

اثر دما و نقش درهم تنیدگی و همدوسی بر انتقال برانگیختگی در زنجیره اسپینی

لاله معمارزاده

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

پست الکترونیکی: memarzadeh@sharif.edu

(دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۲۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۱۱/۲۹)

چکیده

در زنجیره اسپینی که کوانتوم بیت‌ها (کیوبیت‌ها) توسط محیط به شکل زنجیره‌ای به یکدیگر متصل شده‌اند، به بررسی نقش همدوسی و درهم تنیدگی بر انتقال برانگیختگی می‌پردازیم. همچنین با در نظر گرفتن محیط در دمای غیر صفر، در مورد تحول زمانی کمیت‌های ذکر شده بحث می‌کنیم و نشان می‌دهیم درهم تنیدگی و همدوسی کوانتومی به مرور سیستم از بین می‌روند در حالی که احتمال یافتن کیوبیت انتهایی در حالت برانگیخته افزایش می‌یابد. نتایج گزارش شده بیانگر نقش مخرب دما بر همدوسی و درهم تنیدگی، و البته عدم تأثیر این کمیت‌ها بر انتقال برانگیختگی است.

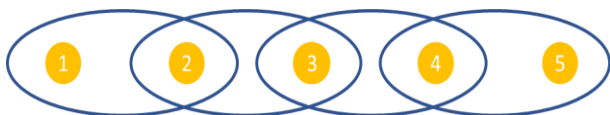
واژه‌های کلیدی: سیستم کوانتومی باز، درهم تنیدگی، همدوسی کوانتومی، انتقال

۱. مقدمه

برانگیختگی، انرژی، حالات کوانتومی و اطلاعات در شبکه‌ای است که نقطه مبدأ و مقصد را به هم مرتبط می‌سازد. در این چهارچوب می‌توان بررسی‌های نظری مورد نظر را در مدل‌هایی که به تجربه نزدیک هستند انجام داد، زیرا در این ساختار می‌توان به خوبی آثار ناشی از برهم‌کنش سیستم با محیط اطراف که به نوبه تعبیر می‌شود را در نظر گرفت و همچنین اثر دمای محیط در برگیرنده سیستم را بر کمیت‌های مورد نظر مورد مطالعه قرار داد.

با استفاده از ساختار ارائه شده در نظریه سیستم‌های کوانتومی باز، نشان داده شده است که دو بیت کوانتومی با قرار گرفتن در یک محیط گرمایی با یکدیگر درهم‌تنیده می‌شوند

مسئله انتقال برانگیختگی و انرژی از موضوعات مورد توجه در فیزیک ماده چگال و نظریه اطلاعات کوانتومی است. با پیشرفت‌های تکنولوژی امکان ساخت و مهندسی قطعات در ابعاد کوچک و بررسی رد پای پدیده‌های کوانتومی در آنها فراهم شده است. علاوه بر پیشرفت‌های تجربی، تحقیقات نظری انجام شده در زمینه اطلاعات کوانتومی، ابزار و تکنیک‌های نیرومندی را جهت بررسی و ارائه مدل برای پدیده انتقال در ابعاد کوچک و بحث در مورد نقش ویژگی‌های کوانتومی در این زمینه فراهم آورده است. چهارچوب نظریه سیستم‌های کوانتومی باز [۱] بستری مناسب برای مطالعه انتقال



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) کیوبیت‌ها (دایره‌های زرد رنگ) به واسطه محیط در بر گیرنده آنها (بیضی‌های آبی رنگ) با همسایه خود برهم‌کنش غیرمستقیم دارند.

برهم‌کنش ندارند:

$$H_S = \frac{\hbar\omega_z}{\gamma} \sum_{k=1}^N \sigma_z^{(k)}, \quad (1)$$

در عبارت بالا $\sigma_z^{(k)}$ عملگر پائولی مربوط به کیوبیت k ام است (عملگرهای پائولی مربوط به کیوبیت k ام را با σ_x^k ، σ_y^k و σ_z^k نشان می‌دهیم). این کوانتوم بیت‌ها همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است با محیط گرمایی که به شکل زنجیر وار به هم مرتبط هستند، برهم‌کنش دارند. محیط بوزونی در برگیرنده کیوبیت‌ها با هامیلتونی زیر توصیف می‌شود:

$$H_B = \sum_{k=1}^{N-1} \int d\omega b_{k,\omega}^+ b_{k,\omega}, \quad (2)$$

$b_{k,\omega}$ و $b_{k,\omega}^+$ عملگرهای خلق و فنای بوزونی مربوط به مد ω در کاواک k ام هستند (در این متن منظور از O^+ دگر عملگر O است). هر کیوبیت با دو حمام گرمایی در تماس است و هامیلتونی برهم‌کنش بین کیوبیت‌های سیستم و محیط به شکل زیر است:

$$H_I = \sum_{k=1}^{N-1} \int d\omega h(\omega) \sigma_k^- (b_{k-1,\omega}^+ + b_{k,\omega}^+) + H.C, \quad (3)$$

که در آن $\sigma_k^\pm = \sigma_x^{(k)} \pm i\sigma_y^{(k)}$ عملگرهای بالا برنده و پایین برنده اثر کننده بر کیوبیت k ام هستند و $h(\omega)$ قدرت برهم‌کنش سیستم را با مدهای حمام بوزنی توصیف می‌کند. در حالی که کیوبیت‌ها برهم‌کنش مستقیمی با هم ندارند، از طریق محیط زنجیره‌ای با هم مرتبط می‌شوند و به طور غیرمستقیم و به واسطه حمام گرمایی زنجیره‌ای شکل می‌توانند با هم برهم‌کنش داشته باشند. بدیهی است دینامیک کل سیستم یعنی کیوبیت‌ها و کاواک‌ها، به صورت یکانی است، اما دینامیک کیوبیت‌ها به دلیل برهم‌کنشی که کیوبیت‌ها با محیط پیرامون خود دارند، یک تحول یکانی نیست. در بخش بعد معادله

[۲]. تحول و تولید درهم‌تنیدگی در سیستمی متشکل از تعداد دلخواه کیوبیت در یک حمام گرمایی با دمای صفر نیز مورد مطالعه قرار گرفته است و نشان داده شده است بسته به انتخاب حالت اولیه، در حالت پایا حالت‌های درهم‌تنیده متفاوتی تولید خواهند شد [۳]. مطالعه سیستم‌های کوانتومی باز، فراتر از تولید درهم‌تنیدگی رفته و با استفاده از آن تلاش‌هایی در راستای توضیح بهینه بودن انتقال انجام شده و گزارش‌هایی در مورد اهمیت همدوسی کوانتومی در انتقال برانگیختگی در سیستم‌های بیولوژیک [۴] و همچنین نقش موثر محیط در انتقال ارائه شده است [۵]. در [۶] سیستمی از کیوبیت‌های بدون برهم‌کنش در یک حمام گرمایی مطالعه شده است و در مورد نقش دما بر همدوسی و انتقال برانگیختگی بحث شده است. در این مقاله هدف ما بررسی تحول زمانی همدوسی، درهم‌تنیدگی و نقش آنها در انتقال برانگیختگی در زنجیره‌ای از کیوبیت‌هایی است که بایکدیگر برهم‌کنش مستقیم ندارند ولی از طریق محیط به شکل زنجیر وار هر دو کیوبیت همسایه به هم مرتبط هستند. این مدل ابتدا در [۷] ارائه شده است و در حالتی که دمای محیط صفر در نظر گرفته شده است، در مورد نحوه درهم‌تنیده شدن اتم‌ها در طی زمان و وابستگی نتیجه به شرایط اولیه بحث شده است. در این مقاله قصد داریم علاوه بر بررسی نقش دمای محیط بر تحول درهم‌تنیدگی و همدوسی به اثر دما بر انتقال برانگیختگی پردازیم و در مورد نقش همدوسی و درهم‌تنیدگی که از ویژگی‌های کوانتومی هستند بر انتقال برانگیختگی بحث کنیم.

ساختار مقاله به این ترتیب است که در بخش اول، به معرفی مدل می‌پردازیم. در بخش دوم روند به دست آوردن معادله دینامیک مارکوفی سیستم را شرح می‌دهیم و در بخش سوم به بررسی رفتار درهم‌تنیدگی، همدوسی و احتمال برانگیخته شدن کیوبیت انتهایی زنجیره می‌پردازیم. نتیجه‌گیری در بخش چهارم انجام می‌شود.

۲. معرفی مدل

سیستمی شامل N کیوبیت یا N ذره اسپین $\frac{1}{2}$ را با هامیلتونی زیر در نظر می‌گیریم که با یکدیگر به صورت مستقیم

عملگرهای لیندبلد با استفاده از عملگرهای تصویر بر روی ویژه فضاها انرژی ϵ ، $\Pi\epsilon$ و عملگرهای A_k معرفی شده در معادلات (۵) با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$A_k(\hbar\omega) = \sum_{\epsilon' - \epsilon = \hbar\omega} \Pi_{\epsilon'} A_k \Pi_{\epsilon'}^{-1}, \quad (۸)$$

پس از کمی محاسبه می‌توان نشان داد که فرم صریح عملگرهای لیندبلد که توصیف‌کننده گذارهای مجاز بین ترازهای انرژی سیستم در اثر برهم‌کنش با محیط هستند، به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} A_1(\hbar\omega_s) &= \sigma_1^- & A_1(-\hbar\omega_s) &= \sigma_1^+, \\ A_4(\hbar\omega_s) &= i\sigma_1^- & A_4(-\hbar\omega_s) &= -i\sigma_1^+, \\ A_7(\hbar\omega_s) &= \sigma_7^- & A_7(-\hbar\omega_s) &= \sigma_7^+, \\ A_8(\hbar\omega_s) &= i\sigma_7^- & A_8(-\hbar\omega_s) &= -i\sigma_7^+, \\ A_9(\hbar\omega_s) &= \sigma_9^- & A_9(-\hbar\omega_s) &= \sigma_9^+, \\ A_{10}(\hbar\omega_s) &= i\sigma_9^- & A_{10}(-\hbar\omega_s) &= -i\sigma_9^+, \end{aligned} \quad (۹)$$

بنابراین معادله مادر در تحول مارکوفی سیستم به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \sum_{\omega} \sum_{k,l=1}^6 \gamma_{k,l}(\omega) \left(A_k(\hbar\omega) \rho A_l^\dagger(\hbar\omega) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\gamma} \left\{ A_l^\dagger(\hbar\omega) A_k(\hbar\omega), \rho \right\} \right), \end{aligned} \quad (۱۰)$$

که در آن $A_k(\hbar\omega)$ در معادلات (۹) معرفی شده‌اند و بنابر محاسبات منتج شده به معادلات (۹) مقدار ω در رابطه (۱۰) تنها دو مقدار $\pm\omega_s$ است. ضرایب کوزاکوفسکی $\gamma_{k,l}(\omega)$ که انعکاس دهنده قدرت برهم‌کنش سیستم با محیط بوده نیز بر اساس توابع همبستگی در محیط داده می‌شوند

$$\gamma_{k,l}(\omega) = 2\pi \text{Tr}(B_k(\omega) B_l \rho_B), \quad (۱۱)$$

که در آن ρ_B ماتریس چگالی محیط است که فرض می‌کنیم در حالت گرمایی با دمای T باشد و عملگر $B_k(\omega)$ نمایش عملگر B_k در تصویر برهم‌کنش است

$$\begin{aligned} B_1(\omega) &= h(\omega) b_{1,\omega}, & B_1(-\omega) &= h(\omega) b_{1,\omega}^\dagger, \\ B_4(\omega) &= -ih(\omega) b_{1,\omega}, & B_4(-\omega) &= ih(\omega) b_{1,\omega}^\dagger, \\ B_7(\omega) &= h(\omega) (b_{7,\omega} + b_{7,\omega}^\dagger), & B_7(-\omega) &= h(\omega) (b_{7,\omega}^\dagger + b_{7,\omega}), \\ B_8(\omega) &= -ih(\omega) (b_{7,\omega} + b_{7,\omega}^\dagger), & B_8(-\omega) &= h(\omega) (b_{7,\omega}^\dagger + b_{7,\omega}^\dagger), \\ B_9(\omega) &= h(\omega) b_{9,\omega}, & B_9(-\omega) &= h(\omega) b_{9,\omega}^\dagger, \\ B_{10}(\omega) &= -ih(\omega) b_{9,\omega}, & B_{10}(-\omega) &= ih(\omega) b_{9,\omega}^\dagger, \end{aligned} \quad (۱۲)$$

با توجه به رابطه (۱۱) و فرم عملگرهای $B_k(\omega)$ ، ماتریس ضرایب کوزاکوفسکی به شکل زیر به دست می‌آید:

دینامیکی توصیف‌کننده تحول سیستم را به دست می‌آوریم.

۳. تحول مارکوفی سیستم

با در نظر گرفتن تقریب بورن مارکوف می‌توان معادله دینامیکی سیستم با اندازه دلخواه و یا تعداد کیوبیت دلخواه را به دست آورد. در اینجا تنها برای سادگی، جزئیات به دست آوردن معادله مادر مارکوفی^۱ را برای حالتی که سیستم شامل سه کیوبیت باشد، شرح می‌دهیم. به دست آوردن معادله دینامیکی برای سیستم با اندازه دلخواه تعمیم سراسر است همین روند است.

برای به دست آوردن عملگرهای لیندبلد ابتدا هامیلتونی برهم‌کنش را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم [۱]:

$$H_I = \sum_{k=1}^6 A_k \otimes B_k, \quad (۴)$$

که در آن A_k و B_k عملگرهای هریتی هستند. عملگرهای A_k روی سیستم اثر می‌کنند و به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} A_1 &= \sigma_x^{(1)}, & A_4 &= \sigma_y^{(1)}, \\ A_7 &= \sigma_x^{(2)}, & A_8 &= \sigma_y^{(2)}, \\ A_9 &= \sigma_x^{(3)}, & A_{10} &= \sigma_y^{(3)}. \end{aligned} \quad (۵)$$

و عملگرهای B_k روی محیط اثر می‌کنند و به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} B_1 &= \int_0^{\omega_{\max}} d\omega h(\omega) (b_{1,\omega}^\dagger + b_{1,\omega}), \\ B_4 &= i \int_0^{\omega_{\max}} d\omega h(\omega) (b_{1,\omega}^\dagger - b_{1,\omega}), \\ B_7 &= \int_0^{\omega_{\max}} d\omega h(\omega) (b_{7,\omega}^\dagger + b_{7,\omega} + b_{7,\omega}^\dagger + b_{7,\omega}), \\ B_8 &= i \int_0^{\omega_{\max}} d\omega h(\omega) (b_{7,\omega}^\dagger - b_{7,\omega} + b_{7,\omega}^\dagger - b_{7,\omega}), \\ B_9 &= \int_0^{\omega_{\max}} d\omega h(\omega) (b_{9,\omega}^\dagger + b_{9,\omega}), \\ B_{10} &= i \int_0^{\omega_{\max}} d\omega h(\omega) (b_{9,\omega}^\dagger - b_{9,\omega}), \end{aligned} \quad (۶)$$

با توجه به طیف هامیلتونی سیستم به شرح زیر:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{3}{2} \hbar\omega_s, |\psi_1\rangle = |0,0,0\rangle, \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{2} \hbar\omega_s, |\psi_2\rangle = \text{Span}\{|0,1,0\rangle, |1,0,0\rangle, |0,0,1\rangle\}, \\ \epsilon_3 &= -\frac{1}{2} \hbar\omega_s, |\psi_3\rangle = \text{Span}\{|1,1,0\rangle, |1,0,1\rangle, |0,1,1\rangle\}, \\ \epsilon_4 &= -\frac{3}{2} \hbar\omega_s, |\psi_4\rangle = |1,1,1\rangle, \end{aligned} \quad (۷)$$

۱. Markovian master equation

که در آن

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = \eta(1+\tau) & \left(M_{1,2} \otimes M_{1,2} - \frac{1}{\gamma} M_{1,2}^+ M_{1,2} \right. \\ & \otimes I_\lambda - \frac{1}{\gamma} I_\lambda \otimes M_{1,2}^+ M_{1,2} \left. \right) + \eta\tau \left(M_{1,2}^+ \right. \\ & \otimes M_{1,2}^+ - \frac{1}{\gamma} M_{1,2} M_{1,2}^+ \otimes I_\lambda - \frac{1}{\gamma} I_\lambda \\ & \otimes M_{1,2} M_{1,2}^+ \left. \right) + \eta(1+\tau) \left(M_{2,3} \right. \\ & \otimes M_{2,3} - \frac{1}{\gamma} M_{2,3}^+ M_{2,3} \otimes I_\lambda - \frac{1}{\gamma} I_\lambda \\ & \otimes M_{2,3}^+ M_{2,3} \left. \right) + \eta\tau \left(M_{2,3}^+ \otimes M_{2,3}^+ \right. \\ & \left. - \frac{1}{\gamma} M_{2,3} M_{2,3}^+ \otimes I_\lambda - \frac{1}{\gamma} I_\lambda \otimes M_{2,3} M_{2,3}^+ \right), \end{aligned} \quad (19)$$

و

$$\begin{aligned} M_{1,2} &= \sigma_1^- \otimes I_\gamma \otimes I_\gamma + I_\gamma \otimes \sigma_1^- \otimes I_\gamma, \\ M_{2,3} &= I_\gamma \otimes \sigma_1^- \otimes I_\gamma + I_\gamma \otimes I_\gamma \otimes \sigma_1^-, \end{aligned} \quad (20)$$

با توجه به این که $\mathcal{L}_{k,k+1}$ ها و در نتیجه \mathcal{M} مستقل از زمان هستند، حل معادله دیفرانسیل عملگری بالا به صورت دقیق قابل به دست آوردن است

$$|\rho(t)\rangle = e^{t\mathcal{M}} |\rho(0)\rangle, \quad (21)$$

به این ترتیب با انتخاب حالت اولیه می توان حالت سیستم را در زمان دلخواه به دست آورد. پس از بیان $|\rho(t)\rangle$ به شکل ماتریسی می توان کمیت های مورد نظر را محاسبه و مطالعه کرد. لازم به ذکر است که در حالت کلی حل معادله مادر کار پیچیده ای است. برای حالتی که عملگرهای لیندبلد، مستقل از زمان هستند، همواره جواب به صورت بالا قابل بیان است.

۴. تحول درهم تنیدگی، همدوسی و انتقال برانگیختگی

در اینجا با توجه به این که علاقه مند هستیم نحوه انتقال برانگیختگی در زنجیره و اثر درهم تنیدگی و همدوسی سیستم و همچنین دمای محیط را بر این کمیت ها بررسی کنیم، حالت اولیه سیستم را به این صورت در نظر می گیریم که کیوبیت اول در حالت برانگیخته باشد و دیگر کیوبیت ها در حالت پایه باشند

$$|\psi(0)\rangle = |e, g, g\rangle, \quad (22)$$

بدیهی است که درهم تنیدگی اولیه صفر است چون حالت اولیه ضربی است. با به دست آوردن $\rho(t)$ که ماتریس چگالی سه

$$\gamma(\omega) = \eta(\tau+1) \begin{pmatrix} 1 & i & 1 & i & 0 & 0 \\ -i & 1 & -i & 1 & 0 & 0 \\ 1 & i & 2 & 2i & 1 & i \\ -i & 1 & -2i & 2 & -i & 1 \\ 0 & 0 & 1 & i & 1 & i \\ 0 & 0 & -i & 1 & -i & 1 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\gamma(-\omega) = \eta\tau \begin{pmatrix} 1 & i & 1 & i & 0 & 0 \\ -i & 1 & -i & 1 & 0 & 0 \\ 1 & i & 2 & 2i & 1 & i \\ -i & 1 & -2i & 2 & -i & 1 \\ 0 & 0 & 1 & i & 1 & i \\ 0 & 0 & -i & 1 & -i & 1 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

که در آن $\tau = \bar{n}(\omega) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$ و $\eta = 2\pi\hbar^2(\omega)$ تعداد متوسط فوتون موجود در محیط با انرژی $\hbar\omega$ است، K ثابت بولتزمن و T دمای مطلق محیط است. با افزایش / کاهش دما، تعداد متوسط فوتونها افزایش / کاهش می یابد بنابراین در ادامه

برای بررسی اثر دما بر کمیت های مورد علاقه مانند درهم تنیدگی و همدوسی، رفتار آنها را بر اساس متوسط فوتون ها در محیط یعنی τ بررسی می کنیم. با استفاده از فرم صریح ضرایب کوزاکوفسکی در روابط (۱۳) و (۱۴) پس از کمی ساده سازی می توان معادله دینامیکی تحول مارکوفی سیستم را به شکل زیر در آورد:

$$\dot{\rho} = \mathcal{L}_{1,2}[\rho] + \mathcal{L}_{2,3}[\rho], \quad (15)$$

که در آن

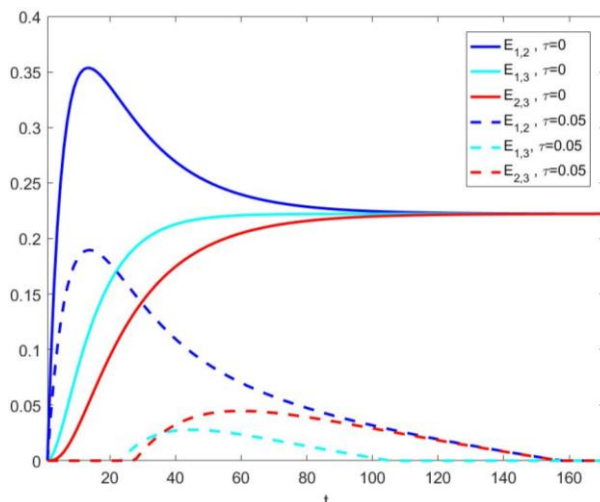
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{k,k+1}[\rho] &= \eta(1+\tau) \left(\sigma_k^- + \sigma_{k+1}^- \right) \\ & \rho \left(\sigma_k^+ + \sigma_{k+1}^+ \right) - \left\{ \left(\sigma_k^+ + \sigma_{k+1}^+ \right) \left(\sigma_k^- + \sigma_{k+1}^- \right), \rho \right\} \\ & + \eta\tau \left(\left(\sigma_k^+ + \sigma_{k+1}^+ \right) \rho \left(\sigma_k^- + \sigma_{k+1}^- \right) \right. \\ & \left. - \left\{ \left(\sigma_k^- + \sigma_{k+1}^- \right) \left(\sigma_k^+ + \sigma_{k+1}^+ \right), \rho \right\} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

در حالت کلی که سیستم دارای N کیوبیت است، معادله دینامیکی به روش مشابه به دست می آید و فرم کلی زیر را دارد

$$\dot{\rho} = \sum_{k=1}^{N-1} \mathcal{L}_{k,k+1}[\rho], \quad (17)$$

برای به دست آوردن دینامیک کمیت هایی همچون همدوسی و درهم تنیدگی بین کیوبیت ها همچنین بررسی انتقال برانگیختگی باید معادله مادر را حل کرد و ماتریس چگالی سیستم را در زمان دلخواه به دست آورد. به این منظور برای راحتی انجام محاسبات، ابتدا معادله مادر به دست آمده در (۱۵) را به صورت برداری بازنویسی می کنیم

$$\frac{d|\rho(t)\rangle}{dt} = \mathcal{M}|\rho\rangle, \quad (18)$$



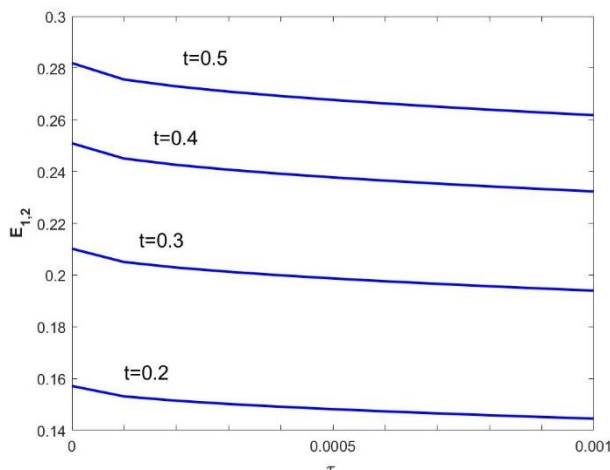
شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) میزان در هم‌تنیدگی بین کیوبیت اول و دوم (منحنی‌های آبی)، اول و سوم (منحنی‌های فیروزه‌ای) و دوم و سوم (منحنی‌های قرمز) بر حسب زمان، وقتی در حالت اولیه تنها کیوبیت اول در حالت برانگیخته قرار دارد. منحنی‌های توپر مربوط به محیط در دمای صفر و منحنی‌های خط چین مربوط به محیط با $\tau = 0.05$ است.

واضح است که حالت اولیه یک حالت ضربی است و درهم‌تنیدگی بین هر دو جفت کیوبیت صفر است. به واسطه محیط، کیوبیت‌ها به طور غیر مستقیم برهم‌کنش کرده و درهم‌تنیدگی بین آنها تولید می‌شود. لازم به توجه است که تولید درهم‌تنیدگی بین جفت کیوبیت اول-سوم و جفت کیوبیت دوم-سوم در همان لحظه ابتدایی ایجاد نمی‌شود و با تأخیر زمانی صورت می‌گیرد. دلیل این امر آن است که برای تولید درهم‌تنیدگی که نوعی همبستگی است، برانگیختگی کیوبیت اول باید به واسطه محیط به کیوبیت‌های مجاور منتقل شود و زمان کوتاهی برای این فرایند لازم است. افزایش دمای محیط، باعث می‌شود تولید درهم‌تنیدگی بین جفت‌های دوم-سوم و اول-سوم با تأخیر بیشتری صورت بگیرد. از بررسی رفتار اولیه سیستم در لحظات اولیه (بسط دادن دینامیک در زمان‌های کوچک) اینطور نتیجه می‌شود که وقتی دمای محیط غیر صفر است، هر کیوبیت با دریافت انرژی از محیط می‌تواند برانگیخته شود و برای برانگیخته شدن نیاز به دریافت برانگیختگی کیوبیت اول ندارد. این سازو کار که در دمای صفر وجود ندارد باعث تأخیر بیشتری در تولید همبستگی ناشی از تبادل برانگیختگی بین کیوبیت‌ها و در نتیجه تولید درهم‌تنیدگی می‌شود. شکل‌های ۳ تا ۵ نشان دهنده درهم‌تنیدگی بین هر دو جفت کیوبیت بر حسب دما

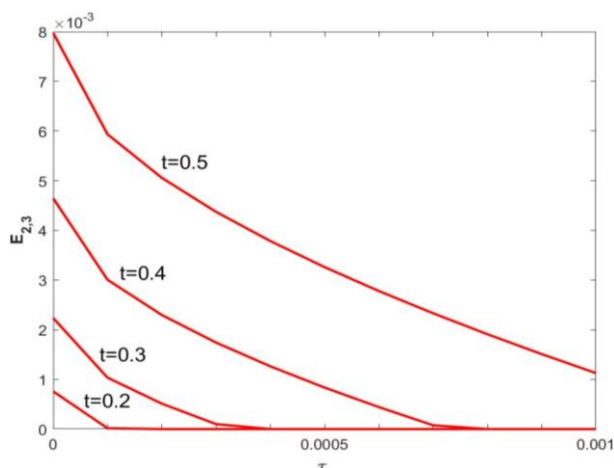
کیوبیت در زمان دلخواه t است، می‌توان ماتریس چگالی هر دو زوج کیوبیت i و j را با رد جزئی گرفتن از $\rho(t)$ به دست آورد که آن را با $\rho_{i,j}(t)$ نشان می‌دهیم. برای به دست آوردن میزان درهم‌تنیدگی بین دو کیوبیت i و j از سنجۀ تابع توافق (کانکارس) [۸] استفاده می‌کنیم به این ترتیب که ابتدا $\tilde{\rho}_{i,j}(t) = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho_{i,j}^*(t) (\sigma_y \otimes \sigma_y)$ را به دست می‌آوریم؛ که در آن $\rho_{i,j}^*(t)$ مزدوج مختلط $\rho_{i,j}(t)$ در پایه محاسباتی است. سپس ویژه مقادیر $\rho(t)\rho(t)$ که آنها را با λ_i نشان می‌دهیم، به ترتیب نزولی مرتب کرده در پایان میزان درهم‌تنیدگی دو کیوبیت مورد مطالعه را از عبارت زیر به دست می‌آوریم:

$$E_{i,j} = \text{Max} \left\{ 0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4} \right\}, \quad (23)$$

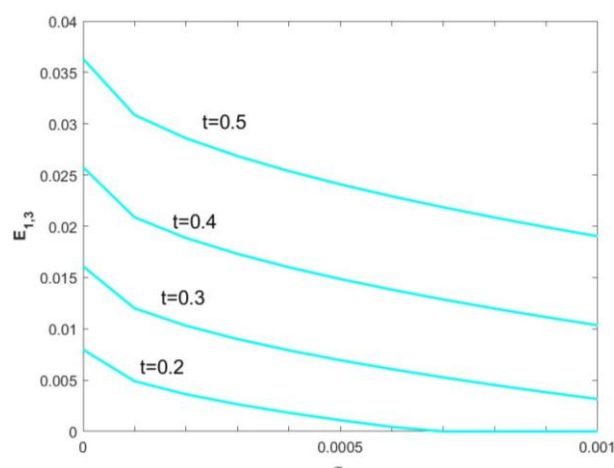
شکل ۲ نشان دهنده رفتار درهم‌تنیدگی هر دو زوج کیوبیت بر حسب زمان است وقتی حالت اولیه به شکل $|eg\rangle$ است، یعنی تنها یک برانگیختگی در کیوبیت اول قرار دارد و دیگر کیوبیت‌ها در حالت پایه قرار دارند. منحنی توپر مربوط به محیط در دمای صفر است و منحنی خط چین مربوط به برهم‌کنش با محیطی با دمای غیر صفر معادل $\tau = 0.05$ است. همان‌طور که دیده می‌شود تنها با استفاده از دینامیک سیستم و برهم‌کنش آن با محیط گرمایی می‌توان بین کیوبیت‌ها درهم‌تنیدگی ایجاد کرد.



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) در هم تنیدگی بین کیوبیت اول و دوم بر حسب دما در زمان‌های مختلف، وقتی حالت اولیه شامل یک برانگیختگی در کیوبیت اول است.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) در هم تنیدگی بین کیوبیت دوم و سوم بر حسب دما در زمان‌های مختلف، وقتی حالت اولیه شامل یک برانگیختگی در کیوبیت اول است.



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) در هم تنیدگی بین کیوبیت اول و سوم بر حسب دما در زمان‌های مختلف، وقتی حالت اولیه شامل یک برانگیختگی در کیوبیت اول است.

می‌تواند موجب تولید درهم‌تنیدگی شود، ولی در این چیدمان حتماً باید نوفه ناشی از برهم‌کنش با محیط در دمای غیر صفر، حذف شود؛ زیرا نقش تخریب‌کننده دارد. در واقع در دمای صفر، یا تنها برانگیختگی موجود در سیستم در اثر برهم‌کنش با محیط از بین می‌رود یا این که پس از جذب شدن توسط محیط دوباره توسط کیوبیت دیگری جذب می‌شود. به این ترتیب کیوبیت‌ها به طور غیرمستقیم با هم برهم‌کنش کرده و همبستگی بین آنها ایجاد می‌شود. اما با زیاد کردن دمای محیط، هر چند کیوبیت‌ها همچنان امکان برهم‌کنش با یکدیگر را از

در لحظات اولیه تحول زمانی است که تأیید کننده افت درهم‌تنیدگی بر حسب دما در زمان ثابت است.

همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، درهم‌تنیدگی ایجاد شده بین کیوبیت‌ها در محیط با دمای غیر صفر، پایا نیست و به دلیل افت و خیزهای گرمایی، این درهم‌تنیدگی به تدریج از بین می‌رود و سیستم به سوی حالت قطری که حالت پایا با درهم‌تنیدگی صفر است، میل می‌کند. بنابراین برای داشتن درهم‌تنیدگی بین هر دو زوج کیوبیت در حالت پایا، نگه داشتن محیط در دمای صفر ضروری است. به بیان دیگر اگر چه نوفه

حالت هامیلتونی است، روشن است که در ابتدا همدوسی در سیستم وجود ندارد. همان طور که نمودار شکل ۶ نشان می‌دهد، تحول به گونه‌ای است که وقتی دمای محیط صفر است، به مرور همدوسی ایجاد می‌شود و به مقدار ثابتی می‌رسد (منحنی توپر). با توجه به این که دمای محیط صفر است و تعداد برانگیختگی موجود در سیستم برابر و یا کم‌تر از تعداد برانگیختگی‌های اولیه است در اثر پخش شدن این تک برانگیختگی در سیستم همدوسی ایجاد می‌شود. وقتی دمای محیط غیر صفر است، در حالی که همچنان ساز و کار پخش تک برانگیختگی در سیستم و تولید همدوسی وجود دارد، به دلیل این که دمای محیط غیر صفر است، احتمال این که هر کیوبیت به مرور زمان با دریافت انرژی از محیط برانگیخته شود نیز وجود دارد و به مرور همدوسی کوانتومی که در ابتدای تحول ایجاد شده است، از بین می‌رود (منحنی خط چین).

برای به دست آوردن ویژگی‌های سیستم در حالت پایا، معادله $\mathcal{L}_{1,2}[\rho] + \mathcal{L}_{1,3}[\rho] = 0$ را برای ρ حل می‌کنیم. بدین ترتیب حالت پایای سیستم را در دمای صفر به شرط این که حالت اولیه $\langle egg \rangle > 0$ باشد، به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\rho(\infty) = \frac{1}{9} \left(|egg\rangle - |geg\rangle + |gge\rangle \right) \left(\langle egg| - \langle geg| + \langle gge| \right) + \frac{1}{3} |ggg\rangle \langle ggg|, \quad (25)$$

واضح است که حالت فوق، همدوسی غیر صفر دارد. در حالتی که دمای محیط غیر صفر است، حالت پایای سیستم یکتا است (مستقل از انتخاب حالت اولیه) و به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\rho(\infty) = \frac{\tau^3}{(1+2\tau)^3} |eee\rangle \langle eee| + \frac{\tau^2(1+\tau)}{(1+2\tau)^3} (|eeg\rangle \langle eeg| + |ege\rangle \langle ege| + |gee\rangle \langle gee|) + \frac{\tau(1+\tau)^2}{(1+2\tau)^3} (|egg\rangle \langle egg| + |geg\rangle \langle geg| + |gge\rangle \langle gge|) + \frac{(1+\tau)^3}{(1+2\tau)^3} |ggg\rangle \langle ggg|, \quad (26)$$

رابطه (۲۶) به خوبی نشان می‌دهد در حالتی که دمای محیط غیر صفر است، حالت پایا قطری است و همدوسی و درهم‌تنیدگی ندارد.

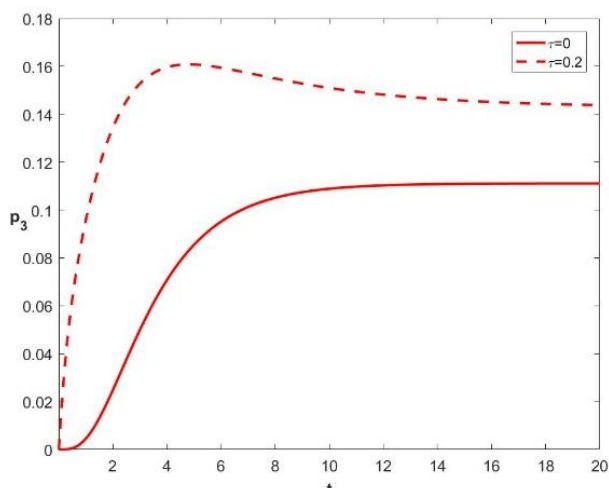
طریق محیط دارند، ولی از آنجایی که دمای محیط صفر نیست، هر کیوبیت پس از گذشت زمان کافی امکان برانگیختگی شدن توسط فوتون‌های محیطی را دارد و این امر می‌تواند همبستگی کوانتومی ایجاد شده را مختل کند به طوری که در حالت پایا همبستگی کوانتومی بین کیوبیت‌ها از بین می‌رود.

از دیگر ویژگی‌های کوانتوم مکانیکی که متناظر کلاسیک ندارد، همدوسی کوانتومی است که در واقع از اصل برهم نهی در مکانیک کوانتومی نتیجه می‌شود. همدوسی از جمله ویژگی‌هایی است که نقش کلیدی در انجام محاسبات و تبادل اطلاعات کوانتومی دارد بنابراین ارائه روش‌هایی برای ایجاد همدوسی مطلوب و مورد نظر است. از آنجایی که همدوسی به واسطه تعداد حالت‌هایی که در برهم نهی با هم قرار دارند، تعریف می‌شود، بدیهی است که وجود و عدم وجود این ویژگی بستگی به انتخاب پایه دارد. ویژگی‌های چیدمان آزمایشگاهی و یا ارجحیت‌های نظری تعیین کننده پایه‌ای است که در آن همدوسی کوانتومی سنجیده می‌شود. به دلیل اهمیت این ویژگی، کارهای زیادی در زمینه تعریف سنججه برای کمی کردن آن صورت گرفته است [۹]. ما در این مقاله از معیار ارائه شده در [۱۰] استفاده می‌کنیم که برای ماتریس چگالی d بعدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C(\rho) = \frac{1}{d-1} \sum_{i \neq j} |\rho_{i,j}|, \quad (24)$$

در واقع همدوسی با جمع قدر مطلق عناصر غیر قطری ماتریس چگالی کمی می‌شود و ضریب $\frac{1}{d-1}$ برای بهنجار کردن سنججه آورده شده است؛ به طوری که برای حالتی با بیشترین میزان همدوسی $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{k=1}^d |k\rangle$ (که پایه‌های فضا هستند)، عدد یک حاصل شود [۱۰].

در اینجا ما به بررسی همدوسی سیستم مورد مطالعه در پایه هامیلتونی سیستم می‌پردازیم. شکل ۳ تحول زمانی همدوسی را در حالتی نشان می‌دهد که حالت اولیه مانند قبل یک برانگیختگی در کیوبیت اول دارد و دیگر کیوبیت‌ها در حالت پایه هستند. بنا به تعریف و توجه به این که حالت اولیه ویژه

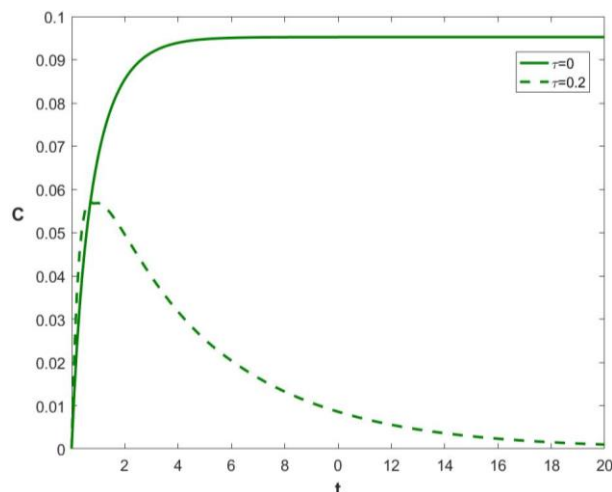


شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) احتمال این که کیوبیت آخر در حالت برانگیخته باشد بر حسب زمان. منحنی توپر مربوط به حالتی است که دمای محیط صفر است و منحنی خط چین مربوط به محیط در دمای غیر صفر و $\tau = 0.2$ است.

افزایش دما کیوبیت سوم علاوه بر این که احتمال دارد برانگیختگی کیوبیت اول را جذب کند، ممکن است از طریق محیط نیز برانگیخته شود.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله ما به بررسی رفتار درهم‌تیدگی دو بخشی، همدوسی و انتقال برانگیختگی در سیستم اسپینی که به وسیله محیط به شکل زنجیر وار به یکدیگر متصل شده‌اند پرداختیم. برای مطالعه رفتار کمیت‌های مورد نظر، با استفاده از چهارچوب سیستم‌های کوانتومی باز، معادله دینامیکی را در تقریب بورن-مارکوف به شکل دقیق به دست آورده و با حل معادله مادر، کمیت‌های مورد نظر را در زمان بررسی کردیم. همچنین شکل صریح حالت پایای سیستم را در دو حالت که دمای محیط برابر یا مخالف صفر است، به دست آوردیم. نتایج به دست آمده، بیانگر اهمیت نقش دمای محیط بر روی بروز ویژگی‌های کوانتوم مکانیکی سیستم در حالت پایا است. شکل‌های ۲ و ۶ نشان می‌دهند که با افزایش دمای محیط، درهم‌تیدگی دو بخشی و همدوسی سیستم در طی زمان از بین می‌رود، در حالی که اگر بتوان محیط را در دمای صفر درجه نگه داشت، این



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) میزان همدوسی کوانتومی در سیستم بر حسب زمان. منحنی توپر مربوط به حالتی است که دمای محیط صفر است، و $\tau = 0$ ، و منحنی خط چین نشان دهنده میزان همدوسی در $\tau = 0.2$ است.

همان طور که قبلاً اشاره شد، یکی از اهداف ما بررسی انتقال برانگیختگی در زنجیره و بررسی اثر دما و ویژگی‌های کوانتومی بر روی آن است. در ابتدا کیوبیت اول در حالت برانگیخته و دیگر کیوبیت‌ها در حالت پایه قرار دارند. همان طور که قبلاً بحث شد، به مرور این برانگیختگی می‌تواند به دیگر کیوبیت‌ها منتقل شود. شکل ۷، احتمال برانگیخته بودن کیوبیت سوم را در زمان دلخواه نشان می‌دهد. منحنی توپر مربوط به محیط با دمای صفر است. همان طور که مشاهده می‌شود، احتمال از صفر شروع و به مرور افزایش می‌یابد. چنانچه دمای محیط غیر صفر باشد (نمودار خط چین) همچنان احتمال یافتن برانگیختگی در انتهای زنجیره با گذشت زمان افزایش می‌یابد و اگر مقدار این کمیت را در هر لحظه در دمای صفر و غیر صفر مقایسه کنیم، در می‌ایم که دمای غیر صفر محیط اثر مثبت بر برانگیخته شدن کیوبیت انتهایی زنجیره دارد. با استفاده از رابطه (۲۶) احتمال برانگیخته بودن کیوبیت سوم در حالت پایا بر حسب دمای محیط به شکل زیر به دست می‌آید و با افزایش τ ، افزایش می‌یابد.

$$P_3 = \frac{\tau}{1+2\tau}, \quad (27)$$

رفتار افزایشی P_3 بر حسب دما، مورد انتظار است زیرا با

بررسی است، مطالعه اثر اندازه سیستم یا طول زنجیره بر مسئله انتقال است. سوال‌هایی از این نوع که با افزایش طول زنجیره، احتمال به دست آوردن کیوبیت آخر زنجیره در حالت برانگیخته چگونه تغییر می‌کند و بررسی اثر دما بر انتقال در زنجیره‌ای به طول دلخواه، از دسته مسائلی هستند که در آینده به آنها خواهیم پرداخت.

قدردانی

لاله معمارزاده از حمایت‌های مالی معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف تحت گرنت شماره G950223 تشکر و قدردانی می‌کند.

ویژگی‌ها در حالت پایای سیستم همچنان وجود دارند. به عبارت دیگر برای تولید همدوسی و درهم‌تنیدگی به واسطه برهم‌کنش سیستم با محیط، نگه داشتن محیط در دمای صفر، ضروری است. همچنین نتایج بیان‌کننده آن است که احتمال یافتن کیوبیت آخر زنجیره در حالت برانگیخته با افزایش دما، افزایش می‌یابد. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که گرچه در مطالعات اولیه تصور می‌شد همدوسی کوانتومی نقش کلیدی در انتقال برانگیختگی دارد، این گزاره در تمام مدل‌ها و به خصوص در حالتی که محیط در دمای غیر صفر است، نمی‌تواند همواره صحیح باشد. برخی نتایج تجربی هم تأیید کننده این نکته هستند [۱۱]. از موارد مهم دیگر که در دست

مراجع

1. V Gorini, A Kossakowski, and E C G Sudarshan, *J. Math. Phys.* **17** (1976) 821; G Lindblad, *Commun. Math. Phys.* **48** (1976) 119; H P Breuer and F Petruccione, "The Theory of Open Quantum Systems", Oxford University Press, Oxford (2002); A Rivas and S F Huelga, "As Introduction to Open Quantum Systems", Springer (2012).
 2. D Braun, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 277901; F Benatti, R Floreanini, and M Piani, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 070402.
 3. L Memarzadeh and S Mancini, *Phys. Rev. A* **87** (2013) 032303.
 4. G D Scholes, G R Fleming, A Olaya-Castro, and R van Grondelle, *Nat. Chem.* **3** (2011) 763; N Lambert, Y N Chen, Y C Cheng, C M Li, G Y Chen, and F Nori, *Nat. Phys.* (2013) 9:10; M Mohseni, Y Omar, G S Engel, M Plenio, "Quantum Effects in Biology", Cambridge Univ Press, Cambridge, M A (2014). A Olaya-Castro, C F Lee, O F Fassioli, and N F Johnson, *Phys. Rev. B* **78** (2008) 085115.
 5. M Plenio and S F Huelga, *New J. Phys.* **10** (2008) 113019; M Mohseni, P Rebentrost, S Lloyd, and A Aspuru-Guzik, *J. Chem. Phys.* **129** (2008) 174106; M
6. L Memarzadeh and A Mani, *Phys. Rev. A* **96** (2017) 042318.
 7. L Memarzadeh and S Mancini, *Phys. Rev. A* **83** (2011) 042329.
 8. W.K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 2245.
 9. J Aberg, arXiv:quantph/0612146 (2006); L-H Shao, Z Xi, H Fan, and Y Li, *Phys. Rev. A* **91** (2015) 042120; A Streltsov, U Singh, H S Dhar, M N Bera, and G Adesso, *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) 020403; X Yuan, H Zhou, Z Cao, and X Ma, *Phys. Rev. A* **92** (2015) 022124; D P Pires, L C Celeri, and D O Soares-Pinto, *Phys. Rev. A* **91** (2015) 042330; Winter and D Yang, *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 120404; A Streltsov, S Rana, M N Bera, and M Lewenstein, *Phys. Rev. X* **7**, (2017) 011024.
 10. T Baumgratz, M Cramer, and M B Plenio, *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 140401.
 11. H G Duan, V I Prokhorenko, R J Cogdell, K Ashraf, A L Stevens, M Thorwart, and R J D Miller, *PNAS* **114** (32) (2017) 8493.