده است. Q بردار موج پیشروی اسپین‌های یک زیرشبکه، r مکان یاخته بسط و φ اختلاف فاز بین دو اسپین یک یاخته بسط است. با قرار دادن این روابط در هامیلتونی، انرژی به صورت تابعی از بردار موج و فاز به دست می‌آید:

$$\frac{E_{cl}}{N} = -\frac{J_1 S^2}{2} [\cos \varphi + \cos(\varphi - Q_b) + \cos(\varphi - Q_a - Q_b)] + J_2 S^2 [\cos(Q_a) + \cos(Q_b) + \cos(Q_a + Q_b)] + \frac{K_1 S^4}{2} [\cos \varphi + \cos(\varphi - Q_b) + \cos(\varphi - Q_a - Q_b)]^2 \quad (5)$$

و

$$\frac{E_{cl}}{N} = -\frac{J_1 S^2}{2} [\cos \varphi + \cos(\varphi - Q_b) + \cos(\varphi - Q_a - Q_b)] + J_2 S^2 [\cos Q_a + \cos(\varphi - Q_b) + \cos(Q_a - Q_b)] + \frac{K_2 S^4}{2} [\cos Q_a + \cos Q_b + \cos(Q_a - Q_b)]^2, \quad (6)$$

یک مدل اسپینی مؤثر به نام مدل هایزنبرگ تبدیل می‌شود [۴]. مهم‌ترین جملات در این هامیلتونی مؤثر بر روی شبکه لانه زنبوری برهم‌کنش‌های دو اسپینی بین اسپین‌های همسایه اول و دوم هستند. مطالعه مدل هایزنبرگ پادفرومغناطیس با برهم‌کنش‌های همسایه اول و دوم بر روی شبکه لانه زنبوری وجود یک ناحیه بدون نظم بلند برد را تایید می‌کند [۵-۸]. اما نقطه گذار از فاز نل به فازی که نظم اسپینی در آن از بین رفته است بر مقداری که از مدل هابارد نیمه پر به دست می‌آید منطبق نیست. این نتایج نشان می‌دهد که برای نزدیک کردن نقاط گذار، فاز مدل اسپینی مؤثر به مدل هابارد نیمه پر باید جملات دیگری هم به هامیلتونی مؤثر اضافه شود.

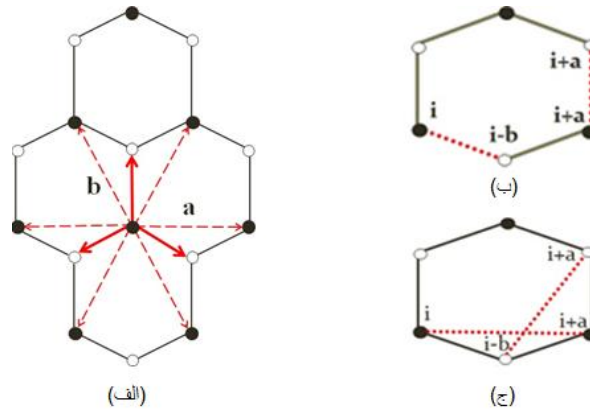
به دلیل تقارن $SU(2)$ مدل هابارد، یک مدل اسپینی مؤثر برای فاز عایق مات می‌تواند برحسب جملاتی از ضرب عملگرهای اسپین به دست آید.

$$H = \sum_{ij} J_{ij} (S_i \cdot S_j) + \sum_{ijkl} K_{ijkl} (S_i \cdot S_j)(S_k \cdot S_l) + \dots, \quad (1)$$

J_{ij} و K_{ijkl} به ترتیب نشان دهنده ثابت جفت شدگی برای برهم‌کنش‌های دو اسپینی و چهار اسپینی مختلف مدل است [۹]. هدف از این مقاله بررسی اثر برهم‌کنش‌های چهار اسپینی بر روی سیمای فاز مدل هایزنبرگ $J_1 - J_2$ پادفرومغناطیس اسپین $3/2$ بر روی شبکه لانه زنبوری است. این مطالعه در دمای صفر و بدون در نظر گرفتن افت و خیزهای گرمایی انجام می‌شود. در این مقاله، ابتدا مدل را به صورت کلاسیکی مطالعه می‌کنیم. مطالعه کلاسیکی مدل می‌تواند راهنمای ما برای یافتن فاز اسپین مایع در سیمای فاز مدل باشد. چون اسپین $3/2$ به اندازه کافی بزرگ نیست که بتوان از افت و خیزهای کوانتومی صرف نظر کرد، نظریه موج اسپینی خطی برای بررسی اثر افت و خیزهای کوانتومی بر روی حالت پایه کلاسیکی به کار گرفته می‌شود. در نهایت نمودار فاز بر حسب تغییرات ضریب جفت‌شدگی همسایه دوم و برهم‌کنش چهار اسپینی نمایش داده شده است.

۲. مدل و محاسبات

از بین تمام جملات برهم‌کنش چهار اسپینی در این مقاله ما اثر دو دسته را بررسی می‌کنیم. در مرحله اول جملات برهم‌کنش



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) شبکه حقیقی لانه زنبوری با بردارهای شبکه $\vec{a} = \hat{x}$ ، $\vec{b} = -\hat{x}/2 + (\sqrt{3}/2)\hat{y}$. در این شکل همسایه‌های اول با خط و همسایه‌های دوم با خط چین مشخص شده‌اند. (ب) برهم‌کنش دو اسپین بین اسپین‌های همسایه اول که با خط چین نشان داده شده‌اند. نه ساختار دیگر هم برای این برهم‌کنش وجود دارد. (ج) برهم‌کنش دو اسپین بین اسپین‌های همسایه دوم که با خط چین نشان داده شده‌اند. نه ساختار دیگر هم برای این برهم‌کنش وجود دارد.

این معادلات نشان می‌دهند که برای $J_\gamma/J_1 < (1/6) - (9K_1S^\gamma/4J_1)$ تنها $Q^* = (0,0)$ و Φ^* در معادله صدق می‌کند. به عبارت دیگر تنها این نقطه انرژی را کمینه می‌کند. با توجه به تعریف بردارهای اسپین در رابطه (۴)، این مقادارها معرف این است که از طرفی همه اسپین‌های یک زیر شبکه با هم، هم جهت هستند و از طرف دیگر اسپین‌های دو زیر شبکه در خلاف جهت هم دیگر منظم می‌شوند. به این آرایش نظم نل گفته می‌شود.

برای $J_\gamma/J_1 > (1/6) - (9K_1S^\gamma/4J_1)$ ، علاوه بر این جواب، تعداد نامحدودی از نقاط پیوسته نیز در معادله صدق می‌کنند. به ازای این مقادیر از برهم‌کنش نقطه $Q^* = (0,0)$ با مشتق دوم منفی است و بنابراین ناپایدار است ولی جواب‌های پیوسته با مشتق دوم مثبت، جواب‌های پایدار را تشکیل می‌دهند. به این ناحیه از فضای فاز که بی‌نهایت نقطه می‌تواند انرژی کلاسیکی را کمینه کنند ناحیه واگنی کلاسیکی گفته می‌شود. به عبارت دیگر، این جواب‌ها که همان مکان کمینه‌های انرژی هستند، یک منحنی پیوسته در منطقه اول بریلوئن ایجاد می‌کنند. این منحنی به صورت خطوط پیوسته در داخل منطقه اول بریلوئن، در داخل سیمای فاز (شکل ۲) مشخص شده‌اند. خطوط نقطه چین مرزهای ناحیه اول بریلوئن هستند.

همان طور که در داخل شکل دیده می‌شود این منحنی‌ها در داخل سیمای فاز به دو شکل مختلف ظاهر شده‌اند. برای ناحیه

که در این رابطه Q_a و Q_b بردارهای پایه شبکه لانه زنبوری هستند. برای یافتن وضعیت نسبی اسپین‌ها در حالت پایه باید این تابع را نسبت به این سه پارامتر کمینه کنیم. از این کمینه سازی‌ها برای هر یک از انرژی‌ها، یک دستگاه سه معادله و سه مجهول به دست می‌آید. با ترکیب نتایج دستگاه سه معادله و سه مجهول به دست آمده از هر انرژی و استفاده از روابط مثلثاتی به روابط زیر می‌رسیم.

$$\cos Q_a^* + \cos Q_b^* + \cos(Q_a^* + Q_b^*) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{J_1}{2J_\gamma + 2K_1S^\gamma} \right)^2 - 3 \right], \quad (7)$$

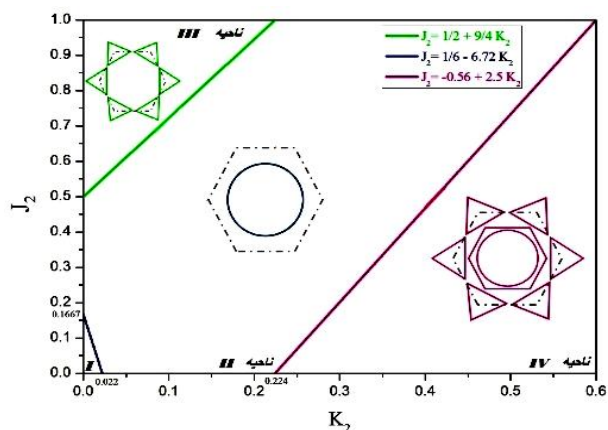
$$\sin \varphi^* = \left[\frac{2J_\gamma + 2K_1S^\gamma}{J_1} \right] \left[\sin Q_b^* + \sin(Q_a^* + Q_b^*) \right], \quad (8)$$

$$\cos \varphi^* = \left[\frac{2J_\gamma + 2K_1S^\gamma}{J_1} \right] \left[1 + \cos Q_b^* + \cos(Q_a^* + Q_b^*) \right],$$

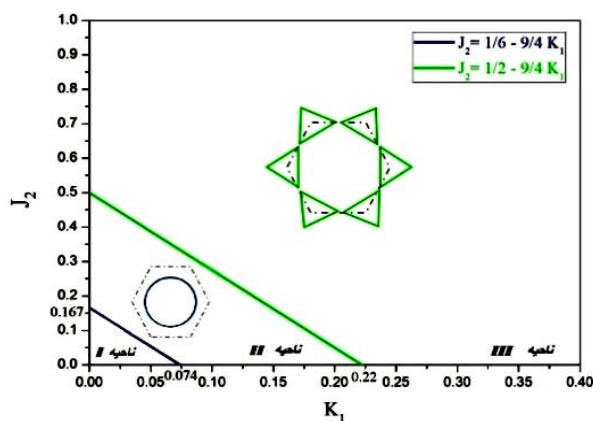
$$[\cos Q_a^* + \cos Q_b^* + \cos(Q_a^* + Q_b^*)] (6J_\gamma K_1 S^\gamma + 2J_1^\gamma) + [\cos Q_a^* + \cos Q_b^* + \cos(Q_a^* + Q_b^*)] (3K_1^\gamma S^\gamma + 2J_\gamma K_1 S^\gamma) + [\cos Q_a^* + \cos Q_b^* + \cos(Q_a^* + Q_b^*)] (2K_1^\gamma S^\gamma) = \frac{J_1^\gamma}{4} - 3J_1^\gamma, \quad (9)$$

$$\sin \varphi^* = \frac{2}{J_1} \left[1 + \cos Q_b + \cos(Q_a + Q_b) \right] \left[J_\gamma + K_1 S^\gamma (\cos Q_a + \cos Q_b + \cos(Q_a + Q_b)) \right], \quad (10)$$

$$\cos \varphi^* = \frac{2}{J_1} \left[1 + \cos Q_b + \cos(Q_a + Q_b) \right] \left[J_\gamma + K_1 S^\gamma (\cos Q_a + \cos Q_b + \cos(Q_a + Q_b)) \right],$$



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار فاز انرژی کلاسیکی مدل $J_2 - K_2 - J_1$ ، این نمودار از چهار ناحیه تشکیل شده است.



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار فاز انرژی کلاسیکی مدل $J_2 - J_1 - K_1$ ، این نمودار از سه ناحیه تشکیل شده است که ناحیه اول دارای نظم نل است. ولی خارج از این ناحیه نظم خاصی وجود ندارد و سیستم دارای واگنی کلاسیکی است که شکل این محیط‌های واگن در هر ناحیه در منطقه اول بریلوئن نشان داده شده است.

ارجحیت نداشته باشد. با بیان دیگر اسپین‌ها تقارن $SU(2)$ را حفظ می‌کنند. البته در سیمای فاز کلاسیکی ما نواحی مختلف را از هم جدا کرده‌ایم و در ادامه نشان خواهیم داد که افت و خیز کوانتومی در این نواحی نظم‌های اسپینی مختلف ایجاد می‌کنند.

این محاسبات نشان می‌دهند که علاوه بر برهم‌کنش همسایه دوم که باعث ناکامی مدل در یافتن حالت پایه می‌شود، یک برهم‌کنش چهار اسپینی ضعیف نیز باعث از بین رفتن نظم نل بر روی شبکه لانه زنبوری می‌شود. هم چنین، از مقایسه هر دو شکل می‌توان دید که حتی اثر برهم‌کنش چهار اسپینی با اسپین‌های همسایه دوم از اثر برهم‌کنش چهار اسپینی با اسپین‌های همسایه اول قوی‌تر است.

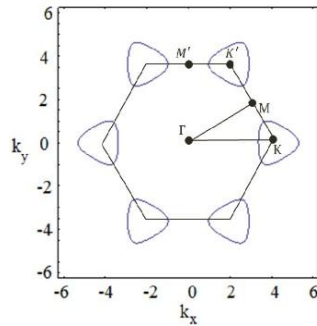
در ادامه برای بررسی تصحیحات کوانتومی روی سیمای فاز کلاسیکی از نظریه موج اسپینی هولشتاین - پریماکوف استفاده می‌کنیم [۱۰]. برای این که در همه ناحیه‌های فضای فاز اسپین‌ها هم‌جهت باشند، با توجه به مقدار Q به دست آمده در هر ناحیه، اسپین‌ها را حول محور γ می‌چرخانیم.

$$\begin{pmatrix} S_{j,x}^\alpha \\ S_{j,y}^\alpha \\ S_{j,z}^\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_j^\alpha & \circ & \sin \theta_j^\alpha \\ \circ & 1 & \circ \\ -\sin \theta_j^\alpha & \circ & \cos \theta_j^\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{S}_{j,x}^\alpha \\ \tilde{S}_{j,y}^\alpha \\ \tilde{S}_{j,z}^\alpha \end{pmatrix}, \quad (11)$$

در شکل ۲، این نقاط یک محیط بسته حول نقطه $\Gamma = (0,0)$ تشکیل می‌دهند. اما برای ناحیه III این حالت‌های تبهگن حول نقاط K یا K' یک محیط بسته تشکیل می‌دهند. ما با محاسبه این منحنی‌ها در نقاط مختلف سیمای فاز مرز بین این دو ناحیه را پیدا کرده‌ایم.

در سیمای فاز شکل ۳، ناحیه واگنی کلاسیک برای مقادیر $J_2/J_1 > (1/6) - 6.72 K_2 S^2 / J_1$ اتفاق می‌افتد. در این ناحیه از سیمای فاز، علاوه بر دو حالت قبلی، یک شکل جدید هم ایجاد شده است (ناحیه IV از شکل ۳). در این ناحیه، مکان کمینه‌های انرژی در فضای تکانه، سه دسته منحنی ایجاد کرده است. البته مقایسه این سه دسته کمینه انرژی نشان می‌دهد که انرژی منحنی‌های دایره‌ای حول نقطه گاما از بقیه کمتر است. پس در ادامه تنها همین منحنی‌ها را در نظر می‌گیریم.

وقتی که مسئله به صورت کلاسیکی مطالعه می‌شود، سیمای فاز تنها دارای دو ناحیه است. ناحیه اول ناحیه‌ای است که فقط یک نقطه انرژی مدل را کمینه می‌کند و این مقدار نیز نشان دهنده نظم نل در حالت پایه مدل است. در ناحیه بعدی بی‌نهایت نقطه که بر روی منحنی کمینه انرژی قرار دارند انرژی را کمینه می‌کنند و اسپین‌ها می‌توانند با آنها جهت‌گیری کنند. این مطلب باعث می‌شود که برای اسپین‌ها هیچ راستایی



شکل ۵. نمایش انرژی کمینه کلاسیکی مدل $J_1 - J_2 - K_1$ به ازای $K_1 = 0.2$ و $J_2 = 0.2$. با توجه به شکل نقاط بسیاری انرژی را کمینه می‌کنند و این نقاط تشکیل محیط‌های مثلثی شکل در منطقه اول بریلوئن می‌دهند.

$$D_k = \frac{J_1}{4} [(\cos \phi + 1) + (\cos(\phi - Q_b) + 1)e^{-ik_b}] + (\cos(\phi - Q_b - Q_a) + 1)e^{-i(k_a + k_b)} + K_1 S^\dagger [\cos \phi + \cos(\phi - Q_b) + \cos(\phi - Q_b - Q_a)] \times [(\cos \phi + 1) + (\cos(\phi - Q_b) + 1)e^{-ik_b} + (\cos(\phi - Q_b - Q_a) + 1)e^{-i(k_a + k_b)}]. \quad (17)$$

باید ماتریس M_k قطری شود و ویژه مقادیر آن را به دست آوریم. برای این کار از تبدیلات بوگولیوبوف-ولتین استفاده می‌کنیم.

در نتیجه انرژی حالت پایه به صورت زیر داده می‌شود

$$E_{qu} = E_{cl} + 2S \sum_{k>0} [\lambda_-(k) + \lambda_+(k) - 2A_k], \quad (18)$$

که ویژه مقادیر $\lambda_{\pm}(k)$ به صورت زیر است

$$\lambda_{\pm}(k) = \sqrt{\alpha_k \pm \beta_k}, \quad (19)$$

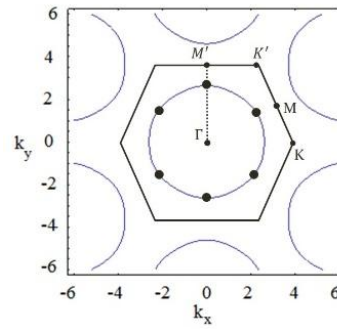
و α_k و β_k به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\alpha_k = A_k^\dagger - C_k^\dagger + |B_k|^\dagger - |D_k|^\dagger \quad (20)$$

$$\beta_k = \sqrt{4|A_k B_k - C_k D_k|^2 + (D_k B_k^* - B_k D_k^*)^2}.$$

در ناحیه نل، مقدار Q و Φ مشخص و یکتا است و می‌توان با رابطه ۱۸ تا ۲۰ انرژی حالت پایه و برانگیختگی‌های مدل را حساب کرد. اما در ناحیه واگنی کلاسیک مدل، انرژی حالت پایه بر روی منحنی قرار می‌گیرد که از محاسبات قسمت کلاسیک دست آمد. اگر مقدار انرژی کوانتومی حالت پایه را بر روی این منحنی‌های کلاسیک بررسی کنیم می‌بینیم که انرژی برای مقادیر خاصی کمینه دارد.

در شکل ۴ و ۵ این نقاط کمینه بر روی منحنی‌های واگنی



شکل ۴. نمایش نقاطی که به وسیله موج اسپینی از محیط دایره‌های شکل در مدل $J_1 - J_2 - K_1$ به ازای $K_1 = 0.1$ و $J_2 = 0.1$ انتخاب شده‌اند (دایره‌های کوچک توپر روی محیط دایره).

که $\theta_j = Q.r_j + \phi$ و $\theta_j = Q.r_j$ است. حال با استفاده از تبدیلات هولشتین-پریماکوف خطی می‌توان هامیلتونی بوزونی مربعی به دست آورد. با تعریف $\psi_k^\dagger = (C_k^\dagger, d_k^\dagger, C_{-k}, d_{-k})$ هامیلتونی به شکل ماتریسی زیر می‌نویسیم

$$H_{qu} = E_{cl} + 2S \sum_{k>0} [\psi_k^\dagger M_k \psi_k - 2A_k], \quad (21)$$

جمله $-2A_k$ از روابط جابه‌جایی حاصل شده است و ماتریس هامیلتونی M_k که ماتریس ضرایب نام دارد، یک ماتریس 4×4 به شکل زیر است

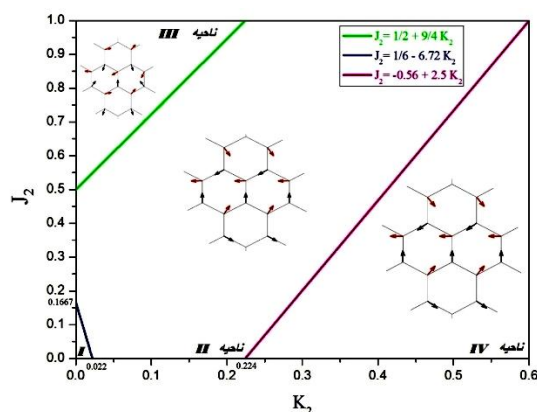
$$M_k = \begin{pmatrix} A_k^* & B_k & C_k^* & D_k \\ B_k^* & A_k & D_k^* & C_k \\ C_k^* & D_k & A_k & B_k \\ D_k^* & C_k & B_k^* & A_k \end{pmatrix}, \quad (22)$$

که عناصر ماتریس بالا به صورت زیر هستند

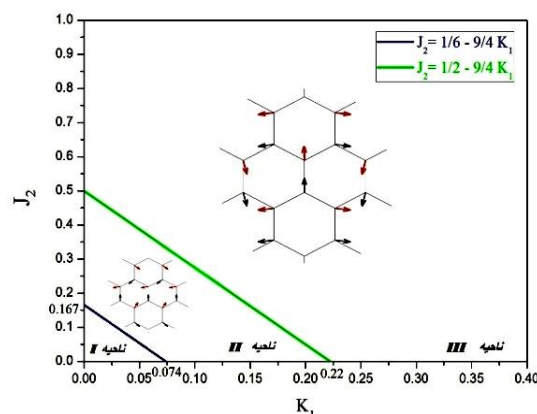
$$A_k = \frac{J_1}{4} [\cos \phi + \cos(\phi - Q_b) + \cos(\phi - Q_b - Q_a)] - \frac{J_2}{4} [\cos Q_a + \cos Q_b + \cos(Q_a + Q_b)] + \frac{J_2}{4} [(\cos Q_a + 1) \cos k_a + (\cos Q_b + 1) \cos k_b + (\cos(Q_a + Q_b) + 1) \cos(k_a + k_b)] + 2K_1 S^\dagger [\cos \phi + \cos(\phi - Q_b) + \cos(\phi - Q_b - Q_a)]^\dagger, \quad (23)$$

$$B_k = \frac{J_1}{4} [(\cos \phi - 1) + (\cos(\phi - Q_b) - 1)e^{-ik_b}] + (\cos(\phi - Q_b - Q_a) - 1)e^{-i(k_a + k_b)} + K_1 S^\dagger [\cos \phi + \cos(\phi - Q_b) + \cos(\phi - Q_b - Q_a)] \times [(\cos \phi - 1) + (\cos(\phi - Q_b) - 1)e^{-ik_b} + (\cos(\phi - Q_b - Q_a) - 1)e^{-i(k_a + k_b)}], \quad (24)$$

$$C_k = \frac{J_2}{4} [(\cos Q_a - 1) \cos k_a + (\cos Q_b - 1) \cos k_b + (\cos(Q_a + Q_b) - 1) \cos(k_a + k_b)], \quad (25)$$



شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایش نظم اسپینی در نواحی مختلف نمودار فاز مدل $J_1 - J_2 - K_2$.



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایش نظم اسپینی در نواحی مختلف نمودار فاز مدل $J_1 - J_2 - K_1$.

چرخش اسپین‌های زیرشبکه اول به اندازه Φ تعیین کنیم. در شکل ۶ و ۷ این نظم‌ها برای حالت پایه نواحی مختلف، برای هر دو هامیلتونی رسم شده است.

در ناحیه‌ای که شکل منحنی واگنی کلاسیکی به صورت دایره‌ای بوده است، اسپین‌های روی یک زیرشبکه در راستای مسیرهای زیگزاک افقی نسبت به هم هیچ پیچشی ندارند چون برای رسم این سیمای فاز خط $\Gamma - M'$ انتخاب شده است که در راستاری محور y قرار دارد و Q_x برای آن صفر است. اگر یکی دیگر از خطوط $\Gamma - M'$ نیز انتخاب شود تنها مسیر زیگزاکی که جهت اسپین‌ها روی آن پیچش ندارد تغییر می‌کند. پس در این ناحیه فازی داریم که تنها اسپین بین مسیرهای زیگزاک موازی پیچش یافته است. میزان این پیچش از مقدار صفر نقطه Γ برای مزر بین ناحیه نل شروع می‌شود و تا مقدار نقطه‌ای M ادامه می‌یابد.

بعد از این ناحیه، در ناحیه‌ای که منحنی واگنی کلاسیک به صورت منحنی‌های بسته حول نقطه K تبدیل می‌شود، نقطه‌ای که انرژی را کمینه می‌کند نقطه‌ای بر روی مرز ناحیه اول بریلوئن است. بنابراین هر دو مولفه بردار پیچش Q غیر صفر هستند. در این حالت اسپین‌ها در هر دو راستا نسبت به هم دوران دارند.

۳. نتایج

محاسبات نشان می‌دهد که مقادیر کوچک برای محاسبات چهار

کلاسیک مشخص شده‌اند. با توجه به تقارن موجود در منطقه اول بریلوئن شبکه لانه زنبوری، برای یک مجموعه از برهم‌کنش‌ها، چندین نقطه به عنوان کمینه بر روی منحنی واگنی کلاسیک به دست می‌آید که این نقاط با هم معادل هستند و نظم مشابهی برای اسپین‌ها روی شبکه لانه زنبوری ایجاد می‌کنند. در ناحیه‌ای که منحنی واگنی کلاسیک حول نقطه Γ است، با تغییر شدت برهم‌کنش‌ها نقاط کمینه به دست آمده از مقدار Γ تا نقطه M تغییر می‌کند و برای نواحی که منحنی واگنی کلاسیک حول نقطه K است این نقاط کمینه از M تا K تغییر می‌کنند. این محاسبات نشان می‌دهد که بعد از وارد کردن افت و خیزهای کوانتومی با استفاده از محاسبات موج اسپینی از مجموعه همه نقاطی که انرژی کلاسیکی را کمینه می‌کنند یکی از آنها انتخاب می‌شود. این انتخاب یکتا از منحنی واگنی کلاسیک، باعث می‌شود اسپین‌ها با یک جهت‌گیری معین انرژی حالت پایه را کمینه کنند. به این پدیده که افت و خیز در دستگاه نظم ایجاد می‌کند، ایجاد نظم توسط بی‌نظمی می‌گویند.

برای تعیین جهت‌گیری اسپین‌ها بر روی شبکه برای هر مقدار Q و Φ ، ابتدا جهت یک اسپین روی یکی از زیرشبکه‌ها را در جهت محور Z در نظر می‌گیریم. جهت بقیه اسپین‌های این زیرشبکه با استفاده از رابطه $Q \cdot \mathbf{r}$ تعیین می‌شود. این رابطه به راحتی میزان پیچش اسپین‌ها را مشخص می‌کند. اگر اختلاف فاز بین دو اسپین یک زیرشبکه را برای این ناحیه حساب کنیم می‌توانیم جهت‌گیری اسپین‌ها روی زیر شبکه دیگر را با

تقارن اسپینی برای این مقدار موج اسپین می‌شود. در این حالت اسپین‌ها با نظم مشخصی نسبت به هم پیچیده شده‌اند و به همین دلیل به این نظم پیچشی گفته می‌شود. بنابراین، محاسبات این مقاله نشان می‌دهد که در تمام سیمای فاز حالتی بدون نظم اسپینی وجود ندارد و بنابراین در مدل اسپینی که انتخاب شده است مایع اسپین کوانتومی وجود ندارد. البته ممکن است حالت‌های پایه کوانتومی وجود داشته باشد که انرژی آنها کمتر از انرژی حالت پایه با نظم پیچشی باشد ولی تقارن $SU(2)$ اسپین‌ها را نیز حفظ کنند. برای اطمینان از وجود یا عدم وجود حالت مایع کوانتومی اسپینی باید انرژی این حالت‌ها را نیز بررسی کنیم.

اسپینی باعث می‌شود که تعداد بی‌نهایت جهت‌گیری برای بردار اسپین کلاسیک می‌تواند انرژی حالت پایه مدل را کمینه کند. این مطلب باعث می‌شود که در این ناحیه تقارن $SU(2)$ بردار اسپین حفظ شود. این عدم شکست تقارن به معنای بی‌نظمی بردارهای اسپینی در حالت پایه است. این ناحیه می‌تواند گزینه مناسبی برای یافتن حالت مایع اسپینی کوانتومی باشد. در این مقاله نشان داده‌ایم که وارد کردن افت و خیز کوانتومی در محاسبات حالت پایه با استفاده از عملگرهای هولشتاین-پریماکوف، باعث می‌شود که انرژی کوانتومی حالت پایه تنها برای مقادیر مشخصی از بردار موج پیچشی Q کمینه شود. این پدیده کوانتومی باعث از بین رفتن واگنی حالت پایه و شکستن

مراجع

1. A Y Kitaev, *Ann. Phys.*, **303**, (2003) 2.
2. L Balents, *Nature*, **404**, (2010) 199.
3. Z Y Meng, *et.al.*, *Nature*, **88**, (2010) 487.
4. P Fazekas, "Magnetism and electron correlations in strongly correlated systems," Word scientific (2010).
5. B K Clark, D A Abanin and S L Sondhi, *Phys. Rev. Lett.*, **107**, (2011) 087204.
6. A Mattsson., P Frojdh, and T Einarsson, *Eur. Phys. J.*
7. H Mosadeq, F Shahbazi and S A Jafari, *J. Phys. Cond. Mat.*, **23**, (2011) 226006.
8. A Mulder, R Ganesh, L Capriotti, and A Paramekanti, *Phys. Rev. B*, **81**, (2010) 214419.
9. H Y Yang., *New J. Phys.*, **14**, (2012) 115027.
10. T Holstein and H Primakoff, *Phys. Rev.*, **58**, (1940) 1098.