



## تولید مدهای جدید در فرایند عبور امواج از میان دو موجبر نیمه کراندار با دیواره فلزی استوانه‌ای با حضور یک میله پلاسمایی اتلافی در یکی از آنها

سمانه نجاری و بهرام جزئی

دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کاشان

پست الکترونیکی: jaziada@kashanu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۰۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۷/۲۱)

### چکیده

در این مقاله، تولید مدهای جدید در مسئله انتقال امواج الکترومغناطیسی از یک موجبر استوانه‌ای نیمه کراندار با دیواره فلزی به یک ستون پلاسمایی نیمه کراندار مورد بررسی قرار می‌گیرد. موج الکترومغناطیسی با مد متقارن  $TM_z$  از یک موجبر دی‌الکتریک نیمه کراندار استوانه‌ای به یک ستون پلازما فرستاده می‌شود. ستون پلازما روی محور موجبر دی‌الکتریک نیمه کراندار دیگری قرار دارد. دو موجبر دی‌الکتریک در  $z=0$  به هم متصل شده‌اند. موج فرودی در مرز مشترک دو موجبر بازتاب و عبور می‌کند. امواج عبوری و انعکاسی به صورت بسطی از مدهای جدید فرض شده که با استفاده از شرایط مرزی مناسب، ضرایب عبور و انعکاس در هر کدام از مدهای جدید محاسبه می‌شود. محاسبات نشان می‌دهند که ضرایب بازتاب و عبور امواج انعکاسی و عبوری تابعی از بسامد برخورد پلازما هستند. همچنین، به دلیل مختلط بودن ضرایب بازتاب و عبور امواج، به اختلاف فاز بین امواج عبوری و انعکاسی نسبت به موج فرودی اشاره می‌شود. نمودارهای اندازه ضرایب عبور و انعکاس و همچنین اختلاف فاز امواج عبوری و انعکاسی نسبت به موج فرودی برحسب بسامد برخورد پلازما مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: پلاسمای برخوردی، امواج پلازما، ضرایب عبور و انعکاس، مد متقارن

### ۱. مقدمه

میدان‌های مغناطیسی، اعمال میدان‌های الکتریکی و یا اعمال انرژی‌های حرارتی است [۶-۸]. در تحلیل مربوط به شرایط جذب و انتشار امواج، خواص جبری تانسور گذردهی الکتریکی نقش مؤثری را ایفا می‌کند که از جمله می‌توان به پادهرمیتی بودن تانسور گذردهی اشاره کرد. در حالت ساده که تانسور گذردهی به صورت یک ماتریس قطری با اعضای یکسان ظاهر می‌شود. مختلط و غیر مختلط بودن ضریب گذردهی الکتریکی

عبور امواج الکترومغناطیسی و الگوی انتشاری آنها در یک محیط وابستگی شدیدی به نوع، جنس، ابعاد ساختار و همچنین بسامد موج الکترومغناطیسی دارد [۱-۳]. به طور کلی، در فرایند انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک محیط، اعضای تانسور گذردهی الکتریکی پارامترهای مهمی هستند [۳-۶]، که تابعی از جنس ماده و خواص اعمال شده به آن ماده همچون اعمال

و عبور امواج در هر مد، تابعی از بسامد برخورد حامل‌های الکتریکی در پلاسما تعیین خواهند شد. در نتیجه، با تعیین ضرایب عبور امواج می‌توان قدرت میدان‌های الکتریکی را در ناحیه پلاسما به دست آورد و سپس با تعمیم مسئله، می‌توان مسئله گرم‌شدگی مقدار معینی از ستون پلاسما مورد نظر را به کمک تزریق باریکه الکترومغناطیسی از یک موجبر دی‌الکتریک مورد شبیه‌سازی قرار داد. بدون شک تغییر هر یک از ضرایب عبور و انعکاس ابزار خوبی برای تعیین تغییرات دمایی پلاسما خواهد بود. بنابراین با مطالعه ضرایب بازتاب و عبور امواج، می‌توان وابستگی تغییرات دمایی پلاسما را به هر یک از عوامل هندسی و ساختاری دستگاه بررسی کرد و بهترین بازه از بسامد برخورد را برای بیشترین تغییر دمایی پلاسما تعیین کرد.

در فرایند شبیه‌سازی این مقاله، پارامتر بسامد برخورد به عنوان یک پارامتر مهم برای تعیین ضرایب بازتاب و عبور معرفی شده و نمودارهای ضرایب عبور و انعکاس برحسب تغییرات بسامد برخورد پلاسما برای سه مد اصلی امواج عبوری و انعکاسی مورد بررسی قرار گرفته شده است.

چارچوب این مقاله به این ترتیب است که ابتدا موجبر مورد مطالعه، از لحاظ هندسی معرفی شده و معادلات حاکم بر ضرایب عبور و انعکاس امواج عبوری و انعکاسی در هر مد به طور مجزا محاسبه می‌شود. سپس با معرفی یک تقریب کاربردی، رابطه صریحی برای ضرایب انعکاس و عبور به دست آورده می‌شود. در ادامه، با ارائه نمودارهای ضرایب عبور و اختلاف فاز امواج عبوری نسبت به موج فرودی برحسب بسامد برخورد پلاسما، به شبیه‌سازی امواج عبوری در هر مد پرداخته می‌شود. بخش آخر؛ اختصاص به شبیه‌سازی امواج انعکاسی در این پیکربندی دارد که در آن نیز، نمودار ضرایب انعکاس و اختلاف فاز امواج منعکس شده نسبت به موج فرودی در هر مد مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. در نهایت، خلاصه‌ای از نتایج به دست آمده ارائه می‌شود.

ماده نقش مؤثری را در فرایند جذب امواج ایفا می‌کند [۹] و [۱۰]. به عنوان مثال برای یک محیط پلاسما نسبتاً گرم، نقش بسامد برخورد در ضریب گذردهی الکتریکی با تبدیل ضریب گذردهی از یک عدد حقیقی به یک عدد موهومی ظاهر می‌شود [۱۱]. برخوردها در مواد فعال الکترومغناطیسی همچون پلاسماها، نیمه رساناها، نیمه رساناهای پیزوالکتریک در حالتی که بسامد امواج الکترومغناطیسی هم مرتبه با بسامد برخورد باشد نقش مؤثری را در پارامتر ضریب گذردهی بازی می‌کنند [۱۲].

همان طور که می‌دانیم، روش‌های مختلفی برای گرم‌کنندگی پلاسما وجود دارد که از آن جمله می‌توان به روش تزریق باریکه الکترومغناطیسی، تزریق باریکه الکترونی و همچنین ایجاد شوک مغناطیسی به پلاسما اشاره کرد [۱۰ و ۱۱].

همان طور که مطرح شد، یکی از شرایط اساسی برای جذب انرژی الکترومغناطیسی و گرم‌شدگی یک محیط فعال الکترومغناطیسی، این است که تانسور گذردهی الکتریکی آن محیط یک قسمت پاد هرmitی داشته باشد. در این حالت اثبات شده است که میزان گرم‌شدگی و نرخ دریافت انرژی برای آن محیط متناسب با قدرت مؤلفه‌های میدان الکتریکی و قسمت پادهرمیتی ماتریس گذردهی آن محیط خواهد بود [۱۰]. از طرف دیگر، یکی از روش‌های تزریق امواج الکترومغناطیسی به یک ستون پلاسما استفاده از موجبرهای تولید کننده و اتصال آن به یک موجبر نیمه کراندار شامل یک ستون پلاسما می‌است. به این ترتیب، انرژی الکترومغناطیسی از یک تولید کننده امواج الکترومغناطیسی وارد موجبر پلاسما می‌شود [۱۳].

بدون شک در چنین فرایندهایی، یکی از مسائل مهم تعیین ضرایب بازتاب و عبور امواج در فصل مشترک دو موجبر است [۱۴-۱۶].

در این مقاله، یک موج الکترومغناطیسی از یک موجبر دی‌الکتریک نیمه کراندار به یک موجبر دی‌الکتریک نیمه کراندار دیگر همراه با یک ستون پلاسما می‌فرستاده می‌شود. بسامد موج فرودی از لحاظ مرتبه قابل قیاس با بسامد برخورد حامل‌های الکتریکی در پلاسما انتخاب شده‌اند، در نتیجه، ضرایب انعکاس

که  $\varepsilon_0$  به ترتیب ثابت گذردهی خلأ،  $\omega_p$  بسامد پلاسمایی،  $\omega$  بسامد موج فرودی و  $\nu$  بسامد برخورد حاملان بار پلاسما است. بدین ترتیب، با در نظر گرفتن یک بسامد ثابت برای موج فرودی، ثابت گذردهی پلاسما تنها تابعی از بسامد برخورد پلاسما خواهد شد.

از طرف دیگر، معادلات ماکسول شامل مجموعه معادلات دیفرانسیل جزئی مرتبه اول جفت شده‌ای هستند که مؤلفه‌های مختلف میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی را به هم ربط می‌دهند. یکی از این معادلات به صورت زیر است [۱۴]:

$$\nabla \cdot B = 0, \quad (3)$$

در نتیجه، می‌توان میدان مغناطیسی را به صورت یک پتانسیل برداری تعریف کرد:

$$B = \nabla \times A, \quad (4)$$

در این صورت قانون فارادی (یکی دیگر از معادلات ماکسول) را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\nabla \times \left( E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0, \quad (5)$$

این بدان معنی است که کمیتی با کرل صفر را می‌توان به صورت گرادیان یک پتانسیل نرده‌ای در نظر گرفت:

$$\nabla \times \left( E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0, \quad (6)$$

بنابراین می‌توان مجموعه‌ای از پتانسیل‌های برداری و نرده‌ای را به گونه‌ای انتخاب کرد که شرط لورنس را برآورد کنند:

$$\nabla \cdot A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0, \quad (7)$$

که  $c$  سرعت نور در خلأ است.

همچنین، پتانسیل برداری موج  $TM_0z$  برای محیطی عاری از هرگونه چگالی جریانی‌های خارجی معادله موج زیر را برآورد می‌کند:

$$\nabla^2 A_z - \gamma_d^2 A_z = 0, \quad (8)$$

به طوری که

$$\gamma_d = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_d \mu_0} = \frac{k_0}{c} n_r, \quad (9)$$

و  $\varepsilon_d$  ثابت گذردهی دی الکتریک،  $\mu_0$  ثابت تراوایی دی الکتریک،  $\gamma_d$  ثابت انتشار محیط،  $n_r$  ثابت شکست محیط و  $k_0$

## ۲. معرفی پیکربندی موجبر و معادلات حاکم بر آن

موجبر مورد مطالعه، موجبری استوانه‌ای با سطح مقطع دایره به شعاع  $a$  و طول بی‌نهایت و دیواره‌های فلزی است که شامل دو بخش است. بخش اول، یک موجبر استوانه‌ای نیمه کراندار است که با یک ماده دی الکتریک بدون اتلاف پر شده است. بخش دوم، یک موجبر استوانه‌ای دی الکتریک بدون اتلاف دیگر است که یک ستون پلاسما با شعاع  $b$  ( $b \ll a$ ) روی محور آن قرار دارد (شکل ۱). ستون پلاسما در تقریب برخوردی و محور موجبر در راستای محور  $z$  و مرز مشترک دو موجبر دو ناحیه در  $z=0$  در نظر گرفته شده است.

یک موج الکترومغناطیس متقارن کروی (تقارن سمتی) با مد  $TM_0z$  با تابع زمانی هارمونیک  $e^{-i\omega t}$  از بخش اول موجبر به ستون پلاسمایی در بخش دوم موجبر فرستاده می‌شود. بخشی از موج فرودی در مرز مشترک منعکس و بخش دیگر آن وارد ستون پلاسمایی و موجبر دی الکتریک در بخش دوم می‌شود. حضور ستون پلاسمایی در طرف دوم موجبر و برهم کنش موج فرودی با مرز مشترک دو موجبر، باعث تولید مدهای جدید در امواج انعکاسی و عبور می‌شود. بنابراین انتظار می‌رود که امواج عبوری و انعکاسی ترکیبی از مدهای مختلف باشند. در واقع، یک موج تک مد فرودی به مجموعه‌ای از ویژه مدهای انعکاسی و عبوری تبدیل می‌شود [۱۳].

بسامد موج فرودی در محدوده‌ای در نظر گرفته می‌شود که پلاسما در تقریب برخوردی ظاهر شود و از آنجا که امواج  $TM_{0z}$  طولی هستند، بنابراین با توجه تقریب برخوردی و محاسبات امواج طولی منتشر شده در موجبر، ثابت گذردهی پلاسمای برخوردی با استفاده از روش اختلالی به صورت زیر به دست می‌آید [۱۱]:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - iu} \right), \quad (10)$$

که در آن

$$\omega_p^2 = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad u = \frac{\nu}{\omega}, \quad (11)$$

برای هر مد است به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای تعیین خواهد شد:

$$A_t = \sum_{n=1}^{\infty} A_{zn}^t, \quad (13)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} T_n \begin{cases} \left[ J_0 \left( \frac{\gamma_{pn}}{a} r \right) \right] \times e^{ik_{zn}^t Z} & 0 < r < b \\ \left[ C_1(n) H_0' \left( \frac{\gamma_{dn}}{a} r \right) + C_r(n) J_0 \left( \frac{\gamma_{dn}}{a} r \right) \right] \times e^{ik_{zn}^t Z} & a < r < b \end{cases}$$

$$\gamma_{dr}^r - \left( \frac{\gamma_{dn}}{a} \right)^r = \gamma_p^r - \left( \frac{\gamma_{pn}}{a} \right)^r, \quad (14)$$

که  $J_0$  و  $H_0'$  به ترتیب تابع بسل مرتبه اول و تابع هنکل مرتبه اول و  $C_1(n)$  و  $C_r(n)$ ،  $\gamma_{pn}$  و  $\gamma_{dn}$  ضراب ثابت به دست آمده از حل معادله موج در  $Z > 0$  هستند. همچنین، شاخص‌های  $pn$  و  $dn$  ضرایب  $\gamma$  تعریف شده در معادله (۱۳) به ترتیب، مرتبط به مد  $n$  عبوری در پلاسما و دی الکتریک هستند.

امواج عبوری در ناحیه دی الکتریک و ستون پلاسما در طرف دوم موجبر باید یکسان باشند که معادله (۱۴) این شرط را برآورد می‌کند. معادلات (۱۲) و (۱۳) نشان می‌دهند که پتانسیل برداری امواج عبوری و انعکاسی تابعی از شماره مدهای  $n$  و  $m$  هستند.

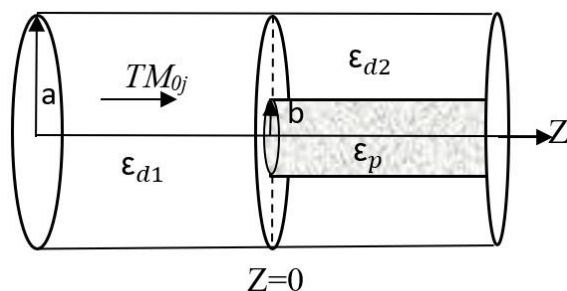
با استفاده از بسط فوریه، پتانسیل نرده‌ای امواج الکترومغناطیسی را می‌توان برحسب امواج تک رنگ تحت بسط داد [۱۰]:

$$\varphi(r,t) = \varphi(\omega,k) e^{-i(\omega t - k \cdot Z)}, \quad (15)$$

که  $\omega$  بسامد موج و  $k$  عدد موج است. در نتیجه، با استفاده از معادلات (۴) و (۶) می‌توان شکل کلی مؤلفه‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را برای موج فرودی، امواج عبوری و امواج انعکاسی در مختصات استوانه‌ای برحسب پتانسیل برداری به دست آورد:

$$H_\phi = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial r} A_z,$$

$$E_r = -\frac{c}{i\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^r}{\partial r \partial z} A_z,$$



شکل ۱. موجبر نیمه کراندار پلاسمایی با موج فرودی  $TM_{0j}$ .

ثابت انتشار موج در خلأ است. با حل معادله (۸) در مختصات استوانه‌ای و با در نظر گرفتن تقارن سمتی امواج، پتانسیل برداری موج فرودی در راستای انتشاری  $Z$  به صورت زیر به دست می‌آید [۱۳ و ۱۴]:

$$A_j = J_0 \left( \frac{\eta_j}{a} r \right) e^{ik_{zj}^i Z}, \quad (10)$$

که  $\eta_j$ ،  $Z$  ام صفر بسل مرتبه صفر و  $k_{zj}^i$  بردار موج، موج فرودی است که برابر است با:

$$k_{zj}^i = \gamma_{d1}^r - \left( \frac{\eta_j}{a} \right)^r, \quad (11)$$

امواج انعکاسی و عبوری از مرز مشترک دو موجبر هم باید معادله (۸) را هم برآورد کنند.

بنابراین در طرف اول موجبر، علاوه بر موج فرودی که در راستای  $+Z$  منتشر می‌شود، ترکیبی از امواج انعکاسی با مدهای مختلف در راستای انتشار  $-Z$  هم وجود دارد.

اگر هر مد موج انعکاسی، با ضریب  $R_m$  منعکس شود، آنگاه پتانسیل برداری امواج انعکاسی برابرند با:

$$A_z^r = \sum_{m=1}^{\infty} A_{zm}^r = \sum_{m=1}^{\infty} R_m J_0 \left( \frac{\eta_m}{a} r \right) e^{-ik_{zm}^r Z}, \quad (12)$$

$$(k_{zm}^r)^r = \gamma_{d1}^r - \left( \frac{\eta_m}{a} \right)^r,$$

که  $k_{zm}^r$  بردار موج امواج انعکاسی با شماره مد  $m$  است. امواج عبوری در طرف دوم موجبر، در ستون پلاسما و دی الکتریک منتشر می‌شوند بنابراین، پتانسیل برداری امواج عبوری در طرف دوم که ترکیبی از مدهای مختلف با ضریب عبور  $T_n$

$$\begin{aligned} \chi_{rn} &= \zeta_{rn} = 0, \\ \chi_{rn} &= \frac{\pi N_o(\eta_n)}{4 J_1(\eta_n)} \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_p}{\varepsilon_d}, \\ \zeta_{rn} &= \sqrt{a^r k_p^r - a^r k_d^r + \eta_n^r}, \\ \zeta_{rn} &= \frac{\pi N_o(\eta_n)}{4 J_1(\eta_n)} \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_p}{\varepsilon_d} \frac{(\eta_n)^r}{\sqrt{a^r k_p^r - a^r k_d^r + \eta_n^r}}, \end{aligned} \quad (21)$$

حال، با داشتن روابط بالا و همچنین شرایط مرزی دیگر، یعنی پیوستگی مؤلفه‌های  $E_r$  و  $H_\phi$  در  $z=0$  و با توجه به این که چند جمله‌ای‌های بسط تشکیل فضای کامل را می‌دهند، می‌توان ضرایب عبور و انعکاس امواج عبوری و انعکاسی را به دست آورد [۱۷].

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{r}{(J_1(\eta_m))^r} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{mn} + B'_{mn}) T_n - \frac{\eta_j}{\eta_m} \delta_{jm}, \quad (22) \\ U_m &= \eta_j \sum_n W_{mn} T_n, \end{aligned}$$

به طوری که:

$$B_{mn} = \frac{\chi_{pn}}{a} \int_0^b J_1(\chi_{pn} r) J_1(\eta_m r) r dr, \quad (23)$$

$$B'_{mn} = \frac{\chi_{dn}}{a} \int_b^a (C_1(n) H_1^{(1)}\left(\frac{\chi_{dn}}{a} r\right) +$$

$$C_r(n) J_1\left(\frac{\chi_{dn}}{a} r\right)) \times J_1(\eta_m \frac{r}{a}) r dr,$$

$$\begin{aligned} W_{mn} &= \left( k_{zm}^r + \frac{\varepsilon_{d1}}{\varepsilon_p} k_{zn}^r \right) B_{mn} + \\ &\left( k_{zm}^r + \frac{\varepsilon_{d1}}{\varepsilon_{dr}} k_{zn}^r \right) B'_{mn}, \end{aligned}$$

$$U_m = (J_1(\eta_m))^r \frac{\eta_j}{r a} (k_{zm}^r + k_{zj}^i) \delta_{jm},$$

این معادلات بیان می‌کنند که ضرایب عبور و انعکاس هر مد انعکاسی و عبوری علاوه بر این که تابعی از شماره مد و ویژگی‌های هندسی موجبر هستند، به دلیل حضور پلازما، تابع بسامد برخورد حامل‌های پلازما هم هستند. همچنین، این روابط مختلط بودن ضرایب عبور و انعکاس را گزارش می‌کنند به طوری که می‌توان آنها را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$T_n = \text{Re}(T_n) + i \text{Im}(T_n), \quad (24)$$

$$R_m = \text{Re}(R_m) + i \text{Im}(R_m), \quad (25)$$

$$E_z = -\frac{c}{i\omega\mu\varepsilon} \left( \frac{\partial^r}{\partial z^r} A_z + \frac{\omega^r \mu\varepsilon}{c^r} A_z \right), \quad (16)$$

در ادامه، با به کار بردن شرایط مرزی یعنی پیوستگی مؤلفه‌های  $E_z$  و  $H_\phi$  در مرز بین پلازما و دی الکتریک ( $r=b$ ) در بخش دوم موجبر، ضرایب  $C_1(n)$  و  $C_r(n)$  در معادلات (۱۳) به شکل زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{aligned} C_1(n) &= \frac{\chi_{pn}}{\chi_{dn}} \frac{J_1\left(\chi_{pn} \frac{b}{a}\right) J_0(\chi_{dn})}{H_1^{(1)}\left(\chi_{dn} \frac{b}{a}\right) J_0(\chi_{dn}) - H_0^{(1)}\left(\chi_{dn} \frac{b}{a}\right) J_1(\chi_{dn})}, \\ C_r(n) &= -C_1(n) \frac{H_0^{(1)}(\chi_{dn})}{J_0(\chi_{dn})}, \end{aligned} \quad (17)$$

همچنین معادله پاشندگی امواج هم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{dr}}{\varepsilon_p} \frac{J_0(\chi_{dn}) J_0(\chi_{pn})}{H_0^{(1)}\left(\chi_{dn} \frac{b}{a}\right) J_0(\chi_{dn}) - H_0^{(1)}(\chi_{dn}) J_0\left(\chi_{dn} \frac{b}{a}\right)} &= \\ \frac{\chi_{dn}}{\chi_{pn}} \frac{J_1\left(\chi_{pn} \frac{b}{a}\right) J_0(\chi_{dn})}{H_1^{(1)}\left(\chi_{dn} \frac{b}{a}\right) J_0(\chi_{dn}) - H_0^{(1)}(\chi_{dn}) J_1\left(\chi_{dn} \frac{b}{a}\right)}, \end{aligned} \quad (18)$$

که  $\varepsilon_p$  و  $\varepsilon_{dr}$  به ترتیب ضریب گذردهی پلازما و دی الکتریک در طرف دوم موجبر هستند.

در معادله (۱۳)، تعیین دقیق ضرایب  $\chi_{pn}$  و  $\chi_{dn}$  بسیار مشکل است. بنابراین برای تعیین آنها، یک تقریب کاربردی مهم معرفی می‌شود. همان طور که گفته شد، شعاع ستون پلازما خیلی کوچک‌تر از شعاع موجبر در نظر گرفته شده است ( $b \ll a$ ), شعاع ستون پلازما و  $a$  شعاع موجبر). بنابراین می‌توان ضرایب  $\chi_{pn}$  و  $\chi_{dn}$  را بر حسب توان‌های  $\frac{b}{a}$  بسط داد:

$$\chi_{dn} = \chi_{1n} + \chi_{rn} \frac{b}{a} + \chi_{rn} \left(\frac{b}{a}\right)^2, \quad (19)$$

$$\chi_{pn} = \zeta_{1n} + \zeta_{rn} \frac{b}{a} + \zeta_{rn} \left(\frac{b}{a}\right)^2, \quad (20)$$

که به دلیل کوچک بودن  $b$  از جملات مرتبه دوم به بعد صرف نظر شده است. با قرار دادن این معادلات در روابط (۱۴) و (۱۸) و تساوی جملات هم مرتبه، ضرایب بسط به شکل زیر تعیین می‌شود:

$$\chi_{1n} = \eta_n,$$

که  $Re(R_m)$  و  $Re(T_n)$  به ترتیب بخش حقیقی ضرایب عبور و انعکاس و  $Im(R_m)$  و  $Im(T_n)$  بخش موهومی ضرایب عبور و انعکاس هستند. در نتیجه، امواج عبوری و انعکاسی اختلاف فازی نسبت به موج فرودی دارند که به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\theta_{Tn} = \tan^{-1} \left( \frac{T_n^M}{T_n^I} \right), \quad (26)$$

$$\theta_{Rn} = \tan^{-1} \left( \frac{R_n^M}{R_n^I} \right), \quad (27)$$

از آنجا که اختلاف فاز هم تابعی از خصوصیات محیط پلاسما (بسامد نوسانات پلاسما، شعاع ستون پلاسما و بسامد برخوردی) و محیط دی الکتریک (ثابت گذردهی دی الکتریک و شعاع موجبر دی الکتریک) است، بنابراین می‌توان از این پیکربندی، برای تولید مدهای جدید با تقدم و تأخر فاز نسبت به موج فرودی استفاده کرد.

دقت کنید که تا کنون در انتشار امواج در ماده، در موج‌های عبوری اختلاف فاز دیده نشده است و حضور پلاسما و وجود مرز در طرف دوم موجبر نقش بسیار مهمی در ایجاد اختلاف فاز بین امواج عبوری و موج فرودی در این پیکربندی دارد.

به منظور نشان دادن نقش پلاسما در تولید مدهای جدید و ایجاد اختلاف فاز امواج عبوری و انعکاسی نسبت به موج فرودی، با در نظر گرفتن یک بسامد موج فرودی ثابت، نمودارهای ضرایب عبور و انعکاس برحسب تغییرات بسامد برخوردی پلاسما برای سه مد اصلی امواج عبوری و انعکاسی در بخش‌های بعدی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

### ۳. شبیه‌سازی امواج عبوری

برای بررسی اندازه ضرایب عبور و اختلاف فاز مدهای مختلف امواج عبوری، معادلات جفت شده (۲۲) باید به صورت عددی شوند. برای شبیه‌سازی امواج عبوری، شماره مد موج فرودی برابر با  $z=1, 2, 3$  و سایر پارامترهای موجبر بدین صورت در نظر گرفته شده‌اند. نسبت شعاع ستون پلاسمایی به شعاع موجبر  $\frac{b}{a} = 0.004$ ، ثابت گذردهی دی الکتریک ناحیه اول ( $z < 0$ )

شکل ۲، نمودارهای تغییرات اندازه ضرایب عبور امواج عبوری برحسب تغییرات بسامد برخورد پلاسما را برای سه مد اول فرودی نشان می‌دهند. در این شکل، برای نمودار (الف)، شماره مد موج فرودی برابر با  $z=1$ ، نمودار (ب) شماره مد موج فرودی برابر با  $z=2$ ، نمودار (ج) شماره مد موج فرودی برابر با  $z=3$ ، در نظر گرفته شده است. مد عبوری که شماره مد آن با مد فرودی ( $j=n$ ) برابر است مد اصلی عبوری نامیده می‌شود. همان طور که در شکل ۲ دیده می‌شود، با افزایش بسامد برخورد پلاسما، اندازه ضریب عبور مد اصلی افزایش و اندازه ضریب عبور مدهای جدید تولید شده ( $j \neq n$ ) کاهش می‌یابد. تغییرات اندازه ضرایب عبور بر حسب بسامد برخورد پلاسما ناشی از تغییر رسانندگی ویژه پلاسما است. همان طور که می‌دانیم، با افزایش بسامد برخورد، رسانندگی ویژه پلاسما کاهش یافته و در نتیجه، پاسخ الکترومغناطیسی آن همانند دی الکتریک‌ها خواهد شد و به دنبال آن، خاصیت پاشندگی زمانی پلاسما (وابستگی ضریب شکست یا وابستگی ضریب گذردهی به بسامد موج فرودی) کمتر خود را نشان می‌دهد و از آنجا که، منشأ تولید مدهای جدید عبوری، فعال بودن و پاشندگی محیط پلاسما است، با افزایش بسامد برخورد، پلاسما عایق‌تر شده و در نتیجه، اثر خود را در تولید هارمونیک‌های جدید از دست می‌دهد و باعث کاهش اندازه ضرایب عبور مدهای تولید شده می‌شود.

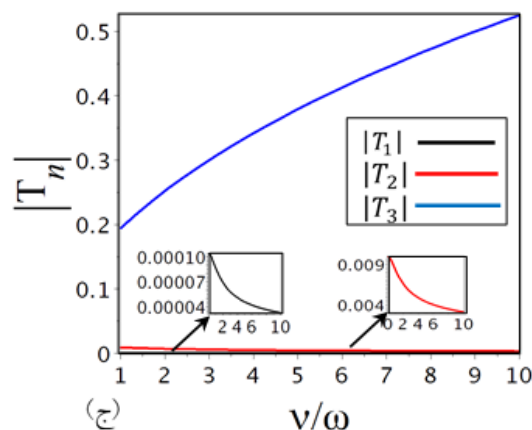
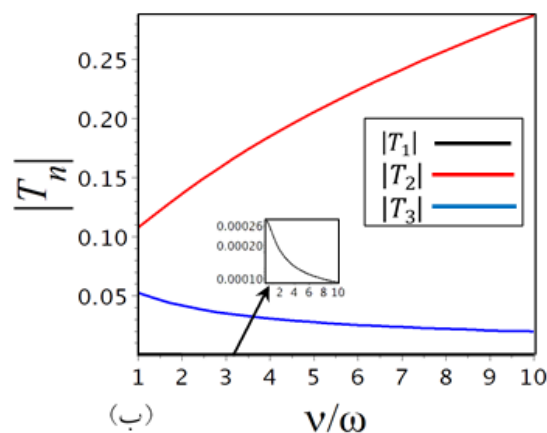
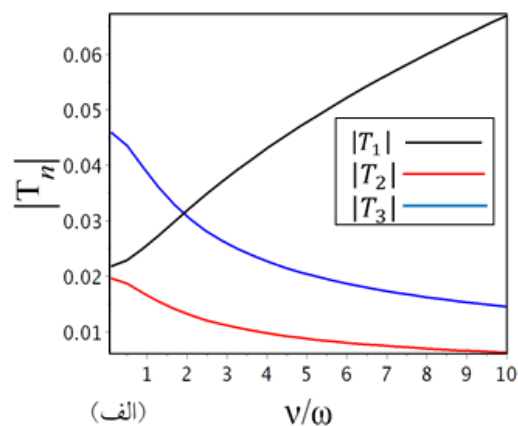
مدهای تولید شده کاهش می‌یابد؛ زیرا با افزایش شماره مد، حجم اشغال‌شدگی امواج در ناحیه پلاسما افزایش یافته و در نتیجه، حجم بیشتری از موج‌ها از خاصیت عایق شدن پلاسما متأثر خواهند شد و اندازه ضرایب بیشتر کاهش می‌یابد.

شکل ۳ نمودار تغییرات اختلاف فاز امواج عبوری را نسبت به موج فرودی برحسب نسبت بسامد برخورد پلاسما نشان می‌دهد. ترتیب نمودارهای شکل ۳ همانند شکل ۲ است. همان‌طور که از شکل ۳ مشاهده می‌شود، به ازای مد اول برای امواج فرودی ( $j=1$ )، اختلاف فاز مدهای تولید شده امواج عبوری نسبت به موج فرودی، عددی منفی است و با افزایش شماره مد موج فرودی، اختلاف فاز امواج عبوری به سمت مثبت شدن میل می‌کند. همواره انتظار می‌رود که در فرایند عبور امواج از حد واصل دو محیط، موج عبوری و فرودی هم فاز باشند، اما باید توجه داشت که این هم‌فازی به شرطی برقرار خواهد بود که امواج پس از عبور از سطح مشترک، دیگر مرزی را در مسیر خود نبینند. از آنجا که در این پیکربندی امواج عبوری متأثر از انعکاس‌هایی از مرز بین ستون پلاسما و موجبر دی الکتریک و همچنین انعکاس از سطح درونی دیواره فلزی موجبر هستند، بنابراین در چنین ساختارهایی شرط هم‌فازی به دلیل وجود مرزها از بین رفته و انتظار می‌رود که امواج عبوری اختلاف فازی نسبت به موج فرودی داشته باشند.

#### ۴. شبیه‌سازی امواج انعکاسی

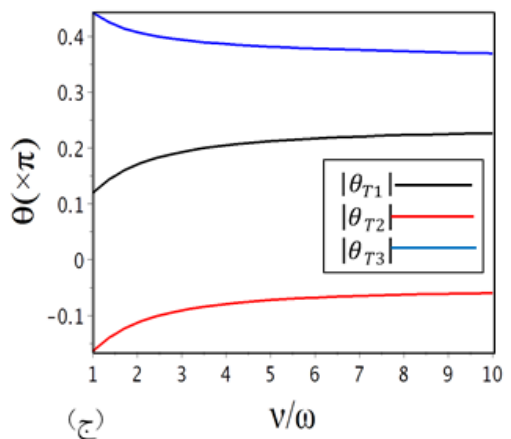
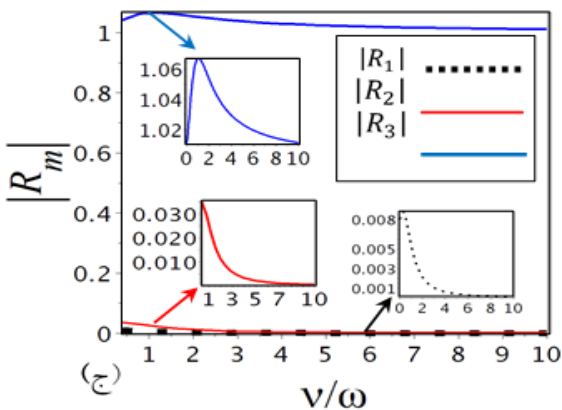
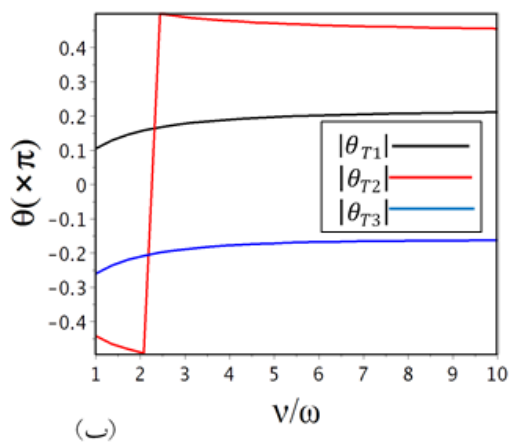
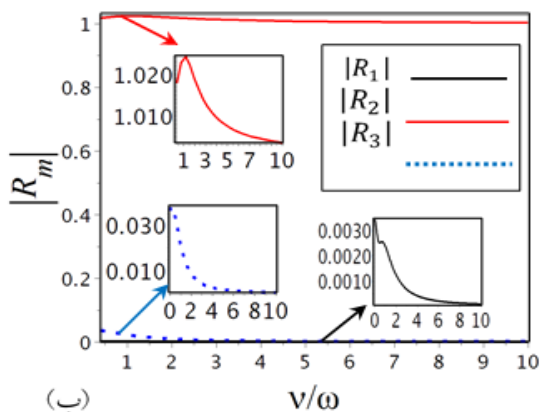
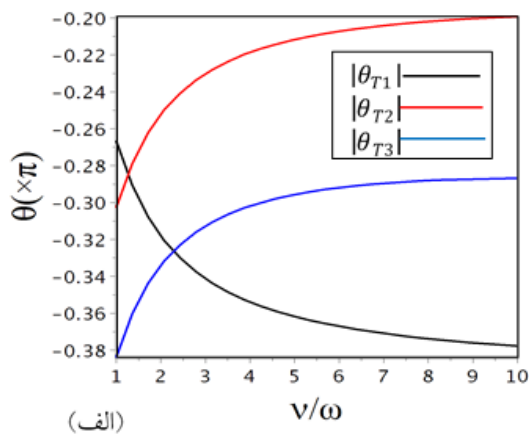
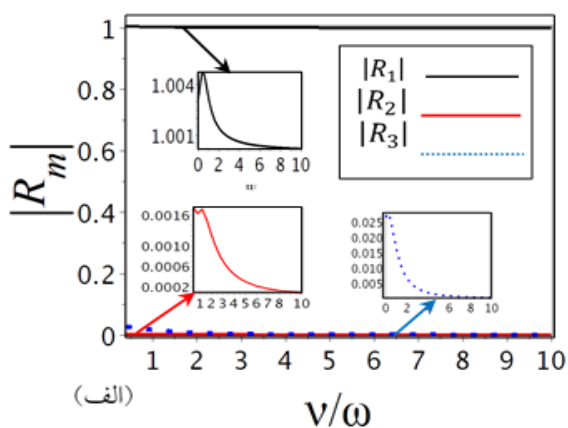
برای به دست آوردن اندازه ضرایب انعکاس و اختلاف فاز مدهای مختلف امواج انعکاسی، همانند امواج عبوری، معادلات جفت شده (۲۲) به صورت عددی به ازای شماره مد موج فرودی برابر با  $j=1, 2, 3$  حل می‌شوند. پارامترهای شبیه‌سازی همانند حالت قبل در نظر گرفته شده و نمودارهای ضرایب انعکاس و اختلاف فاز مدهای مختلف موج انعکاسی نسبت به موج فرودی، بر حسب نسبت بسامد موج فرودی به بسامد برخورد پلاسما رسم شده‌اند.

شکل ۴ نمودارهای تغییرات اندازه ضرایب انعکاس موج انعکاسی برای سه مد اول فرودی بر حسب بسامد برخورد



شکل ۲. نمودار تغییرات اندازه ضرایب عبور امواج عبوری برحسب نسبت بسامد برخورد پلاسما به بسامد موج فرودی به ازای مدهای مختلف فرودی (الف) مد فرودی  $j=1$ ، (ب) مد فرودی  $j=2$  و (ج) مد فرودی  $j=3$ .

همچنین در این نمودارها، با افزایش شماره مد موج فرودی، اندازه ضرایب عبور مد اصلی افزایش یافته و اندازه ضرایب عبور



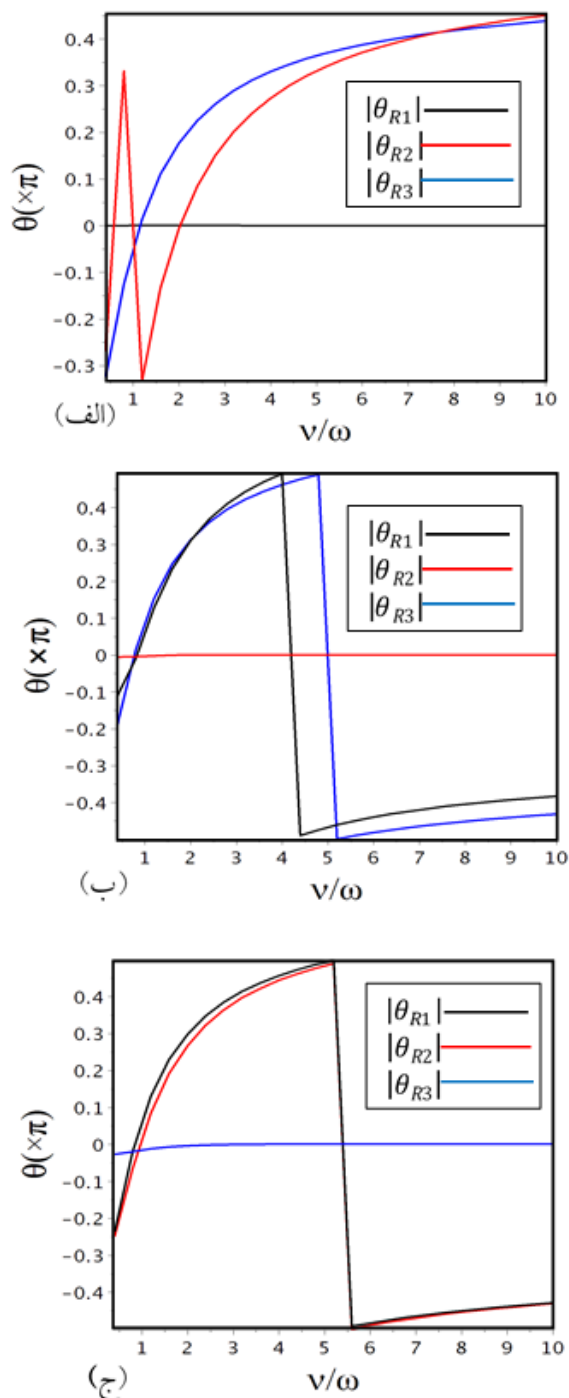
شکل ۳. نمودار تغییرات اختلاف فاز امواج عبوری نسبت به موج فرودی بر حسب نسبت بسامد برخورد پلاسما به بسامد موج فرودی به ازای مدهای مختلف فرودی (الف) مد فرودی  $z=1$ ، (ب) مد فرودی  $z=2$  و (ج) مد فرودی  $z=3$ .

شکل ۴. نمودار تغییرات ضرایب انعکاس امواج انعکاسی بر حسب نسبت بسامد برخورد پلاسما به بسامد موج فرودی به ازای مدهای مختلف فرودی (الف) مد فرودی  $z=1$ ، (ب) مد فرودی  $z=2$  و (ج) مد فرودی  $z=3$ .

آن با مد فرودی برابر است ( $j=m$ ) مد اصلی انعکاسی نامیده می‌شود.

پلاسما را نشان می‌دهد. ترتیب نمودارهای شکل ۴ هم مشابه نمودارهای شکل ۲ است. همچنین، مد انعکاسی که شماره مد





شکل ۵. نمودار تغییرات اختلاف فاز امواج انعکاسی نسبت به موج فرودی بر حسب نسبت بسامد برخورد پلاسما به بسامد موج فرودی به ازای مدهای مختلف فرودی (الف) مد فرودی  $z=1$ ، (ب) مد فرودی  $z=2$  و (ج) مد فرودی  $z=3$ .

دیفرانسیل، باید خودش در معادله دیفرانسیل صدق کند. از آنجا هر یک از بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی موج و پتانسیل

مطابق با شکل ۴، اندازه ضریب انعکاس مد اصلی در حدود ۱ و اندازه ضریب انعکاس مدهای تولید شده ( $j \neq m$ ) تقریباً ناچیز است. این بدان معناست که مد اصلی انعکاسی تقریباً به طور کامل منعکس می‌شود.

همان طور که دیده می‌شود، با افزایش بسامد برخورد، اندازه ضریب انعکاس تمام مدها کاهش می‌یابند که علت آن هم کاهش خاصیت رسانندگی پلاسما است.

شکل ۵ نمودارهای تغییرات اختلاف فاز امواج انعکاسی نسبت به موج فرودی بر حسب بسامد برخورد پلاسما را نشان می‌دهد. ترتیب نمودارهای شکل ۵ همانند شکل‌های دیگر است. نمودارهای شکل ۵ نشان می‌دهند که اختلاف فاز مد اصلی انعکاسی نسبت به مد فرودی ثابت و برابر با صفر است و اختلاف فاز مدهای تولید شده موج انعکاسی نسبت به موج فرودی تابع بسامد برخورد است. یعنی با افزایش بسامد برخورد، برای مد فرودی  $z=1$ ، اختلاف فاز مدهای تولید شده به  $\pi/2$  و با افزایش عدد مد موج فرودی اختلاف فاز این مدها به  $-\pi/2$  میل می‌کند.

برای مطالعه دقیق‌تر ضرایب بازتاب و عبور امواج و همچنین اختلاف فاز امواج، اندازه آنها در یک بسامد برخوردی خاص  $\nu = 12 \times 10^6 \text{ rad/s}$  بیان می‌شوند.

به ازای مد فرودی  $z=1$ ، اندازه ضرایب عبور  $T_1=0/042$ ،  $T_2=0/023$  و  $T_3=0/01$  و اندازه ضرایب انعکاس  $R_1=1/005$ ،  $R_2=0/0004$  و  $R_3=0/02$ ، اختلاف فاز امواج عبوری  $\theta_{1L}=-0/354\pi$ ،  $\theta_{2L}=-0/301\pi$  و  $\theta_{3L}=-0/219\pi$  و اختلاف فاز امواج انعکاسی  $\theta_{1R}=-0/002\pi$ ،  $\theta_{2R}=-0/270\pi$  و  $\theta_{3R}=-0/328\pi$  به دست آمدند.

حال این سؤال مطرح می‌شود که با وجود آن که جمع ضرایب عبور و بازتاب مد اول بزرگ‌تر از یک شده است، آیا انرژی پایسته است؟

در پاسخ به این سوال لازم است یادآور شویم که قاعده جمع آثار در مورد کمیات فیزیکی، زمانی معتبر است که معادلات دیفرانسیل حاکم بر آن کمیت فیزیکی، خطی باشند. این بدان معناست که، ترکیب خطی جواب‌های ممکنه معادله

پلاسمایی روی محورش بود. موج فرودی از موجبر دی الکتریک به ستون پلاسما فرستاده شد. حضور ستون پلاسمایی و برهم‌کنش موج فرودی با مرز بین دو موجبر، موجب تولید مدهای جدید در امواج عبوری و انعکاسی شد. با استفاده از شرایط مرزی، ضرایب انعکاس و عبور برای تمام مدها به صورت تابعی از عدد مد موج فرودی، عدد مد موج انعکاسی، بسامد پلاسمایی، بسامد برخورد حامل‌های پلاسما و بسامد موج فرودی در هر مد به طور مجزا، تعیین شد. محاسبات نشان دادند که ضرایب انعکاس و عبور اعداد مختلط هستند، در نتیجه، امواج انعکاسی و عبوری اختلاف فازی نسبت به موج فرودی داشتند. با ثابت در نظر گرفتن بسامد موج فرودی و بسامد پلاسمایی، نسبت بسامد برخورد به بسامد موج فرودی، به عنوان پارامتر مناسبی برای شبیه‌سازی در این پیکربندی معرفی شد.

نمودارهای تغییرات اندازه ضرایب عبور و انعکاس و نمودارهای اختلاف فاز امواج عبوری و انعکاسی نسبت به موج فرودی، بر حسب بسامد برخورد پلاسما مورد بررسی قرار گرفتند. نمودارهای ضرایب انعکاس و عبور نقش مؤثر خاصیت رسانندگی پلاسما را در تولید مدهای جدید عبوری و انعکاسی تأکید کردند، به طوری که، با افزایش بسامد برخورد و به دنبال آن کاهش خاصیت رسانندگی پلاسما، اندازه ضرایب عبور و انعکاس مدهای جدید تولید شده کاهش می‌یافت.

بنابراین، با استفاده از اتصال دو موجبر نیمه کراندار و حضور یک ستون پلاسمایی و برهم‌کنش موج فرودی با مرز دو موجبر، تولید مدهای جدید پیش رونده در طول موجبر پلاسمایی بررسی شد که در فرایندهای مختلفی از جمله فرایند گرم‌کنندگی پلاسما و تغییرات دمای پلاسما کاربردهای مهمی دارد.

برداری موج در مجموعه معادلات اساسی ماکسول صدق می‌کنند و این معادلات خطی هستند، لذا در هر نقطه از فضا می‌توان میدان‌های الکتریکی، میدان‌های مغناطیسی و مؤلفه‌های بردار پتانسیل برداری امواج را در هر مد با هم جمع کرد. اما در مسئله پایستگی انرژی در این ساختارها، بردار پوینتینگ مطرح خواهد می‌شود که از حاصل ضرب دو بردار  $H$  و  $E$  به دست می‌آید. در نتیجه، معادله دیفرانسیل حاکم بر آن خطی نمی‌تواند باشد. بنابراین، در مسائلی که امواج الکترومغناطیس در یک نقطه مدهای مختلف دارند، ابتدا باید میدان الکتریکی کل و میدان مغناطیسی کل در هر نقطه با قاعده جمع آثار به دست آورده شده و سپس بردار پوینتینگ در آن نقطه از حاصل ضرب میدان الکتریکی کل و میدان مغناطیسی کل به دست آید. لذا در این پیکربندی، رابطه بقای انرژی بر اساس رابطه زیر توصیف می‌شود:

$$\left[ \left( \sum_{m=1}^{\infty} \overline{E_m} \right) \times \left( \sum_{m=1}^{\infty} \overline{H_m} \right) \right]_{z=0} = \left[ \overline{H_j} \times \overline{E_j} \right]_{z=0} + \left[ \left( \sum_{n=1}^{\infty} \overline{E_n} \right) \times \left( \sum_{n=1}^{\infty} \overline{H_n} \right) \right]_{z=0}, \quad (28)$$

که  $E_n$  و  $H_n$  میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج عبوری،  $E_m$  و  $H_m$  میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج انعکاسی و  $E_j$  و  $H_j$  میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج فرودی هستند.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، تولید مدهای جدید در فرایند انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک موجبر استوانه‌ای متشکل از دو بخش متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. بخش اول، شامل یک موجبر دی الکتریک بدون اتلاف با دیواره‌های فلزی و بخش دوم، یک موجبر نیمه کراندار دی الکتریک دیگر به همراه یک ستون

## مراجع

1. A Kishk, "Electromagnetic Waves Propagation in Complex Matter", InTech First (2011).
2. D S Jones, "Methods in electromagnetic wave propagation", Wiley-IEEE Press, 2<sup>nd</sup> Edition (1994).
3. D Cheng, "Field and Wave Electromagnetics", 2<sup>nd</sup> Edition Addison-Wesley (1989).
4. Charles Herach Papas. "Theory of electromagnetic wave propagation", McGraw Hill, New York (1965).
5. R E Collin, "Foundations for microwave engineering", Wiley-IEEE Press (2001).

- Hill*, New York (1973).
12. Y Tian, Y Han, Y Ling, and X Ai, *Physics of Plasmas* **21** (2014) 023301.
  13. A A Grigoreva, A V Tyukhtin, V V Vorobev, T Y Alekhina, and S Antipov, *IEEE Transaction on microwave theory and techniques* **64** (2016) 3441.
  14. Jackson JD. "*Classical electrodynamics*". New York: John Wiley, 3rd Edition (1998).
  15. Tzong-Dar Wu and K S Chen, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* **39** (2001) 2040.
  16. D R Smith, S Schultz, P Markoš, and C M Soukoulis, *Phys. Rev. B* **65** (2002) 195104.
  17. G B Arfken, H J Weber, and E Frank, "*Mathematical Methods for Physicists*", 7th Edition (2012).
  6. D M Pozar, "*Microwave engineering*". Wiley, New York (2012).
  7. D R Smith and D Schurig, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 077405.
  8. M J Akhtar, L E Feher, and M Thumm, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. **54** (2006) 2011.
  9. P Queffelec, M Le Floch, and P Gelin, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **48** (2000) 1344.
  10. A A Rukhadze, A F Alexandrov, and L S Bogdankevich, "*Principles of plasma electrodynamics*", Springer-Verlag Berlin Heidelberg (1966).
  11. N A Krall, "*Principles of Plasma Physics*, McGraw-