



مطالعه زمان حد سرعت کوانتومی در یک محیط کوانتومی بحرانی

سروش حاصلی

گروه فیزیک، دانشکده محیط زیست دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه

پست الکترونیکی: soroush.haseli@uut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۰۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۰۴/۱۸)

چکیده

مکانیک کوانتومی به عنوان یک قانون بنیادی در طبیعت بر روی سرعت تحول یک فرایند کوانتومی حد می‌گذارد. کوتاه‌ترین زمان لازم برای تحول سیستم از یک حالت اولیه به حالت هدف را زمان حد سرعت کوانتومی می‌گویند. محاسبه زمان حد سرعت کوانتومی برای سیستم‌های کوانتومی باز و بسته موضوع بسیاری از کارهای علمی در نظریه اطلاعات کوانتومی بوده است. زمان حد سرعت کوانتومی رابطه معکوس با سرعت تحول یک فرایند کوانتومی دارد. این رابطه به این صورت است که با افزایش زمان حد سرعت کوانتومی، میزان سرعت تحول کاهش پیدا می‌کند و برعکس. در این کار زمان حد سرعت کوانتومی را برای حالتی که در آن یک کیوبیت با یک محیط بحرانی برهم کنش دارد مورد مطالعه قرار خواهیم داد. فرض می‌کنیم محیط یک زنجیره اسپینی با میدان عرضی باشد. مشاهده خواهیم کرد که زمان حد سرعت کوانتومی با هم‌دوسی حالت اولیه رابطه مستقیم دارد. همچنین اثرات جفت شدگی محیط و سیستم را بر روی زمان حد سرعت کوانتومی مطالعه خواهیم کرد. ملاحظه می‌شود که با افزایش جفت شدگی زمان حد، سرعت کوانتومی کاهش پیدا می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی زمان حد سرعت کوانتومی کاهش پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: زمان حد سرعت کوانتومی؛ سیستم کوانتومی باز؛ محیط کوانتومی بحرانی

۱. مقدمه

در نظریه کوانتومی بر روی سرعت تحول یک فرایند کوانتومی حد گذاشته می‌شود. این حد در بسیاری از مفاهیم کوانتومی مشتمل بر ارتباطات کوانتومی [۱]، تخمین کوانتومی [۲]، ترازهای محاسباتی سیستم‌های فیزیکی [۳] و الگوریتم‌های کوانتومی بهینه [۴] کاربرد دارد. کوتاه‌ترین زمانی را که یک سیستم نیاز دارد تا از یک حالت اولیه به یک حالت متعامد متحول شود را زمان حد سرعت کوانتومی می‌گوییم. تاکنون زمان حد سرعت کوانتومی برای هر دو سیستم کوانتومی بسته و

باز مورد مطالعه قرار گرفته است [۵-۱۲]. در مرجع [۱۱]،

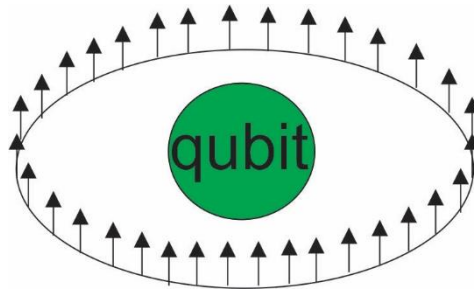
ماندلستام و تام یک حد را برای زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب انحراف از میانگین انرژی حالت اولیه

$$\Delta E = \sqrt{H^2 - \hat{H}^2} \quad \text{که} \quad \hat{H} \text{ مقدار چشم‌داشتی هامیلتونی مستقل}$$

از زمان توصیف کننده سیستم بسته است به صورت زیر معرفی کرده‌اند:

$$\tau \geq \tau_{QSL} = \frac{\pi \hbar}{2\Delta E}, \quad (1)$$

با توجه به نام معرفی کنندگان این حد به حد MT موسوم



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) طرحواره نشان دهنده برهم کنش سیستم تک کیوبیته با محیط کوانتومی بحرانی.

شده توسط ژانگ و همکاران استفاده می‌کنیم. در این مقاله مطالعه زمان حد سرعت کوانومی برای یک سیستم کوانتومی که با یک زنجیره اسپینی برهم کنش می‌کند را بررسی می‌کنیم [۴۲] و [۴۳]. تا کنون مطالعات متعددی بر روی زمان حد سرعت کوانتومی برای سیستمی که با یک زنجیره اسپینی برهم کنش می‌کند صورت گرفته است [۴۴ و ۴۵]. این کار شامل بخش‌هایی است که در ادامه به آنها اشاره می‌کنیم. در بخش ۲ مدل یک سیستم تک کیوبیتی را که با یک زنجیره اسپینی برهم کنش می‌کند مرور می‌کنیم. در بخش ۳ زمان حد سرعت کوانتومی را برای این مدل به دست می‌آوریم. در نهایت در بخش ۴ نتایج خود را جمع‌بندی می‌کنیم.

۲. سیستم کوانتومی باز در محیط کوانتومی بحرانی

در این بخش مدلی را در نظر می‌گیریم که در آن یک سیستم کوانتومی S با محیطی که به صورت زنجیره اسپینی آیزینگ است برهم کنش می‌کند. یک سیستم دو ترازه با حالت برانگیخته $|1\rangle$ و حالت پایه $|0\rangle$ که شامل یک کیوبیت است را در نظر می‌گیریم به گونه‌ای که با زنجیره اسپینی تحت هامیلتونی زیر برهم کنش داشته باشد [۴۲ و ۴۳].

$$H(\lambda, \delta) = -J \sum_{j=-M}^M (\sigma_j^z \sigma_{j+1}^z + \lambda \sigma_j^x + \delta / \lambda) \langle 1 / \sigma_j^x \rangle, \quad (4)$$

در اینجا J و λ به ترتیب قدرت برهم کنش آیزینگ و جفت شدگی با میدان عرضی می‌باشند، δ مشخص کننده جفت شدگی اغتشاشی سیستم با محیط است، Q_j^k ($k = x, y, z$)، عملگرهای پائولی بر روی سایت هستند. برای سادگی فرض می‌کنیم $J=1$. در رابطه بالا $M = \frac{N-1}{2}$ که N تعداد

است. در مرجع [۱۲]، مارگولاس و لیتوین حد دیگری را که برحسب $E = \langle \hat{H} \rangle$ است به صورت زیر معرفی کرده اند:

$$\tau \geq \tau_{QSL} = \frac{\pi \hbar}{2E}, \quad (2)$$

این حد نیز با توجه به نام معرفی کنندگان آن به حد ML موسوم است. جیوانتی و همکاران در مرجع [۷] با ادغام کردن دو حد MT و ML توانسته‌اند یک حد کامل را به صورت زیر معرفی کنند:

$$\tau \geq \tau_{QSL} = \max \left\{ \frac{\pi \hbar}{2\Delta E}, \frac{\pi \hbar}{2E} \right\}, \quad (3)$$

آنچه که در نظریه اطلاعات کوانتومی به آن اشاره شده این است که در دنیای واقعی کوانتومی برهم کنش یک سیستم با محیط اطراف امری اجتناب ناپذیر است، بنابراین مطالعه سیستم‌های کوانتومی باز در نظریه اطلاعات کوانتومی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۱۳-۱۵]. در نظریه سیستم‌های کوانتومی باز مطالعه زمان حد سرعت کوانتومی موضوعی جذاب خواهد بود چرا که سرعت تحول یک سیستم می‌تواند مشخص کننده پایداری آن در برابر ناهمدوسی باشد. تاکنون تلاش‌های زیادی برای معرفی زمان حد سرعت کوانتومی برای سیستم‌های کوانتومی باز صورت گرفته است [۱۶-۴۱]. زمان حد سرعت کوانتومی را برای سیستم‌های کوانتومی باز می‌توان با تعمیم حدود MT و ML برای این سیستم‌ها به دست آورد [۷ و ۸]. ژانگ و همکاران با استفاده از خلوص نسبی یک حد را برای زمان حد سرعت کوانتومی سیستم‌های باز معرفی کرده‌اند [۲۸]. حدی که آنها معرفی کرده‌اند یک حد جالب و کاربردی است که برای هر حالت اولیه دلخواه خالص یا آمیخته قابل به کار بردن است. در این کار از زمان حد سرعت کوانتومی معرفی

$$\rho_S(t) = R_z(\theta) \begin{pmatrix} |a_s|^2 & a_s a_s^* F(t) \\ a_s a_s^* F(t)^* & |a_s|^2 \end{pmatrix} R_z^\dagger(\theta) \quad (12)$$

$$= R_z(\theta) \left(\sum_i E_i(t) \rho_S(\circ) E_i^\dagger(t) \right) R_z^\dagger(\theta)$$

در اینجا $R_z(\theta) = e^{-i\theta\sigma_z}$ دوران حول محور z است و زاویه θ آرگومان عامل ناهمدوسی $F(t)$ و

$$K_s(t) = R_z(\theta) E_s(t),$$

$$K_r(t) = R_z(\theta) E_r(t), \quad (13)$$

$$K_v(t) = R_z(\theta) E_v(t),$$

در اینجا E_i ها عملگرهای کراوس توصیف کننده کانال میرا کننده فاز هستند که به صورت زیر توصیف می شوند:

$$E_s(t) = \sqrt{|F(t)|} I,$$

$$E_r(t) = \sqrt{|F(t)|} |\circ\rangle\langle\circ|, \quad (14)$$

$$E_v(t) = \sqrt{|F(t)|} |\circ\rangle\langle\circ|,$$

در اینجا عملگر دوران نقش ارتباط دهنده مدل را به کانال میراکننده فاز بازی می کنند. در کنار عملگر دوران تحول سیستم کوانتومی معادل کانال میراکننده فاز است. چون $F(t)$ به یک محیط کوانتومی بحرانی مربوط می شود عمل کوانتومی توصیف شده در معادله (۲۴) را کانال کوانتومی فاز بحرانی می گوئیم.

۳. زمان حد سرعت کوانتومی برای سیستم کوانتومی

باز در محیط کوانتومی بحرانی

در این بخش ابتدا نحوه محاسبه زمان حد سرعت کوانتومی را برای سیستم های کوانتومی باز مرور می کنیم و سپس این زمان را برای مدل ارائه شده در بخش قبل محاسبه خواهیم کرد. می توان تحول یک سیستم کوانتومی باز را به وسیله یک معادله مادر به صورت زیر توصیف کرد:

$$\dot{\rho}_t = \mathcal{L}_t(\rho_t) \quad (15)$$

که ρ_t حالت تحول یافته سیستم در زمان t و \mathcal{L}_t مولد توصیف

اسپین ها در زنجیره اسپینی است. نشان داده شده است که این مدل گذار فاز کوانتومی دارد و کاملاً قابل حل است [۴۲]. همچنین در مرجع [۴۳] نشان داده شده است که نقطه $\lambda=1$ نقطه بحرانی است و مطالعه خواص سیستم در این نقطه برای ما اهمیت ویژه ای دارد. در اینجا حالت اولیه توصیف کننده سیستم و زنجیره اسپینی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$|\psi(\circ)\rangle = (a_s |\circ\rangle + a_r |\circ\rangle) |\varphi(\circ)\rangle, \quad (5)$$

به گونه ای که پس از گذشت زمان t ، حالت تحول یافته به صورت زیر نوشته می شود:

$$|\psi(t)\rangle = (a_s |\circ\rangle |\varphi_s(t)\rangle + a_r |\circ\rangle |\varphi_r(t)\rangle), \quad (6)$$

در اینجا توابع موج مشخص کننده تحول زنجیره اسپینی آیزینگ به صورت زیر نوشته می شود:

$$|\varphi_k(t)\rangle = e^{-iH_a t/\hbar} |\varphi_k(\circ)\rangle (k = \circ, 1), \quad (7)$$

برای ساده سازی قرار می دهیم $\hbar=1$. با حذف درجات آزادی محیط می توان ماتریس چگالی کاهش یافته توصیف کننده سیستم را به صورت زیر به دست آورد.

$$\rho_S(t) = \begin{pmatrix} |a_s|^2 & a_s a_s^* F(t) \\ a_s a_s^* F(t)^* & |a_s|^2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

در اینجا $F(t) = \langle \varphi_s(t) | \varphi_r(t) \rangle$ عامل ناهمدوسی لوشمیت است که اندازه آن عبارت است از [۴۳]:

$$|F(t)|^2 = \prod_{k=1}^M [1 - \sin^2[\theta_k(\delta) - \theta_k(\circ)] \sin^2(\varepsilon_k t)], \quad (9)$$

با

$$\theta_k(\delta) = \arctan \left[\frac{-\sin(2\pi k / N)}{\cos(2\pi k / N) - (\lambda + \delta)} \right], \quad (10)$$

و

$$\varepsilon_k = 2\sqrt{(\lambda + \delta)^2 - 2(\lambda + \delta)\cos(2\pi k / N)}, \quad (11)$$

در اینجا $N=2M+1$ برابر با تعداد اسپین ها در زنجیره اسپینی آیزینگ است. این تحول بر روی عناصر غیر قطری ماتریس چگالی اثر می گذارد، بنابراین می توان این تحول را به صورت یک عمل کوانتومی در نظر گرفت که نمایش کراوس آن به صورت زیر نوشته می شود:

این کار حد ML را برای سنجش زمان حد سرعت کوانتومی مدل در نظر می‌گیریم. زمان حد سرعت کوانتومی رابطه معکوس با سرعت تحول کوانتومی دارد، به این معنی که با افزایش زمان حد سرعت کوانتومی، سرعت تحول سیستم کاهش پیدا می‌کند و برعکس. در اینجا حالت اولیه را در نمایش بلاخ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\rho_0 = \frac{1}{\gamma} (I + r_x \sigma_x + r_y \sigma_y + r_z \sigma_z), \quad (20)$$

در اینجا I عملگر واحد، σ_k ($k=x, y, z$) عملگر پائولی r_k ($k=x, y, z$) مؤلفه‌های بردار بلاخ هستند. همدوسی این حالت برابر است با $C(\rho_0) = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$. با انتخاب این حالت اولیه، ماتریس چگالی کاهش یافته به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_S(t) = \frac{1}{\gamma} \begin{pmatrix} 1+r_z & (r_x - ir_y)F(t) \\ (r_x + ir_y)F(t)^* & 1-r_z \end{pmatrix}, \quad (21)$$

حال می‌توانیم مقادیر تکین ρ_t و $\mathcal{L}_t(\rho_t)$ را به دست آوریم. برای ρ_t مقادیر تکین عبارت اند از:

$$\varrho_1 = \frac{1}{\gamma} (1 - \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}), \quad (22)$$

$$\varrho_2 = \frac{1}{\gamma} (1 + \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}),$$

در اینجا $r'_x = |F(t)|r_x$ ، $r'_y = |F(t)|r_y$ و $r'_z = r_z$. مقادیر تکین ρ_t و $\mathcal{L}_t(\rho_t)$ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\kappa_1 = \kappa_2 = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} |F(t)| \quad (23)$$

با توجه به رابطه (۲۲) و (۲۳) به راحتی می‌توان نشان داد که $\rho_1 \kappa_1 + \rho_2 \kappa_2$ همواره کوچک‌تر از $\sqrt{\kappa_1^2 + \kappa_2^2}$ است؛ بنابراین حد ML بسته‌تر از حد MT برای زمان حد سرعت کوانتومی است. با جایگذاری معادلات (۲۲) و (۲۳) در معادله (۱۷) رابطه زیر برای زمان حد سرعت کوانتومی به دست می‌آید:

$$\tau_{QSL} = \frac{\sqrt{r_x^2 + r_y^2} |F(\tau)F(\tau + \tau_D) - F(\tau)^2|}{\frac{1}{\tau_D} \int_{\tau}^{\tau + \tau_D} |F(t)| dt}, \quad (24)$$

همان‌طور که در رابطه بالا مشاهده می‌شود زمان حد سرعت کوانتومی با همدوسی حالت اولیه یعنی $C(\rho_0) = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ رابطه مستقیم دارد.

کننده تحول است. می‌توان زمان حد سرعت کوانتومی را برای سیستم‌های کوانتومی باز به صورت کمترین زمان مورد نیاز برای تحول سیستم از حالت ρ_t در زمان τ به حالت $\rho_{\tau + \tau_D}$ در زمان $\tau + \tau_D$ در نظر گرفت، در اینجا τ زمان اولیه و τ_D زمان رانده شدن سیستم است. در مرجع [۲۸] ژانگ و همکاران برای محاسبه زمان حد سرعت کوانتومی در سیستم‌های کوانتومی باز از خلوص نسبی استفاده کرده‌اند. آنها خلوص نسبی بین حالت اولیه ρ_t در زمان τ و حالت هدف $\rho_{\tau + \tau_D}$ در زمان $\tau + \tau_D$ را به صورت زیر معرفی کردند:

$$f(\tau + \tau_D) = \frac{tr(\rho_t \rho_{\tau + \tau_D})}{tr(\rho_t^2)}, \quad (16)$$

با استفاده از روشی که در مرجع [۲۸] معرفی شده است، حد ML برای زمان حد سرعت کوانتومی سیستم کوانتومی باز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tau_{QSL} \geq \frac{|f(\tau + \tau_D) - |tr(\rho_t^2)|}{\sum_{i=1}^n \kappa_i}, \quad (17)$$

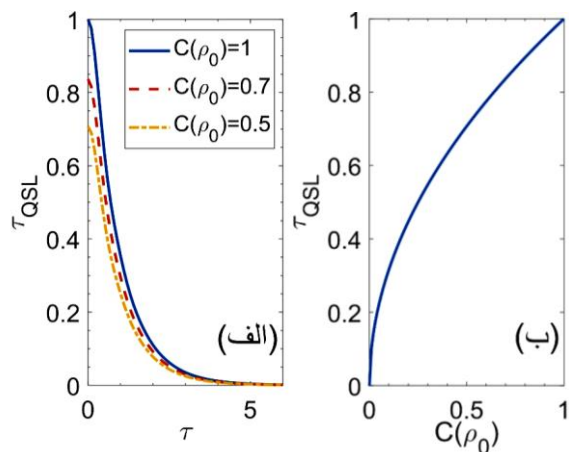
در اینجا ϱ_i و κ_i به ترتیب مقادیر تکین ρ_t و $\mathcal{L}_t(\rho_t)$ هستند و $\bar{A} = \frac{1}{\tau_D} \int_{\tau}^{\tau + \tau_D} A dt$ با دنبال کردن روشی مشابه حد MT برای زمان حد سرعت کوانتومی، سیستم کوانتومی باز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tau_{QSL} \geq \frac{|f(\tau + \tau_D) - |tr(\rho_t^2)|}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \kappa_i^2}}, \quad (18)$$

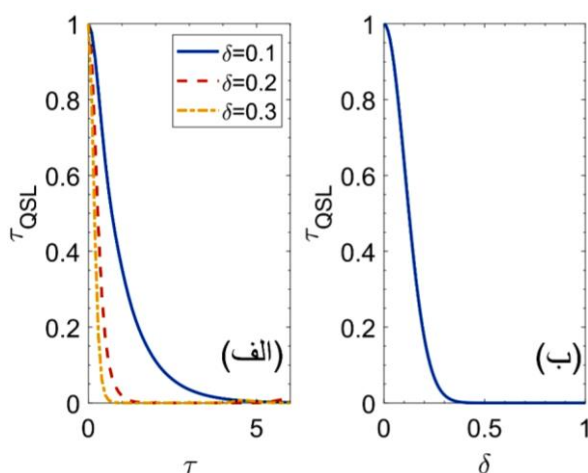
با ادغام معادلات بالا برای حد ML و MT یک حد جامع برای زمان حد سرعت کوانتومی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tau_{QSL} = \max \left\{ \frac{1}{\sum_{i=1}^n \kappa_i}, \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \kappa_i^2}} \right\} \times |f(\tau + \tau_D) - |tr(\rho_t^2)|, \quad (19)$$

در مرجع [۲۸] نشان داده شده است که نامساوی ML بسته‌تر از نامساوی MT برای زمان حد سرعت کوانتومی است. بنابراین در



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب زمان اولیه برای مقادیر مختلف هم‌دوسی حالت اولیه با $N=501$ و $\tau=0$ ، $\lambda=1$ ، $\delta=0/1$ ، $\tau_D=1$ و (ب) زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب هم‌دوسی حالت اولیه با $N=501$ و $\lambda=1$ ، $\delta=0/1$ ، $\tau_D=1$.

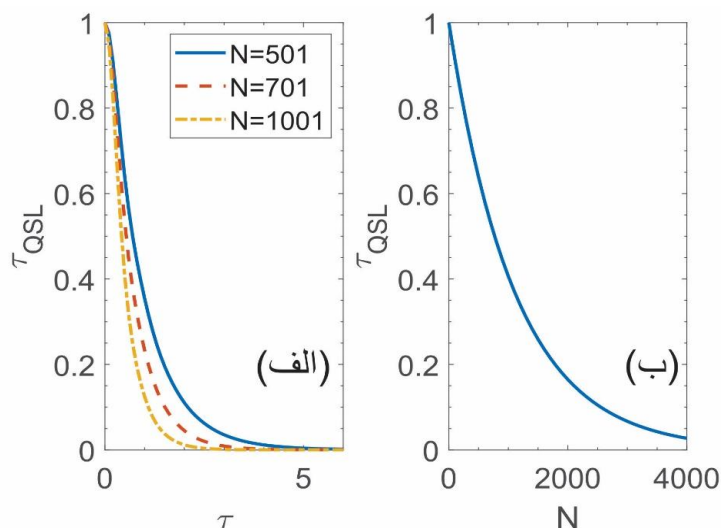


شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب زمان اولیه برای مقادیر مختلف جفت شدگی اغتشاشی سیستم با محیط با $N=501$ و $\lambda=1$ ، $C(\rho_0)=1$ و $\tau_D=1$ و (ب) زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب جفت شدگی اغتشاشی سیستم با محیط با $N=501$ و $C(\rho_0)=1$ ، $\tau=0/5$ ، $\lambda=1$ ، $\tau_D=1$.

هم‌دوسی حالت اولیه سیستم کوانتومی باز رسم شده است. همان گونه که انتظار داریم این شکل نشان می‌دهد با کاهش هم‌دوسی حالت اولیه سیستم کوانتومی باز، میزان زمان حد سرعت کوانتومی کاهش پیدا می‌کند.

در شکل ۳ نحوه تغییر زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب جفت شدگی اغتشاشی سیستم با محیط نمایش داده شده است. در شکل ۳ الف زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب زمان اولیه τ برای مقادیر مختلف جفت شدگی رسم شده است. همان گونه که در شکل مشاهده می‌شود زمان حد سرعت

در شکل ۲ چگونگی تغییرات زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب هم‌دوسی حالت اولیه نمایش داده شده است. در شکل ۲ الف زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب زمان اولیه τ رسم شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که زمان حد سرعت کوانتومی با افزایش زمان اولیه به صورت نمایی کاهش پیدا می‌کند تا جایی که به سمت صفر میل می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش هم‌دوسی حالت اولیه سیستم کوانتومی باز، میزان زمان حد سرعت کوانتومی افزایش پیدا می‌کند. در شکل ۲ ب زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب زمان اولیه برای مقادیر مختلف تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی محیط N با $\delta=0/1$, $\lambda=1$ و $C(p_s)=1$ و $\tau_D=1$ و (ب) زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب پارامتر تعداد اسپین‌ها N با $\delta=0/1$, $\lambda=1$, $C(p_s)=1$ و $\tau_D=1$.

۴. نتیجه‌گیری

برای یک سیستم کوانتومی باز یا بسته زمان حد سرعت کوانتومی عبارت است از کوتاه‌ترین زمانی که یک سیستم کوانتومی لازم دارد تا از یک حالت اولیه به یک حالت دلخواه هدف متحول شود. زمان حد سرعت کوانتومی با سرعت تحول کوانتومی رابطه عکس دارد به این معنی که با افزایش زمان، حد سرعت کوانتومی سرعت تحول آن کاهش پیدا می‌کند. در این مقاله زمان حد سرعت کوانتومی برای یک سیستم کوانتومی باز که در آن سیستم با یک زنجیره اسپینی آیزینگ برهم‌کنش می‌کند مورد مطالعه قرار گرفت. انگیزه اصلی برای انتخاب این مدل این است که می‌توان با تغییر پارامترهای محیطی زمان حد سرعت کوانتومی را کنترل کرد. همچنین در این مدل زمان حد سرعت کوانتومی به طور مستقیم با هم‌دوسی حالت اولیه سیستم کوانتومی باز ارتباط دارد. در این کار نشان داده شده است که با افزایش هم‌دوسی حالت اولیه سیستم کوانتومی باز، میزان زمان حد سرعت کوانتومی افزایش پیدا می‌کند و سیستم پایدارتر است. همچنین در این کار نشان دادیم که با افزایش جفت شدگی بین سیستم و محیط، میزان زمان حد سرعت کوانتومی کاهش پیدا می‌کند. همچنین در این کار نشان داده شد که با افزایش تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی آیزینگ، زمان حد سرعت کوانتومی کاهش پیدا می‌کند.

کوانتومی با افزایش جفت شدگی کاهش می‌یابد. در شکل ۳. ب زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب پارامتر جفت شدگی δ رسم شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود میزان زمان حد سرعت کوانتومی با افزایش میزان جفت شدگی سیستم با محیط کاهش پیدا می‌کند و فرایند در زمان کوتاه‌تری انجام می‌گیرد.

در شکل ۴ نحوه تغییرات زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی نمایش داده شده است. در شکل ۳. الف زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب زمان اولیه τ برای مقادیر مختلف تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی رسم شده است. همان گونه که ملاحظه می‌شود زمان حد سرعت کوانتومی رابطه معکوس با تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی دارد به گونه‌ای که با افزایش تعداد اسپین‌ها زمان حد سرعت کوانتومی کاهش پیدا می‌کند. در شکل ۳. ب زمان حد سرعت کوانتومی بر حسب پارامتر تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی N رسم شده است. همان گونه که ملاحظه می‌شود زمان حد سرعت کوانتومی با افزایش تعداد اسپین‌ها در زنجیره اسپینی کاهش پیدا می‌کند و فرایند سریع‌تر به پایان می‌رسد.

مراجع

23. A del Campo, I L Egusquiza, M B Plenio, and S F Huelga, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 050403.
24. S Deffner and E Lutz, *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 010402.
25. Z Sun, J Liu, J Ma, and X Wang, *Sci. Rep.* **5** (2015) 8444.
26. D Mondal, C Datta, and S Sazim, *Phys. Lett. A* **380** (2016) 689.
27. P J Jones and P Kok, *Phys. Rev. A* **82** (2010) 022107.
28. Y J Zhang, W Han, Y J Xia, J P Cao, and H Fan, *Sci. Rep.* **4** (2014) 4890.
29. N Mirkin, F Toscano, and D A Wisniacki, *Phys. Rev. A* **94** (2016).
30. R Uzdin and R Kosloff, *EPL (Europhysics Letters)* **115** (2016) 40003.
31. L Zhang, Y Sun, and S Luo, *Phys. Lett. A* **382** (2018) 2599.
32. J Teittinen, H Lyyra, and S Maniscalco, *New J. Phys.* **21** (2019) 123041.
33. A Ektesabi, N Behzadi, and E Faizi, *Phys. Rev. A* **95** (2017) 022115.
34. X Cai and Y Zheng, *Phys. Rev. A* **95** (2017) 052104.
35. S Deffner, *New J. Phys.* **19** (2017) 103018.
36. S X Wu and C S Yu, *Phys. Rev. A* **98** (2018) 042132.
37. K Funo, N Shiraiishi, and K Saito, *New J. Phys.* **21** (2019) 013006.
38. D C Brody and B Longstaff, *Phys. Rev. Research*, **1** (2019) 033127.
39. F Campaioli, F A Pollock, and K Modi, *Quantum* **3** (2019) 168.
40. T Van Vu and Y Hasegawa (2020) arXiv:2005.02871.
41. F Campaioli, C s Yu, F A Pollock, and K Modi, (2020), arXiv:2004.03078.
42. H T Quan, Z Song, X F Liu, P Zanardi and C P Sun *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 140604.
43. Z Xi, X M Lu, Z Sun and Y Li, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **44** (2011) 215501
44. Y B Wei, J Zou, Z M Wang and B Shao, *Scientific Reports* **6** (2016) 19308.
45. S Yin, J Song, and S Liu, **384**. 16, 4 (2020) 126309.
1. J D Bekenstein, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981) 623.
2. V Giovanetti, S Lloyd, and L Maccone, *Nat. Photonics* **5** (2011) 222.
3. S. Lloyd, *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 237901.
4. T Caneva, M Murphy, T Calarco, R Fazio, S Montangero, V Giovannetti, and G E Santoro, *Phys. Rev. Lett.* **103** (2009) 240501.
5. A Uhlmann, *Phys. Lett. A* 161 (1992) 329.
6. P Pfeifer, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 3365.
7. V Giovannetti, S Lloyd, and L Maccone, *Phys. Rev. A* **67** (2003) 052109.
8. P Pfeifer and J Frohlich, *Rev. Mod. Phys.* **67** (1995) 759.
9. H F Chau, *Phys. Rev. A* **81** (2010) 062133.
10. S Deffner and E Lutz, *J. Phys. A Math. Theor.* **46** (2013) 335302.
11. L Mandelstam, I Tamm, *J. Phys. (USSR)* **9** (1945) 249.
12. N Margolus and L B Levitin, *Phys. D* **120** (1998) 188.
13. E B Davies, “*Quantum Theory of Open Systems*”, Academic Press, London, (1976).
14. R Alicki, K Lendi, “*Quantum Dynamical Semigroups and Applications*”, **286** Springer, Berlin (1987).
15. H P Breuer and F Petruccione, “*The Theory of Open Quantum Systems*”, Oxford University Press, Oxford, (2002).
16. T Fogarty, S Deffner, T Busch, and S Campbell, *Phys. Rev. Lett.* **124** (2020) 110601.
17. O Lychkovskiy, O Gamayun, and V Cheianov, *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 200401.
18. R Puebla, S Deffner, and S Campbell, *Phys. Rev. Research* **2** (2020) 032020.
19. P M Poggi, arXiv:2002. (2020) 11147.
20. F Campaioli, W Sloan, K Modi, and F A Pollock, *Phys. Rev. A* **100** (2019) 062328.
21. D P Pires, M Cianciaruso, L C C’eleri, G Adesso, and D O Soares-Pinto, *Phys. Rev. X* **6** (2016) 021031.
22. M M Taddei, B M Escher, L Davidovich, and R L De Matos Filho, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013).