

## تولید حالت‌های برهم‌نهی درشت‌مقیاس با استفاده از گذار بی‌دررو

مهدی اصلانی و مهدی عبدی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

پست الکترونیکی: mehabdi@ut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۷/۱۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۱۰/۷)

### چکیده

پس از تولد مکانیک کوانتومی، یکی از اهداف فیزیکدانان و پژوهشگران همواره پیشنهاد طرح‌ها و چیدمان‌هایی جهت تولید حالت‌های برهم‌نهی درشت‌مقیاس بوده‌است؛ حالت‌هایی که نه تنها در گسترش فناوری‌های کوانتومی کاربرد دارند، بلکه می‌توان از آنها برای پاسخ به پرسش‌های بنیادین فیزیک نیز استفاده کرد. در این مقاله با به کارگیری یک چیدمان پیشنهاد شده برای تولید حالت‌های برهم‌نهی درشت‌مقیاس و به کمک فرایندی بی‌دررو، با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهیم که می‌توان سامانه‌ای درشت‌مقیاس را در حالت پایه یک پتانسیل دوچاهه آماده‌سازی کرد. چنین حالتی یک حالت برهم‌نهی از دو حالت فضایی خمیدگی به چپ و راست است. با انتخاب یک پایه مناسب برای حل معادله مادر و در نظر گرفتن اتلاف و نوفه ناشی از اندرکنش سامانه با محیط پیرامونش نشان داده‌ایم اگر مدت زمان فرایند بی‌دررو به اندازه کافی زیاد باشد حالت به دست آمده یک حالت غیرکلاسیکی گربه است که هماندهی آن به ازای شرایط مختلف بالا خواهد بود.

**واژه‌های کلیدی:** جسم درشت‌مقیاس، حالت برهم‌نهی، حالت گربه، ایتومکانیک، فرایند بی‌دررو، پتانسیل دوچاهه

### ۱. مقدمه

عنوان مدل‌های رمبشی و یا مدل‌های تقلیل خودبه‌خودی توجیه کنند که برای بررسی درستی این مدل‌ها نیاز به آماده‌سازی اجسامی درشت‌مقیاس<sup>۱</sup> با رفتارهای کوانتومی داریم. این حالت‌ها نه تنها در مطالعات بنیادین فیزیک کاربرد دارند [۱] و [۲]، بلکه می‌توان از آنها برای سنجش‌شناسی [۳ و ۴] و محاسبات کوانتومی [۵-۷] نیز استفاده کرد. طرح‌ها و برپایش‌های گوناگونی نیز در این زمینه پیشنهاد شده‌است، از تولید حالت‌های برهم‌نهی درشت‌مقیاس به کمک آنسامل‌های اتمی

یکی از سؤالات بنیادین در فیزیک جدید این است که با بزرگ شدن ابعاد یک سامانه، چگونه از دنیایی که مکانیک کوانتومی آن را توصیف می‌کند به دنیایی می‌رسیم که قوانین حاکم بر آن قوانین فیزیک کلاسیک‌لند. تاکنون جواب‌های گوناگونی برای پاسخ به این سؤال پیشنهاد شده است که یکی از پذیرفته‌شده‌ترین آنها به واهمدوسی متعارف است. در این بین افرادی نیز سعی داشتند این گذار را به کمک مدل‌هایی تحت

است. نمودار ذره نماینده این نوسانگر در فضای فاز را در شکل ۱. ب آورده‌ایم که در آن

$$a = \sqrt{\frac{\hbar E}{m\omega}}, \quad b = \sqrt{\hbar m E}.$$

پس ناوردای بی‌دررو برابر است با

$$I = \oint p dx = \text{مساحت بیضی} = \pi ab = \frac{E}{\omega}.$$

می‌توان گفت اگر شرط بی‌دررو بودن تغییرات برقرار باشد، یعنی

$$\omega(t) \ll \dot{\omega}(t), \quad (3)$$

آنگاه تغییرات زمانی  $I$  صفر خواهد بود و  $I$  یک ناوردای بی‌دررو خواهد بود؛ به عبارتی با تغییر طول آونگ به صورت بی‌دررو ممکن است منحنی فضای فاز نوسانگر تغییر شکل دهد اما مساحت آن ثابت باقی خواهد ماند. حال یک نوسانگر هماهنگ کوانتومی را در نظر بگیرید. برای آن داریم

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1/2), \quad E = \hbar\omega(n + 1/2). \quad (4)$$

از آنجایی که اعداد کوانتومی حاصل از کوانتس در مکانیک کوانتومی تمایلی به تغییرات آرام ندارند (چون کوانتیده هستند)، در مکانیک کوانتومی نیز ناوردای بی‌دررو موجودی از جنس (انرژی)  $\times$  (زمان) است:

$$I = \frac{E}{\omega} = \hbar(n + 1/2). \quad (5)$$

نظریه بی‌دررو در مکانیک کوانتومی که توسط ارنفست مطرح شد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

فرض کنید هامیلتونی سامانه‌ای از یک هامیلتونی اولیه  $H_i$  در زمان  $t_i$  به آرامی به یک هامیلتونی نهایی  $H_f$  در زمان  $t_f$  تغییر کند. طبق قضیه بی‌دررو اگر سامانه در زمان  $t_i$  در ویژه‌حالت  $n$  ام هامیلتونی  $H_i$  باشد، با تحول زمانی سامانه طبق معادله شرودینگر، در زمان  $t_f$  نیز سامانه در ویژه‌حالت  $n$  ام هامیلتونی نهایی  $H_f$  خواهد بود [۱۱].

در ادامه چیدمان مورد بررسی را معرفی خواهیم کرد و نشان می‌دهیم با تغییر بی‌درروی پتانسیل اعمالی به جسمی درشت‌مقیاس می‌توان حالت آن را از حالت پایه یک پتانسیل

[۸] گرفته تا تولید حالت‌های برهم‌نهی درشت‌مقیاس اسپینی به کمک چگالیده‌های بوز- اینشتین [۹]. در اینجا قصد داریم از یک چیدمان اپتومکانیکی پیشنهاد شده برای تولید حالت غیرکلاسیکی گربه [۱۰] استفاده کنیم و نشان دهیم طی فرایندی بی‌دررو می‌توان جسمی درشت‌مقیاس را در حالت برهم‌نهی‌های از دو حالت فضایی جدا از هم با هماندهی<sup>۲</sup> بالا آماده‌سازی کرد. در بخش ۲ مروری بر فرایندهای بی‌دررو خواهیم داشت، مثال‌هایی از فیزیک کلاسیک و کوانتوم را مطرح و ناوردای بی‌دررو را معرفی خواهیم کرد و در نهایت نظریه بی‌دررو در مکانیک کوانتومی را بیان می‌کنیم. در بخش ۳ چیدمان و سامانه مدنظرمان، هامیلتونی و معادلات تحول زمانی حاکم بر آن را معرفی می‌کنیم. در بخش ۴ نیز نتایج به دست‌آمده از تحول بی‌درروی سامانه که به کمک شبیه‌سازی‌های عددی به دست آمده‌اند را گزارش می‌کنیم.

## ۲. فرایندهای بی‌دررو و شرط بی‌درروی

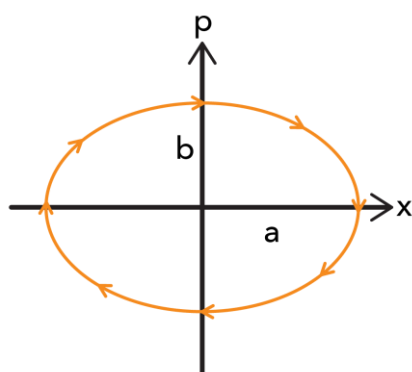
اگر در هامیلتونی یک سامانه مقداری فیزیکی به آرامی تغییر کند انتظار می‌رود متغیرهای دینامیکی سامانه نیز تا یک حدی (تا یک درجه‌ای) به آرامی تغییر کنند. در برخی از فرایندها با تغییر یک مقدار فیزیکی، متغیرهای دینامیکی سامانه چنان آرام تغییر می‌کنند که می‌توان از این تغییرات صرف‌نظر کرد. این فرایندها فرایندهای بی‌دررو نام دارند. برای این فرایندها می‌توان یک ناوردای بی‌دررو تعریف کرد که در طول فرایند ثابت است و بعد (انرژی  $\times$  زمان) دارد:

$$I = \oint p dx, \quad (1)$$

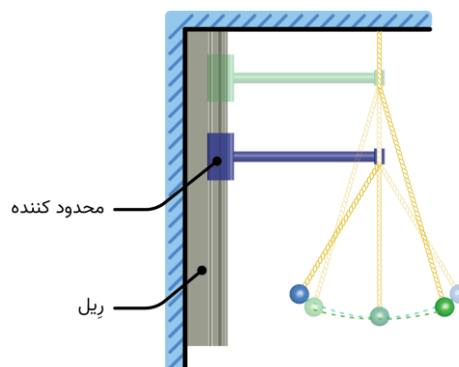
به‌عنوان مثالی کلاسیک، آونگ در حال نوسانی را در نظر بگیرید و فرض کنید قادر باشیم طول آونگ  $L$  را تغییر دهیم (شکل ۱. الف).

هامیلتونی این نوسانگر به صورت

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = (g/L), \quad (2)$$

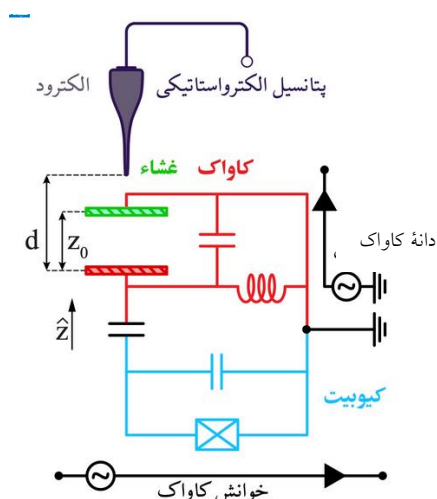


(ب)



(الف)

شکل ۱. (الف) با حرکت دادن محدودکننده بر روی ریل قادریم طول  $L$  و در نتیجه بسامد نوسانات نوسانگر  $\omega$  را تغییر دهیم و (ب) منحنی حرکت آونگ (نوسانگر) در فضای فاز.



شکل ۲. چیدمان کوانتوم الکترومکانیکی مداری ارائه شده در [۱۰]. با قرار گرفتن دایروی (هاشور قرمز) در مقابل غشاء گرافین (هاشور سبز) یک خازن خواهیم داشت که ظرفیت آن وابسته به فاصله بین آنهاست. این فاصله عامل ایجاد جفت‌شدگی بین مدهای کاواک و ظرفیت خازن است. بالای غشای گرافین الکتروودی قرار داده می‌شود که به کمک آن می‌توان میدان الکترواستاتیکی لازم برای تولید پتانسیل دوچاهه را به غشاء اعمال کرد.

شکل ۲ آورده‌ایم.

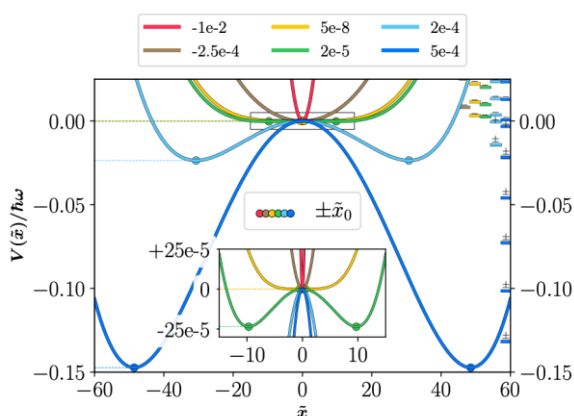
در این چیدمان غشای تک لایه‌ای از گرافین به شعاع  $1 \mu m$  و جرم مؤثر  $m \approx 5.7 \times 10^{-16} g$  در نظر گرفته شده‌است و فرض بر آن است که نقاط روی محیط غشاء ثابت و بدون حرکت باشند؛ مانند نقاط ابتدا و انتهای طنابی دو سر بسته. بخش کشسان پتانسیل غشاء به صورت  $\hat{V}_m = m\omega^2 \hat{x}^2 / 2 + \beta \hat{x}^4 / 4$  است

همانگ به حالت پایه پتانسیلی دوچاهه که یک حالت گریه است تغییر داد.

### ۳. معرفی سامانه و چیدمان مورد بررسی

چیدمان مورد بررسی در این پژوهش یک چیدمان ایتومکانیکی در حوزه بسامدی ریزموج<sup>۱</sup> است [۱۰] که طرحواره آن را در

۱. Microwave



شکل ۳. پتانسیل بهنجار شده نوسانگر مکانیکی به همراه ویژه انرژی‌های آن (خط‌های رسم شده در سمت راست نمودار) به‌ازای مقادیر مختلف  $\zeta$  (علامت + و - بالای هر تراز انرژی بیانگر زوج یا فرد بودن پارامتر حالت متناظر با آن تراز است).

که در آن

$$v(t) = \zeta |\alpha_r(t)| - m\omega^2. \quad (8)$$

با جایگذاری (۶) در (۸) و نتیجه حاصل در (۷) داریم:

$$\hat{H}_{DW}(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{\zeta(t)m\omega^2}{2} \hat{x}^2 + \frac{\beta}{4} \hat{x}^4. \quad (9)$$

پتانسیل هامیلتونی بالا را به ازای مقادیر مختلف پارامتر کنترل  $\zeta$  در شکل ۳ رسم کرده‌ایم.

حالت سامانه با ماتریس چگالی  $\rho$  توصیف می‌شود که با استفاده از معادله مادر توصیف کننده تحول زمانی ماتریس  $\rho$  به صورت زیر به دست می‌آید [۱۰]:

$$\partial_t \rho = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_{DW}, \hat{\rho}] + \frac{1}{\tau} \mathcal{L}_m[\hat{\rho}], \quad (10)$$

که  $\mathcal{L}_m[\cdot] = [\hat{x}, (\cdot)\hat{A}^\dagger - \hat{A}(\cdot)]$  در آن

$$\hat{A} = \sum_{m>n} \gamma_{mn} k_{mn} \left[ \frac{\bar{N}(\delta_{mn})}{\bar{N}(\delta_{mn})+1} |n\rangle\langle n+| + \frac{\bar{N}(\delta_{mn})}{\bar{N}(\delta_{mn})} |n+1\rangle\langle n| \right]. \quad (11)$$

در رابطه (۱۱) عبارت  $\gamma_{mn} = \delta_{mn} / Q$  نرخ واپاشی<sup>۱</sup> از تراز  $|m\rangle$  به  $|n\rangle$  است که  $\delta_{mn} = (E_m - E_n) / \hbar$  و  $Q$  ضریب کیفیت نوسانگر مکانیک هماهنگ است. همچنین

[۱۰] که منشأ جمله اول آن پتانسیل مکانیکی بازگرداننده و منشأ جمله دوم آن هندسه غشاء است؛ برای تولید حالت‌های برهم‌نهیده از غشای درشت‌مقیاس لازم است غشاء را در حالت پایه پتانسیلی دوچاهه آماده‌سازی کنیم. این حالت برهم‌نهیده که آنرا با  $|\psi\rangle = (|L\rangle + |R\rangle) / \sqrt{2}$  نشان می‌دهیم یک حالت گربه است که انرژی آن کمتر از انرژی سد پتانسیل میانه چاه و پارینه آن زوج است. چنین پتانسیل دوچاهه را می‌توان با اعمال یک پتانسیل الکترواستاتیکی به الکتروود فرودی بر مرکز غشاء تولید کرد. با بسط تیلور این پتانسیل الکترواستاتیکی حاصل بر گرافین

حول  $z = z_0$  می‌توان آن را به صورت  $\hat{V}_{es} = \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \hat{x}^j$  نوشت.

ضرایب موجود در بخش الکترواستاتیکی پتانسیل به صورت  $\alpha_j = \pi \hbar \epsilon_0 \int_0^a r dr \partial_z^j E_z^r(r, z = z_0) \psi_0^j(r)$  هستند که در آن  $\psi_0$  رخ‌نمای حالت پایه ( $n=0$ )،  $E_z^r$  مؤلفه میدان الکتریکی ایستا در راستای  $z$  و  $h$  ضخامت غشاء است وقتی که حرکتی ندارد (برای توضیحات بیشتر و نحوه به دست‌آمدن آنچه گفته شد به [۱۰] و مکمل آن مراجعه کنید).

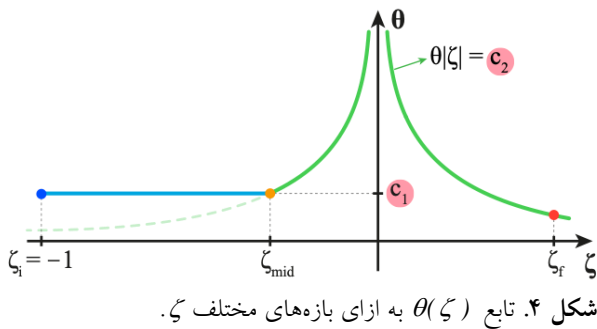
جمله اول حاصل از بسط تیلور پتانسیل الکترواستاتیکی که با ضریب  $\alpha_1$  معین می‌شود تنها مکان تعادلی مد مکانیکی را جلبه‌جا می‌کند. از آنجایی که با اعمال پتانسیل‌های مختلف به الکتروود فرودی می‌توان میدان‌های الکترواستاتیکی دلخواه تولید کرد،  $\alpha_2$  را می‌توان منفی و ضرایب مرتبه بالاتر را بسیار نزدیک به صفر کرد و به کمک آن نیروی لازم برای تولید پتانسیل دوچاهه را تولید کرد.

$$\alpha_2(t) = -(1 + \zeta(t)) \frac{m\omega^2}{\tau}. \quad (6)$$

در عبارت بالا  $\zeta(t)$  پارامتری بدون بُعد است که با تنظیم آن می‌توان شدت و جهت میدان اعمالی را تغییر داد. بنابراین، هامیلتونی کل سامانه را که شامل پتانسیل ذاتی گرافین و پتانسیل الکترواستاتیکی خارجی وارد بر آن است می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\hat{H}_{DW}(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{v(t)}{2} \hat{x}^2 + \frac{\beta}{4} \hat{x}^4, \quad (7)$$

۱. Decay rate



که گفتیم برای تولید حالت‌های غیرکلاسیکی گره لازم است سامانه را در حالت پایه پتانسیلی دوچاهه آماده کنیم، یعنی حالت پایه هامیلتونی (۱۴) با  $\zeta > \zeta_c$ ؛  $\zeta_c$  مثبت است و به ازای مقادیر بزرگ‌تر از  $\zeta_c$  انرژی حالت پایه سامانه منفی خواهد شد. بدین جهت ابتدا پارامتر کنترل سامانه را بر روی  $\zeta = -1$  تنظیم می‌کنیم و به کمک لیزری که بسامد آن از بسامد تشدید کاواک کمتر است (واکوکی قرمز<sup>۲</sup>) سامانه را در حالت پایه آن آماده‌سازی می‌کنیم.

سپس پارامتر کنترل سامانه را طوری به مقادیر مثبت تغییر می‌دهیم که حالت سامانه به حالت‌هایی با انرژی بیشتر گذار نکند و سامانه در حالت پایه خود باقی بماند. با دقت در (۱۴) متوجه می‌شویم از آنجایی که  $\zeta$  در مخرج ظاهر شده است انتخاب  $\omega_c = \omega\sqrt{\zeta}$  ما را در همسایگی  $\zeta = 0$  دچار مشکل می‌کند. برای حل این مشکل  $\omega_c$  را به صورت  $\omega_c = \omega\sqrt{\theta\zeta}$  انتخاب می‌کنیم. پس

داریم

$$\hat{H}_0 = -\frac{(\hat{b}-\hat{b}^\dagger)^2}{4} - \frac{\text{sgn}(\zeta)(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^2}{4\theta} + \frac{\gamma(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^4}{(\theta|\zeta|)^{3/2}}, \quad (15)$$

برای بازه  $\zeta \in [-1, -2.5e-4]$  فرض می‌کنیم  $\theta$  ثابت باشد  $\theta = c_1$ . برای بازه  $\zeta \in [-2.5e-4, +5e-4]$  که شامل همسایگی صفر و مقدار نهایی  $\zeta_f = +5e-4$  است فرض می‌کنیم  $\theta/\zeta = c_2$  (شکل ۴).

از آنجایی که مقادیر مختلف  $c_1$  و  $c_2$  دقت پایه محاسباتی را تغییر می‌دهد لازم است در انتخاب این مقادیر محتاطانه عمل کنیم. بدین منظور ابتدا دو فضای هیلبرت با بعدهای کم و زیاد در نظر می‌گیریم؛ بعد فضای هیلبرت بزرگ را  $\dim_{\uparrow} = 1500$  و بعد فضای هیلبرت کوچک را  $\dim_{\downarrow} = 50$  در نظر می‌گیریم. برای

تولید حالت‌های برهم‌نهی درشت‌مقیاس با استفاده از گذار بی‌درو

ها نیز عناصر ماتریس بهنجار شده مکان هستند (بهنجار شده به جنبش نقطه صفر<sup>۱</sup>  $x_{zpm} = \sqrt{\hbar/(2\omega_0 m)}$ ) و  $\bar{N}(\Omega) = [\exp(\hbar\Omega/k_B T) - 1]^{-1}$  عدد اشغال محیط در دمای  $T$  است.

در بخش بعدی در مورد نحوه محاسبات و نتایج به دست آمده صحبت خواهیم کرد.

#### ۴. محاسبات و نتایج

سامانه مورد بررسی ما غشایی تک‌لایه از گرافین به شعاع  $a = 1\mu\text{m}$  و جرم مؤثر  $m \approx 5.7 \times 10^{-16} \text{g}$  است که با بسامد  $\omega/2\pi \approx 26 \text{MHz}$  در حال نوسان در حالت پایه خود است. ضریب  $\beta$  برای چنین سامانه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta \approx 3.1 \times \frac{Yh}{a^2} \approx 5.7 \times 10^{15} \text{J/m}^2, \quad (12)$$

که در آن  $Y$  مدول یانگ و  $h = 0.34 \text{nm}$  ضخامت غشاء است. برای بررسی تحول زمانی سامانه و پیاده‌سازی آن به کمک کامپیوتر لازم است پایه محاسباتی مناسبی را انتخاب کنیم، به طوری که ابعاد ماتریس‌های موجود در معادلات تحول زمانی سامانه بزرگ نباشند. پایه انتخابی ما پایه نوسانگر هماهنگی با بسامد  $\omega_c$  است

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_c}}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger), \quad \hat{p} = -i\sqrt{\frac{m\hbar\omega_c}{2}}(\hat{b} - \hat{b}^\dagger), \quad (13)$$

که در آن  $b$  و  $b^\dagger$  به ترتیب عملگرهای خلق و فنی مدهای مکانیکی هستند. از آنجایی که با تغییر  $\zeta$  در (۹) فاصله ترازهای انرژی تغییر می‌کند، هوشمندانه است که بسامد پایه انتخابی نیز با  $\zeta$  تغییر کند، فعلاً فرض می‌کنیم  $\omega_c = \omega\sqrt{\zeta}$ ؛ این کار به ما کمک می‌کند ابعاد فضای هیلبرت لازم برای توصیف عملگرها را کاهش دهیم و محاسبات با سرعت بیشتری انجام شوند. با جای‌گذاری (۱۳) در (۹) و بهنجار کردن طرفین آن به  $\hbar\omega_c$  هامیلتونی سامانه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{H}_0 = -\frac{(\hat{b}-\hat{b}^\dagger)^2}{4} - \frac{\text{sgn}(\zeta)(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^2}{4 \times 2} + \frac{\gamma(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^4}{(2|\zeta|)^{3/2}}, \quad (14)$$

که در آن  $\gamma = \beta\hbar/(16m^2\omega^2)$  و برای خلاصه‌تر شدن عبارت از نوشتن تابعیت زمانی  $\hat{H}_0$  و  $\zeta$  صرف نظر کرده‌ایم. همانطور

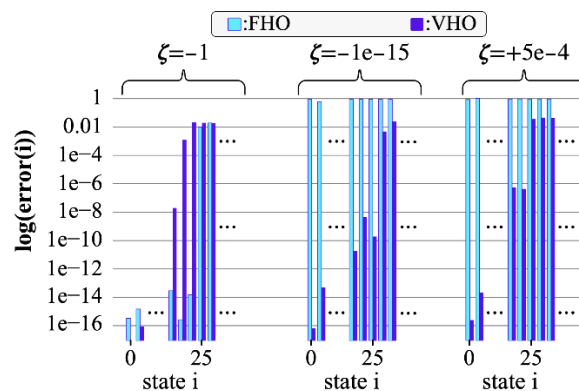
بی‌بعد می‌شود  $E \rightarrow \mathcal{E} := E/\hbar\omega$ . در نتیجه زمان نیز بی‌بعد می‌شود

$$t \rightarrow \tau := t\omega_0. \quad (18)$$

پس تابعیت  $\hat{H}_0$  و  $\zeta$  در (۱۵) به صورت  $\hat{H}_0(\tau)$  و  $\zeta(\tau)$  است. برای بررسی تحول زمانی سامانه به کمک معادلهٔ مادر، از زبان برنامه‌نویسی پایتون و بستهٔ محاسباتی کیوتیپ (۱۲ و ۱۳) جهت شبیه‌سازی پویایی سامانه استفاده کرده‌ایم. نوع فرایندی که در آن پارامتر  $\zeta$  از یک مقدار اولیه  $\zeta_i$  به یک مقدار نهایی  $\zeta_f$  می‌رسد در تعیین حالت نهایی نوسانگر مکانیکی نقش مهمی را بازی می‌کند. یک روش برای تغییر پارامتر کنترل سامانه، استفاده از یادگیری تقویتی عمیق<sup>۱</sup> جهت هدایت آن به حالت پایهٔ یک پتانسیل دوچاهه است [۱۴]. ما در این مقاله سعی داریم این دگرگونی را به روش بی‌دررو برای دو پتانسیل با عمق‌های نهایی  $(\zeta_f)$  مختلف انجام دهیم. برای هر دو مورد فرض کرده‌ایم شعاع غشاء  $a = 1 \mu m$  باشد و در نتیجه  $m = 5.7 \times 10^{-14} kg$ ؛ ضریب غیرخطی بودن دافینگ برای چنین غشایی  $\beta = 5.7 \times 10^{15} J/m^4$  است. همچنین فرض کرده‌ایم دمای محیط  $T = 10 mK$ ، عامل کیفیت نوسانگر  $Q = 10^6$  و بسامد نوسانات آن  $\omega/2\pi = 26 MHz$  باشد.

در فرایند اول، در ابتدا پارامتر کنترل  $\zeta$  در مدت زمان  $10 \mu s$  به صورت خطی از مقدار اولیه  $\zeta_i = -1$  به مقدار میانی  $\zeta_{mid} = -2.5e-4$  تغییر می‌کند (شکل ۶. الف). سپس، دوباره به صورت خطی و در مدت زمان  $14 \mu s$  از  $\zeta_{mid}$  به مقدار نهایی  $\zeta_f = +5e-4$  می‌رسد (شکل ۶. ب). هماندهی حالت نهایی به دست آمده  $F(\zeta_f) \approx 0.13$  (با  $\zeta_f = 0.0005$ ) است. نمودارهای مربوط به این فرایند را در شکل ۶ آورده‌ایم. لازم به ذکر است از آنجایی که پایه‌ای با بعد ۵۰ ویژه‌انرژی حدود ۲۵ تراز اول را دقیق به دست می‌دهد، برای عبارت (۱۱) فقط جملات  $m > n > 25$  را حساب کردیم و از نوشتن سایر جملات پرهیز کردیم.

بخش اول فرایند دوم نیز مشابه قبل است. در ابتدا پارامتر کنترل  $\zeta$  در مدت زمان  $10 \mu s$  به صورت خطی از مقدار اولیه



شکل ۵. نمودار لگاریتمی خطای انرژی ویژه حالات سامانه (۱۶) به ازای  $\zeta = -1$ ،  $\zeta = -1e-15$  و  $\zeta = +5e-4$ . منظور از VHO پایهٔ نوسانگر هماهنگی است که بسامد آن با  $\zeta$  تغییر می‌کند  $\omega_0 = \omega\sqrt{\theta\zeta}$ . منظور از FHO نیز پایهٔ نوسانگر هماهنگی است که با تغییر  $\zeta$  بسامدش ثابت باقی خواهد ماند  $\omega_0 = \omega$ .

مقایسه دقت انرژی‌های به دست آمده از یک پایه خطایی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$error(i) = \frac{|E(i) \uparrow_{-E(i)} \downarrow|}{|E(i) \uparrow_{+E(i)} \downarrow|}, \quad (16)$$

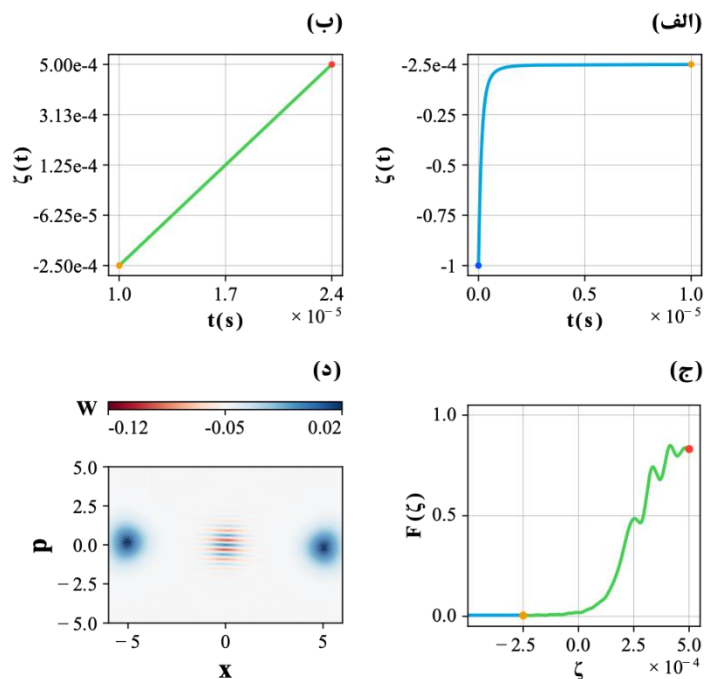
که در آن  $i = 0, 1, 2, \dots$  شاخص ترازهای انرژی سامانه است. مقادیر  $c_1$  و  $c_2$  را طوری انتخاب می‌کنیم که خطا (۱۶) برای بیشترین تعداد ترازها کمترین مقدار را داشته باشد.  $c_1 = 2$  و  $c_2 = 5e-4$  مقادیر بهینه‌ای هستند که کمترین خطا را برای حدود ۲۵ تراز اول به دست می‌دهند (شکل ۵).

حال که قادریم به ازای  $\zeta$ ‌های مختلف طیف انرژی نسبتاً دقیقی از سامانه داشته باشیم می‌توانیم تحول زمانی سامانه را بررسی کنیم. البته قبل از این که تابعیت زمانی  $\zeta(t)$  را بررسی کنیم جواب یک سؤال را باید بدانیم. پس از بهنجار کردن طرفین (۹) به  $\hbar\omega_0$  چه بر سر زمان می‌آید؟ پاسخ این سؤال را می‌توانیم با نگاه به تعریف عملگر تحول زمانی پیدا کنیم:

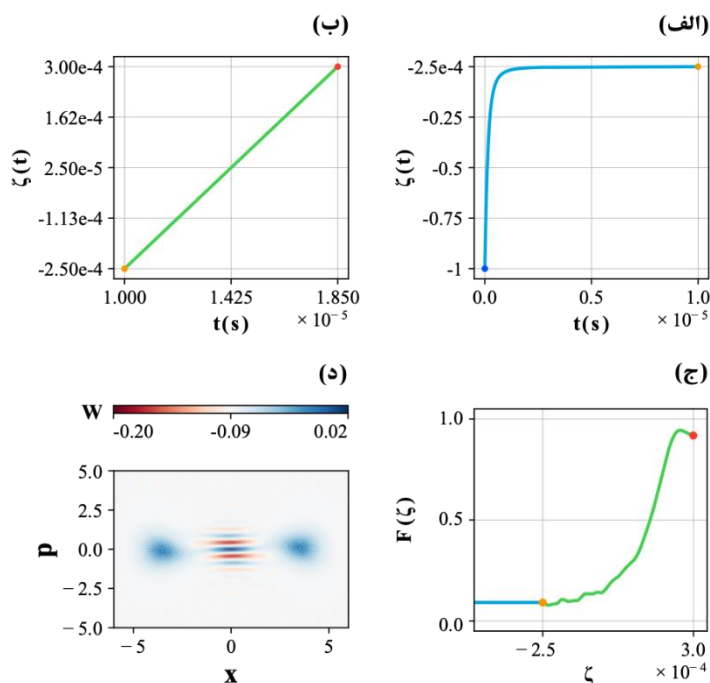
$$\hat{U} = e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t}, \quad (17)$$

از آنجایی که نمای این عملگر باید بدون بعد باشد، درمی‌یابیم با تقسیم هامیلتونی (انرژی) به  $\hbar\omega_0$  هر آنچه از جنس انرژی است

۱. Deep reinforcement learning



شکل ۶. نتایج به دست آمده از دگرگونی بی‌درروی سامانه در فرایند اول ( $f_k = 0/0005$ ). (الف و ب) تغییرات  $\zeta$  نسبت به زمان (ارتباط  $\zeta$  و  $t$  با رابطه (۱۸) داده می‌شود)، (ج) تغییرات هماندهی سامانه نسبت به تغییرات  $\zeta$  و (د) تابع ویگنر  $W(x, p)$  حالت نهایی نوسانگر مکانیکی که یک حالت غیرکلاسیکی گریه با پاریتته زوج است؛ مقادیر منفی این تابع که رنگ قرمز دارند نشان دهنده غیرکلاسیکی بودن حالت نهایی غشای درشت‌مقیاس است.



شکل ۷. نتایج به دست آمده از دگرگونی بی‌درروی سامانه در فرایند دوم ( $f_k = 0/0003$ ). توضیحات شکل‌های (الف)، (ب)، (ج) و (د) مانند توضیحات شکل (۶) است.

### ۵. نتیجه گیری

در این مقاله، با انتخاب چیدمانی ایتومکانیکی و به کمک شبیه‌سازی‌های عددی نشان دادیم که می‌توان طی فرایندی بی‌دررو، غشایی تک‌لایه از جنس گرافین آرایش شده به لیتیوم به شعاع  $1 \mu m$  را در حالتی برهم‌نهیده از دو حالت فضایی جدا از یکدیگر خمیدگی به چپ و راست آماده‌سازی کرد. حالت به دست‌آمده حالت گریه‌ای با هماندهی  $F \approx 0/92$  است که به کمک آن می‌توان به پرسش‌های بنیادین فیزیک مانند چگونگی گذار کوانتوم به کلاسیک پاسخ و یا فناوری‌های کوانتومی را گسترش داد.

$\zeta_i = -1$  به مقدار میانی  $\zeta_{mid} = -2.5e-4$  می‌رسد (شکل ۷ الف). در بخش دوم این فرایند نیز  $\zeta$  دوباره به صورت خطی و در مدت زمان  $14 \mu s$  از  $\zeta_{mid}$  به مقدار نهایی  $\zeta_f = +5e-4$  تغییر می‌کند (شکل ۷ ب). هماندهی حالت نهایی به دست آمده  $F(\zeta_f = 0/0003) \approx 0/92$  است. نمودارهای مربوط به این فرایند را در شکل ۷ آورده‌ایم. نتایج شکل ۷ نشان می‌دهند در مدت زمان کمتری نسبت به فرایند اول می‌توان به حالت گریه‌ای غیرکلاسیکی تر و با هماندهی بیشتر دست یافت.

### مراجع

1. W H Zurek, *Rev. Mod. Phys.* **75** (2003) 715.
2. S Haroche, *Rev. Mod. Phys.* **85** (2013) 1083.
3. L Pezzè, et al., *Rev. Mod. Phys.* **90** (2018) 035005.
4. M Kira, et al., *Nat. Phys.* **7**, 10 (2011) 799.
5. N Ofek, et al., *Nature* **536**, 7617 (2016) 441.
6. W Cai, et al., *Fundam. Res.*, **1**, 1 (2021) 50.
7. T C Ralph, et al., *Phys. Rev. A*, **68** (2003) 042319.
8. W Qin, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **127** (2021) 093602.
9. H W Lau, et al., *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 090401.
10. M Abdi et al., *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 233604.
11. D J Griffiths and D F Schroeter. "Introduction to quantum mechanics". Cambridge University Press, (2018).
12. J Johansson, P Nation, and F Nori, *Comput. Phys. Commun.* **183** (2012) 1760.
13. J Johansson, P Nation, and F Nori, *Comput. Phys. Commun.* **184** (2013) 1234.
14. S Borah, et al., *Phys. Rev. Lett.* **127** (2021) 190403.