



دینامیک تولید درهم‌تنیدگی در سامانه‌های جایگزیده بس ذره‌ای با استفاده از انتگرال‌های موضعی حرکت

زهرا غلامی، مرتضی سلطانی، محسن امینی و ابراهیم قنبری عدیوی

دانشکده فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

پست الکترونیکی: msn.amini@sci.ui.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۳/۰۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۰۵/۱۰)

چکیده

اخیراً مطالعه سامانه‌های بس ذره‌ای کوانتومی‌ای که در حضور بی‌نظمی نمی‌توانند به تعادل گرمایی برسند به شدت مورد توجه قرار گرفته است. این اتفاق به دلیل ظهور فاز جایگزیده بس ذره‌ای و شکست فرضیه گرمایش ویژه حالت‌ها در این سامانه‌ها رخ می‌دهد که با استفاده از انتگرال‌های موضعی حرکت توصیف می‌شود. ما در این مقاله زنجیره اسپینی بی‌نظمی را در فاز جایگزیده بس ذره‌ای در نظر می‌گیریم و می‌کوشیم تا دینامیک تولید درهم‌تنیدگی در این سامانه را از طریق محاسبه انتگرال‌های موضعی حرکت مطالعه کنیم. به این منظور، نخست با حل تحلیلی مدل غیر برهم‌کنشی سازوکار تولید درهم‌تنیدگی در این سامانه را برای حالت‌های اولیه مختلف به شکل دقیق توضیح می‌دهیم. سپس با تعمیم این رهیافت به مدل برهم‌کنشی دینامیک تولید درهم‌تنیدگی در حضور برهم‌کنش را با محاسبات عددی به دست می‌آوریم. در نهایت، معنای فیزیکی تفاوت رفتار دینامیکی درهم‌تنیدگی در رژیم‌های برهم‌کنشی و غیر برهم‌کنشی را به بحث می‌گذاریم.

واژه‌های کلیدی: جایگزیدگی بس ذره‌ای - مدل اندرسون - آنتروپی درهم‌تنیدگی - انتگرال‌های موضعی حرکت

۱. مقدمه

است و دلیل دوم دقت و قدرت کنترل بالای آزمایش‌هایی است که در عمل روی این سامانه‌ها انجام می‌گیرد [۷-۳]. این سامانه‌ها با تغییر پهنای بی‌نظمی گذار فازی موسوم به گذار فاز جایگزیدگی بس ذره‌ای را تجربه می‌کنند که به دلیل تغییر رفتار ویژه حالت‌های کوانتومی سامانه رخ می‌دهد. در پهنای کم بی‌نظمی، ویژه حالت‌های سامانه از فرض گرمایش ویژه حالت‌ها [۸] تبعیت می‌کنند و به همین دلیل این فاز سامانه، به

مطالعه توأمان بی‌نظمی و برهم‌کنش در سامانه‌های کوانتومی بس ذره‌ای یکی از موضوعاتی است که در سال‌های اخیر به شدت مورد توجه فیزیکدانان قرار گرفته است [۱-۲]. دلایل این توجه ویژه را می‌توان ذیل دو عنوان مختلف طبقه‌بندی کرد: اول این که این موضوع از منظر انتگرال‌پذیری و برقراری فرض ارگودیک در سامانه‌های کوانتومی از اهمیت بنیادین برخوردار

اختصار، فاز ETH نامیده می‌شود. در سوی مقابل، هنگامی که پهنای بی‌نظمی به اندازه کافی بزرگ باشد ویژه حالت‌ها جایگزیده می‌شوند و این فاز سامانه اصطلاحاً جایگزیده بس‌ذره‌ای (MBL) نامیده می‌شود. در واقع نقطه شروع بررسی چنین گذارهای فازی که به دلیل جایگزیدگی ویژه حالت‌ها ایجاد می‌شوند را باید مقاله معروف فیلیپ اندرسون در سال ۱۹۵۸ دانست [۹]. در این مقاله، یک مدل تصادفی بدون برهم‌کنش (تک-ذره‌ای) ارائه شد که به کمک آن سرکوب پدیده پخش در یک سامانه کوانتومی بی‌نظم توضیح داده می‌شود. در این مدل پهنای بی‌نظمی توسط یک پارامتر کنترل به نام W تنظیم می‌شود که اگر مقدار آن برابر با یک مقدار بحرانی W_c باشد، سامانه یک گذار فاز ناشی از جایگزیدگی ویژه حالت‌ها را تجربه می‌کند که این گذار فاز در اصطلاح گذار اندرسون نامیده می‌شود. طبق این مدل، بعد بحرانی پایینی برای گذار اندرسون $d_I = 2$ است، بنابراین برای ابعاد کمتر یا مساوی این مقدار، گذار فازی از این نوع رخ نمی‌دهد و به ازای کمترین مقدار بی‌نظمی تمام ویژه حالت‌های سامانه جایگزیده خواهند بود [۱۰].

توفیق مدل اندرسون برای توصیف سامانه‌های بی‌نظم آنچنان زیاد بود که برای مدت‌ها فیزیکدانان را از در نظر گرفتن برهم‌کنش بی‌نیاز می‌کرد. اما در سال ۲۰۰۷ با مطالعه عددی یک سامانه برهم‌کنش‌دار مشخص شد که در حضور برهم‌کنش می‌توانیم حتی در $d = 1$ هم گذار فازی مشابه با گذار اندرسون داشته باشیم با این تفاوت که در حضور برهم‌کنش ویژه حالت‌ها جایگزیده بس‌ذره‌ای (در مقابل جایگزیده تک‌ذره‌ای) هستند [۱۱]. پس از آن تلاش‌های زیادی انجام شد تا یک اثبات تحلیلی برای وجود فاز جایگزیده بس‌ذره‌ای در سامانه‌های برهم‌کنشی ارائه شود که این تلاش‌ها در موارد خاصی نیز به نتایج درخشانی رسید [۱۲ و ۱۳]. به هر حال، مطالعه سایر خواص فیزیکی این فاز جدید با استفاده از روش‌های مختلف در دستور کار قرار گرفت و مشخص شد که این فاز با مشخصه‌هایی نظیر آمار پواسونی فاصله ترازهای متوالی انرژی، وافازی توانی، انتشار لگاریتمی آنتروپی درهم‌تنیدگی نسبت به

زمان، و بستگی فضایی سطح-گونه این کمیت در مقابل بستگی حجم-گونه‌ای که علی‌الاصول از کمیت‌های فزون‌تر ترمودینامیکی انتظار داریم، همراه است [۱۴-۱۷]. بسیاری از این خواص را می‌توان از یک مدل پدیده‌شناسانه که در آن هامیلتونی سامانه را بر حسب عملگرهای شبه-جایگزیده موضعی بسط می‌دهند استنباط کرد [۱۸]. از آنجایی که این عملگرها با هامیلتونی سامانه جابه‌جا می‌شوند آنها را انتگرال‌های موضعی حرکت می‌نامند و به اختصار با LIOMs نشان می‌دهند.

همانگونه که گفتیم تلاش‌هایی انجام شده تا وجود ثابت‌های حرکت را با نحوه ایجاد و انتشار درهم‌تنیدگی کوانتومی در فاز جایگزیده بس‌ذره‌ای مرتبط کند [۱۹ و ۲۰] ولی هنوز هم جوانبی از این ارتباط پنهان و دست نخورده باقی مانده است. از جمله این که دینامیک چنین سامانه‌هایی با استفاده از حل دقیق ضرایب بسط LIOMها بررسی نشده است [۲۱]، علاوه بر این، برای بیان اختلاف بین دو مدل اندرسون و MBL کارهای مختصری از جمله مرجع [۱۹] انجام شده اما هنوز به طور دقیق اختلاف این دو مدل مشخص نشده است. همچنین، بررسی نوع گذار فاز از MBL به ETH نیز جزء مواردی است که هنوز سؤالات زیادی درباره آن مطرح است [۲۲]. اکنون با توجه به آنچه بیان شد شایان ذکر است که جنبه نوآورانه روش حل ما در آن است که، همان‌طور که در ادامه به طور مبسوط شرح داده خواهد شد، ما حالت اولیه خاصی را در نظر می‌گیریم و استدلال می‌کنیم که فقط LIOMهای حاضر در مرز دو زیرسامانه، با هم برهم‌کنش دارند و با توجه به هامیلتونی نوشته شده بر حسب LIOMها سعی می‌کنیم منشأ تفاوت رفتار سامانه‌های اندرسون و سامانه‌های MBL را به دست آوریم. با توجه به حالت اولیه‌ای که ما در این‌جا معرفی می‌کنیم بر این باور هستیم که اگر قرار باشد در آینده LIOMها به عنوان یکی از نامزدهای ساخت حافظه‌های کوانتومی به شمار آیند، مطالعه‌ای از این دست که خواص کوانتومی بلوکی این سامانه‌ها را مورد توجه قرار دهد ضروری است و بررسی سامانه‌هایی که به این صورت در نظر گرفته می‌شوند مفید

خواهد بود.

صفحه عمود بر میدان و در راستای میدان مغناطیسی هستند و چنانچه $\Delta = t$ باشد این مدل را XXZ و اگر $\Delta = 0$ باشد این مدل را XX می‌نامند. در ادامه برای انجام محاسبات عددی، مقدار t برابر با ۱ انتخاب می‌شود و نیز هر کجا بحث از حضور برهم‌کنش می‌شود یعنی مقدار $\Delta = 1$ در نظر گرفته می‌شود.

این توضیح را باید اضافه کنیم که در غیاب بی‌نظمی هنگامی که در این مدل $\Delta = 1$ باشد، سامانه در یک نقطه به خصوص و در معرض یک گذار فاز از نوع برزینسکی-ذولس-کوسترلیز^۱ خواهد بود و این باعث می‌شود رفتار همبستگی‌ها برای مقادیر دیگری از قدرت برهم‌کنش که سامانه را از این نقطه خاص دور می‌کند، متفاوت باشد. با این حال، در حضور بی‌نظمی به نظر می‌رسد این داستان باید با دقت و ملاحظات بیشتری بررسی شود [۲۳-۲۶] و اتفاقاً مطالعات اخیر [۲۷] نشان می‌دهند که خود گذار فاز جایگزیدگی بس‌ذره‌ای را باید زیرمجموعه‌ای از خانواده برزینسکی-ذولس-کوسترلیز دانست که البته هنوز در مورد این طبقه‌بندی باید مطالعات بیشتری صورت بگیرد [۲۲].

به راحتی می‌توان با استفاده از تبدیل جردن - ویگنر، هامیلتونی بالا را به یک مدل فرمیونی برهم‌کنش‌دار تبدیل کرد [۲۸]. برای شروع اجازه دهید عملگرهای فرمیونی زیر را تعریف کنیم:

$$\tilde{\sigma}_i^+ = \left(\prod_{j < i} \sigma_j^z \right) \sigma_i^+, \quad (2)$$

به وضوح پیداست که عملگرهای جدید $\tilde{\sigma}_i^+$ از جبر فرمیونی پیروی می‌کند، یعنی:

$$\{\tilde{\sigma}_i^+, \tilde{\sigma}_j^+\} = 0, \quad (3)$$

$$\{\tilde{\sigma}_i^+, \tilde{\sigma}_j^-\} = \delta_{i,j}, \quad (4)$$

اگر چه مرسوم است که عملگرهای فرمیونی بر حسب c و c^\dagger نوشته شود اما در این مقاله، با توجه به این که قصد داریم پس از تبدیل جردن - ویگنر و حل دقیق مسئله به بررسی دینامیک سامانه اسپینی پردازیم و از این عملگرها برای بررسی سامانه

ما در این مقاله سعی می‌کنیم با بررسی رفتار آنروپی درهم‌تنیدگی، فاز جایگزیده اندرسون (تک‌ذره‌ای) را با همتای خودش در حضور برهم‌کنش یعنی فاز جایگزیده بس‌ذره‌ای مقایسه کنیم. برای این منظور ما مطالعه خود را در بخش دوم در ابتدا با معرفی یک سامانه غیربرهم‌کنشی آغاز می‌کنیم و در ادامه اثرات برهم‌کنشی را به مسئله اضافه خواهیم کرد. این روند را از این جهت دنبال می‌کنیم که می‌توانیم در غیاب برهم‌کنش با یک روش تحلیلی، ثابت‌های حرکت در فاز جایگزیده را به دست آوریم. سپس در بخش سوم به کمک این ثابت‌های حرکت، سازوکار تولید درهم‌تنیدگی کوانتومی در این فاز را پس از یک اطفای کوانتومی بررسی می‌کنیم. در بخش چهارم مطالعاتمان را به سامانه برهم‌کنش‌دار تعمیم می‌دهیم و همین محاسبات را در حضور برهم‌کنش تکرار می‌کنیم و در نهایت در بخش پنجم با مقایسه نتایج به دست آمده در حضور و عدم حضور برهم‌کنش مقاله را خاتمه می‌دهیم.

۲. معرفی مدل غیربرهم‌کنشی و روش محاسبه ثابت‌های حرکت در آن

در این مقاله به بررسی یک مدل اسپینی XXX هاینبرگ می‌پردازیم که یک زنجیره ۱-بعدی از اسپین‌های دو حالته در حضور یک میدان مغناطیسی تصادفی را توصیف می‌کند. هامیلتونی این سامانه با فرض $h = 1$ ، به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{H} = \sum_i t(\sigma_i^+ \sigma_{i+1}^- + H.c.) + \sum_i \Delta \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z + \sum_i h_i \sigma_i^z, \quad (1)$$

که در آن $\sigma_i^\pm = \sigma_i^x \pm i \sigma_i^y$ عملگرهای بالابر (پایین‌بر) و $\sigma_i^{x,y,z}$ عملگرهای پاولی برای توصیف مؤلفه‌های مختلف اسپینی است که در جایگاه نام قرار دارد و h_i ها مقادیری تصادفی هستند که شدت میدان مغناطیسی موضعی در همین جایگاه در امتداد محور z را نشان می‌دهند و از یک توزیع یکنواخت در بازه $[-W, W]$ انتخاب می‌شوند. در این رابطه پارامترهای t و Δ به ترتیب ثابت‌های جفت‌شدگی اسپین‌ها در

۱. Berezinskii-Kosterlitz-Thouless

MBL را می توان برحسب ثابت های شبه جایگزیده توصیف کرد. عملگرهای LIOM در واقع خودشان از جبر پائولی پیروی می کنند و به نحوی می توان آنها را شبه اسپین نامید که خواص زیر را دارند [۱۳]:

1. $Tr \tau_i^z = 0$,
2. $Tr \tau_i^z \tau_j^z = 2^N \delta_{ij}$,
3. $[\tau_i^z, \hat{H}] = 0$,
4. $Tr[\tau_i^z, \sigma_j^z] \propto e^{-\xi^{-1}|i-j|}$,

در واقع، از خاصیت اول و دوم نتیجه گرفته می شود که می توان LIOMها را برحسب ماتریس های پائولی نوشت. خاصیت دوم نشان دهنده ثابت حرکت بودن LIOMها است و نهایتاً خاصیت سوم نشان دهنده جایگزیده بودن آنهاست. ادعا این است که چنین عملگرهایی وجود دارند به طوری که می توانیم هامیلتونی (۱) را برحسب آنها به شکل زیر بنویسیم [۹ و ۱۴]:

$$\hat{H} = \sum_i \epsilon_i \tau_i^z + \sum_{i,j} \epsilon_{i,j} \tau_i^z \tau_j^z + \dots, \quad (10)$$

که در آن از نوشتن جملات مراتب بعدی که از حاصل ضرب تعداد بیشتری از این عملگرها تشکیل می شوند خودداری کرده ایم. تاکنون، رهیافت های مختلفی در مراجع مختلف برای به دست آوردن LIOM و ضرایب ϵ_i و $\epsilon_{i,j}$ و ... در رابطه (۱۰) ارائه شده است [۱۴، ۱۸، ۲۹]. در واقع، برای محاسبه این ضرایب باید به چند نکته مهم توجه داشته باشیم. نخست این که باید $\epsilon_{i,j}$ از خاصیت زیر پیروی کند [۱۸ و ۲۹]:

$$\epsilon_{i,j} \propto \Delta e^{-\xi^{-1}|i-j|}, \quad (11)$$

باید توجه داشت که در خاصیت (۴)، طول جایگزیدگی است در حالی که در رابطه (۱۱)، طول برهم کنش است [۳] و این رابطه نشان دهنده افت نمایی جفت شدگی مؤلفه های قائم شبه اسپین ها نسبت به تغییر فاصله نسبی بین آنهاست. و نکته بعدی آن است که:

$$\bar{\epsilon}_i > \bar{\epsilon}_{i,j} > \bar{\epsilon}_{i,j,k}, \quad (12)$$

با همه این تفاسیر در مدل اندرسون انتظار داریم که هامیلتونی (۱۰) فقط شامل جمله اول باشد، یعنی داشته باشیم:

$$\hat{H}_{Anderson} = \sum_i \epsilon_i \tau_i^z, \quad (13)$$

اسپینی استفاده کنیم، عملگرهای فرمیونی را به صورت $\bar{\sigma}_i^-$ و $\bar{\sigma}_i^+$ نمایش می دهیم.

از طرفی به سادگی می توان نشان داد که:

$$\sigma_i^z = \sigma_i^+ \sigma_i^- - \sigma_i^- \sigma_i^+ = \bar{\sigma}_i^+ \bar{\sigma}_i^- - \bar{\sigma}_i^- \bar{\sigma}_i^+, \quad (5)$$

و چون:

$$\bar{\sigma}_i^- \bar{\sigma}_i^+ = 1 - \bar{\sigma}_i^+ \bar{\sigma}_i^-, \quad (6)$$

و

$$\bar{\sigma}_i^+ \bar{\sigma}_i^- = \hat{n}_i, \quad (7)$$

آنگاه می توانیم عملگر اسپینی پائولی در امتداد قائم را بر حسب عملگر اشغال فرمیونی به شکل زیر بنویسیم:

$$\sigma_i^z = 2\hat{n}_i - 1, \quad (8)$$

البته چون هدف بررسی رفتار سامانه اسپینی است، در این مقاله تنها با $\bar{\sigma}_i^-$ ، $\bar{\sigma}_i^+$ و σ_i^z سر و کار داریم. اکنون می توانیم این روابط را در هامیلتونی (۱) جایگذاری کنیم و با اندکی محاسبه داریم:

$$\hat{H} = \sum_i \gamma (\bar{\sigma}_i^+ \bar{\sigma}_{i+1}^- + H.c.) + \sum_i \Delta (\gamma \hat{n}_i - 1) (\gamma \hat{n}_{i+1} - 1) + \sum_i h_i (\gamma \hat{n}_i - 1). \quad (9)$$

با توجه به معادله (۹) به این نتیجه می رسیم که اگر $\Delta = 0$ باشد آنگاه هامیلتونی (۱) معادل یک سامانه فرمیونی بدون برهم کنش است. ما در این ادامه می کوشیم تا با استفاده از یک شکل تحلیلی که برای ثابت های حرکت در مدل فرمیونی بدون برهم کنش وجود دارد، به بررسی رفتار انتشار درهم تنیدگی در این سامانه ها بپردازیم. به این منظور، در حالتی که $\Delta = 0$ است عملگرهای ثابت های حرکت یا همان عملگرهای LIOM را به دست می آوریم و با استفاده از آنها دینامیک درهم تنیدگی در سامانه را محاسبه خواهیم کرد. البته تأکید می کنیم که برای حالتی که $\Delta \neq 0$ است جواب دقیق برای عملگرهای LIOM وجود ندارد ولی با استفاده از مقایسه آنها با حالت بدون برهم کنش می توان تا حدودی نقش برهم کنش را در این سامانه ها به دست آورد.

۲.۱. محاسبه تحلیلی ثابت های حرکت در مدل اندرسون

همان گونه که پیش از این اشاره کردیم یک سامانه در فاز

$$\tilde{\tau}_i^+ = \sum_j \langle j | \psi_i \rangle \tilde{\sigma}_j^+ = \sum_j \alpha_j^i \tilde{\sigma}_j^+, \quad (22)$$

که در ادامه برای سادگی $\langle j | \psi_i \rangle = \alpha_j^i$ را تعریف می‌کنیم. با توجه به این نکته که در بخش پیشین اشاره شد با استفاده

از $\tilde{\tau}_i^+$ و $\tilde{\tau}_i^-$ می‌توان $\tilde{\tau}_i^z$ را به صورت زیر به دست آورد:

$$\tilde{\tau}_i^z = \tilde{\tau}_i^+ \tilde{\tau}_i^- - \tilde{\tau}_i^- \tilde{\tau}_i^+ = \sum_{j_1, j_2} \alpha_{j_1}^i \alpha_{j_2}^i (\tilde{\sigma}_{j_1}^+ \tilde{\sigma}_{j_2}^- - \tilde{\sigma}_{j_2}^- \tilde{\sigma}_{j_1}^+), \quad (23)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که $\tilde{\tau}_i^z$ های به دست آمده را می‌توان برای بسط هامیلتونی کل به صورت زیر به کار برد:

$$\hat{H} = \sum_i \frac{1}{\sqrt{N}} (Tr \tilde{\tau}_i^z \hat{H}) \tilde{\tau}_i^z, \quad (24)$$

مدل اندرسون تنها مدلی است که بسط دقیقی برای هامیلتونی کل، همچنین بسط دقیق برای LIOMها با استفاده از هامیلتونی تک‌ذره‌ای می‌توان نوشت. در صورت وجود برهم‌کنش باید بسط زیر:

$$\tilde{\tau}_i^+ = \sum_j \alpha_j^i \tilde{\sigma}_j^+ + \sum_{j_1, j_2, j_3} \alpha_{j_1, j_2, j_3}^i \tilde{\sigma}_{j_1}^+ \tilde{\sigma}_{j_2}^+ \tilde{\sigma}_{j_3}^- + \dots, \quad (25)$$

را نوشت [۳۱]. به دست آوردن ضرایب بسط (۲۵) در مدل برهم‌کنشی توسط نویسندگان این مقاله در حال بررسی و انجام است و فراتر از موضوع این مقاله است. نکته مهم در مورد α_j^i ها آن است که در شرط زیر صدق می‌کنند:

$$\alpha_j^i \propto e^{-\xi^{-|i-j|}}, \quad (26)$$

که ξ طول جایگزیدگی است و با قدرت بی‌نظمی به صورت زیر ارتباط دارد [۳۲ و ۳۳]:

$$\xi \propto W^{-\alpha}, \quad (27)$$

ما در این مقاله سعی می‌کنیم که با استفاده از بسط رابطه (۲۲) تولید درهم‌تنیدگی در مدل اندرسون را محاسبه کرده و نتیجه آن را با داده‌های عددی حل دقیق مسئله مقایسه کنیم. سپس در ادامه با روشن کردن برهم‌کنش، سامانه را به یک سامانه MBL می‌بریم و با توجه به تفاوت رفتاری این دو سامانه سعی می‌کنیم برآوردی از شکل LIOMها در سامانه برهم‌کنشی داشته باشیم.

اکنون، با استفاده از تبدیل جردن - ویگنر، $\tilde{\tau}_i^z$ و ϵ_i را محاسبه خواهیم کرد. در ادامه، روش انجام این محاسبه به طور مبسوط شرح داده خواهد شد. برای شروع، با استفاده از رابطه (۹) در غیاب برهم‌کنش به نتیجه زیر خواهیم رسید:

$$\hat{H} = \sum_i \nu (\tilde{\sigma}_i^+ \tilde{\sigma}_{i+1}^- + H.c.) + \sum_i h_i (\nu \tilde{\sigma}_i^+ \tilde{\sigma}_i^- - 1). \quad (14)$$

همان گونه که مشخص است هامیلتونی بالا یک هامیلتونی بدون برهم‌کنش فرمیونی است که به سادگی می‌توانیم آن را برحسب ویژه عملگرهایش به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$$\hat{H} = \sum_i (\nu \epsilon_i) \tilde{\tau}_i^+ \tilde{\tau}_i^- - \sum_i \epsilon_i, \quad (15)$$

و برای محاسبه $\nu \epsilon_i$ ، $\tilde{\tau}_i^+$ و $\tilde{\tau}_i^-$ از روش زیر استفاده کنیم:

$$\hat{H} = [\tilde{\sigma}_1^+ \dots \tilde{\sigma}_N^+] [\tilde{H}] \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_1^- \\ \vdots \\ \tilde{\sigma}_N^- \end{bmatrix} - \sum_i h_i, \quad (16)$$

که ماتریس \tilde{H} به صورت زیر است:

$$\tilde{H} = \nu \begin{bmatrix} h_1 & t & \circ \\ t & \ddots & \ddots \\ \circ & \ddots & h_N \end{bmatrix}, \quad (17)$$

به سادگی می‌توانیم هامیلتونی فوق را با یک تبدیل یکانی قطری کنیم، یعنی ماتریسی مانند U را بیابیم به طوری که:

$$\tilde{H}' = U^\dagger \tilde{H} U = \begin{bmatrix} \nu \epsilon_1 & & \circ \\ & \ddots & \\ \circ & & \nu \epsilon_N \end{bmatrix}, \quad (18)$$

که در آن عناصر U به شکل زیر از روی ویژه‌حالت‌ها قابل محاسبه خواهند بود:

$$U_{i,j} = \langle j | \psi_i \rangle, \quad (19)$$

و

$$\tilde{H}' |\psi_i\rangle = \nu \epsilon_i |\psi_i\rangle, \quad (20)$$

البته باید توجه داشت که برچسب‌گذاری i به روی ویژه حالت‌های هامیلتونی تک‌ذره‌ای به این صورت است که ویژه حالت‌های به دست آمده بیشینه مقدار به روی جایگاه نام را دارند. به عبارتی به ازای هر $i \neq j$ داریم:

$$|\langle i | \psi_j \rangle|^2 \geq |\langle j | \psi_i \rangle|^2, \quad (21)$$

با استفاده از این معادلات به نتیجه زیر می‌رسیم [۳۰]:

۳. محاسبه آهنگ تولید درهم تنیدگی

همان گونه که در مقالات مختلف اثبات شده است [۱۶ و ۱۹] اگر در یک سامانه MBL اطفا کوانتومی وارد شده و سامانه از وضعیت تعادل خارج شود آنگاه به علت برهم کنش، آنتروپی زیرسامانه‌ها شروع به افزایش می‌کند و سامانه نظم خود را از دست می‌دهد. یکی از مشخصه‌های مهم سامانه MBL آن است که تولید آنتروپی که ناشی از درهم تنیدگی بین زیرسامانه و محیط آن است در این سامانه‌ها برخلاف سامانه‌های گرمایی رشد لگاریتمی دارد [۱۶].

در این بخش، حالت اولیه سامانه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$|\psi_{in}\rangle = \left| \uparrow \uparrow \uparrow \dots \uparrow \frac{N}{2} \downarrow \downarrow \downarrow \dots \downarrow \right\rangle, \quad (28)$$

به عبارتی فرض می‌کنیم که نیمی از سامانه در لحظه صفر اسپین بالا و نیمی دیگر اسپین پایین دارد. حال برای بررسی رفتار زمانی این حالت، سامانه را به دو زیر بخش مساوی و یک جمله برهم کنش بین آنها می‌شکنیم. بنابراین می‌توانیم هامیلتونی سامانه را به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$$\hat{H} = H_A + H_B + H_{AB}, \quad (29)$$

که در آن H_A و H_B هامیلتونی زیربخش‌های مربوطه است و نیمی از یک زنجیره اسپینی را توصیف می‌کند و جمله برهم کنش به صورت زیر است:

$$H_{AB} = \gamma t \left(\tilde{\sigma}_N^+ \tilde{\sigma}_{\frac{N}{2}+1}^- + H.c. \right), \quad (30)$$

دلیل این جداسازی آن است که اگر ما جداگانه هر کدام از زیربخش‌های سامانه را در نظر بگیریم آنگاه $|\psi_{in}\rangle$ ویژه حالت H_A و H_B است و در نتیجه درهم تنیدگی بین دو زیرسامانه توسط H_{AB} ایجاد می‌شود.

با توجه به تعریف LIOMها و با توجه به این که با هامیلتونی جابه‌جا می‌شوند، به این نتیجه می‌رسیم که برای هامیلتونی H_A و H_B داریم:

$$\left| \uparrow \uparrow \uparrow \dots \uparrow \frac{N}{2A} \right\rangle = \left| \uparrow \uparrow \uparrow \dots \uparrow \frac{N}{2A} \right\rangle, \quad (31)$$

در رابطه (۳۱)، $|\uparrow i_A\rangle$ ویژه حالت عملگر $\tau_{i_A}^z$ است. به طریق مشابه نیز داریم:

$$\left| \downarrow \downarrow \downarrow \dots \downarrow \frac{N}{2B} \right\rangle = \left| \downarrow \downarrow \downarrow \dots \downarrow \frac{N}{2B} \right\rangle, \quad (32)$$

به طریق مشابه، در رابطه (۳۲)، $|\uparrow i_B\rangle$ ویژه حالت عملگر $\tau_{i_B}^z$ است. با توجه به یکتا بودن حالت خلأ، روابط (۳۱) و (۳۲) قابل اثبات هستند. بنابراین حالت اولیه ارائه شده ویژه حالت‌های H_A و H_B در پایه‌های LIOM است و برای محاسبه تولید درهم تنیدگی کافی است که H_{AB} را در پایه $\tilde{\tau}_{i_{A(B)}}^{+(-)}$ دهیم. به عبارتی در پایه‌های LIOM داریم:

$$H_A = \sum_{i_A=1}^N \epsilon_{i_A} \tau_{i_A}^z, \quad (33)$$

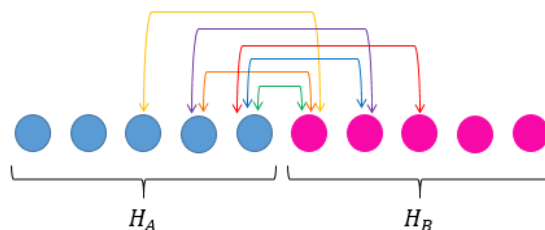
$$H_B = \sum_{i_B=\frac{N}{2}+1}^N \epsilon_{i_B} \tau_{i_B}^z, \quad (34)$$

و جمله برهم کنش نیز به صورت زیر است:

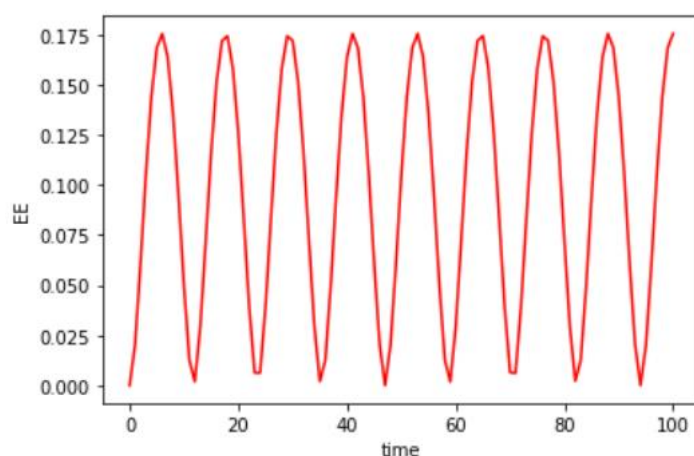
$$H_{AB} = \gamma t \tilde{\sigma}_N^+ \tilde{\sigma}_{\frac{N}{2}+1}^- + H.c. = \sum_{i_A, i_B} \gamma t \alpha_{i_A}^{i_A} \alpha_{i_B}^{i_B} \tilde{\tau}_{i_A}^+ \tilde{\tau}_{i_B}^- + H.c., \quad (35)$$

شکل ۱ چنین وضعیتی را به صورت طرحواره نشان می‌دهد تا درک بهتری برایمان حاصل شود.

بنابراین تحول زمانی $|\psi(t)\rangle$ ناشی از برهم کنش LIOMها در مرز دو زیرسامانه است. البته چون می‌خواهیم آنتروپی یکی از زیرسامانه‌ها را محاسبه کنیم بنابراین استفاده از پایه‌های τ_i^z و یا $\tilde{\sigma}_i^z$ تفاوتی ندارد و در ادامه برای بهتر روشن شدن مطالب، به ذکر چند نمونه خواهیم پرداخت. البته باید به این مسئله اشاره کرد که اگر این رهیافت را دنبال کنیم و تبدیلات عکس جردن - ویگنر را به کار ببریم، یک سامانه تصادفی با $W \geq 20$ شبیه نمونه (۱) رفتار می‌کند و در برخی پیکربندی‌ها رفتار نوسانی شکل ۲ دیده می‌شود. با کاهش قدرت بی‌نظمی برای $20 < W \leq 15$ ، سامانه شبیه نمونه (۲) رفتار می‌کند و شکل ۳ مشاهده خواهد شد و در نهایت برای $W < 15$ رفتار سامانه به



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایش تقسیم‌بندی زنجیره‌ای با طول زوج به دو زیرسامانه با اندازه‌های برابر و برهم‌کنش بین جایگاه‌های دو زیرسامانه با توجه به طول جایگزیدگی LIOMها. رنگ سبز برهم‌کنش همسایه اول را نشان می‌دهد، رنگ‌های آبی و نارنجی نمایش‌دهنده برهم‌کنش همسایه دوم هستند که به منظور ایجاد تمایز بین اسپین‌های درگیر، با دو رنگ متفاوت نشان داده شده‌اند. به همین ترتیب، رنگ‌های زرد، بنفش و قرمز برهم‌کنش همسایه مرتبه سوم را مشخص می‌کنند.



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) آنتروپی درهم‌تنیدگی شبیه‌سازی به زنجیره‌ای با طول جایگزیدگی برابر با واحد.

با اثر دادن هامیلتونی فوق و محاسبه آنتروپی، رفتار نوسانی به سادگی در شکل ۲ دیده می‌شود.

نمونه (۲): فرض کنیم که طول جایگزیدگی برابر ۲ باشد آنگاه هامیلتونی مؤثر به صورت زیر است:

$$H_{eff} = t \frac{N}{\frac{N}{2}+1} \tilde{\tau}_N^+ \tilde{\tau}_{N+1}^- + t \frac{N}{\frac{N}{2}+2} \tilde{\tau}_N^+ \tilde{\tau}_{N+2}^- + t \frac{N}{\frac{N}{2}-1} \tilde{\tau}_N^+ \tilde{\tau}_{N+1}^- + H_c + \epsilon_N \tilde{\tau}_N^z + \epsilon_N \tilde{\tau}_N^z + \epsilon_N \tilde{\tau}_{N+1}^z + \epsilon_N \tilde{\tau}_{N+2}^z, \quad (38)$$

به عبارتی برای تحول زمانی این سامانه کافی است که هامیلتونی مؤثر را برای دو اسپین در روی مرز نوشت. در این حالت داریم:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iH_{eff}t} |\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow\rangle, \quad (39)$$

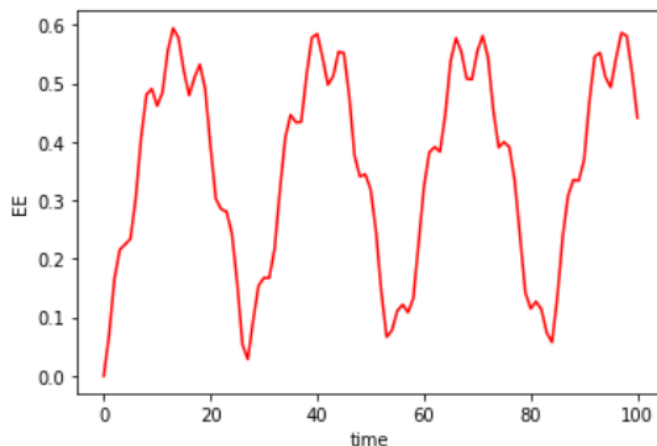
نمونه (۳) نزدیک خواهد شد و شکل ۴ رفتار سامانه را به خوبی نشان می‌دهد.

نمونه (۱): فرض کنیم طول جایگزیدگی برابر واحد باشد. در این صورت H_{AB} تنها شامل جمله زیر است:

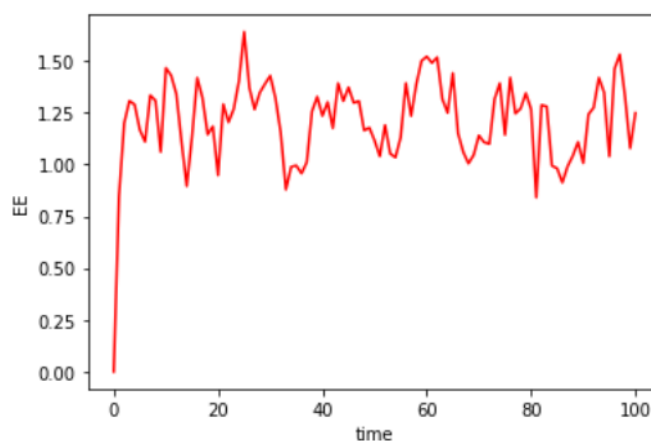
$$H_{eff} = \left(t' \tilde{\tau}_N^+ \tilde{\tau}_{N+1}^- + H_c \right) + \epsilon_N \tilde{\tau}_N^z + \epsilon_N \tilde{\tau}_{N+1}^z, \quad (36)$$

بنابراین هامیلتونی مؤثر تنها شامل برهم‌کنش دو جایگاه همسایه در مرز است. در این حالت برای محاسبه آنتروپی، محاسبه تحول زمانی دو جایگاه کافی است. در این حالت به سادگی می‌توان نشان داد که درهم‌تنیدگی رفتاری کاملاً نوسانی دارد. به عبارتی:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iH_{eff}t} |\uparrow\downarrow\rangle, \quad (37)$$



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) آنتروپی درهم‌تنیدگی شبیه‌سازی به زنجیره‌ای با طول جایگزیدگی برابر با ۲.



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) آنتروپی درهم‌تنیدگی شبیه‌سازی به زنجیره‌ای با طول جایگزیدگی برابر با ۳.

است برگردیم. در محاسبات عددی مقدار Δ را برابر واحد انتخاب می‌کنیم. در این حالت، شکل دقیق $\tilde{\tau}_i^+$ ها بسیار پیچیده‌تر از مدل اندرسون است و از این مهم‌تر این که اکنون برهم‌کنش بین $LIOM$ ها در پایه $\tilde{\tau}_i^z$ نیز پدیدار می‌شود. با این حال می‌توانیم برای بررسی آهنگ تولید درهم‌تنیدگی، هامیلتونی را در این حالت به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$$H_A = \sum_{i_A} \epsilon_{i_A} \tilde{\tau}_{i_A}^z + \sum_{i_{1A}, i_{2A}} \epsilon_{i_{1A}, i_{2A}} \tilde{\tau}_{i_{1A}}^z \tilde{\tau}_{i_{2A}}^z + \text{جملات کوچک‌تر} \quad (40)$$

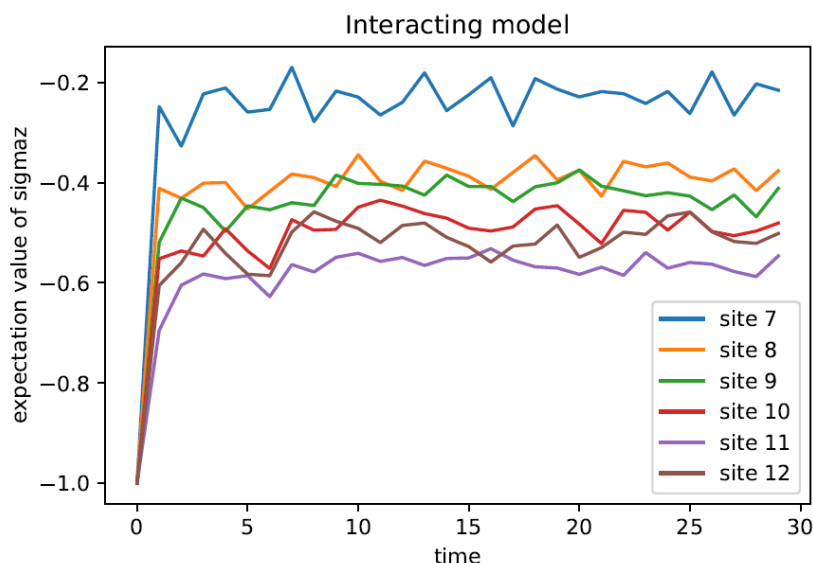
$$H_B = \sum_{i_B} \epsilon_{i_B} \tilde{\tau}_{i_B}^z + \sum_{i_{1B}, i_{2B}} \epsilon_{i_{1B}, i_{2B}} \tilde{\tau}_{i_{1B}}^z \tilde{\tau}_{i_{2B}}^z + \text{جملات قابل صرف نظر کردن} \quad (41)$$

و می‌توان تحول زمانی را حل کرده و تولید درهم‌تنیدگی را حساب کرد. البته باید دقت کرد که در این حالت $t_{\frac{N}{2}, \frac{N}{2}+2}$ یک مرتبه بزرگی از $t_{\frac{N}{2}, \frac{N}{2}+1}$ کوچک‌تر است. به علاوه چون هامیلتونی مؤثر یک هامیلتونی با ابعاد کوچک است، باز هم، رفتار نوسانی در شکل ۳ قابل مشاهده است.

حال اگر طول جایگزیدگی افزایش یابد به همان میزان هامیلتونی مؤثر دارای بعد بزرگ‌تر می‌شود و این باعث می‌شود که برای طول‌های جایگزیدگی بزرگ‌تر، رفتار نوسانی به سرعت از بین برود که این مطلب در شکل ۴ نشان داده شده است.

۴. تولید درهم‌تنیدگی در حضور برهم‌کنش

اکنون می‌توانیم به مسئله برهم‌کنشی یعنی حالتی که $\Delta \neq 0$



شکل ۵. رنگی در نسخه الکترونیکی رفتار $\langle \sigma_i^z \rangle$ برای هر یک از اسپین‌های روی جایگاه‌های شبکه در نیمه سمت راست زنجیره ۱۲ تایی برای سامانه برهم‌کنش‌دار. روی ۲۰ پیکربندی متوسط‌گیری انجام شده است.

شود که طول جایگزیدگی افزایش یابد و همچنین میزان درهم‌تنیدگی بین دو زیرسامانه A و B افزایش یابد. این موارد، در شکل‌های ۵ تا ۹ نشان داده شده است.

در حقیقت، برای اثبات این ادعا، طول زنجیره را برابر ۱۲ جایگاه انتخاب می‌کنیم. برای سامانه اصلی گفته شده Δ را روشن کرده و قدرت بی‌نظمی را $W = 20$ قرار داده و روی ۲۰ پیکربندی متوسط‌گیری انجام می‌دهیم. برای این که نشان دهیم طول جایگزیدگی *LIOM*ها افزایش پیدا کرده و بنابراین بخش بزرگ‌تری از سامانه (تعداد بیشتری از *LIOM*ها) درگیر می‌شوند، $\langle \sigma_i^z \rangle$ را برای نیمه سمت راست زنجیره رسم می‌کنیم. همان‌طور که در شکل‌های ۵ و ۶ به خوبی دیده می‌شود مقدار $\langle \sigma_i^z \rangle$ برای اسپین‌هایی که از مرز فاصله می‌گیرند با سرعت بیشتری از حالت اولیه فاصله می‌گیرد. علاوه بر این در سامانه MBL نوسانات به سرعت بعد از متوسط‌گیری از بین می‌رود ولی در مدل اندرسون نوسانات همچنان باقی می‌مانند که این مسئله به خاطر وجود جمله $\tau_{i_A(B)}^z \tau_{i_A(B)}^z$ وجود و افازی است.

همان‌گونه که در شکل ۷ ملاحظه می‌شود با وجود برهم‌کنش آنتروپی، درهم‌تنیدگی سامانه برهم‌کنش‌دار به مقدار

و شکل H_{AB} با توجه به رابطه (۲۵) به صورت زیر تغییر می‌کند:

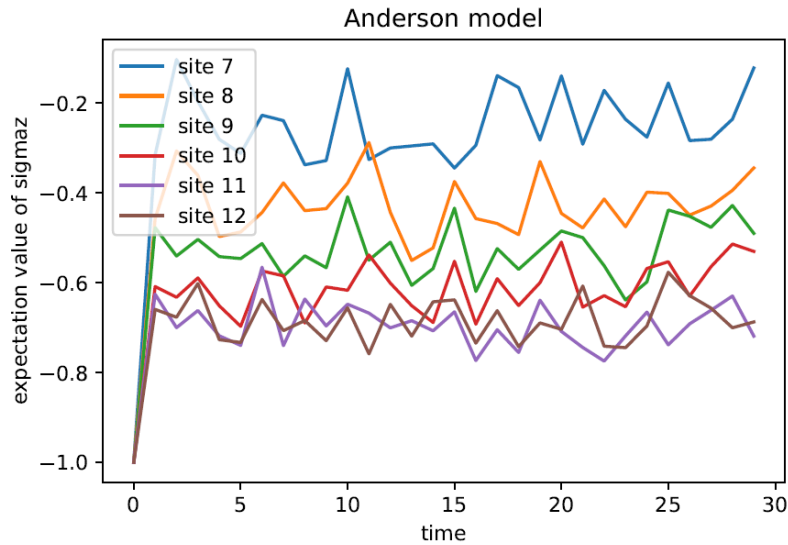
$$H_{AB} = \sum_{i_A, i_B} t_{i_A i_B} \tilde{\tau}_{i_A}^+ \tilde{\tau}_{i_B}^- + \sum_{i_A, i_{\tau_B}, i_{\tau_B}, i_{\tau_B}} t_{i_A i_{\tau_B} i_{\tau_B} i_{\tau_B}} \tilde{\tau}_{i_A}^+ \tilde{\tau}_{i_{\tau_B}}^+ \tilde{\tau}_{i_{\tau_B}}^- \tilde{\tau}_{i_{\tau_B}}^- + \sum_{i_A, i_{\tau_A}, i_{\tau_A}, i_B} t_{i_A i_{\tau_A} i_{\tau_A} i_B} \tilde{\tau}_{i_A}^+ \tilde{\tau}_{i_{\tau_A}}^+ \tilde{\tau}_{i_{\tau_A}}^- \tilde{\tau}_{i_B}^- + H.c. + \quad (42)$$

جملات قابل صرف نظر کردن

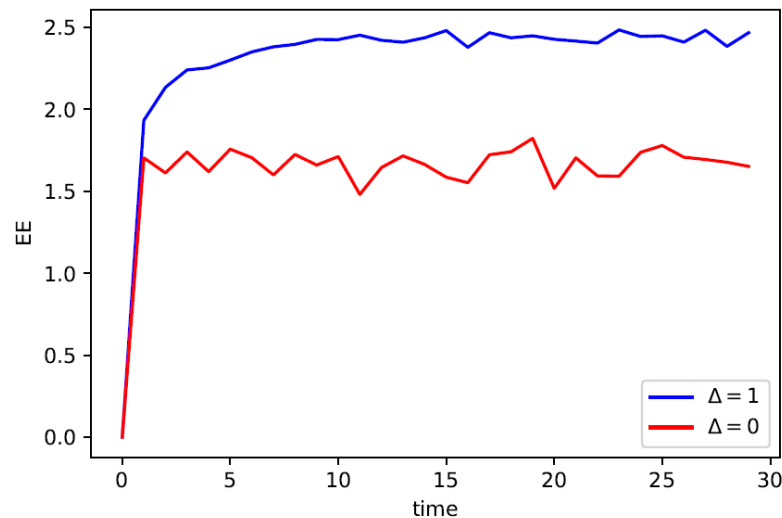
در واقع، وجود برهم‌کنش به دو طریق سامانه را تحت تأثیر قرار می‌دهد:

الف) با روشن شدن Δ ، طول جایگزیدگی *LIOM*ها افزایش می‌یابد و این افزایش طول جایگزیدگی باعث می‌شود تعداد *LIOM*های بیشتری درگیر شوند و بنابراین، متوسط درهم‌تنیدگی نسبت به مدل اندرسون افزایش می‌یابد.

ب) هامیلتونی سامانه در حالت برهم‌کنش‌دار پیچیده‌تر است و جملاتی مانند $\tau_{i_B}^z \tau_{i_B}^z$ و $\tau_{i_A}^z \tau_{i_A}^z$ ظاهر می‌شوند که منجر به افازی داخلی می‌شوند و علاوه بر این، برهم‌کنش‌ها در مرز، علاوه بر سهم تک‌ذره‌ای (جمله اول رابطه (۴۲)) شامل برهم‌کنش چندذره‌ای نیز خواهند بود. وجود این تغییرات باعث می‌-



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) رفتار $\langle \sigma_i^z \rangle$ برای هر یک از اسپین‌های روی جایگاه‌های شبکه در نیمه سمت راست زنجیره ۱۲ تایی برای سامانه بدون برهم‌کنش. روی ۲۰ پیکربندی متوسط‌گیری انجام شده است.



شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه رفتار آنتروپی درهم‌تنیدگی بین مدل اندرسون (نمودار قرمز رنگ) و مدل برهم‌کنش‌دار (نمودار آبی رنگ).

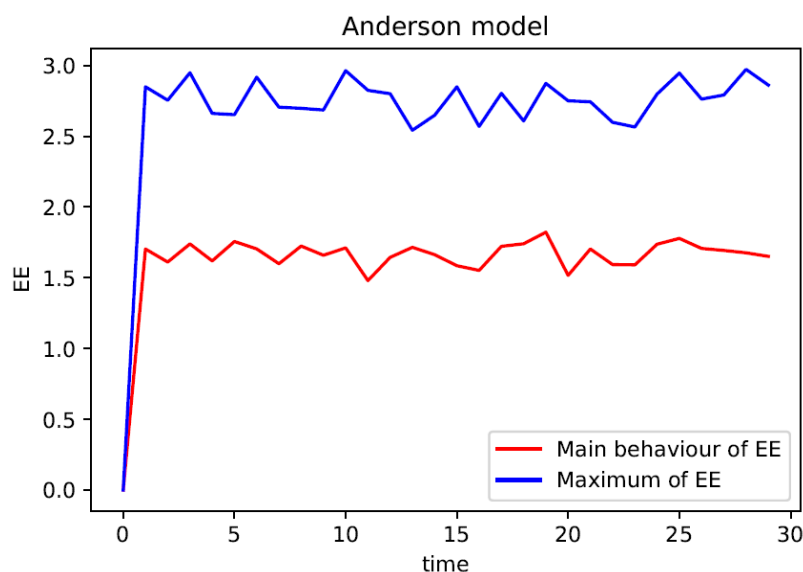
قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. دلیل این مسئله آن است که اولاً جملات و افزای به هامیلتونی اضافه می‌شود و علاوه بر این برهم‌کنش بین $LIOM$ ها در مرز افزایش می‌یابد و همچنین برهم‌کنش‌های چند ذره‌ای نیز اضافه می‌شوند.

$$\hat{\rho}_{max} = \prod_{\otimes i} \hat{\rho}_i, \quad (43)$$

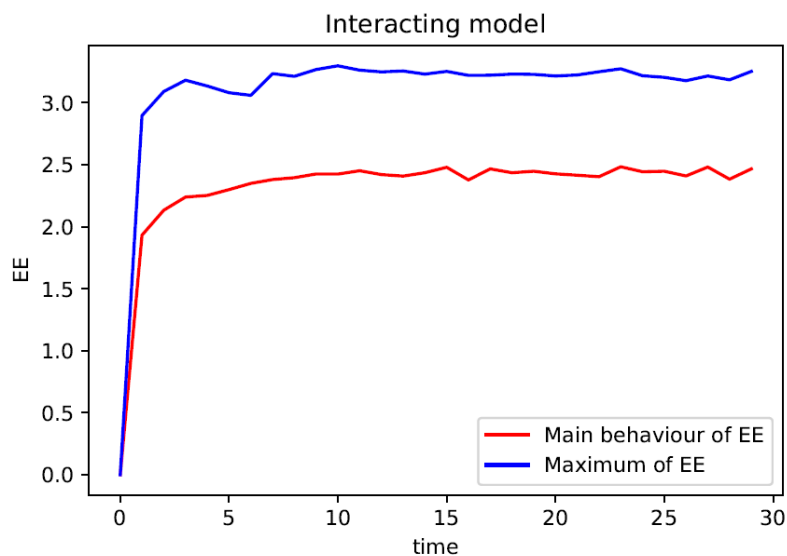
در نهایت قصد داریم به بررسی مفهوم دیگری تحت عنوان آنتروپی درهم‌تنیدگی بیشینه پردازیم و آن را با درهم‌تنیدگی اصلی محاسبه شده برای سامانه در غیاب و در حضور برهم‌کنش مقایسه کنیم. فرض می‌کنیم برای زنجیره‌ای به طول

$$\hat{\rho}_i = (\alpha_i^{\uparrow})^2 |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + (1 - (\alpha_i^{\uparrow})^2) |\downarrow\rangle\langle\downarrow|, \quad (44)$$

را به دست آوریم. بیشینه آنتروپی که می‌توان به سامانه نسبت داد از ماتریس چگالی زیر به دست می‌آید:



شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه رفتار اصلی آنتروپی درهم‌تنیدگی (نمودار قرمز رنگ) و رفتار آنتروپی درهم‌تنیدگی بیشینه (نمودار آبی رنگ) برای مدل اندرسون. روی 20° پیکربندی متوسط‌گیری انجام شده است.



شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه رفتار اصلی آنتروپی درهم‌تنیدگی (نمودار قرمز رنگ) و رفتار آنتروپی درهم‌تنیدگی بیشینه (نمودار آبی رنگ) برای مدل برهم‌کنش‌دار. روی 20° پیکربندی متوسط‌گیری انجام شده است.

که در آن:

$$(\alpha_i^t)^2 = \frac{1 + \langle \sigma_i^z \rangle}{2}, \quad (45)$$

ما این مسئله را برای مورد اندرسون و مورد برهم‌کنش‌دار مقایسه می‌کنیم. همان‌طور که در شکل‌های ۸ و ۹ مشاهده می‌شود در مدل اندرسون فاصله بیشینه درهم‌تنیدگی از

درهم‌تنیدگی محاسبه شده زیاد است. به عبارتی تعداد جملات غیرقطری ماتریس چگالی که غیرصفر هستند قابل ملاحظه است. ولی در مورد سامانه MBL، بیشینه درهم‌تنیدگی با درهم‌تنیدگی سامانه MBL به یکدیگر نزدیک هستند، به عبارتی تعداد جملات غیرقطری ماتریس چگالی که غیرصفر هستند نسبت به مدل اندرسون کمتر است. باز این رفتار را می‌توان به

به افزایش داخلی می‌شوند و علاوه بر این، برهم‌کنش‌ها در مرز، علاوه بر سهم تک‌ذره‌ای، برهم‌کنش چندذره‌ای را نیز خواهد داشت. وجود این تغییرات باعث می‌شود که طول جایگزیدگی افزایش یابد و همچنین میزان درهم‌تنیدگی بین دو زیرسامانه A و B نیز افزایش یابد.

علاوه بر این، با رسم $\langle \sigma_i^z \rangle$ برای نیمه سمت راست زنجیره، به خوبی دیده می‌شود که مقدار $\langle \sigma_i^z \rangle$ برای اسپین‌هایی که از مرز فاصله می‌گیرند با سرعت بیشتری از حالت اولیه فاصله می‌گیرد. علاوه بر این در سامانه MBL، نوسانات به سرعت بعد از متوسط‌گیری از بین می‌رود ولی در مدل اندرسون نوسانات همچنان باقی می‌مانند که این مسئله به خاطر وجود جمله $\tau_{i_A(B)}^z \tau_{i_A(B)}^z$ و وجود افزایش است.

سرانجام در این مقاله به بررسی مفهوم آنتروپی درهم‌تنیدگی بیشینه پرداخته و آن را با درهم‌تنیدگی اصلی محاسبه شده برای سامانه در غیاب و در حضور برهم‌کنش مقایسه کردیم. مشاهده می‌شود که در مدل اندرسون فاصله بیشینه درهم‌تنیدگی از درهم‌تنیدگی محاسبه شده زیاد است. به عبارتی تعداد جملات غیرقطری ماتریس چگالی که غیرصفر هستند قابل ملاحظه است. ولی در مورد سامانه MBL، بیشینه درهم‌تنیدگی با درهم‌تنیدگی سامانه MBL به یکدیگر نزدیک هستند، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تعداد جملات غیرقطری ماتریس چگالی که غیرصفر هستند نسبت به مدل اندرسون کمتر است و باز می‌توان این رفتار را به وجود جملات افزایشی و برهم‌کنش‌های چند ذره‌ای در مرز نسبت داد.

عنوان اثر وجود جملات افزایشی و برهم‌کنش‌های چند ذره‌ای در مرز در نظر گرفت.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل هایزنبرگ یک بعدی در حضور ناخالصی را در نظر گرفته و با حل دقیق و تحلیلی مورد XX، سازوکار تولید درهم‌تنیدگی در این سامانه را برای قدرت‌های بی‌نظمی مختلف بررسی کردیم. از مقایسه حل دقیق و روش شبیه‌سازی مشخص می‌شود که در قدرت بی‌نظمی بسیار بالا، هامیلتونی مؤثر تنها شامل برهم‌کنش دو جایگاه همسایه در مرز است. در این حالت برای محاسبه آنتروپی، محاسبه تحول زمانی دو جایگاه کافی است و لذا نشان داده می‌شود که درهم‌تنیدگی رفتار کاملاً نوسانی دارد. با کاهش قدرت بی‌نظمی، طول جایگزیدگی افزایش می‌یابد و به همان میزان هامیلتونی مؤثر دارای بعد بزرگ‌تر می‌شود و این باعث می‌شود که برای طول‌های جایگزیدگی بزرگ‌تر، رفتار نوسانی به سرعت از بین برود. در ادامه، رفتار تولید درهم‌تنیدگی را با روش عددی برای مدل XXZ که معادل روشن شدن برهم‌کنش در سامانه فرمیونی معادل است بررسی کرده و مشاهده می‌شود که به دو دلیل رفتار آنتروپی درهم‌تنیدگی دستخوش تغییر می‌شود:

الف) با روشن شدن Δ ، طول جایگزیدگی افزایش می‌یابد و این افزایش طول جایگزیدگی باعث می‌شود تعداد LIOM‌های بیشتری درگیر شوند و بنابراین، متوسط درهم‌تنیدگی نسبت به مدل اندرسون افزایش می‌یابد.

ب) هامیلتونی سامانه در حالت برهم‌کنش‌دار پیچیده‌تر است و جملاتی مانند $\tau_{i_A}^z \tau_{i_A}^z$ و $\tau_{i_B}^z \tau_{i_B}^z$ ظاهر می‌شوند که منجر

مراجع

1. D M. Basko, I L Aleiner, and B L Altshuler, *Phys. Rev. B* **76** (5) (2007) 052203 .
2. I V Gornyi, A D Mirlin, and D G Polyakov, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 206603.
3. D A Abanin, E Altman, I Bloch, and M Serbyn, *Rev. Mod. Phys.* **91** (2019) 021001.
4. R Nandkishore and D A Huse, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **6** (2015) 15
5. D A Abanin and Z Papić, *Annalen der Physik* **529** (2017) 1700169.
6. C Gogolin and J Eisert, *Rep. Prog. Phys.* **79** (2016) 056001.
7. M Schreiber, S S Hodgman, P Bordia, H P Lüschen, M H Fischer, R Vosk, E Altman, U Schneider, and I Bloch, *Science* **349** (2015) 842.
8. M Srednicki, *Phys. Rev. E* **50** (1994) 888.

22. J Šuntajs, J Bonča, T Prosen, and L Vidmar, *Phys. Rev. B* **102**, 6 (2020) 064207.
23. P T Dumitrescu, A Goremykina, S A Parameswaran, M Serbyn, and R Vasseur, *Phys. Rev. B* **99**, 9 (2019) 094205.
24. A Goremykina, R Vasseur, and M Serbyn, *Phys. Rev. Letters* **122**, 4 (2019) 040601.
25. A Morningstar and D A Huse, *Phys. Rev. B* **99**, 22 (2019) 224205.
26. A Morningstar, D A Huse, and J Z Imbrie, *Phys. Rev. B* **102**, 12 (2020) 125134.
27. E V Doggen, I V Gornyi, A D Mirlin, and D G Polyakov, *Annals of Physics* **435** (2021) 168437.
28. P Jordan and E Wigner, *Z. Phys.* **47** (1928) 631.
29. M Goihl, M Gluza, C Krumnow and J Eisert, *Phys. Rev. B* **97** (2018) 134202.
30. V Ros, M Müller, and A Scardicchio, *Nuclear Physics B* **891** (2015) 420.
31. T Orito and I Ken-Ichiro, *Phys. Rev. B* **103** (21) (2021) 214206.
32. R Vosk, D A Huse, E Altman, *Phys. Rev. X* **5** (3) (2015) 031032.
33. A C Potter, R Vasseur and S A Parameswaran, *Phys. Rev. X* **5**, 3 (2015) 031033.
9. P W Anderson, *Phys. Rev.* **109** (1958) 1492.
10. E Abrahams, P W Anderson, D C Licciardello, and T V Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 673.
11. V Oganesyanyan and D A Huse, *Phys. Rev. B* **75** (2007) 155111.
12. J Imbrie, *Phys. Rev. Lett.* **117** (2016) 027201.
13. J Imbrie, *Journal of Statistical Physics* **163**, 5 (2016) 998.
14. A Pal and D A Huse, *Phys. Rev. B* **82** (2010) 174411.
15. M Serbyn, M Knap, S Gopalakrishnan, Z Papic, N Y Yao, C R Laumann, D A Abanin, M D Lukin and, E A Demler, *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 147204.
16. A Lukin, M Rispoli, R Schittko, M E Tai, A M Kaufman, S Choi, V Khemani, J Léonard, and M Greiner, *Science* **364** (2019) 256.
17. M Serbyn, Z Papic, and D A Abanin, *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 127201.
18. A Chandran, I H Kim, G Vidal, and D A Abanin, *Phys. Rev. B* **91** (2015) 085425.
19. F Iemini, A Russomanno, D Rossini, A Scardicchio, and R Fazio, *Phys. Rev. B* **94** (2016) 214206.
20. J Gray, A Bayat, A Pal, and S Bose, *Bulletin of the American Physical Society* **65** (2020).
21. H Singh, B Ware, R Vasseur, and S Gopalakrishnan, *Phys. Rev. B* **103**, 22 (2021) L220201.