مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۹، شمارهٔ ۲، تابستان ۱۳۹۸

محاسبهٔ پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای به صورت تابعی از دما و عدد جرمی

مهدی نصری نصرآبادی

گروه مهندسی هسته‌ای، دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، دانشگاه اصفهان، اصفهان

پست الکترونیکی: mnnasrabadi@ast.ui.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/۲۰ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۷/۰۹/۲۱)

چکیده

چگالی ترازهای هسته‌ای یکی از مهم‌ترین مفاهیم درفیزیک هسته‌ای و در اصل کلید پرداختن به مسائل آماری هسته می‌باشد. این کمیت در محاسبات آماری در فیزیک راکتور، محاسبهٔ مدل‌های هسته‌ای، فیزیک نجوم، تحقیقات انرژی متوسط در برخورد یون سنگین ومحاسبات مربوط به تبخیر نوترون وسایر کاربردها، نقشی کلیدی و اساسی بازی می‌کند. این کمیت مهم را می‌توان به طور تحلیلی به روش تابع پارش و با استفاده ازتقریب نقطهٔ زینی محاسبه کرد. در محاسبهٔ چگالی ترازهای هسته‌ای، پارامتر مهمی به نام پارامتر چگالی تراز وارد می‌شود. در این تحقیق این پارامتر با در نظر گرفتن روشی که درآن آثاری مانند اندازهٔ محدود هسته، حالت‌های پیوسته، آثار پوسته‌ای، بستگی دمایی جرم مؤثر وابسته به بسامد و تکانه و تغییر این آثار با دما در نظر گرفته شده است، محاسبه شد. برای این منظور،از تقریب اصلاح شده توماس- فرمی برای آثار پیوسته به صورت تابعی از دما استفاده شد. همچنین با استفاده ازاین تقریب و برای آثار پیوسته در دمای صفر، پارامتر چگالی تراز به صورت تابعی از عدد جرمی نیز محاسبه شد.

واژه‌های کلیدی: پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای، تقریب توماس- فرمی

۱. مقدمه

همچنان که اشاره شد، چگالی ترازهای هسته‌ای یکی از مهم‌ترین و جالب‌ترین مفاهیم در فیزیک هسته‌ای با کاربردهای بسیار زیاد خصوصاً در تحلیل آماری برهم کنش‌های هسته‌ای، محاسبهٔ سطح مقطع‌ها و محاسبهٔ آهنگ واپاشی گاما در هسته‌های بسیار برانگیخته است [۱- ۳]. در این راستا پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای (NLDP) به عنوان پارامتری برای تطبیق محاسبات نظری با داده‌های تجربی در نظر گرفته می‌شود. در مدل گاز فرمی برای محاسبه چگالی ترازهای هسته‌ای، این پارامتر مطابق رابطهٔ زیر به چگالی تراز تک ذره مربوط می‌شود [۴].

$$a=\frac{\pi^2}{6}g(\varepsilon_f), \qquad (۱)$$

تجربه نشان می‌دهد که پارامتر چگالی تراز برای هسته‌های مختلف، متفاوت است. بنابراین انتظار می‌رود که این کمیت متناسب با تعداد نوکلئون‌ها (A) باشد. در بسیاری از تحلیل‌های چگالی تراز هسته‌ای (NLD)، پارامتر چگالی تراز را به صورت رابطهٔ زیر در نظر می‌گیرند، به طوری که در آن α ضریبی است که باید با داده‌های تجربه سازگار باشد [۵].

$$a=\alpha A, \qquad (۲)$$

ثابت شده است که وابستگی دمایی پارامتر چگالی تراز به سبب آثاری مانند آثار تجمعی و بستگی دمایی جرم مؤثر (m*) وابسته به بسامد است [۶].

۲. محاسبهٔ پارامتر چگالی تراز به صورت تابعی از عدد جرمی

پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای را با در نظر گرفتن تابع توزیع فرمی برای چگالی جرمی نوکلئون‌ها به کمک تقریب اصلاح شدهٔ توماس- فرمی برای حالت‌های پیوسته در دمای T=۰، به صورت تابع زیر در نظر می‌گیرند.

$$a=\frac{\pi^{۲}}{۴}\sum_{q}\int_{۰}^{\infty}\frac{۲m_q^{*}}{\hbar^{۲}[۳\pi^{۲}\rho_q(r)]^{\frac{۲}{۳}}}\rho_q(r)d^{۳}r,\ q=(n,p), \quad (۳)$$

در این رابطه (m*) به صورت رابطهٔ زیر تعریف می‌شود [۷].

$$m^{*}=m(۱-\alpha f(r))(۱-\beta f'(r)), \quad (۴)$$

که در آن f تابع توزیع فرمی است که به صورت رابطهٔ زیر است.

$$f(r)=\frac{۱}{۱+\exp(\frac{r-R}{d})},\qquad f'(r)=\frac{f^{۲}(r)-f(r)}{d}, \quad (۵)$$

در اینجا تابع چگالی نوکلئون‌ها و پارامترهای (α , β) به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۷].

$$\rho(r)=\rho_{۰}f(r),\quad \alpha=۰/۳,\quad \beta=۰/۴A^{\frac{۱}{۳}}, \quad (۶)$$

پارامتر $\rho_{۰}$ چگالی توزیع یکنواخت نوکلئون‌ها است و مقدار آن برابر $۰/۱۷(fm^{-۳})$ است. حال با جایگذاری معادلات (۴) و (۵) و (۶) در معادلهٔ (۳) و پس ازساده‌سازی داریم.

$$a=C\left\{\int_{۰}^{\infty}r^{۲}f^{\frac{۱}{۳}}dr+(\frac{\beta}{d}-\alpha)\int_{۰}^{\infty}r^{۲}f^{\frac{۴}{۳}}dr\right.$$
$$\left.-\frac{\beta}{d}(\alpha+۱)\int_{۰}^{\infty}r^{۲}f^{\frac{۷}{۳}}dr+\frac{\alpha\beta}{d}\int_{۰}^{\infty}r^{۲}f^{\frac{۱۰}{۳}}dr\right\}, \quad (۷)$$

$$C=(\frac{۲m}{\hbar^{۲}})(\frac{۲}{۳\pi^{۲}})^{\frac{۲}{۳}}\pi^{۳}\rho_{۰}^{\frac{۱}{۳}},$$

هر یک از انتگرال‌های معادلهٔ (۷) با استفاده از بسط زیر حل می‌شوند.

$$I_n=\int_{۰}^{\infty}r^{۲}f^{n}(r)dr=\frac{۱}{۳}R^{۳}[۱+۳(\frac{d}{R})I_n^{۰}$$
$$+۶(\frac{d}{R})^{۲}I_n^{۱}+۳(\frac{d}{R})^{۳}I_n^{۲}, \quad (۸)$$

$$I_n^{m}=\int_{۰}^{\infty}\left[\frac{۱}{(۱+e^{x})^{n}}+\frac{(-۱)^{m}}{(۱+e^{-x})^{n}}+(-۱)^{m+۱}\right]x^{m}dx, \quad (۹)$$

با استفاده ازمعادلات (۷) و (۸) و (۹)، پارامتر چگالی تراز به صورت زیر به دست می‌آید. در این رابطه مقادیر مورد نظر برای انتگرال‌های I_n^{m}، به صورت عددی در جدول ۱ محاسبه شده‌اند.

$$a=\frac{۱}{۳}R^{۳}[(۱-\alpha)+۳(\frac{d}{R})\nu_{۰}+۶(\frac{d}{R})^{۲}\nu_{۱}+۳(\frac{d}{R})^{۳}\nu_{۲},$$
$$\nu_m=I_{\frac{۱}{۳}}^{m}-\alpha I_{\frac{۴}{۳}}^{m}+\frac{\beta}{d}(I_{\frac{۴}{۳}}^{m}-(۱-\alpha)I_{\frac{۷}{۳}}^{m}+\alpha I_{\frac{۱۰}{۳}}^{m}) \quad (۱۰)$$
$$m=۰,۱,۲,$$

حال با به کارگیری شرط پایداری تعداد نوکلئون‌ها و با استفاده از معادلات (۵) و (۶)، پارامتر R، به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$A=\int_{۰}^{\infty}\rho(r)d^{۳}(r)\Rightarrow R=r_{۰}'A^{\frac{۱}{۳}}, \quad (۱۱)$$

که در آن $r_{۰}'$ به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$r_{۰}'^{۳}=r_{۰}^{۳}-\pi^{۲}r_{۰}d\times A^{\frac{۱}{۳}},$$
$$r_{۰}=(\frac{۳}{۴\pi\rho_{۰}})^{\frac{۱}{۳}}, \quad (۱۲)$$

با استفاده از معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲)، پارامتر چگالی تراز به صورت زیر به دست می‌آید.

$$a(A)=a_V A+a_S A^{\frac{۲}{۳}}+a_C A^{\frac{۱}{۳}}, \quad (۱۳)$$

که در آن داریم:

$$a_V=\frac{۱}{۳}C(۱-\alpha)r_{۰}^{۳},$$
$$a_S=\nu_{۰}Cr_{۰}^{۲}d,$$
$$a_C=۲r_{۰}C\nu_{۱}d,$$

با در نظر گرفتن آثار پوسته‌ای، معادلهٔ (۱۳) به صورت زیر در می‌آید [۸].

$$a(A)=(a_V A+a_S A^{\frac{۲}{۳}}+a_C A^{\frac{۱}{۳}})$$
$$[۱+\frac{\Delta_S}{U}(۱-e^{-\gamma UA^{-\frac{۱}{۳}}})], \quad (۱۴)$$

جدول ۱. مقادیر عددی انتگرال‌های (I_n^m)

I_n^m	$n=\frac{۱}{۳}$	$n=\frac{۴}{۳}$	$n=\frac{۷}{۳}$	$n=\frac{۱۰}{۳}$
m=۰	۲٫۵۵۴۲۸	−۰٫۴۴۵۱۸	−۱٫۱۹۵۱۸	−۱٫۶۲۳۷۵
m=۱	۹٫۱۳۳۸۱	۱٫۴۶۹۳۶	۱٫۸۰۳۲۴	۲٫۳۱۵۴۶
m=۲	۵۳٫۱۲۶۱	−۱٫۶۷۹۷۵	−۳٫۸۸۰۷۶	−۵٫۴۲۶۳۸

در این رابطه Δ_S و U به ترتیب بیانگر انرژی تصحیح پوسته‌ای وانرژی برانگیزش هستند و از روابط زیر محاسبه می‌شوند [۸].

$$U = S_n - pair\ ,$$

$$\Delta_S = \frac{۱}{C^۲}\left[\frac{۲۳(A-۲Z)^۲}{A} - \delta\right], \qquad (۱۵)$$

$$\delta = ۳۳A^{-\frac{۳}{۴}}\ ,$$

در اینجا S_n انرژی جداسازی است و پارامتر δ برای هسته های زوج- زوج مثبت، برای هسته‌های فرد- فرد منفی و برای هسته‌های A فرد (زوج- فرد و فرد- زوج) برابر صفر و pair بیانگر انرژی زوجیت است.

۳. محاسبهٔ پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای به صورت تابعی از دما

در محاسبات آماری نشان داده می‌شود که آنتروپی (S) و انرژی درونی کل یک سیستم (E)، را می‌توان از روابط زیر تعیین کرد [۹].

$$S = -\int g(\varepsilon)[f\ln f + (۱-f)\ln(۱-f)]d\varepsilon\ , \qquad (۱۶)$$

$$E(T) = \int \varepsilon g(\varepsilon) f(\varepsilon,\mu,T)d\varepsilon\ , \qquad (۱۷)$$

در روابط (۱۶) و (۱۷)، $g(\varepsilon)$ و $f(\varepsilon,\mu,T)$ به ترتیب اشاره به چگالی تراز تک ذره و احتمال اشغال هر تراز دارند.

$$f(\varepsilon,\mu,T) = \frac{۱}{۱+\exp(\frac{\varepsilon-\mu}{T})}\ , \qquad (۱۸)$$

و اما با استفاده از تقریب اصلاح شدهٔ توماس- فرمی برای اثر پیوسته نشان داده می‌شود که پارامتر چگالی تراز هسته‌ای به عنوان تابعی از دما، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید [۷].

$$a = \frac{U}{T^۲}\ , \qquad (۱۹)$$

که در آن U بیانگر انرژی برانگیزش و T بیانگر دما است. انرژی برانگیزش از رابطهٔ زیر حساب می‌شود.

$$U = E(T) - E(۰)\ , \qquad (۲۰)$$

بنابراین برای تعیین پارامتر چگالی تراز در ابتدا باید چگالی تک ذره، یعنی $g(\varepsilon)$ را محاسبه وسپس با استفاده از رابطهٔ (۱۷)، مقادیر E(T) و E(0) را به دست آورده و سرانجام به کمک روابط (۱۹) و (۲۰) پارامتر چگالی تراز را محاسبه کرد. از تقریب اصلاح شدهٔ توماس- فرمی برای آثار پیوسته نشان داده شده می‌شود که چگالی تراز ذرهٔ منفرد از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود [۶].

$$g(\varepsilon) = \frac{۱}{\pi^۲}\int d^۳r(\frac{۲m^*}{\hbar^۲})^{\frac{۳}{۲}}[(\varepsilon - \frac{m}{m^*}V(r))^{\frac{۱}{۲}} - \theta(\varepsilon)\sqrt{\varepsilon}]\ , \qquad (۲۱)$$

که در آن $\theta(\varepsilon)$ به صورت زیرتعریف می‌شود.

$$\theta(\varepsilon) = \begin{cases} ۰ & \varepsilon\langle ۰ \\ ۱ & \varepsilon\rangle ۰\ , \end{cases} \qquad (۲۲)$$

و برای V(r)، پتانسیل ساکسون به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V(r) = \begin{cases} \dfrac{V_۰}{۱+\exp(\frac{r-R}{d})} & r\langle R_{\max}\ , \\ ۰ & r\rangle R_{\max}\ , \end{cases} \qquad (۲۳)$$

و جرم مؤثر (m*) به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰].

$$m^* = m(۱-\alpha n(r))(۱-\beta n'(r))\ , \qquad (۲۴)$$

$$n(r) = \frac{\rho(r)}{\rho_۰} = \frac{۱}{۱+\exp(\frac{r-C}{z})}\ , \qquad (۲۵)$$

پارامترهای نمایانده شده در تابع توزیع فرمی، n(r)، به صورت زیر داده می‌شوند [۱۱].

$$\rho_۰ = ۰٫۱۷(fm^{-۳})\ ,$$
$$z = ۰٫۵۴(fm)\ , \qquad (۲۶)$$
$$C = \frac{۱٫۱۲A^{\frac{۱}{۳}}}{[۱+(\frac{\pi z}{C})^۲]^{\frac{۱}{۳}}}\ ,$$

برای $\pi z\langle C$، مقدار C به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$C \cong ۱/۱۲A^{\frac{۱}{۳}} - ۰/۸۵۷A^{-\frac{۱}{۳}} , \quad (۲۷)$$

پارامترهای پتانسیل در دمای T=۰ به صورت زیر داده می‌شوند [۶].

$$V_۰ = -۴۷ + ۳۳\frac{N-Z}{Z} ,$$
$$d = ۰/۷(fm) ,$$
$$R_V = ۱/۱۲A^{\frac{۱}{۳}} + ۰/۸(fm) , \quad (۲۸)$$
$$R = \frac{R_V}{[۱+(\frac{\pi d}{R})^۲]^{\frac{۱}{۳}}} ,$$

همچنین داریم [۶].

$$\alpha(۰) = ۰/۳ ,$$
$$\beta(۰) = ۰/۴A^{\frac{۱}{۳}} , \quad (۲۹)$$

این پارامترها مطابق روابط زیر با دما تغییر پیدا می‌کنند [۶].

$$d(T) = ۰/۷(fm) + ۰/۰۰۷T^۲ ,$$
$$R(T) = R(۰)[۱+۰/۰۰۰۵T^۲ ,$$
$$\alpha(T) = ۰/۳ - ۰/۰۰۱۵T^۲ , \quad (۳۰)$$
$$\beta(T) = ۰/۴A^{\frac{۱}{۳}}e^{-(\frac{TA^{\frac{۱}{۳}}}{۲۱})^۲} .$$

۴. روش انجام محاسبه

برای محاسبهٔ پارامتر چگالی تراز هسته‌ای به عنوان تابعی از دما، ابتدا جرم مؤثر محاسبه می‌شود وسپس با به کارگیری رابطهٔ (۲۱) چگالی تراز ذرهٔ منفرد به دست آورده می‌شود. در مرحلهٔ بعدی با استفاده ازرابطهٔ (۱۷) مقدار E(T) به دست می‌آید. حال با به کارگیری تعریفی که از انرژی برانگیزش U در رابطهٔ (۲۰) بر حسب E(T) و E(0) ارائه شده است و با جایگذاری مقادیر آنها در رابطهٔ (۱۹)، پارامتر چگالی تراز هسته‌ای به عنوان تابعی از دما به شرح انجام مراحل محاسباتی زیر محاسبه می‌شود.

۴. ۱. محاسبهٔ (m*)

مقدار متوسط جرم مؤثر، به صورت رابطهٔ زیرمحاسبه می‌شود [۶].

$$\langle m^* \rangle = \frac{\int m^* n(r)dr}{\int n(r)dr} , \quad (۳۱)$$

با جایگذاری معادلات (۲۴) و(۲۵) در معادلهٔ (۳۱) و پس ازانتگرال‌گیری و کمی ساده‌سازی، مقدار متوسط جرم مؤثر از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

$$\langle m^* \rangle = m\frac{\phi_۱}{\phi_۲} , \quad (۳۲)$$

که در آن $\phi_۱$ و $\phi_۲$ ازروابط زیرمحاسبه می‌شوند.

$$\varphi_۱ = C + \frac{z\alpha}{۲} + z(۱-\alpha)\ln(۱+e^{-\frac{C}{z}}) - \frac{z\alpha}{۲}$$
$$[\frac{(۱+\frac{۲C}{z})e^{-\frac{C}{z}} - ۱}{۱+e^{-\frac{C}{z}}}] + \frac{\beta}{۲(۱+e^{-\frac{C}{z}})^۲} - \quad (۳۳)$$
$$\frac{\alpha\beta}{۳(۱+e^{-\frac{C}{z}})} \cong C + z\alpha + \frac{(۳-۲\alpha)}{۶}\beta ,$$

$$\phi_۲ = C + z\ln(۱+e^{-\frac{C}{z}}) \quad (۳۴)$$
$$\cong C ,$$

۴. ۲. محاسبهٔ g(ε)

با جایگذاری معادلات (۲۳) و (۳۲) در معادلهٔ (۲۱) و پس ازانتگرال‌گیری وساده کردن عبارت، برای $\varepsilon > ۰$ مقدار g(ε) به گونه زیر محاسبه می‌شود.

$$g(\varepsilon) = \frac{۴}{\pi}\left[\frac{۲m}{\hbar^۲}\frac{\varphi_۱}{\varphi_۲}\right]^{\frac{۳}{۲}} \left\{(۲R^۳ + ۸Rd^۲ - ۶R^۲d)\right.$$
$$\left.\sqrt{\varepsilon + V_۰\frac{\varphi_۲}{\varphi_۱}} + (۲R^۲d - ۸Rd^۲)\sqrt{\varepsilon}\right\} . \quad (۳۵)$$

۴. ۳. محاسبهٔ E(T)

با جایگذاری معادلهٔ (۳۵) در معادلهٔ (۱۷) و پس ازانتگرال‌گیری و ساده‌سازی، E(T) نیز به صورت رابطه زیر به دست می‌آید.

$$E(T) = \frac{۴}{\pi}\left[\frac{۲m}{\hbar^۲}\frac{\varphi_۱}{\varphi_۲}\right]^{\frac{۳}{۲}} \quad (۳۶)$$
$$\left\{(۲R^۳ + ۸Rd^۲ - ۶R^۲d)\eta_۱ + (۲R^۲d - ۸Rd^۲)\eta_۲\right\} ,$$

که در آن $\eta_۱$ و $\eta_۲$ توسط روابط زیر داده می‌شوند:

$$\eta_1=\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{3\mu+2V_0\frac{\varphi_2}{\varphi_1}}{\sqrt{\mu+V_0\frac{\varphi_2}{\varphi_1}}}\right)T^2+\frac{2}{5} \tag{۳۷}$$

$$(1-2V_0\frac{\varphi_2}{\varphi_1})(\mu+V_0\frac{\varphi_2}{\varphi_1})^{\frac{3}{2}}+\frac{4}{15}V_0\frac{\varphi_2}{\varphi_1},$$

$$\eta_2=\frac{2}{5}\mu^{\frac{5}{2}}+\frac{\pi^2}{4}\sqrt{\frac{\mu}{T}}\ , \tag{۳۸}$$

در این روابط μ پتانسیل شیمیایی است.

۴. ۴. محاسبهٔ E(۰)

برای محاسبهٔ E(۰) ازمعادلهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$E(0)=\int_0^{\varepsilon_f}\varepsilon g_0(\varepsilon)d\varepsilon \tag{۳۹}$$

با جایگذاری معادلهٔ (۳۵) در معادلهٔ (۳۹) و پس ازانتگرال‌گیری و انجام پاره‌ای از ساده سازی‌ها داریم:

$$\begin{aligned}E(0)=&\frac{4}{\pi}\left[\frac{2m}{\hbar^2}\frac{\varphi_1(0)}{\varphi_2(0)}\right]^{\frac{3}{2}}\{(2R^3(0)+8R(0)d^2(0)\\&-6R^2(0)d(0))[\frac{2}{5}(\varepsilon_f+V_0\frac{\varphi_2(0)}{\varphi_1(0)}-\\&\frac{2}{3}V_0\frac{\varphi_2(0)}{\varphi_1(0)}(\varepsilon_f+V_0\frac{\varphi_2(0)}{\varphi_1(0)})^{\frac{3}{2}}+\frac{4}{15}(V_0\frac{\varphi_2(0)}{\varphi_1(0)})^{\frac{5}{2}}]\\&+(2R^2(0)d(0)-8R(0)d^2(0))\varepsilon_f^{\frac{5}{2}}\},\end{aligned} \tag{۴۰}$$

در نهایت با جایگذاری معادلات (۳۶) و (۴۰) در معادلهٔ (۲۰)، انرژی برانگیزش تعیین می‌شود. با قرار دادن نتیجهٔ حاصل در معادلهٔ (۱۹) پارامتر چگالی تراز، مطابق رابطهٔ زیر به عنوان تابعی از دما به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}a(T)=&\frac{4}{\pi T^2}(\frac{2m}{\hbar^2})^{\frac{3}{2}}\{[\frac{\varphi_1}{\varphi_2}]^{\frac{3}{2}}\{(2R^3+8Rd^2\\&-6R^2d)\eta_1+(2R^2d-8Rd^2)\eta_2\}\\&-[\frac{\varphi_{01}}{\varphi_{02}}]^{\frac{3}{2}}\{(2R_0^3+8R_0d_0^2-6R_0^2d_0)\\&[\frac{2}{5}(\varepsilon_f+V_0\frac{\varphi_{02}}{\varphi_{01}})^{\frac{5}{2}}-\frac{2}{3}V_0\frac{\varphi_{02}}{\varphi_{01}}(\varepsilon_f+V_0\frac{\varphi_{02}}{\varphi_{01}})^{\frac{3}{2}}\\&+\frac{4}{15}(V_0\frac{\varphi_{02}}{\varphi_{01}})^{\frac{5}{2}}]+(2R_0^2d_0-8R_0d_0^2)\varepsilon_f^{\frac{5}{2}}\}\},\end{aligned} \tag{۴۱}$$

جدول ۲. مقادیر پارامترهای چگالی ترازهای هسته‌ای محاسباتی و تجربی. a و *a مقادیر تجربی برگرفته از مرجع [۷] هستند.

Z	A	$a(\mathrm{MeV}^{-1})$	$a^*(\mathrm{MeV}^{-1})$
۹	۲۰	۳٫۲۸	۳٫۷۹
۱۱	۲۴	۳٫۷۸	۳٫۷۲
۱۲	۲۵	۳٫۹۰	۳٫۰۳
۱۲	۲۶	۴٫۰۲	۴٫۰۲
۱۳	۲۷	۴٫۱۴	۳٫۸۳
۱۴	۲۹	۴٫۳۹	۳٫۲۰
۱۷	۳۸	۵٫۴۶	۵٫۹۴
۱۹	۴۰	۵٫۶۸	۵٫۲۱
۱۹	۴۲	۵٫۹۰	۵٫۶۲
۲۰	۴۱	۵٫۸۰	۵٫۲۰
۲۰	۴۵	۶٫۲۶	۶٫۶۶
۲۱	۴۶	۶٫۳۸	۶٫۸۲
۳۴	۸۱	۱۰٫۳۱	۱۱٫۴۴
۴۴	۱۰۰	۱۲٫۳۰	۱۲٫۴۸
۵۱	۱۲۴	۱۴٫۹۰	۱۴٫۹۴
۵۲	۱۲۵	۱۴٫۹۷	۱۵٫۱۳
۶۵	۱۶۰	۱۸٫۷۳	۱۹٫۲۹

با جایگذاری مقادیر معلوم حاصل از معادلات (۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۳ و ۳۴) در معادلهٔ (۴۱)، پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای به شکل ساده زیر در می‌آید [۸].

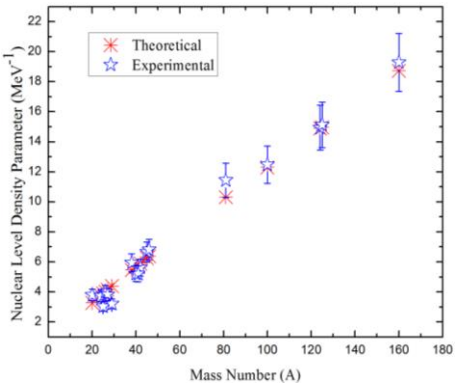
$$a(T)=a(A)[0.7143(1+0.4\exp[-(\frac{TA^{\frac{1}{3}}}{21})^2]]^{1/7}\ , \tag{۴۲}$$

که در آن $a(A)$ با استفاده ازمعادلهٔ (۱۴) تعیین می‌شود.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

مقادیر پارامتر چگالی تراز به عنوان تابعی از عدد جرمی با به کارگیری معادلهٔ (۱۴) برای تعدادی ازهسته‌ها تعیین شدند و نتایج در مقایسه با داده‌های تجربی در قالب جدول ۲ آورده شد. بر اساس داده‌های آورده شده در این جدول و شکل ۱، ملاحظه می‌شود که تطابق نسبتاً خوبی بین داده‌های محاسباتی و تجربی وجود دارد.

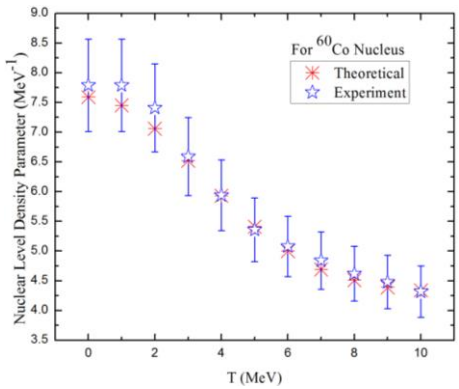
به همین ترتیب و با به کارگیری معادلهٔ (۴۲)، مقادیر پارامتر چگالی تراز به عنوان تابعی از دما برای دو هستهٔ ^{60}Co و ^{160}Tb تعیین شدند و نتایج در مقایسه با داده‌های تجربی در قالب



شکل ۱. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) تغییرات پارامتر چگالی تراز هسته‌ای، a بر حسب عدد جرمی، A.

جدول ۳. مقادیر پارامترهای چگالی ترازهای هسته‌ای محاسباتی و تجربی a و *a برای هستهٔ ^{60}Co در گسترهٔ دمائی بین صفر تا ۱۰(MeV)، مقادیر تجربی برگرفته از مرجع [۶] هستند.

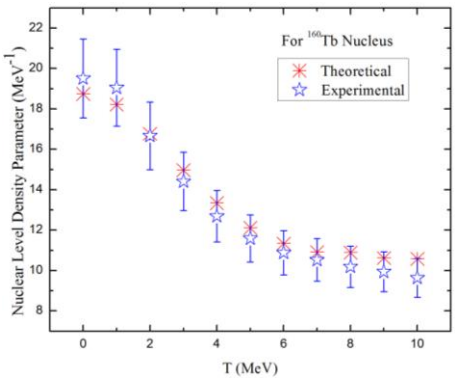
T(MeV)	a(MeV^{-1})	a*(MeV^{-1})
۰	۷٫۵۹	۷٫۷۹
۱	۷٫۴۵	۷٫۷۹
۲	۷٫۰۶	۷٫۴۱
۳	۶٫۵۲	۶٫۵۹
۴	۵٫۹۳	۵٫۹۴
۵	۵٫۴۱	۵٫۳۶
۶	۵٫۰۰	۵٫۰۸
۷	۴٫۶۹	۴٫۸۴
۸	۴٫۵۱	۴٫۶۲
۹	۴/۳۹	۴/۴۸
۱۰	۴/۳۴	۴/۳۲



شکل ۲. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) تغییرات پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای، a بر حسب دمای T برای هستهٔ ^{60}Co.

جدول ۴. مقادیر پارامترهای چگالی ترازهای هسته‌ای محاسباتی و تجربی، یعنی a و a^* برای هستهٔ ^{160}Tb در گسترهٔ دمائی بین صفر تا ۱۰(MeV)، مقادیر تجربی برگرفته از مرجع [۶] هستند.

T(MeV)	a(MeV^{-1})	a*(MeV^{-1})
۰	۱۸٫۷۴	۱۹٫۵۱
۱	۱۸٫۲۲	۱۹٫۰۵
۲	۱۶٫۷۷	۱۶٫۶۷
۳	۱۴٫۹۷	۱۴٫۴۱
۴	۱۳٫۳۴	۱۲٫۶۹
۵	۱۲٫۱۲	۱۱٫۵۹
۶	۱۱٫۳۴	۱۰٫۸۸
۷	۱۰٫۹۱	۱۰٫۵۳
۸	۱۰٫۸۹	۱۰٫۱۹
۹	۱۰٫۶۲	۹٫۹۴
۱۰	۱۰٫۵۸	۹٫۶۴



شکل ۳. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) تغییرات پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای، a بر حسب دمای T برای هستهٔ ^{160}Tb.

جداول ۳ و ۴ آورده شدند. بر اساس داده‌های آورده شده در این جداول و شکل‌های ۲ و ۳ ملاحظه می‌شود که تطابق نسبتاً خوبی بین داده‌های محاسباتی و تجربی وجود دارد.

با توجه به نتایج و شکل‌های ۲ و ۳ ملاحظه می‌شود که

پارامتر چگالی ترازهای هسته‌ای با افزایش دما در گسترهٔ از A/۸ تا A/۱۳ تغییر می‌کند. در اینجا نیز مشاهده می‌شود که بین داده‌های محاسباتی حاصل از ازتقریب اصلاح شدهٔ توماس-فرمی و نتایج تجربی مطابقت نسبتاً خوبی وجود دارد. بنابراین، از این تقریب می‌توان در محاسبات مربوط به چگالی ترازهای هسته‌ای با دقت بالایی استفاده کرد.

مراجع

1. M N Nasrabadi and M Sepiani, *Physica Scripta* **90** (2015) 1.
2. M N Nasrabadi and M Sepiani, *Acta Physica Polonica* B **45**, 9 (2014) 1865.
3. M N Nasrabadi and M Sepiani, *Iranian Journal of Physics Research* **12**, 1 (2012) 67.

۳. م نصری‌نصرآبادی و م سپیانی، *مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران* **۱۲**، ۱ (۱۳۹۱) ۶۷.

4. H A Bethe, *Phys. Rev*. **50** (1936) 332.
5. Till Von Egidy and Dorel Bucurescu, *Phys. Rev*. C **73** (2006) 049901.
6. S Shlomo and J B Natowitz, *Phys*. *Lett*. B **252** (1990) 187.
7. M. Barranco, J.Treiner, *Nucl*. *Phys*. A **351** (1981) 269.
8. S F Mughabghab, "*Atlas of Neutron Resonances*", *Elsevier Science* (2007).
9. R K Pathria and D Paul Beale, "*Statistical Mechanics*", Third Edition (1996).
10. M Prakash, J Wambach, andZ Ma, *Phys*. *Lett*. **128** B (1983) 141.
11. Aage Bohr, and Ben R Mottelson, "*Nuclear Structure*", Vol. I: Single-Particle Motion; Vol. II Nuclear Deformations, Published By W.A. Benjamin (1999).