

بررسی برهم کنش کائون- دوترون و ساختار تشدید $\Lambda(1405)$ با استفاده از روش فدیف

سجاد مرّی^۱، سید ظفراله کلانتری^۱ و جعفر اسماعیلی^۲

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

پست الکترونیکی: jesmaili@ph.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۱۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۰۲/۱۵)

چکیده

در این مقاله با استفاده از روش فدیف نسبیتی و غیرنسبیتی برای پتانسیل‌های مختلف پدیده‌شناختی و کایرال، برهم کنش کائون- دوترون در تکانه فرودی $1 \text{ GeV}/c$ را مورد بررسی قرار داده‌ایم. با محاسبه طیف‌های جرم ناوردای $\pi\Sigma$ در کانال‌های ذره‌ای مختلف، نشان داده‌ایم که ردپای تشدید $\Lambda(1405)$ در چنین طیف‌هایی قابل مشاهده است. در کار حاضر از مطالعه برهم کنش کائون- دوترون، برای شناخت بهتر برهم کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ و ماهیت تشدید $\Lambda(1405)$ استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: $\Lambda(1405)$ ، برهم کنش $\bar{K}N$ ، هسته‌های کائونی و روش فدیف

۱. مقدمه

حباب هیدروژن که در معرض باریکه کائونی $1/15 \text{ GeV}/c$ قرار گرفته بود، در سال ۱۹۶۱ کشف شد [۴]. ساختار تشدید $\Lambda(1405)$ به طور گسترده‌ای در فیزیک هسته‌ای و هادرونی شگفت مورد بحث و بررسی قرار گرفته است [۵] و [۶]. با بهبود ابزارهای اندازه‌گیری و توسعه مدل‌های نظری مقادیر متفاوتی برای جرم این ذره تشدید حول مقدار 1405 MeV و پهنایی در گستره $90-20 \text{ MeV}$ گزارش شده است [۱]. تشدید $\Lambda(1405)$ را به سختی می‌توان یک حالت سه کوارکی در نظر گرفت و با مدل‌های سه کوارکی مورد بررسی قرار داد [۷]. اخیراً ذرات تشدید $\Lambda(1405)$ مورد سؤال واقع

اخیراً مطالعه ساختار تشدید باریونی $\Lambda(1405)$ به یکی از موضوعات مهم در فیزیک هادرونی شگفت تبدیل شده است. تشدید $\Lambda(1405)$ یک باریون با پاریتته منفی، اسپین $S = \frac{1}{2}$ ، ایزواسپین $I = 0$ و شگفتی $S = -1$ است [۱]. این تشدید پایین‌تر از آستانه $\bar{K}N$ (تقریباً -27 MeV) قرار گرفته و تحت برهم کنش قوی به کانال $\pi\Sigma$ واپاشی می‌کند. وجود تشدید $\Lambda(1405)$ ابتدا در سال ۱۹۵۹ به صورت نظری و بر اساس داده‌های تجربی مربوط به طول پراکندگی $\bar{K}N$ پیش‌بینی شد [۲ و ۳]. در ادامه، $\Lambda(1405)$ به صورت قلّه پهنی در طیف جرم ناوردای $(\Sigma\pi)^0$ ناشی از برهم کنش

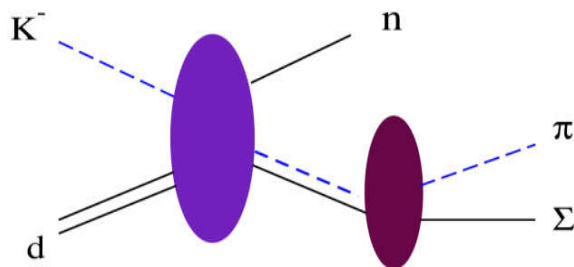
خواهد گرفت. عمق پتانسیل اپتیکی در کانال $\bar{K}N$ از حاصل ضرب دامنه پراکندگی $\bar{K}N$ در چگالی هسته‌ای به دست می‌آید، بنابراین پتانسیل‌های اپتیکی پدیده شناختی عمق بیشتری نسبت به پتانسیل‌های مبتنی بر نظریه کایرال خواهند داشت. درک درست از ساختار تشدید $\Lambda(1405)$ مستلزم شناخت دقیق‌تری از برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ است. از آنجایی که این تشدید پایین‌تر از آستانه K^-p قرار دارد و در حال حاضر به لحاظ فنی امکان برهم‌کنش مستقیم $\pi + \Sigma$ به صورت تجربی وجود ندارد، معمولاً برای مطالعه تشدید $\Lambda(1405)$ از برهم‌کنش‌هایی که ذرات پایون و سیگما در محصولات نهایی آنها ظاهر می‌شود، استفاده می‌کنند [۴ و ۷]. در واقع در این برهم‌کنش‌ها می‌توان محاسبات دینامیکی دقیق را انجام داد و تأثیر مدل‌های برهم‌کنشی مختلف $\bar{K}N$ را بر روی شکل واقعی تشدید $\Lambda(1405)$ مورد بررسی قرار داد.

تاکنون آزمایش‌های متعددی به منظور درک صحیح از برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ انجام شده است. برای مثال آزمایش LEPS [۱۸] $(\gamma + p \rightarrow K^+ + \Lambda)$ در آزمایشگاه Spring-۸، یا آزمایش CLAS [۱۹] $(\gamma + p \rightarrow K^+ + \pi + \Sigma)$ در JLab و آزمایش HADES [۲۰] $(p + p \rightarrow K^+ + \pi^\pm + \Sigma^\mp + p)$ در GSI را می‌توان نام برد. یکی از برهم‌کنش‌هایی که می‌تواند در مطالعه تشدید $\Lambda(1405)$ مفید باشد، برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma n$ است. اولین محاسبات فدیف برای برهم‌کنش K^-d در مرجع [۲۱] انجام شد. در ادامه، این محاسبات برای در نظر گرفتن سهم ناشی از کانال‌های هایپرونی تکرار شد. توکر و همکاران برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi^- \Lambda p$ را با استفاده از رویکرد فدیف مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه برای سیستم جفت شده $\bar{K}N - \pi\Sigma$ از پتانسیل جداپذیر که با استفاده از داده‌های موجود در آن زمان در دسترس بود، استفاده شد. آنها نشان دادند که سطح مقطع کل و کشسان K^-d مستقل از نوع برهم‌کنش هایپرونی YN است [۲۲]. به منظور استخراج داده‌های تجربی دقیق‌تری از برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma n$ ، آزمایش E۳۱ در J-PARC (شکل ۱) برای کائون‌های با تکانه $1 \text{ GeV}/c$ در حال

شده است. فرض معمول بر این است که تشدید $\Lambda(1405)$ را به صورت یک تشدید در کانال $\Sigma\pi$ و حالت شبه مقیدی از سیستم $\bar{K}N$ با ایزواسپین $I=0$ در نظر بگیرند [۸ و ۹]. در مقابل این تصویر پدیده شناختی برای تشدید $\Lambda(1405)$ ، در چارچوب نظری کاملاً متفاوتی و بر اساس نظریه دینامیکی کایرال $SU(3)$ ، یک ساختار دو قطبی برای توصیف حالت تشدید $\Lambda(1405)$ ارائه شده است [۱۰ - ۱۶]. توصیف دو قطبی ساختار $\Lambda(1405)$ بر اساس نظریه دینامیکی کایرال، اولین بار توسط جیدو و همکاران ارائه شد [۱۰]. تاکنون پتانسیل‌های مختلفی به صورت پدیده شناختی [۸] و یا مبتنی بر نظریه دینامیکی کایرال [۱۴] برای توصیف داده‌های پراکندگی $\bar{K}N$ و جرم و پهنای تشدید $\Lambda(1405)$ ارائه شده است. اگر چه پتانسیل‌های پدیده شناختی و کایرال در باز تولید داده‌های پراکندگی کائون-نوکلئون در بالای آستانه سازگاری خوبی دارند، ولی رفتار این دو مدل در انرژی‌های پایین‌تر از آستانه جرمی $\bar{K}N$ بسیار متفاوت است. در بعضی از پتانسیل‌ها تشدید $\Lambda(1405)$ دارای ساختار تک قطبی است، و قطب آن در حوالی انرژی 1405 MeV قرار دارد [۱۷]. این قطب به عنوان یک حالت شبه مقید در کانال $\bar{K}N$ در نظر گرفته می‌شود؛ در حالی که در بعضی از مدل‌های برهم‌کنشی، این تشدید باریونی دو قطب انرژی دارد. یکی از قطب‌ها در انرژی بالاتر از 1420 MeV ، و دیگری به صورت قله‌ای پهن بالاتر از آستانه $\pi\Sigma$ قرار می‌گیرد [۱۴].

این تفاوت در ساختار قطب‌ها، از خواص متفاوت مدل‌های برهم‌کنشی بر روی لاک انرژی^۱ نشأت می‌گیرد. در مدل کایرال برهم‌کنش $\bar{K}N$ باید وابسته به انرژی باشد، زیرا کائون یک بوزون نامبو-گلدستون است و برهم‌کنش $\bar{K}N$ در حالت موج s به مشتق زمانی میدان کائون وابسته است، بنابراین پتانسیل به طور خطی با انرژی کائون تغییر می‌کند. چون پتانسیل وابسته به انرژی جاذبه کمتری در نواحی زیر آستانه $\bar{K}N$ دارد، بنابراین قطب انرژی پتانسیل کایرال در انرژی‌های بالاتری نسبت به پتانسیل‌های مستقل از انرژی قرار

۱. On-shell energy

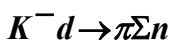


شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) طرح‌واره برهم‌کنش کائون و دوترون. با اندازه‌گیری طیف جرم گمشده نوترون خروجی، اطلاعات مفیدی در مورد تشدید $\Lambda(1405)$ به دست می‌آید.

جدول ۱. زیر سیستم‌های دو ذره‌ای مربوط به اندیس‌های مختلف ذره‌ای و فدیف. کانال‌های ایزواسپینی هر کدام از این زیر سیستم‌ها نیز نشان داده شده است.

| i/α | $1(\bar{K}, N, N)$ | $2(\pi, \Sigma, N)$ | $3(\pi, N, \Sigma)$ |
|------------|--------------------|---|--|
| ۱ | $NN_{I=0,1}$ | $\Sigma N_{I=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ | $N\Sigma_{I=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ |
| ۲ | $\bar{K}N_{I=0,1}$ | $\pi N_{I=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ | $\pi\Sigma_{I=0,1}$ |
| ۳ | $\bar{K}N_{I=0,1}$ | $\pi\Sigma_{I=0,1}$ | $\pi N_{I=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ |

۲. معادلات فدیف AGS برای برهم‌کنش



معادلات فدیف در شکل AGS و با در نظر گرفتن جفت‌شدگی بین کانال‌های $\bar{K}N$ و $\pi\Sigma$ به صورت زیر است [۲۴-۲۷]:

$$U_{ij}^{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} (1 - \delta_{ij}) (G_0^\alpha)^{-1} + \sum_{k,\gamma=1}^3 (1 - \delta_{ik}) T_k^{\alpha\gamma} G_0^\gamma U_{kj}^{\gamma\beta}, \quad (1)$$

در این رابطه عملگرهای $U_{ij}^{\alpha\beta}$ توصیف‌کننده فرایندهای کشسان و بازآرایی‌مانند $i^\alpha + (j^\alpha k^\alpha) \rightarrow j^\beta + (k^\beta i^\beta)$ هستند. اندیس‌های $i, j, k = 1, 2, 3$ همان اندیس‌های فدیف هستند که به طور همزمان نشان‌دهنده ذره ناظر و زوج ذره برهم‌کنشی هستند، در حالی که اندیس‌های ذره‌ای $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ نشان‌دهنده کانال‌های ذره‌ای هستند. عملگر G_0^α در معادلات فدیف (۱) تابع گرین سیستم سه‌جسمی است. اندیس‌های ذره‌ای و فدیف همراه با زیر سیستم‌های متناظر در جدول ۱ ارائه شده است.

انجام است [۲۳] که طیف جرمی $\pi\Sigma$ در کانال‌های ذره‌ای مختلف به دست خواهد آمد. برای درک بهتر نتایج آزمایش مذکور، انجام تحلیل‌های نظری می‌تواند مفید واقع شود. در این مقاله با استفاده از روش فدیف نسبی و غیرنسبی به مطالعه برهم‌کنش کائون-دوترون در تکانه فرودی $p_{\bar{K}}^{lab} = 1 \text{ GeV}/c$ که در آزمایش E۳۱ در J-PARC در حال انجام است، خواهیم پرداخت.

در این محاسبات برای توصیف برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ از پتانسیل‌های مختلفی استفاده شده است. از آنجا که برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ هم با استفاده از مدل‌های کایرالی و هم با استفاده از مدل‌های پدیده‌شناختی مورد بررسی قرار گرفته است، در کار حاضر از هر دو مدل استفاده خواهیم کرد و طیف جرمی $\pi\Sigma$ را برای کانال‌های ذره‌ای مختلف مورد محاسبه قرار خواهیم داد. بنابراین در بخش ۲ به معرفی معادلات فدیف برای سیستم سه جسمی $K^- d$ خواهیم پرداخت و در بخش ۳ برهم‌کنش‌های دو جسمی که ورودی‌های مسئله هستند، را معرفی خواهیم کرد. در بخش ۴ نتایج حاصل از کار حاضر را ارائه خواهیم کرد و در نهایت در بخش ۵ جمع بندی ارائه خواهد شد.

زیر در بیاوریم [۲۵]:

$$X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = \left\langle g_{i,I_i}^\alpha | G_\alpha^\alpha U_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} G_\beta^\beta | g_{j,I_j}^\beta \right\rangle, \quad (6)$$

$$Z_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} Z_{ij,I_i I_j}^\alpha = \delta_{\alpha\beta} (1 - \delta_{ij}) \left\langle g_{i,I_i}^\alpha | G_\alpha^\alpha | g_{j,I_j}^\alpha \right\rangle, \quad (7)$$

در نهایت با قرار دادن ماتریس‌های دامنه گذار دو و سه ذره‌ای جدید و پتانسیل مؤثر $Z_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta}$ در معادلات فدیف (۱)،

معادلات عملگری زیر به دست خواهند آمد:

$$X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} Z_{ij,I_i I_j}^\alpha + \sum_{k=1}^3 \sum_{\gamma=1}^3 \sum_{I_k} Z_{ik,I_i I_k}^\alpha \tau_{k,I_k}^{\alpha\gamma} X_{kj,I_k I_j}^{\gamma\beta}, \quad (8)$$

که در این روابط عملگرهای $\tau_{i,I_i}^{\alpha\beta}$ ، $X_{ij,I_i I_j}^{\alpha\beta}$ و $Z_{ij,I_i I_j}^\alpha$ به ترتیب نشان دهنده انتشارگر دو ذره‌ای، دامنه‌های پراکندگی و پتانسیل‌های مؤثر هستند. در یک سیستم سه جسمی برای هر کدام از اندیس‌های ذره‌ای می‌توان یک دسته مختصه تکانه معرفی کرد، به طوری که \bar{k}_i^α ، \bar{p}_i^α تکانه نسبی در سیستم برهم‌کنشی (jk) است و \bar{p}_i^α تکانه ذره ناظر نسبت به مرکز جرم زوج ذرات (jk) ، $i \neq j \neq k$ است. در این دستگاه مختصات تکانه‌ای، هامیلتونی آزاد سیستم سه جسمی به شکل زیر در خواهد آمد:

$$H_s^\alpha = \frac{(k_i^\alpha)^2}{2m_{jk}^\alpha} + \frac{(p_i^\alpha)^2}{2\mu_i^\alpha} \quad (9)$$

در این روابط جرم‌های کاهش یافته نیز دارای اندیس ذره‌ای هستند و با رابطه زیر تعریف می‌شوند:

$$m_{jk}^\alpha = \frac{m_j^\alpha m_k^\alpha}{m_j^\alpha + m_k^\alpha}, \quad (10)$$

$$\mu_i^\alpha = \frac{m_i^\alpha (m_j^\alpha + m_k^\alpha)}{m_i^\alpha + m_j^\alpha + m_k^\alpha} \quad i \neq j \neq k,$$

محاسبات مربوط به پتانسیل مؤثر $Z_{ij,I_i I_j}^\alpha$ شامل گذار از یک دستگاه مختصات تکانه‌ای به دستگاه دیگر و همچنین محاسبه ضرایب جفت شدگی اسپینی و ایزواسپینی است.

$$\bar{p}_i^\alpha | I_i^\alpha | G_\alpha^\alpha | \bar{p}_j^\alpha | I_j^\alpha = \bar{p}_i^\alpha | G_\alpha^\alpha | \bar{p}_{I_i I_j}^\alpha | I_j^\alpha | I_k^\alpha | I_k^\alpha \quad (11)$$

$$\left(I_i^\alpha | I_i^\alpha | I_k^\alpha | I_k^\alpha \right) | I_j^\alpha | I_j^\alpha | I_k^\alpha | I_k^\alpha,$$

در این روابط علائم I_j^α و i_j^α به ترتیب برای نشان دادن

عملگر $T_i^{\alpha\beta}$ در معادلات فدیف (۱) نیز همان دامنه‌های گذار دو ذره‌ای در سیستم سه ذره‌ای هستند و به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$T_i \rightarrow \begin{pmatrix} T_i^{NN} & \circ & \circ \\ \circ & T_i^{\Sigma N} & \circ \\ \circ & \circ & T_i^{\Sigma N} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$T_\gamma \rightarrow \begin{pmatrix} T_\gamma^{\bar{K}\bar{K}} & \circ & T_\gamma^{\bar{K}\pi} \\ \circ & T_\gamma^{\pi N} & \circ \\ T_\gamma^{\pi\bar{K}} & \circ & T_\gamma^{\pi\pi} \end{pmatrix},$$

$$T_\pi \rightarrow \begin{pmatrix} T_\pi^{\bar{K}\bar{K}} & T_\pi^{\bar{K}\pi} & \circ \\ T_\pi^{\pi\bar{K}} & T_\pi^{\pi\pi} & \circ \\ \circ & \circ & T_\pi^{\pi N} \end{pmatrix},$$

در این روابط عملگرهای T_i^{NN} ، $T_i^{\pi N}$ و $T_i^{\Sigma N}$ مربوط به دامنه‌های گذار دو ذره‌ای در سیستم سه جسمی هستند. عملگرهای $T_i^{\bar{K}\bar{K}}$ ، $T_i^{\pi\pi}$ ، $T_i^{\pi\bar{K}}$ و $T_i^{\bar{K}\pi}$ که با اندیس‌های مزونی مشخص شده‌اند، مربوط به برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ در کانال‌های مختلف هستند.

$$T_i^{\bar{K}\bar{K}} : \bar{K} + N \rightarrow \bar{K} + N, \quad T_i^{\pi\bar{K}} : \bar{K} + N \rightarrow \pi + \Sigma, \quad (3)$$

$$T_i^{\bar{K}\pi} : \pi + \Sigma \rightarrow \bar{K} + N, \quad T_i^{\pi\pi} : \pi + \Sigma \rightarrow \pi + \Sigma.$$

برای تمام برهم‌کنش‌های دو ذره‌ای از پتانسیل‌های جداپذیر به شکل زیر استفاده خواهیم کرد.

$$V_{i,I}^{\alpha\beta} = \left| g_{i,I}^\alpha \lambda_{i,I}^{\alpha\beta} g_{i,I}^\beta \right|, \quad (4)$$

در این رابطه اندیس I برای نشان دادن ایزواسپین برهم‌کنش است و کمیت‌های $\lambda_{i,I}^{\alpha\beta}$ و $g_{i,I}^\alpha$ به ترتیب برای نشان دادن شدت برهم‌کنش و توابع ساختار به کار رفته‌اند. پتانسیل‌های جداپذیر نیز به نوبه خود به ما این امکان را خواهند داد که از ماتریس‌های دامنه گذار جداپذیر در معادلات فدیف استفاده کنیم.

$$T_{i,I}^{\alpha\beta} = \left| g_{i,I}^\alpha \right\rangle \tau_{i,I}^{\alpha\beta} \left\langle g_{i,I}^\beta \right|, \quad (5)$$

همچنین استفاده از پتانسیل‌های جداپذیر و دامنه‌های گذار دو ذره‌ای جداپذیر این امکان را به ما می‌دهد که دامنه‌های پراکندگی سه ذره‌ای و کرنل معادلات فدیف را به شکل جدید

$$\frac{d\sigma}{dE_n} = \int d(\vec{p}_N \cdot \vec{k}_N) \mu_{\pi\Sigma} \nu_{\bar{K}, NN} \nu_{N, \pi\Sigma} p_N k_N \quad (13)$$

$$\left| T_{\pi\Sigma N \leftarrow K^- d}(\vec{k}_N, \vec{p}_N; z) \right|^2,$$

در این رابطه $E_n = \frac{p_N^2}{2\mu_{N, \pi\Sigma}}$ انرژی نوترون است و \vec{k}_N تکانه نسبی بین ذرات π و Σ است. همچنین پارامترهای μ_{ij} و $\nu_{i,jk}$ جرم‌های کاهش یافته هستند که به ترتیب با رابطه‌های $\nu_{i,jk} = \frac{m_i(m_j + m_k)}{m_i + m_j + m_k}$ و $\mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ نشان داده می‌شوند. در معادلات فدیف با دینامیک نسبیتی انرژی، ذره ناظر با استفاده از رابطه نسبیتی $E_n(p_n) = \sqrt{m_n^2 + p_n^2}$ ، $n = i, j, k$ به دست خواهد آمد. همچنین تکانه نسبی بین ذرات ناظر $j(i)$ و ذره جابه‌جا شده را با تکانه $k_i = |\vec{k}_i|$ نشان خواهیم داد. این کمیت k_i به صورت زیر به دست می‌آید:

$$k_i = \sqrt{\left(\frac{M_{jk}^2 + m_j^2 - m_k^2}{2M_{jk}} \right)^2 - m_j^2}, M_{jk} \quad (14)$$

$$= \sqrt{\left(E_j(p_j) + E_k(p_k) \right)^2 - p_i^2}$$

$$= E_j(\vec{k}_i) + E_k(\vec{k}_i)$$

با استفاده از دامنه گذار (۱۲)، می‌توان سطح مقطع دیفرانسیلی را برای حالت نسبیتی به دست آورد [۲۸].

$$\frac{d\sigma}{dM_{\pi\Sigma}} = (\gamma\pi)^2 \frac{E_d m_{\bar{K}}}{z p_{\bar{K}}} \int d\vec{p}_N d\vec{k}_N \quad (15)$$

$$\frac{E_N(\vec{p}_N) E_{\Sigma}(\vec{p}_{\Sigma}) E_{\pi}(\vec{p}_{\pi})}{z}$$

$$p_N k_N \sum_{i,f} \left| T_{\pi\Sigma N \leftarrow K^- d} \right|^2.$$

۳. برهم کنش‌های دو ذره‌ای

در این بخش برهم کنش‌های دو جسمی مورد نیاز برای حل سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ معرفی خواهند شد. پتانسیل به کار رفته برای برهم کنش $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ ، NN و $\Sigma N - \Lambda N$ از نوع جداپذیر و به شکل زیر است:

$$V_{i,I_i}^{\alpha\beta}(\vec{k}_i^{\alpha}, \vec{k}_i^{\beta}) = \lambda_{i,I_i}^{\alpha\beta} g_{i,I_i}^{\alpha}(\vec{k}_i^{\alpha}) g_{i,I_i}^{\beta}(\vec{k}_i^{\beta}), \quad (16)$$

ایزواسپین ذره z و شبه ذره (ki) به کار گرفته شده است. از آنجا که اطلاعات زیادی در زمینه نقش نیروهای سه‌جسمی در سیستم‌های کائونی وجود ندارد و با توجه به این که هدف کار حاضر بررسی نقش برهم کنش دوزره‌ای $\bar{K}N$ در سیستم K^-d است، در محاسبات حاضر، اثر نیروهای سه جسمی در نظر گرفته نخواهد شد. تعداد توابع ساختار g_{i,I_i}^{α} که برای توصیف برهم کنش‌های دو ذره‌ای به کار خواهیم گرفت، تعداد معادلات جفت شده در سیستم مورد بررسی را مشخص می‌کند. قبل از حل معادلات فدیف برای سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ ، ابتدا باید عملگرهای شامل دو باریون یکسان، پادمقارن‌سازی شوند. با توجه به آن که حالت اولیه سیستم تحت بررسی K^-d است، در محاسبه ماتریس دامنه گذار تنها به عملگرهایی نیاز داریم که در آنها حالت اولیه سیستم K^-d است. سطح مقطع برهم کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma n$ را می‌توان در قالب دامنه‌های فدیف به شکل زیر ارائه کرد:

$$T_{\pi\Sigma N \leftarrow K^- d}(\vec{k}_N, \vec{p}_N; z) = \sum_I g_{\pi\Sigma, I} \quad (12)$$

$$\left(\vec{k}_N \right) \tau_{(\pi\Sigma), N, (\bar{K}N), N} (z - E_N(\vec{p}_N))$$

$$X_{(\bar{K}N), I, N, \bar{K}(NN)_{I=}}(\vec{p}_N; z) + \sum_I g_{\pi\Sigma, I}$$

$$\left(\vec{k}_N \right) \tau_{(\pi\Sigma), N, (\pi\Sigma), N} (z - E_N(\vec{p}_N))$$

$$X_{(\pi\Sigma), I, N, \bar{K}(NN)_{I=}}(\vec{p}_N; z) + \sum_I g_{\Sigma N, I}$$

$$\left(\vec{k}_{\pi} \right) \tau_{(\Sigma N), \pi, (\Sigma N), \pi} (z - E_{\pi}(\vec{p}_{\pi}))$$

$$X_{(\Sigma N), I, \pi, \bar{K}(NN)_{I=}}(\vec{p}_{\pi}; z) \times [\pi \otimes \Sigma]_I$$

$$\otimes N | \pi \otimes [\Sigma \otimes N]_I,$$

در رابطه (۱۲) عملگرهای $X_{x, \bar{K}(NN)_{I=}}$ دامنه‌های فدیف هستند. از آنجایی که در آزمایش E۳۱ اطلاعات برهم کنش از آشکارسازی نوترون‌ها گردآوری خواهد شد، بنابراین می‌توان بر روی تکانه زوج ذرات دیگری که آشکارسازی نمی‌شوند، انتگرال گرفت. در محاسبه سطح مقطع پراکندگی، نوترون نهایی به عنوان ذره ناظر در نظر گرفته می‌شود و طیف انرژی نوترون به صورت زیر خواهد بود:

$$g_I^\alpha(k_\alpha) = \frac{1}{(k^\alpha)^\gamma + (\Lambda_I^\alpha)^\gamma} + \frac{s(\Lambda_I^\alpha)^\gamma}{\left((k^\alpha)^\gamma + (\Lambda_I^\alpha)^\gamma\right)^\gamma}, \quad (18)$$

پارامترهای این پتانسیل‌ها در مرجع [۲۵] ارائه شده است که برای پتانسیل‌های با ساختار تک قطبی، پارامتر s برابر صفر است. برای به دست آوردن پارامترهای مورد بحث از جرم‌های فیزیکی ذرات استفاده شده است و اثر برهم‌کنش کولنی در نظر گرفته شده است. همچنین در این محاسبات از پتانسیل‌های کایرال وابسته به انرژی و مستقل از انرژی استفاده کرده‌ایم [۲۸] و [۳۸]. پتانسیل کایرال مستقل از انرژی با رابطه

$$V_{\alpha\beta}(k', k) = -\lambda_{\alpha\beta} \frac{1}{32\pi^\gamma F_\pi^\gamma} \frac{m_\alpha + m_\beta}{\sqrt{m_\alpha m_\beta}} \left(\frac{\Lambda_\alpha^\gamma}{k^\gamma + \Lambda_\alpha^\gamma} \right)^\gamma \left(\frac{\Lambda_\beta^\gamma}{k^\gamma + \Lambda_\beta^\gamma} \right)^\gamma, \quad (19)$$

توصیف می‌شود و برای پتانسیل کایرال وابسته به انرژی رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$V_{\alpha\beta}(k', k) = -\lambda_{\alpha\beta} \frac{1}{32\pi^\gamma F_\pi^\gamma} \frac{\gamma z - M_\alpha - M_\beta}{\sqrt{m_\alpha m_\beta}} \left(\frac{\Lambda_\alpha^\gamma}{k^\gamma + \Lambda_\alpha^\gamma} \right)^\gamma \left(\frac{\Lambda_\beta^\gamma}{k^\gamma + \Lambda_\beta^\gamma} \right)^\gamma. \quad (20)$$

در روابط (۱۹) و (۲۰)، از Λ_α به عنوان پارامتر برد برهم‌کنش و $\lambda_{\alpha\beta}$ برای ضرایب کلیش-گوردون به کار می‌رود. پارامترهای M_α و m_α به ترتیب جرم باریون و مزون در کانال α هستند و F_π ثابت واپاشی پایون است.

برای برهم‌کنش NN از پتانسیل PEST که یک پتانسیل تک جمله‌ای و بسط جداپذیر پتانسیل پاریس است، استفاده خواهیم کرد. تابع ساختار آن به شکل زیر است [۳۹]:

$$g_{NN}^I(k) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^6 \frac{c_{i,I}^{NN}}{\left(\beta_{i,I}^{NN}\right)^\gamma + k^\gamma}, \quad (21)$$

پارامترهای $c_{i,I}^{NN}$ و $\beta_{i,I}^{NN}$ در مرجع [۳۹] آورده شده‌اند. پتانسیل PEST تا انرژی $E_{lab} = 50 \text{ MeV}$ معادل با پتانسیل پاریس است. طول پراکندگی تولید شده برای برهم‌کنش NN در کانال اسپینی $s=0$ و $s=1$ برای این پتانسیل به ترتیب برابر

در این رابطه، اندیس‌های $\alpha, \beta = 1, 2$ نشان دهنده کانال برهم‌کنشی هستند. در محاسبات فدیف سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ برهم‌کنش $\bar{K}N$ نقش تعیین کننده را دارد. چون برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ تحت تأثیر تشدید $\Lambda(1405)$ قرار دارد و این تشدید در حالت موج s اتفاق خواهد افتاد، بنابراین در این محاسبات تکانه زاویه‌ای مداری برای همه برهم‌کنش‌ها صفر $I=0$ در نظر گرفته شده است. کانال $\bar{K}N$ در حالت ایزواسپینی $I=0$ با کانال $\pi\Sigma$ جفت شده است و در حالت ایزواسپینی $I=1$ با کانال‌های باز $\pi\Sigma$ و $\pi\Lambda$ جفت شده است. تاکنون مدل‌های مختلفی برای توصیف برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ ارائه شده است. برای تعیین پارامترهای آزاد موجود در این مدل‌ها از داده‌های آزمایشگاهی مختلفی استفاده می‌شود. این داده‌ها عبارتند از داده‌های تجربی مربوط به برهم‌کنش کشسان و ناکشسان K^-p [۲۹-۳۲]، طول پراکندگی K^-p [۳۳-۳۶] و جرم و پهنای $\Lambda(1405)$ [۱]. فرض می‌شود که تشدید $\Lambda(1405)$ یک حالت شبه مقید با ایزواسپین $I=0$ در کانال $\bar{K}N$ و یک تشدید در کانال $\pi\Sigma$ است. در این مقاله پتانسیل‌های متفاوتی برای توصیف برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ استفاده شده است. در این محاسبات هم از پتانسیل‌های کایرال و هم از پتانسیل‌های پدیده‌شناختی استفاده شده است. پتانسیل‌های پدیده‌شناختی مورد استفاده در این کار دارای ساختار تک قطبی و دو قطبی تشدید $\Lambda(1405)$ هستند [۲۵]. پارامترهای این پتانسیل‌ها به گونه‌ای به دست آمده است که داده‌های پراکندگی کشسان و ناکشسان K^-p به کانال‌های مختلف با کمترین اختلاف تولید شود و در ادامه با استفاده از این پارامترها جرم و پهنای تشدید $\Lambda(1405)$ و سایر کمیت‌های فیزیکی مانند جابه‌جایی و پهنای تراز $1s$ اتم هیدروژن کائونی بازتولید خواهند شد. تابع ساختار استفاده شده برای پتانسیل‌های تک قطبی و دو قطبی پدیده‌شناختی $\bar{K}N - \pi\Sigma$ در کانال $\bar{K}N$ از نوع یاماگوچی [۳۷] و به صورت زیر است:

$$g_I^\alpha(k_\alpha) = \frac{1}{(k^\alpha)^\gamma + (\Lambda_I^\alpha)^\gamma}, \quad (17)$$

و در کانال $\pi\Sigma$ با کمی تفاوت به شکل زیر است

غیرنسبیتی ساخته شده‌اند [۲۸ و ۳۸]، انجام خواهیم داد. برای حل مسئله پراکندگی سیستم سه ذره ای با استفاده از روش فدیف باید تکنیکی‌هایی که در این معادلات وجود دارد به نحوی برطرف شوند. به دلیل این که در مسئله پراکندگی بر روی محور انرژی حقیقی حرکت می‌کنیم این تکنیکی‌ها به وجود می‌آیند. دامنه‌های گذار دو ذره‌ای و پتانسیل‌های مؤثر $Z_{ij, I_i I_j}^\alpha$ ، دو عامل عمده ایجاد کننده این تکنیکی‌ها هستند.

روش‌های مختلفی برای برطرف کردن تکنیکی‌ها در مسائل سه جسمی وجود دارد؛ در محاسبات حاضر از روش ارائه شده در مرجع‌های [۴۱ و ۴۲] استفاده کرده‌ایم. در این روش ابتدا معادلات فدیف برای مقادیر مختلف انرژی مختلط حل می‌شود و سپس با استفاده از این جواب‌ها حل معادلات برای انرژی حقیقی به دست خواهد آمد. برای آزمایش کارایی روش به کار رفته در این مقاله، ابتدا این روش را برای محاسبه دامنه‌های دو ذره‌ای به کار خواهیم برد. در شکل ۲ ابتدا دامنه گذار دو جسمی $\bar{K}N - \bar{K}N$ در حضور نوکلئون ناظر

$$\left(z - \frac{2M_N + M_{\bar{K}}}{2M_N(M_N + M_{\bar{K}})} p_N^2 \right) \tau_{\bar{K}N - \bar{K}N}$$

روش تحلیلی و سپس با استفاده از روش ارائه شده در مرجع‌های [۴۱ و ۴۲] محاسبه کرده‌ایم. همان گونه که از شکل ۲ پیداست، این روش کارایی خوبی برای برطرف کردن تکنیکی‌ها دارد و نتایج به دست آمده از این دو روش در تطابق کامل هستند.

در تمامی محاسبات ارائه شده در این مقاله، با استفاده از

$$p_i = C \tan\left(\frac{(i-1)\pi}{2N}\right) + p_0, \quad i=1,2,\dots,N$$

نقاط هم فاصله در بازه صفر تا یک را به تکانه‌هایی در بازه p_0 .

$$\text{تا تکانه قطع} \left(\frac{(N-1)\pi}{2N} \right) = C \tan\left(\frac{(N-1)\pi}{2N}\right) = \text{قطع } p \text{ نگاهشته‌ایم. مقدار}$$

تکانه قطع را می‌توان با استفاده از تعداد کل نقاط شبکه در فضای تکانه (N) و ضریب ثابت C کنترل کرد. در ادامه همگرایی نتایج نهایی با تغییر مقدار تکانه قطع به ازای مقادیر مختلف N و C مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که نتایج به ازای مقادیر تکانه قطع بیشتر از 3 GeV/c تغییر

است با $a({}^1S_0) = 17,534 \text{ fm}$ با $a({}^3S_1) = -5,422 \text{ fm}$ برهم‌کنش دیگری که برای مطالعه برهم‌کنش کائون-دوترون مورد نیاز است، برهم‌کنش ΣN است. سیستم ΣN در حالت ایزواسپینی $I = \frac{1}{2}$ با کانال ΛN جفت شده است و در حالت ایزواسپینی $I = \frac{3}{2}$ تک کاناله است. بنابراین برای توصیف این برهم‌کنش در حالت‌های ایزواسپینی $I = \frac{1}{2}$ و $I = \frac{3}{2}$ به ترتیب به یک پتانسیل ایتیکی و حقیقی نیاز خواهیم داشت. برای برهم‌کنش $\Sigma N - \Lambda N$ از پتانسیل ارائه شده در مرجع [۴۰] استفاده شده است. این پتانسیل در حالت‌های ایزواسپینی مختلف به صورت زیر است:

$$V_{\alpha\beta}^I(k, k') = \frac{C_{\alpha\beta}^I}{2\pi^2} (\Lambda_\alpha \Lambda_\beta)^{\frac{3}{2}} \quad (22)$$

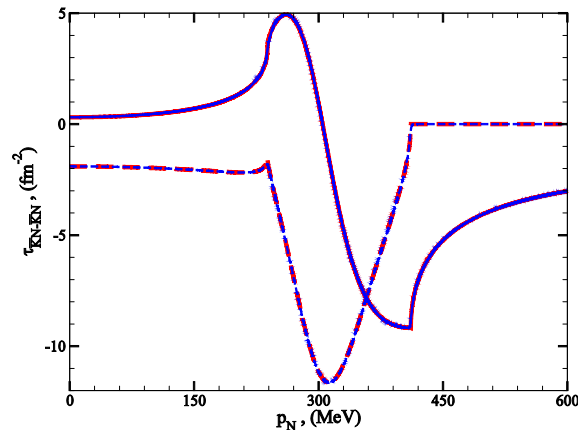
$$(\mu_\alpha \mu_\beta)^{-\frac{1}{2}} g_\alpha^I(k) g_\beta^I(k'),$$

در این رابطه ثابت‌های $C_{\alpha\beta}^I$ ، ضرایب جفت شدگی هستند. همچنین μ_α و Λ_α به ترتیب نشان دهنده جرم کاهش یافته و پارامتر برد در کانال α هستند. مقادیر پارامترهای این پتانسیل در مرجع [۴۰] ارائه شده است.

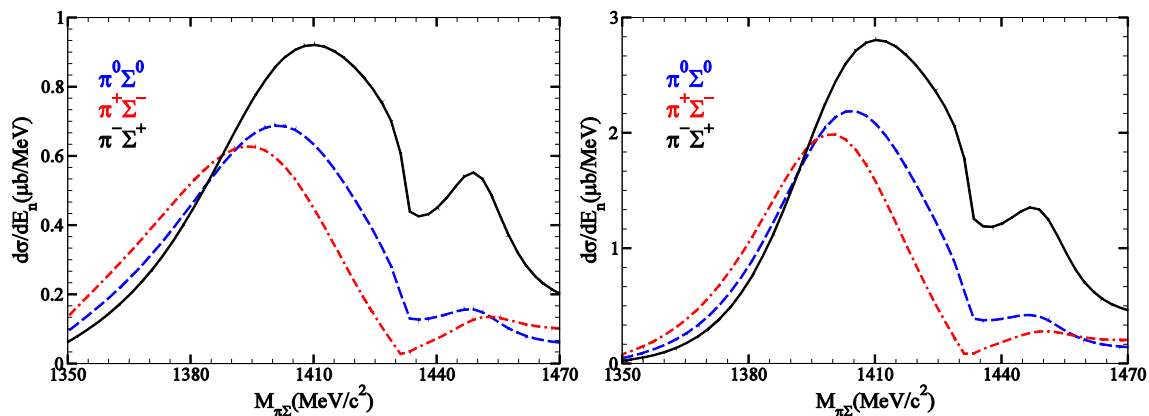
۴. محاسبه طیف جرمی $\pi\Sigma$ برای برهم‌کنش

$$K^- d \rightarrow (\pi\Sigma)^0 + n$$

مهم‌ترین هدف از محاسبات انجام شده در این مقاله، مطالعه امکان مشاهده تشدید $\Lambda(1405)$ در طیف جرم ناوردای $\pi\Sigma$ یا جرم گمشده نوترون در برهم‌کنش $K^- d$ در تکانه فرودی 1 GeV/c است. از آنجا که برهم‌کنش $\bar{K}N - \pi\Sigma$ هم با استفاده از مدل‌های کایرالی و هم با استفاده از مدل‌های پدیده شناختی مورد بررسی قرار گرفته می‌گیرد، در این مقاله برای حل سیستم $\bar{K}NN - \pi\Sigma N$ از هر دو مدل برهم‌کنشی استفاده خواهیم کرد. در ادامه، محاسبات طیف جرمی $\pi\Sigma$ را با استفاده از دو پتانسیل پدیده شناختی با ساختار تک قطبی و دو قطبی برای توصیف حالت تشدید $\Lambda(1405)$ [۲۸]، و چهار پتانسیل کایرال وابسته به انرژی و مستقل از انرژی که با استفاده از دینامیک نسبیتی و



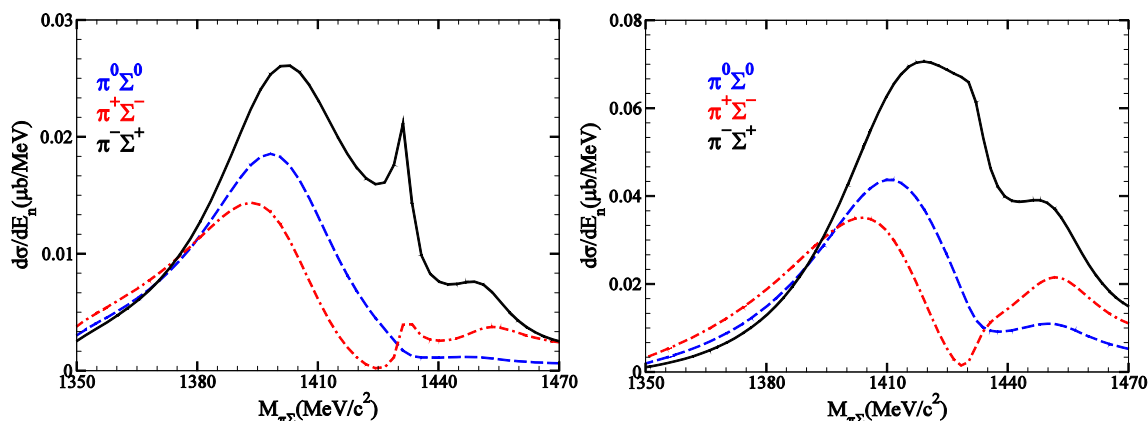
شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) در این شکل دامنه گذار دو ذره‌ای که با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله محاسبه شده است را با نتایج به دست آمده از روش تحلیلی مقایسه کرده‌ایم. نتایج به دست آمده با استفاده از روش تحلیلی را با نمودارهای خط چین و نتایج حاصله از روش ارائه شده در این بخش را با نمودارهای توپر نشان داده ایم.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) سطح مقطع دیفرانسیلی $\frac{d\sigma}{dE_n}$ برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma + n$ بر حسب جرم ناوردای $\pi\Sigma$ در تکانه کائون فرودی $p_{lab}^{K^-} = 1 \text{ GeV}/c$ در دینامیک غیرنسبیتی برای پتانسیل پدیده‌شناختی با ساختار تک قطبی [۲۵] (سمت راست) و ساختار دو قطبی [۲۵] (سمت چپ). طیف‌های جرمی مربوط به برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi^+\Sigma^-n$ ، $K^-d \rightarrow \pi^0\Sigma^0n$ و $K^-d \rightarrow \pi^-\Sigma^+n$ به ترتیب با منحنی‌های خط‌چین، نقطه خط‌چین و توپر نشان داده شده‌اند.

برای بررسی اثرات ناشی از دومین قطب در طیف‌های جرمی، از پتانسیل پدیده‌شناختی KEK با ساختار تک قطبی (شکل سمت راست) و دو قطبی (شکل سمت چپ) استفاده شده است. نتایج شکل ۳ نشان می‌دهند که اختلافی بین شکل طیف‌های جرمی $\pi\Sigma$ حاصل از پتانسیل‌های تک‌قطبی و دو قطبی وجود ندارد، و دومین قطب با مشاهده‌پذیرهای نتایج به ازای مقادیر تکانه قطع بیشتر از $3 \text{ GeV}/c$ تغییر x با ساختار تک قطبی و دو قطبی، قله

محسوسی را نشان نمی‌دهند. به منظور مقایسه طیف‌های نظری با داده‌های تجربی آزمایش J-PARC، در تکانه فرودی $1 \text{ GeV}/c$ به جای محاسبه طیف‌های جرمی در کانال‌های ایزواسپینی، طیف‌ها را در کانال‌های ذره‌ای محاسبه کرده‌ایم. در شکل ۳ سطح مقطع دیفرانسیلی برای برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma n$ با استفاده از پتانسیل‌های پدیده‌شناختی [۲۵] برای کائون فرودی با تکانه $p_{lab}^{K^-} = 1 \text{ GeV}/c$ در دینامیک غیرنسبیتی محاسبه شده است.



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) سطح مقطع دیفرانسیلی $\frac{d\sigma}{dE_n}$ برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma + n$ بر حسب جرم ناوردای $\pi\Sigma$ در تکانه کائون فرودی $p_{lab}^{K^-} = 1 \text{ GeV}/c$ در دینامیک غیرنسبیتی برای پتانسیل کایرال وابسته به انرژی [۳۸] (سمت چپ) و مستقل از انرژی [۳۸] (سمت راست). توضیح هرکدام از نمودارها مانند شکل ۱ است.

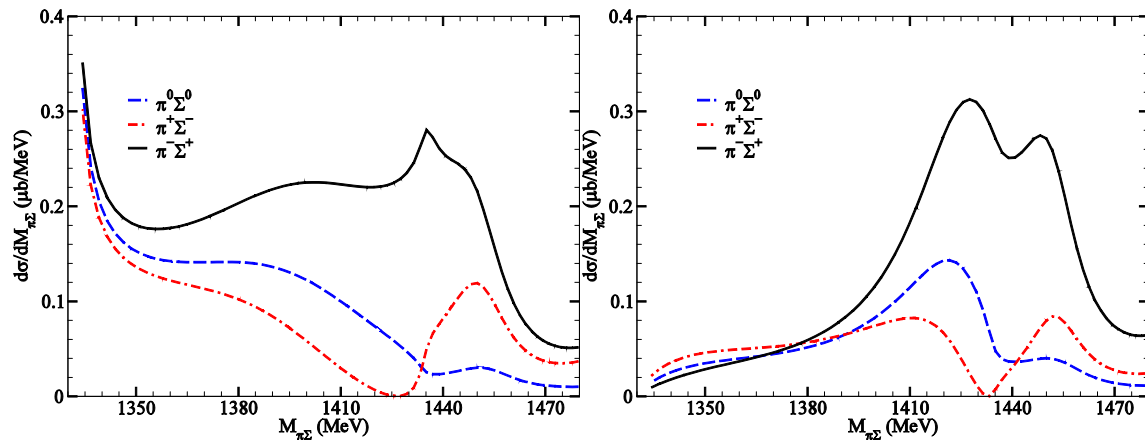
محاسبه شده است. پتانسیل استفاده شده برای به دست آوردن طیف‌های جرمی از نوع کایرال وابسته به انرژی و مستقل از انرژی [۳۸] است. این پتانسیل‌ها با استفاده از دینامیک نسبیتی به دست آمده‌اند و معادلات فدیف نیز به صورت نسبیتی حل شده‌اند. برای پتانسیل وابسته به انرژی (شکل سمت راست) قله طیف در نزدیکی اولین قطب انرژی‌اش 1429 MeV در کانال $\bar{K}N$ قرار دارد و قطب دوم برهم‌کنش با پهنای زیادش، به سختی طیف انرژی را تحت تأثیر قرار می‌دهد ($\Gamma = 98 \text{ MeV}$). برخلاف پتانسیل وابسته به انرژی، در طیف‌های جرمی مربوط به پتانسیل کایرال مستقل از انرژی (شکل سمت چپ)، اثری از ساختار تشدید دیده نمی‌شود.

۵. نتیجه‌گیری

اخیراً ساختار یک دو قطبی برای توصیف حالت تشدید $\Lambda(1405)$ ارائه شده است. طیف‌های جرمی $\pi\Sigma$ حاصل از پتانسیل‌های تک‌قطبی و دوقطبی پدیده شناختی بیانگر این واقعیت هستند که دوین قطب با مشاهده‌پذیرهای تجربی‌ای از این دست ارتباطی ندارد و چنین طیف‌های جرمی‌ای تنها می‌توانند در تعیین محل اولین قطب مورد استفاده قرار بگیرند. با توجه به این که طیف‌های جرمی به دست آمده برای برهم‌کنش

مربوط به تشدید $\Lambda(1405)$ در انرژی $1410-1400 \text{ MeV}$ به وضوح قابل مشاهده است. در شکل ۴ طیف‌های جرمی $\pi\Sigma$ را برای کانال‌های ذره‌ای مختلف با استفاده از پتانسیل‌های کایرال وابسته به انرژی و مستقل از انرژی محاسبه کرده‌ایم. در طیف جرمی مربوط به پتانسیل وابسته به انرژی (سمت چپ)، قله تشدید $\Lambda(1405)$ به اندازه $30-17 \text{ MeV}$ پایین‌تر از آستانه جرمی $\bar{K}N$ قرار دارد و برای پتانسیل کایرال مستقل از انرژی (سمت راست) بسته به کانال ذره‌ای مربوط به $\pi\Sigma$ ، به اندازه $32-38 \text{ MeV}$ پایین‌تر از آستانه است. اندازه سطح مقطع به دست آمده با استفاده از پتانسیل کایرال وابسته به انرژی تقریباً دو برابر مقدار به دست آمده با استفاده از پتانسیل مستقل از انرژی است. از تفاوت‌های بین طیف‌های جرمی حاصل از این دو پتانسیل کایرالی چنین استنباط می‌شود که برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma n$ قادر به ارائه اطلاعات مفیدی در ارتباط با برهم‌کنش $\bar{K}N-\pi\Sigma$ است.

با توجه به این که کائون فرودی با تکانه $p_{lab}^{K^-} = 1 \text{ GeV}/c$ انرژی زیادی ($z_{K-d} \approx 2800 \text{ MeV}$) را وارد سیستم کائون-دوترون می‌کند، باید اثرات ناشی از تصحیحات نسبیتی نیز در محاسبات لحاظ شود. در شکل ۵ طیف‌های جرمی $\pi\Sigma$ در کانال‌های ذره‌ای مختلف برای برهم‌کنش $K^-d \rightarrow \pi\Sigma n$



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) سطح مقطع دیفرانسیلی برهم‌کنش کائون و دوترون در تکانه کائون فرودی $p_{lab}^{K^-} = 1 \text{ GeV}/c$ در دینامیک نسبتی برای پتانسیل کایرال وابسته به انرژی [۲۸] (سمت راست) و مستقل از انرژی [۲۸] (سمت چپ). توضیح هر کدام از نمودارها مانند شکل ۳ است. مشاهده می‌شود که سیگنال مربوط به تشدید $\Lambda(1405)$ در نتایج حاصل از پتانسیل کایرال مستقل از انرژی قابل مشاهده نیست.

ناشی از برهم‌نهی مؤلفه‌های مختلف ایزواسپینی صفر و یک است، بنابراین طیف‌های ناشی از برهم‌کنش $K^- d \rightarrow \pi \Sigma n$ تنها در شناخت و تعیین برهم‌کنش $\bar{K}N$ در حالت ایزواسپینی صفر مفید واقع خواهند شد، بلکه می‌توانند در تعیین برهم‌کنش $\bar{K}N$ در حالت ایزواسپین یک نیز نقش ایفا کنند.

$K^- d \rightarrow \pi \Sigma n$ قویا به مدل برهم‌کنشی استفاده شده وابسته هستند، می‌توان از مقایسه طیف‌های نظری مختلف با داده‌های تجربی آزمایش $E31$ در J-PARC ماهیت برهم‌کنش $\bar{K}N$ و ساختار تشدید $\Lambda(1405)$ را مشخص کرد. همچنین از آنجاکه تفاوت در شکل طیف‌های جرمی در کانال‌های ذره‌ای مختلف،

مراجع

1. K A Olive *et al.*, *Chin. Phys. C* **38** (2014) 090001.
2. R H Dalitz and S F Tuan, *Phys. Rev. Lett.* **2** (1959) 425.
3. R H Dalitz and S F Tuan, *Annals Phys.* **10** (1960) 307.
4. M H Alston *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **6** (1961) 698.
5. J Esmaili, Y Akaishi and T Yamazaki, *Phys. Lett. B* **686** (2010) 23.
6. J Esmaili, Y Akaishi, and T Yamazaki, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 055207.
7. N Isgur and G Karl, *Phys. Rev. D* **18** (1978) 4187.
8. Y Akaishi and T Yamazaki, *Phys. Rev. C* **65** (2002) 044005.
9. R H Dalitz, T C Wong, and G Rajasekaran, *Phys. Rev.* **153** (1967) 1617.
10. D Jido *et al.*, *Nucl. Phys. A* **725** (2003) 181.
11. N Kaiser, P B Siegel, and W Weise, *Nucl. Phys. A* **594** (1995) 325.
12. E Oset and A Ramos, *Nucl. Phys. A* **635** (1998) 99.
13. J A Oller and U G Meissner, *Phys. Lett. B* **500** (2001) 263.
14. T Hyodo and W Weise, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 035204.
15. E Oset, A Ramos, and C Bennhold, *Phys. Lett. B* **527** (2002) 99.
16. T Hyodo, S I Nam, D Jido, and A Hosaka, *Phys. Rev. C* **68** (2003) 018201.
17. R H Dalitz, T C Wong, and G Rajasekaran, *Phys. Rev.* **153** (1967) 1617.
18. J K Ahn, *Nucl. Phys. A* **721** (2003) C715.
19. K Moriya *et al.*, *Phys. Rev. C* **88** (2013) 035206.
20. G Agakishiev *et al.*, *Phys. Rev. C* **87** (2010) 025201.
21. G Toker, A Gal, and J M Eisenberg, *Phys. Lett. B* **88** (1979) 235.
22. G Toker, A Gal, and J M Eisenberg, *Nucl. Phys. A* **362** (1981) 405.
23. H Noumi, J-PARC proposal E 311. See <http://j-parc.jp/NuclPart/Proposal>.
24. E O Alt, P Grassberger and W Sandhas, *Nucl. Phys. B* **2** (1967) 167.
25. N V Shevchenko, *Phys. Rev. C* **85** (2012) 034001.

34. T M Ito *et al.*, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 2366.
35. M Bazzi *et al.*, *Phys. Lett. B* **704** (2011) 133.
36. J Zmeskal *et al.*, *Nucl. Phys. A* **754** (2005) 369c.
37. Y Yamaguchi, *Phys. Rev.* **95** (1954) 1628.
38. S Ohnishi, Y Ikeda, H Kamano, and T Sato, *Phys. Rev. C* **88** (2013) 025204.
39. H Zankel, W Plessas, and J Haidenbauer, *Phys. Rev. C* **28** (1938) 538.
40. M Torres, R H Dalitz, and A Deloff, *Phys. Lett. B* **174** (1986) 213.
41. L Schlessinger, *Phys. Rev.* **167** (1968) 1411.
42. H Kamada, Y Koike, and W Glockle, *Prog. Theor. Phys.* **109** (2003) 869.
26. S Marri and S Z Kalantari, *Eur. Phys. J. A* **52** (2016) 282.
27. S Marri, S Z Kalantari and J Esmaili, *Eur. Phys. J. A* **52** (2016) 361.
28. S Ohnishi, Y Ikeda, T Hyodo and W Weise, *Phys. Rev. C* **93** (2016) 025207.
29. J K Kim, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1074.
30. M Sakitt, *et al.*, *Phys. Rev.* **139** (1965) B 719.
31. J K Kim, *Phys. Rev. Lett.* **14** (1965) 29, Columbia University Report, Nevis, **149** (1966)
32. W Kittel, G Otter and I Wacek, *Phys. Lett.* **21** (1966) 349.
33. M Iwasaki *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3067.