

## محاسبه سطح مقطع جزئی انتقال حالت به حالت بار به روش فادیف

ابراهیم قنبری و محمد بلوریزاده

بخش فیزیک، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران  
و مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی، کرمان، ایران

(دریافت مقاله: ۸۱/۱/۱۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۱/۹/۲)

### چکیده

در این مطالعه فرمولیندی پراکندگی فادیف-واتسون-لاولاس (FWL) در تقریب دوم برای کانال بازچینی در برخوردهای سه جسمی به کار رفته است. برای محاسبه دامنه پراکندگی از ماتریس‌های گذار دو جسمی تعیین یافته کولنی خارج از پوسته انرژی استفاده شده است. محاسبات برای برخورد یونهای پرانرژی ولی ناسیبیتی یک بار مثبت با هدفهای خنثی که یک الکترون فعال دارند انجام شده و شامل برهمکنشهای بین هسته ای و هسته-الکترونی است. دامنه های جزئی رباش الکترون برای گذارهای مختلف  $\rightarrow n'l'm'$  با ترکیبی از روش‌های تحلیلی و عددی محاسبه شده‌اند و در نهایت برای بدست آوردن سطح مقطع جزئی انتقال الکترون در برخورد پروتون با هیدروژن به کار رفته اند. سطح مقطع گذارهای مختلف با هم مقایسه شده و سپس مجموع آنها به عنوان سطح مقطع گذار به همه حالتها محاسبه شده است. نتایج حاصل با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده است که توافق خوبی را نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** رباش الکترون، انتقال بار، سطح مقطع جزئی، فرمولیندی فادیف، ماتریس گذار، دامنه پراکندگی

### ۱. مقدمه

می‌شود. در رباش تابشی، هسته‌ها تقریباً نقشی بازی نمی‌کنند و به همین دلیل در پایین ترین مرتبه تقریبی انجام شده بر همکنش پروتون-پروتون را در محاسبات نادیده می‌گرفتند و در نتیجه سطح مقطع کل محاسبه شده با نتایج آزمایشگاهی تفاوت زیادی داشت. بیشتر از دو دهه بعد جکسون و شیف [۳] نشان دادند که گنجاندن سهم مربوط به برهمکنشهای بین هسته‌ای در محاسبات مربوطه توافق بین روش‌های نظری و آزمایشگاهی را به مراتب بهتر می‌کند. ولی به زودی مشخص شد که وقتی تقریب جکسون-شیف (JS) را برای محاسبه سطح مقطع جزئی به کار می‌بریم با مشکلات جدی مواجه می‌شویم. در مکانیزم دوم هسته فرودی و هسته هدف بدون مختل کردن قابل ملاحظه الکترون، جای خود را عوض می‌کنند، ولی

فرایند انتقال بار در برخوردهای یون-اتمی یکی از مسائل قدیمی است که هنوز به طور کامل حل نگردیده است. در این فرایند نسبتاً پیچیده در سرعتهای فرودی ناسیبیتی و بالا مکانیزم‌های متفاوتی وجود دارند که هر یک می‌تواند سهم مهمی در سطح مقطع رباش الکترون در سرعتهای بالا داشته باشد، این مکانیزم‌ها عبارتند از: تابشی، رودررو و پراکندگی دوگانه. اولین مطالعات نظری بر روی فرایند انتقال بار الکتریکی در برخوردهای یون-اتمی هفت دهه پیش با بررسی رباش تابشی توسط اپنهایمر [۱] آغاز گردید و با کار بریکمن و کرامرز [۲] ادامه یافت. در این مکانیزم در اثر فرود آمدن پروتون بر اتم هیدروژن ضمن انتقال الکترون یک فوتون پرانرژی ۷ تابش

دارند. فرمولبندیهای "موج واپیچیده بورن" (DWB) [۷]، "موج واپیچیده پیوسته" (CDW) [۸ و ۹]، "تقریب اول تصحیح شده مرزی بورن" (B1B) [۹، ۱۰ و ۱۱] و فرمولبندی "پتانسیل قوی بورن" (SPB) [۱۲] از این دسته اند. دسته دوم فرمولبندیهای مبتنی بر رهیافت فادیف هستند. رهیافت فادیف بر اساس تبدیل برخوردهای سه یا چند جسمی به برخوردهای دو جسمی بنا گردیده است. مزیت رهیافت فادیف که رهیافتی کاملاً کوانتمی است، در استفاده از عملگرهای گذار دو جسمی به جای پتانسیلهای برهمنکش دو جسمی نهفته است. عملگرهای گذار دو جسمی خود شامل بی نهایت جمله از جملات بورن هستند و دامنه فراتری از بر همکنشها را در بر می گیرند. در این فرمولبندی سهم بر همکنشهای بین هسته ای که اغلب مخالف صفر است نیز محاسبه می گردد. به همین دلیل انتظار می رود که نتایج حاصل از فرمولبندی فادیف قویتر و بهتر از سایر فرمولبندیها باشد. دلیل دیگر این ادعا آن است که تا زمانی که سطح مقطع کل مورد نظر است، روش‌های اختلالی مبتنی بر رهیافت بورن اغلب توافق خوبی با آزمایش دارند، اما وقتی که برای آزمودن بهتر و جدی‌تر مدل‌های نظری سطح مقطع‌های جزئی را نیز با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌کنیم، می‌بینیم که چنین مقایسه‌ای توافق چندان مطلوبی را نشان نمی‌دهد. یکی از دلایل این امر آن است که تقریبهای ذکر شده اغلب تک کانالی هستند بدین معنا که سهم بازچینی ذره‌ای نهائی ناشی از سایر کانال‌های واکنشی و نیز تداخل بین حالت‌های مختلف در یک کانال معین را شامل نمی‌شوند. حال آنکه روش‌های مبتنی بر رهیافت فادیف همه کانال‌های واکنشی ممکن را در بر می‌گیرند و سطح مقطع کل را به عنوان نتیجه‌ای از توصیف صحیحی از سطح مقطع‌های جزئی متناظر بدست می‌دهد.

با این حال به کارگیری رهیافت سه جسمی فادیف در برخوردهای یون- اتمی خالی از اشکال نیست. مهمترین مسئله ساختار تکینگی پیچیده ماتریسهای کولنی T خارج از پوسته است که عنصر دینامیکی پایه و اساسی فرمولبندی فادیف است، بدین معنا که ماتریسهای کولنی T حد معینی روی پوسته ندارند و در بر همکنشهای جاذبه تعداد نامتناهی ای قطب که متناظر با حالت‌های مقید است دارند. علی‌رغم این مسئله دو دسته از محاسبات وجود دارند که بر اساس این فرمولبندی انجام شده‌اند. دسته اول بر استفاده مستقیم از ماتریسهای گذار دو

این فرایند فقط در صورتی اتفاق می‌افتد که دو هسته جرم‌های مساوی یا تقریباً مساوی داشته باشند. این فرایند اولین بار توسط مپلتوون [۴] بررسی شد و اغلب به عنوان فرایند رودررو شناخته می‌شود که در آن هسته فرودی همه انرژی جنبشی خود را به هسته هدف می‌دهد و آن را به سمت جلو می‌راند ولی الکترون پشت سر آن باقی می‌ماند و به هسته فرودی که ساکن شده مقید می‌گردد. این مکانیزم نوعی پراکندگی یگانه است که با اولین جمله بورن که در آن بر همکنش بین دو هسته به عنوان اختلال فرض می‌شود توصیف می‌گردد.

مکانیزم سوم که شاید در تقریبهای مرتبه بالا پیچیده‌ترین و مهمترین آنها باشد، فرایند پراکندگی دوگانه است که ابتدا به وسیله توماس [۵] در چارچوب کلاسیکی و سپس به وسیله دریسکو [۶] در چارچوب مکانیک کوانتمی طرح و تحلیل گردید. در این مکانیزم دو مرحله ای که به آن مکانیزم توماس گفته می‌شود، الکترون ابتدا به وسیله هسته پرتا به و سپس به وسیله هسته هدف پراکنده می‌شود به گونه ای که پس از برهمکنش، تقریباً همان سرعت پرتا به که در طول برخورد تغییر چندانی نکرده است را می‌گیرد و در نهایت به هسته پرتا به مقید می‌گردد.

اگر چه هیچکدام از مطالعات بالا نظریه جامعی برای مسئله بازچینی ارائه نمی‌دهد، و تعمیم هر یک از آنها به سایر جنبه‌های فرایند انتقال بار با مشکلات ذاتی مواجه می‌شود، ولی پایه ای برای پیشرفت‌های قابل ملاحظه در درک نظری فرایند مورد نظر در سالهای بعدی شدند.

همانگونه که در بالا اشاره شد، بررسی کوانتمی نسبتاً دقیق فرایند ریاضی الکترون در تقریب مرتبه دوم با کار دریسکو آغاز گردید. وی استدلال کرد که پراکندگی دو گانه کلاسیکی فرایندی دو مرحله‌ای است و بنابراین متناظر با جمله دوم تقریب بورن در تفسیر کوانتمی است، حال آنکه پراکندگی‌های یگانه متناظر با تقریب اول بورن هستند. بر اساس این استدلال و با توجه به نظریه‌های ارائه شده در سالهای اخیر می‌توان همه آنها را به دو دستهٔ مجزا تقسیم نمود. دسته اول فرمولبندیهای مبتنی بر روش‌های اختلالی هستند که پتانسیلهای دو جسمی بین پرتا به، هدف و الکترون به عنوان پتانسیلهای اختلال، برخوردهای چندگانه بین سه ذره را توصیف می‌کنند و از این جهت نقش اساسی را در فرمولبندیهای مذکور به عهده

$$1 + \begin{pmatrix} 2+2 \\ 2+2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 1 + (2+2)^* \\ 1 + 2 + 2 \\ (1+2)^* + 2 \end{cases} \quad (1)$$

کanal خروجی اول می تواند شامل پراکندگیهای الاستیک و غیر الاستیک باشد. در پراکندگی الاستیک حالت دستگاه  $(2+3)$  بدون تغییر می ماند، حال آنکه در فرایند غیر الاستیک حالت دستگاه  $(2+3)$  تغییر کرده و به حالت برانگیخته بالاتری می رود که به آن تهییج می گوئیم. کanal خروجی دوم متناظر با فرایند شکستی یا یونیزاسیون است که در آن هر سه ذره پس از برخورد به طور آزاد منتشر می شوند، در واقع اثر برخورد آن بوده است که قید میان زوج مقید  $(2+3)$  شکسته شده است.

کanal خروجی سوم متناظر با فرایند باز چینی است. سریهای پراکندگی چند گانه فادیف-واتسون-لاولادس (FWL) برای عملگرهای گذار متناظر با کانالهای خروجی فوق به ترتیب عبارتند از [۱۹]:

$$T_S = T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + \dots, \quad (2)$$

$$T_B = T_r + T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + \dots, \quad (3)$$

$$T_R = V_r + T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + T_r G_{\circ}^{(+)} T_r + \dots, \quad (4)$$

که در آن ماتریس گذار دو جسمی  $T_i$  برهمکنش میان ذرات  $j$  و  $k$  را نشان می دهد حال آنکه ذره  $i$  ام آزاد است. این ماتریس به صورت زیر تعریف می شود:

$$T_i = V^i + V^i G_{\circ}^{(+)} T_i. \quad (5)$$

$V^i = V_{jk}$  پتانسیل برهمکنش بین ذرات  $j$  و  $k$  است و  $\{j, k\}$  جایگشتی چرخه ای است.  $G_{\circ}^{(+)}$  عملگر گرین انتشار آزاد است که شرایط اعمال شده بر روی موج خروجی را در بردارد. برای بدست آوردن دامنه های پراکندگی متناظر با کانالهای فوق باید عناصر ماتریسهای گذار  $T_S$ ،  $T_B$  و  $T_R$  را بین حالتها اولیه  $i$  و نهایی  $f$  دستگاه محاسبه کنیم.

اکنون رباشکtron را که در واقع نوعی فرایند باز چینی است در نظر می گیریم. فرض کنیم که یون پرتاپه  $P$  با جرم  $m_p$  و بار  $Z_p$  روی دستگاهی فرود آید که در آن کترون فعل  $e^-$  با جرم  $m_e$  به هدف  $T$  با جرم  $M_T$  و بار  $Z_T$  مقید است. پس از برخورد، کترون توسط پرتاپه ربوه شده و در نتیجه دستگاه مقید  $(P+e^-)$  را خواهیم داشت، حال آنکه ذره سوم آزادانه در حال انتشار است

جسمی تاکید دارند. نمونه هایی از این محاسبات را می توان در کارهای آلستون [۱۴ و ۱۳] و دیگران [۱۵] دید. وی به روشی که در بالا به آن اشاره شد سطح مقطع جزئی رباشکtron در برخورد پروتون با اتمهای هیدروژن و هلیوم در گذار  $\rightarrow 1s$  را محاسبه نمود. این مقاله در واقع تعیین محاسبات وی به سایر گذارهای ممکن است. دسته دوم با عنوان "رهیافت پارامتر فشردگی فادیف" (I PFA) [۱۶] شناخته شده اند و پایه آن توسط آلت، گراسبرگر و سندهاس (AGS) [۱۷] بنا شده است. آخرین محاسبات موجود با این روش را می توان در کارهای آلت و همکارانش [۱۸] دید.

طرح مقاله به صورت زیر است. در بخش دوم خلاصه ای از فرمولبندی FWL با تاکید بر روی فرایند باز چینی در برخورد های سه جسمی و شکل انتگرالی دامنه های جزئی رباشکtron را آورده ایم. در بخش سوم به محاسبه دامنه ها پرداخته ایم و در بخش آخر نتایج محاسبات و مقایسه آنها با نتایج آزمایشگاهی موجود و نیز مقایسه سهم گذارهای مختلف در سطح مقطع گذار به همه حالتها آمده است. در طول بحث از یکاهای اتمی استفاده کرده و ذره آزاد را به صورت  $e^{kx} = \langle k | e \rangle$  بهنجارنده ایم.

## ۲. رهیافت فادیف

اگر چه شرح مبسوطی از رهیافت فادیف را می توان در مجموعه ای از کتب و مقالات [۱۹ و ۲۰] دیگر یافته، ولی به منظور خود شمول بودن بهمنان خلاصه ای از نظریه پراکندگی سه ذره ای فادیف و جنبه های سینماتیکی آن به ویژه کanal متناظر با فرایند باز چینی را در اینجا می آوریم.

سه ذره بنیادی  $1, 2$  و  $3$  را در نظر می گیریم. بدین معنا که فرض می کنیم سه ذره قادر ساختار داخلی بوده و یا حداقل ساختار داخلی آنها در طول برخورد تغییر نکند. علاوه بر این فرض می کنیم که در کanal اولیه دستگاه، ذره  $1$  آزاد است و بر زوج مقید  $(2+3)$  فرود می آید. دستگاه مقید  $(2+3)$  می تواند در حالت زمینه یا یکی از حالت های برانگیخته خود باشد. در اثر برهمکنش میان سه ذره و بسته به شرایط اولیه برخورد، این از آن جمله می توانیم سه کanal زیر را در نظر بگیریم که در آن علامت \* نشانگر حالت برانگیخته دستگاه است

$$A_n = A_n^{(i)} + A_n^{(ra)} + A_n^{(rb)}, \quad (15)$$

داریم که در آن

$$\begin{aligned} A_n^{(i)} &= \langle f | T_{PT} | i \rangle, \\ A_n^{(ra)} &= \left\langle f \left| T_{Te} G_{\circ}^{(+)} T_{PT} \right| i \right\rangle, \\ A_n^{(rb)} &= \left\langle f \left| T_{PT} G_{\circ}^{(+)} T_{Pe} \right| i \right\rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

جمله  $A_n^{(i)}$  در بر گیرنده پراکندگی هسته ای مرتبه اول  $P$  و  $T$  است،  $A_n^{(ra)}$  دامنه پراکندگی است که در آن ابتدا  $P$  و  $T$  و سپس  $T$  و  $e$  با هم برهمکنش می نمایند و  $A_n^{(rb)}$  متناظر با پراکندگی است که در آن ابتدا  $T$  و  $e$  و سپس  $T$  و  $P$  با هم برهمکنش می کنند.

برای محاسبه پراکندگی  $A_{FWL}$  باید جملات موجود در دامنه های جزئی  $A_e$  و  $A_n$  را محاسبه کنیم. لازمه این کار آن است که ماتریسهای گذار دو جسمی  $T_{Pe}$ ،  $T_{Te}$  و  $T_{PT}$  را داشته باشیم. ما در اینجا ماتریس گذار تعدیل یافته کولنی نزدیک پوسته انرژی را که آلستون [۱۳] مورد استفاده قرار داده است به کار می بردیم. وی نشان داده است که برای یونهای تک باری که روی اتمهای خشی فرود می آیند دامنه کل فرمولبندی فادیف در تقریب مرتبه دوم خوش تعریف است، بدین معنی که در ماتریس گذار دو جسمی متناظر تکینگیهای انتگرال ناپذیر وجود ندارند. بنابراین می توانیم تقریب های را در آن اعمال کنیم. در اینجا شکلی از ماتریسهای گذار دو جسمی نزدیک پوسته انرژی مورد استفاده قرار گرفته است که خطای آن از مرتبه نسبت بار یونهای پرتابه و هدف به سرعت فرویدی است. یعنی دامنه های جزئی تا مرتبه  $(Z_T/v)$  و  $(Z_P/v)$  تقریب زده شده اند. در ادامه محاسبات از جملات مرتبه  $(m=M_p)/M_T$  یا  $M_T/m$  صرفنظر می کنیم و ریاضی کترون تحت زوایای مستقیم را در نظر می گیریم. اگر ریاضی کترون تحت زوایای مستقیم صورت گیرد،  $v_f \cong v_i$  است.

قبل از پرداختن به محاسبه دامنه ها، شکل انتگرالی آنها را در اینجا می آوریم. با وارد کردن عملگرهای همانی در دو مولفه معادله (۱۲)، انتگرال گیری روی توابع دلتا که حرکت ذره آزاد سوم را توصیف می کنند، صرفنظر کردن از جملاتی که از مرتبه نسبت جرم کترون به جرم یونهای پرتابه و هدف هستند و انجام محاسبات ریاضی لازم، داریم:

$$P + (T + e) \rightarrow (P + e)^* + T. \quad (6)$$

هم هدف  $T$  و هم پرتابه  $P$  می توانند دارای الکترونهای غیرفعال و ساختار داخلی باشند، ولی در اینجا فرض می کنیم که این ساختار داخلی در طول برخورد بدون تغییر می ماند.

هم در کanal اولیه و هم در کanal نهائی فرض می کنیم که برهمکنش بین ذرات با پتانسیل کولنی و با بار مؤثر  $Z^e$  انجام می گیرد، بنابراین ماتریس گذار  $T_R$  در تقریب دوم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} T_R &= V_{Pe} + T_{PT} + T_{Te} G_{\circ}^{(+)} T_{PT} + T_{Te} G_{\circ}^{(+)} T_{Pe} \\ &\quad + T_{PT} G_{\circ}^{(+)} T_{Pe}. \end{aligned} \quad (7)$$

اگر جملاتی که پراکندگی مستقیم الکترون را در بر دارند و بر همکنش هسته - الکترونی را شامل می شوند با  $T_e$  و جملاتی را که پراکندگی غیر مستقیم الکترون یا به عبارت دیگر بر همکنشهای بین هسته ای را شامل می شوند با  $T_n$  نشان دهیم داریم:

$$T_e = V_{Pe} + T_{Te} G_{\circ}^{(+)} T_{Pe}, \quad (8)$$

$$T_n = T_{PT} + T_{Te} G_{\circ}^{(+)} T_{PT} + T_{PT} G_{\circ}^{(+)} T_{Pe}, \quad (9)$$

$$T_R = T_e + T_n. \quad (10)$$

برای به دست آوردن سطح مقطع پراکندگی باید دامنه پراکندگی  $A_{FWL}$  را محاسبه کنیم. با تشکیل عنصر ماتریس گذار  $T_R$  بین حالت های پراکندگی مجانبی اولیه و نهائی، دامنه ریاضی الکترون در تقریب دوم  $FWL$  با انرژی کل  $E$  به شکل زیر است:

$$A_{FWL} = \langle f | T_R | i \rangle = \langle f | T_e | i \rangle + \langle f | T_n | i \rangle = A_e + A_n, \quad (11)$$

که در آن  $A_e$  دامنه پراکندگی جزئی مربوط به پراکندگی مستقیم الکترون است، و از این به بعد آن را دامنه پراکندگی هسته - الکترونی می نامیم.  $A_e$  شامل دو جمله است:

$$A_e = \langle f | T_e | i \rangle = A_{B_1} + A_e^{(i)}, \quad (12)$$

$A_{B_1}$  دامنه جزئی تقریب اول بورن است و با

$$A_{B_1} = \langle f | V_{Pe} | i \rangle, \quad (13)$$

داده می شود.  $A_e^{(i)}$  دامنه جزئی مرتبه دوم را نمایش می دهد که سایر جملات مرتبه بالاتر بورن را در بر دارد

$$A_e^{(i)} = \left\langle f \left| T_{Te} G_{\circ}^{(+)} T_{Pe} \right| i \right\rangle. \quad (14)$$

جمله  $A_n$  دامنه پراکندگی مربوط به پراکندگیهای غیر مستقیم الکترون است و از این پس آن را دامنه بین هسته ای می نامیم و

$$\phi_{nlm}(p) = R_{nl}(p)Y_{lm}(\hat{p}), \quad (24)$$

که در آن  $R_{nl}(p)$  قسمت شعاعی تابع موج است و همانگ کروی  $Y_{lm}(\hat{p})$  توزیع زاویه ای آن را نشان می دهد و داریم:

$$R_{nl}(p) = N_{nl} \frac{p^l}{(p - \varepsilon_n)^{l+1}} C_{n-l-1}^{l+1} \left( \frac{p + \varepsilon_n}{p - \varepsilon_n} \right),$$

$$N_{nl} = (\pi)^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{\Gamma(l+n-1-\nu)!}{\pi(n+l)!} \right)^{\frac{1}{2}} l! (-\varepsilon_n)^{(l+1)/2},$$

$$\varepsilon_n = -Z / \gamma n. \quad (25)$$

$C_{n-l-1}^{l+1}(x)$  ها چند جمله ایهای ججن باور هستند.

با این مقدمه اکنون به محاسبه دامنه های جزئی پراکندگی برای گذار  $(nlm \rightarrow n'l'm')$  می پردازیم، که در آن  $(n,l,m)$  مجموعه اعداد کوانتمی متناظر با حالت اولیه الکترون در هنگام  $(n'l'm')$  مقید بودن به هسته هدف و مجموعه اعداد کوانتمی متناظر با حالت مقید نهایی الکترون به یون پرتا به است.

### ۱.۳. محاسبه دامنه های هسته-الکترونی

(الف) تقریب مرتبه اول بورن  $A_{BI}$

با ترکیب مستقیم معادله شرودینگر برای پتانسیل دو جسمی  $V_{Pe}$  و معادله (۱۷) می توان جمله متناظر با تقریب مرتبه اول بورن را به صورت زیر ساده کرد

$$A_{BI} = -4\pi^2 (K - \varepsilon_f) \phi_f^*(K) \phi_i(-J). \quad (26)$$

با جایگذاری تابع موج (۲۴) در معادله (۲۶) داریم

$$A_{BI} = -4\pi^2 (K - \varepsilon_n) (-i)^l R_{nl}(K) R_{n'l'}(J) Y_{lm}^*(K) \times Y_{l'm'}(J), \quad (27)$$

که در آن از این حقیقت که  $Y_{lm}(-J) = (-i)^l Y_{lm}(J)$  است استفاده کرده ایم.

(ب) دامنه هسته-الکترونی مرتبه دو  $A_{E}^{(2)}$

با جایگزینی ماتریسهای گذار دو جسمی مناسب در معادله (۱۸) به نتیجه زیر می رسیم:

$$A_E^{(2)} = B \int dk_i dk_f \phi_f^*(k_f) \phi_i(k_i) (k_i - \varepsilon_i)^{-p} \times (k_f - \varepsilon_f)^{-\mu} (\xi + i k_i \cdot K - i k_f \cdot J + i \eta)^{-1-\tau}, \quad (28)$$

که در آن

$$B = \left( \frac{4}{\pi} \right)^{\tau} Z_P Z_T e^{i\pi\tau} \frac{\Gamma(1+\rho)^{\nu} \Gamma(1-\sigma)}{\Gamma(1+\sigma)} \times \frac{\Gamma(1+\mu)^{\nu} \Gamma(1-v)}{\Gamma(1+v)}$$

$$A_{B1} = (\pi)^{-\frac{1}{2}} \phi_i(-J) \int dk_f \phi_f^*(k_f) V_{Pe}(k_f - K), \quad (17)$$

$$A_E^{(1)} = (\pi)^{-\nu} \int dk_i dk_f \phi_f^*(k_f) \phi_i(k_i) T_{Te}(k_f + v, k_f + k_i - K; E_f) G_{\circ}^{(+)}(E_i) T_{Pe}(k_i + k_f + J, k_i - v; E_i). \quad (18)$$

انجام فرایند مشابه روی سه مولفه معادله (۱۵) به نتیجه زیر منجر می شود:

$$A_n^{(1)} = \int dk_i \phi_f^*(k_i - v) \phi_i(k_i) T_{PT}(\mu_n v - k_i - J, \mu_n v; E_n), \quad (19)$$

$$A_n^{(ra)} = (\pi)^{-\nu} \int dk_i dk_f \phi_f^*(k_f) \phi_i(k_i) T_{Te}(k_f + v, k_i; E_f) G_{\circ}^{(+)}(E_f) T_{PT}(\mu_n v + K - k_f, \mu_n v; E_n), \quad (20)$$

$$A_n^{(rb)} = (\pi)^{-\nu} \int dk_i dk_f \phi_f^*(k_f) \phi_i(k_i) T_{PT}(k_f - J - k_i, \mu_n v; E_n) G_{\circ}^{(+)}(E_i) T_{Pe}(k_f, k_i - v; E_i), \quad (21)$$

که در آن  $\mu_n = M_P M_T / (M_P + M_T)$  جرم کاهش یافته ذرات سنگین،  $v$  سرعت پرتا به و  $K$  بردارهای اندازه حرکت انتقالی به یونهای  $P$  در طول برخورد هستند. انرژیهای پراکندگی  $E_f$ ،  $E_i$  و  $E_n$  در تقریب مورد نظر عبارتند از:

$$E_i = \frac{1}{2} v^2 - v \cdot k_i + \varepsilon_i; \quad E_f = \frac{1}{2} v^2 + v \cdot k_f + \varepsilon_f; \quad E_n = \frac{1}{2} \mu_n v^2. \quad (22)$$

تابع گرین آزاد برای انرژی کل  $E$  با رابطه زیر به انرژیهای پراکندگی مربوط می شود

$$G_{\circ}^{(+)}(E) = \left[ E_i - (k_i + k_f + J)^2 / 2 + i\eta \right]^{-1} = G_{\circ}^{(+)}(E_i)$$

$$= \left[ E_f - (k_i + k_f - K)^2 / 2 + i\eta \right]^{-1} = G_{\circ}^{(+)}(E_f)$$

$$= \left[ E_n - (\mu_n v + k_i + J)^2 / 2\mu_n + i\eta \right]^{-1} = G_{\circ}^{(+)}(E_n). \quad (23)$$

مشروح محاسبات فوق را می توان در مراجع [۱۵ و ۱۳] یافت.

### ۳. محاسبه دامنه های جزئی پراکندگی

تابع موج اتم هیدروژن مانندی که حالت آن با مجموعه اعداد کوانتمی  $(n,l,m)$  توصیف می شود در فضای اندازه حرکت عبارت است از [۸]

لذا برای محاسبه مقدار آن به روش عددی متولسل می‌شویم. در انتگرال سه گانه فوق، انتگرال اول صرفنظر از یک مقدار ثابت، نوعی تبدیل فوریه است، حال آنکه انتگرال‌های دوم و سوم تبدیلات هانکل می‌باشند. به دلیل ماهیت نوسانیتابع نمائی  $e^{i\alpha x}$  و توابع بسل کروی نوع اول، محاسبه انتگرال در فرکانس‌های بالا حتی به روش عددی نیز مشکل است. ولی بررسی بیشتر انتگرال‌دها، ما را در فائق آمدن بر این مشکل یاری می‌سازد. در واقع هر سه انتگرال‌ده توابعی با میرائی سریع هستند. در انتگرال گیری نسبت به پارامتر  $x$  توجه می‌کنیم که توابع بسل در شناسه‌های بزرگ به صورت  $\sin(x - \frac{1}{2}\pi) / x$  شدن مقدار  $x$  مقدار انتگرال‌های درونی کوچکتر و کوچکتر می‌شود، بنابراین انتگرال‌ده نسبت به پارامتر  $x$  سریعتر از  $1/x$  افت می‌کند. از طرف دیگر قسمتهای شعاعی توابع موج اولیه و نهائی در اطراف  $p=0$  جایگزینه هستند و در  $p$ ‌های بزرگ سریعاً به سمت صفر می‌کنند، چرا که در  $p$ ‌های بزرگ چند جمله‌ایهای ججن باور موجود در این توابع طبق رابطه بنابراین کل تابع به صورت  $p^{-l-1}$  بر حسب  $p$  افت خواهد کرد، که برای  $l$ ‌های بزرگ سریعتر افت می‌کنند. علاوه بر این، انتگرال فوق به ازای  $a=0$  دارای یک ماکزیمم موضعی است که متناظر با قله توامس در بحث مربوط به فرایند رباشکالکترون است. با توجه به مطلب فوق می‌توان از روش‌های کلاسیکی برای محاسبه عددی انتگرال فوق بهره جست.

### ۲.۳. محاسبه دامنه‌های بین هسته‌ای

(الف) دامنه بین هسته‌ای مرتبه اول  $A_n^{(1)}$  با جایگذاری ماتریس گذار دو جسمی مناسب در رابطه  $(19)$  داریم

$$A_n^{(1)} = B' \int dk_i \phi_f^*(k_i - v) \phi_i(k_i) \times \left\{ [k_i - v] - \epsilon_f \right\} \left[ (k_i - \epsilon_i) \right]^\delta |k_i + J|^{-\gamma}, \quad (38)$$

که در آن  $\delta$  و  $\gamma$  مانند قبل حاصل ضرب پارامترهای زمرفیلد در  $\delta = iZ_p^a Z_T^a / v$  و  $\gamma = iZ_p Z_T / v$  هستند به طوری که  $B'$  ضریبی به صورت زیر است:

$$\rho = iZ_p^a / v; \quad \mu = iZ_T^a / v; \quad \sigma = iZ_p / v; \quad (29)$$

$v$ ،  $\mu$  و  $\sigma$  حاصل ضرب پارامترهای زمرفیلد در  $\sqrt{-1}$  و  $\tau$  حاصل جمع  $\rho$  و  $\mu$  است.

$$v = iZ_T / v; \quad \tau = \rho + \mu; \quad (30)$$

علاوه بر این از تابع گرین تقریبی استفاده کرده ایم که بر حسب  $k_i$  و  $k_f$  خطی است. در این تابع گرین

$$v' - K' + \epsilon_f = v' - J' + \epsilon_i \quad \text{است.}$$

انتگرال فوق شش بعدی بوده و دارای خط برشهای در فضای مختلط است. برای گریز از این خط برشهای و ساده تر کردن انتگرال از تساوی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\beta^{-1-\tau} = \frac{1}{\Gamma(\tau+1)} \int_0^\infty dx x^\tau e^{-\beta x}, \quad \operatorname{Re}(\beta) > 0, \\ \operatorname{Re}(\tau) > -1. \quad (31)$$

پس داریم

$$A_e^{(1)} = C \int_0^\infty dx x^\tau \int dk_i \phi_i(k_i) (k_i - \epsilon_i)^{-\rho} e^{i k_i \cdot K x} \int dk_f \phi_f^*(k_f) (k_f - \epsilon_f)^{-\mu} e^{-i k_f \cdot J x}, \quad (32)$$

که در آن

$$C = B \times \frac{\exp[-i(\tau+1)\pi/\gamma]}{\Gamma(\tau+1)}. \quad (33)$$

با بسط جملات نمائی بر حسب توابع هماهنگ کروی و توابع بسل کروی نوع اول  $j_l(x)$  به صورت:

$$e^{i k_i \cdot r} = 4\pi \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{m+1} i^{-l} j_l(kr) Y_{lm}^*(\hat{k}) Y_{lm}(\hat{r}), \quad (34)$$

و استفاده از شرط تعادم توابع هماهنگ کروی

$$\int d\hat{r} Y_{lm}^*(\hat{r}) Y_{l'm'}(\hat{r}) = \delta_{ll'} \delta_{mm'}, \quad (35)$$

و با کمی ساده سازی ریاضی در نهایت داریم

$$A_e^{(1)} = D Y_{l'm'}^*(\hat{k}) Y_{lm}^*(\hat{j}) \times \int_0^\infty dx x^\tau e^{i \alpha x} \times \int_0^\infty dk_i k_i^\tau R_{n'l'}(k_i) j_{l'}(k_i x) (k_i - \epsilon_i)^{-\rho} \times \int_0^\infty dk_f k_f^\tau R_{nl}(k_f) j_l(b k_f x) (k_f - \epsilon_f)^{-\mu}, \quad (36)$$

که در آن

$$D = (\pi)^{\tau} l'^{-1} (-K)^{-l-\tau} \times C; \quad a = \xi / \tau K; \quad b = J / K. \quad (37)$$

است.

از آنجا که حل تحلیلی چنین انتگرالی امکان پذیر نیست،

آخرین جمله را نیز می توانیم با استفاده از رابطه (۲۱) مانند جمله  $A_n^{(a)}$  به حاصل ضرب دو انتگرال سه بعدی مستقل به صورت زیر تبدیل کنیم:

$$A_n^{(ab)} = D' \int dk_i dk_f \phi_f^*(k_f) \phi_i(k_i) (k_i^\gamma - \epsilon_i)^{-\rho} (k_f^\gamma - \epsilon_f)^{\delta}, \quad (44)$$

که در آن

$$D' = -\left(\frac{\gamma}{\pi}\right) Z_P Z_T e^{i\pi\delta} \frac{\Gamma(\gamma-\delta)\Gamma(\gamma+\gamma)}{\Gamma(\gamma-\gamma)} e^{-i\pi\rho} \frac{\Gamma(\gamma+\rho)\Gamma(\gamma-\sigma)}{\Gamma(\gamma+\sigma)} \times (\mu_n v^\gamma)^{\gamma-\delta} (v^\gamma)^{(\gamma\rho-\sigma)} v^{\gamma\sigma-\gamma} \left(\frac{1}{\gamma} v^\gamma + \epsilon_f\right)^{\delta-\rho-\gamma} J^{-\gamma-\gamma}. \quad (45)$$

با جای گزینی توابع موج اولیه و نهایی در عبارت فوق و محاسبه قسمت زاویه ای انتگرال در نهایت داریم

$$A_n^{(ab)} = D' \delta_{l_1} \delta_{m_1} \delta_{l_0} \delta_{m_0} \int_0^\infty dk_i k_i^\gamma R_{n'l'}(k_i) (k_i^\gamma - \epsilon_i)^{-\rho} \times \int_0^\infty dk_f k_f^\gamma R_{nl}(k_f) (k_f^\gamma - \epsilon_f)^{\delta}. \quad (46)$$

انتگرهای یک بعدی مستقل در عبارت فوق را نیز می توان با روش‌های عددی کلاسیک محاسبه کرد. دامنه کل از مجموع دامنه های محاسبه شده در (۲۶)، (۳۶)، (۴۰)، (۴۳) و (۴۶) بدست می آید

$$A_{FWL} = A_e + A_n = A_{B_1} + A_e^{(a)} + A_n^{(a)} + A_n^{(ab)}, \quad (47)$$

و در نهایت سطح مقطع جزئی الکترون در چارچوب آزمایشگاه برای برخورد پرتون با اتم هیدروژن را می توان در تقریب مورد نظر از رابطه زیر محاسبه کرد

$$\left(\frac{d\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega}\right)_{lab} = \frac{1}{4\pi} M_p^2 \left| \left\langle f | T_R | i \right\rangle \right|^2 = \frac{1}{4\pi} M_p^2 |A_{FWL}|^2, \quad (48)$$

که دامنه FWL را می توان از رابطه (۴۷) در آن جایگزین کرد.

#### ۴. نتایج و بحث

اگر چه آنچه را که تا کنون ارائه داده ایم برای تمام گذارهای ممکن  $n'm'l' \rightarrow n'm'l'$  در برخورد یونهای پرانرژی با اتمهای هیدروژن مانند کاربرد دارد ولی ما در این بخش نتایج محاسبه سطح مقطع جزئی ریاضی الکترون در برخورد پرتوهای پرانرژی با اتمهای هیدروژن در حالت زمینه و گذار به چند حالت خاص را به عنوان نمونه می آوریم و بیشتر توجه خود را

$$B' = 4\pi Z_P Z_T e^{i\pi\delta} \frac{\Gamma(\gamma-\delta)\Gamma(\gamma+\gamma)}{\Gamma(\gamma-\gamma)} (\mu_n v^\gamma)^{\gamma-\delta}. \quad (39)$$

انتگرال فوق دارای دو ماکریم موضعی در مکانهای  $k_i \cong \mathbf{v}$  است و چون فاصله بین این دو ماکریم بسیار زیاد است می توانیم آنها را از یکدیگر جدا کنیم، سپس با جایگزین توابع موج اولیه و نهایی در آن داریم

$$A_n^{(a)} = (\pi)^{\frac{1}{2}} B' \times \left[ J^{-\gamma-\gamma} (v^\gamma - \epsilon_f)^{\delta} \phi_f^*(-\mathbf{v}) \delta_{l_1} \delta_{m_1} \int_0^\infty dk_i k_i^\gamma R_{n'l'}(k_i) (k_i^\gamma - \epsilon_i)^{\delta} + K^{-\gamma-\gamma} (v^\gamma - \epsilon_i)^{\delta} \times \phi_i(\mathbf{v}) \delta_{l_0} \delta_{m_0} \int_0^\infty dk_i k_i^\gamma R_{nl}(k_i) (k_i^\gamma - \epsilon_f)^{\delta} \right]. \quad (40)$$

در عبارت فوق نیز دو انتگرال یک بعدی وجود دارد که اگر چه ما نتوانستیم آنها را در حالت کلی به صورت تحلیلی حل کنیم، ولی به روش‌های عددی ساده و کلاسیک و با دقت بسیار خوبی قابل حل هستند.

ب) جملات بین هسته ای مرتبه دوم

$$A_n^{(a)}.$$

با توجه به رابطه (۲۰) به ترتیبی که گذشت می توانیم جمله  $A_n^{(a)}$  را به حاصل ضرب دو انتگرال سه بعدی مستقل به صورت زیر تبدیل کنیم:

$$A_n^{(a)} = C' \int dk_i dk_f \phi_f^*(k_f) \phi_i(k_i) (k_i^\gamma - \epsilon_i)^{-\rho} (k_f^\gamma - \epsilon_f)^{\mu}, \quad (41)$$

که در آن

$$C' = -\left(\frac{\gamma}{\pi}\right) Z_P Z_T e^{i\pi\delta} \frac{\Gamma(\gamma-\delta)\Gamma(\gamma+\gamma)}{\Gamma(\gamma-\gamma)} e^{-i\pi\mu} \frac{\Gamma(\gamma-\mu)\Gamma(\gamma+\nu)}{\Gamma(\gamma-\nu)} \times (\mu_n v^\gamma)^{\gamma-\delta} (v^\gamma)^{(\gamma\mu-\nu)} v^{\gamma\nu-\gamma} \left(\frac{1}{\gamma} v^\gamma + \epsilon_f\right)^{\delta-\mu-\gamma} K^{-\gamma-\gamma}. \quad (42)$$

با جای گزینی توابع موج اولیه و نهایی در عبارت فوق و محاسبه قسمت زاویه ای انتگرال در نهایت داریم

$$A_n^{(a)} = C' \delta_{l_1} \delta_{m_1} \delta_{l_0} \delta_{m_0} \int_0^\infty dk_i k_i^\gamma R_{n'l'}(k_i) (k_i^\gamma - \epsilon_i)^{\delta} \times \int_0^\infty dk_f k_f^\gamma R_{nl}(k_f) (k_f^\gamma - \epsilon_f)^{-\mu}. \quad (43)$$

انتگرالهای یک بعدی مستقل در عبارت فوق را نیز می توان با روش‌های عددی کلاسیک حل کرد.

$$A_n^{(ab)}.$$

جمله غالب است ولی در مجموع دامنه ها به قدری کوچک می شوند که می توان آنها را نسبت به گذارهای بحث شده در بالا نادیده انگاشت.

شکل ۵ سطح مقطعهای جزئی  $(d\sigma_{(s \rightarrow r, l, m)} / d\Omega)_{lab}$  ،  $(d\sigma_{(s \rightarrow r, l, \pm)} / d\Omega)_{lab}$  و نیز حاصل جمع آنها یعنی سطح مقطع جزئی گذار به مدار  $n=2$  را به ازای انرژی فرودی  $2/8$  MeV نشان می دهد، که البته مجموع آنها با سطح مقطع مربوط به گذار  $2s$  تفاوت محسوسی ندارد. به عبارت دیگر سطح مقطع جزئی گذار به حالت های  $(1+0)$  و  $(0+0)$  نسبت به سطح مقطع گذار به حالت  $(0+0)$  بسیار ناچیز و قابل چشم پوشی است.

شکل ۶ سطح مقطعهای جزئی  $(d\sigma_{(s \rightarrow rs)} / d\Omega)_{lab}$  ،  $(d\sigma_{(s \rightarrow rp)} / d\Omega)_{lab}$  و  $(d\sigma_{(s \rightarrow rd)} / d\Omega)_{lab}$  و نیز مجموع آنها را نشان می دهد. همانگونه که دیده می شود در زوایای کوچک ابتدا سطح مقطع گذار  $3s$  غالب است ولی با بزرگتر شدن زاویه سطح مقطع گذارهای  $3p$  و  $3d$  بیشتر می شود به طوری که در زاویه های انتهائی، هر دو بزرگتر از مقدار متناظر برای گذار  $3s$  هستند.

در شکل ۷ سطح مقطع جزئی گذار به مدارهای  $n=1$  و  $n=2$  و  $n=3$  ی\_\_\_\_\_

$(d\sigma_{(s \rightarrow r, l, m)} / d\Omega)_{lab} = \sum_{l=-}^{l=1} \sum_{m=-l}^{m=l} (d\sigma_{(s \rightarrow r, l, m)} / d\Omega)_{lab}$  و  $(d\sigma_{(s \rightarrow r, l, m)} / d\Omega)_{lab} = \sum_{l=-}^{l=r} \sum_{m=-l}^{m=l} (d\sigma_{(s \rightarrow r, l, m)} / d\Omega)_{lab}$  به ازای همان انرژی فرودی با هم مقایسه شده و حاصل جمع آنها نیز نشان داده شده است. به وضوح دیده می شود سهم گذار به مدار  $n=3$  کوچکتر از سهم مربوط به گذار  $n=2$  و به همین ترتیب سهم گذار مربوط به  $n=2$  کوچکتر از سهم مربوط به گذار  $n=1$  است، یا به عبارت دیگر گذار به حالت  $1s$  بیشترین سهم را در سطح مقطع ریاضی کترون در برخورد پروتون با هیدروژن در حالت زمینه دارد. این به دلیل شکل خاص توابع موج در حالت های ذکر شده است، با افزایش  $n$  تعداد صفرهای تابع موج بیشتر شده و این باعث کاهش مقدار انتگرهای موجود در دامنه ها می شود. با محاسباتی مشابه آنچه که گذشت به طور کلی می توان نشان داد که سهم گذار به مدارهای بالاتر از دو، نسبت به مدار اول بسیار ناچیز است و مهمترین جمله همان گذار به حالت  $1s$  است. در واقع می توان

به فرایند بازچینی زیر معطوف می داریم

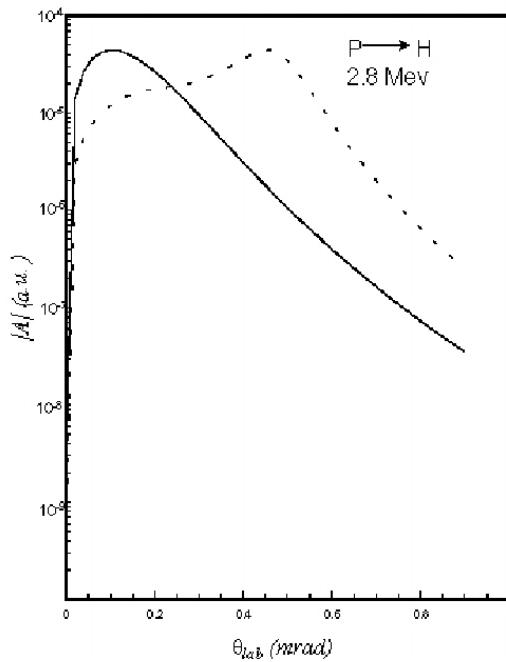


گرچه برای حالتهای  $n \geq 4$  نیز می توان بحث را به طور مشابه ادامه داد ولی خواهیم دید که سطح مقطع جزئی چنین گذارهایی نسبت به حالتهای بحث شده ناچیز است و بحث در مورد آنها لزوم چندانی ندارد.

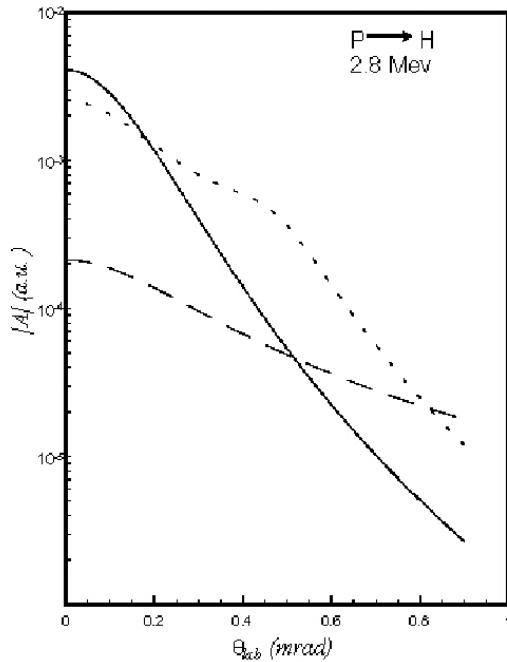
شکل ۱ مقدار مطلق دامنه های  $A_{BI}$ ،  $A_n^{(e)}$  و  $A_{BI}$  برای برخورد پروتون با انرژی فرودی  $2/8$  MeV با هیدروژن در حالت زمینه و گذار به حالت نهائی  $1s$  را نشان می دهد. همان گونه که دیده می شود در زوایای بسیار کوچک تقریب اول بورن جمله غالب است، پس از آن ناحیه ای وجود دارد که در اثر تداخل جملات مختلف یکدیگر را خنثی می کنند، بعد از آن ناحیه دیگری وجود دارد که در آن مکانیزم پراکندگی دو گانه توماس غالب است و باعث ایجاد قله توماس می شود در محاسبات انجام شده این قله ناشی از جمله  $A_e^{(e)}$  است و در جایی قرار دارد که  $a=a=0$  است (یعنی  $\theta=47/40$  mrad) و بالاخره ناحیه ای وجود دارد که در آن برهمکنشهای بین هسته ای نقش غالب را ایفا می کنند. بررسیهای ما نشان می دهد که به طور کلی مقدار مطلق دامنه های جزئی مختلف برای گذار به حالت  $ns$  وضعیتی مشابه با وضعیت ارائه شده در گذار به حالت  $1s$  دارند.

شکلهای ۲ و ۳ به ترتیب مقدار مطلق دامنه های جزئی ریاضی کترون را به ازای انرژی  $2/8$  MeV در گذار به حالتهای  $(0+0)$  و  $(1+0)$  و  $(0+1)$  نشان می دهند. برای گذار اول وضعیت مشابه چیزی است که در شکل ۱ آمده است و این وضعیت قابل تعمیم به سایر گذارهای  $(n, l, m)$  است. برای گذارهای دوم جمله بین هسته ای برابر صفر است، علاوه بر این به ازای زاویه پراکندگی صفر جملات هسته کترونی نیز بسیار کوچک و تقریباً برابر صفرند. ولی به ازای زوایای بزرگتر از صفر ابتدا تقریب اول بورن جمله غالب است و با بزرگ شدن تدریجی زاویه پراکندگی جمله  $A_e^{(e)}$  غالب می گردد. این وضعیت نیز نمونه ای از رفتار دامنه های جزئی در گذار به حالت های مشابه با  $m=\pm 1$  است.

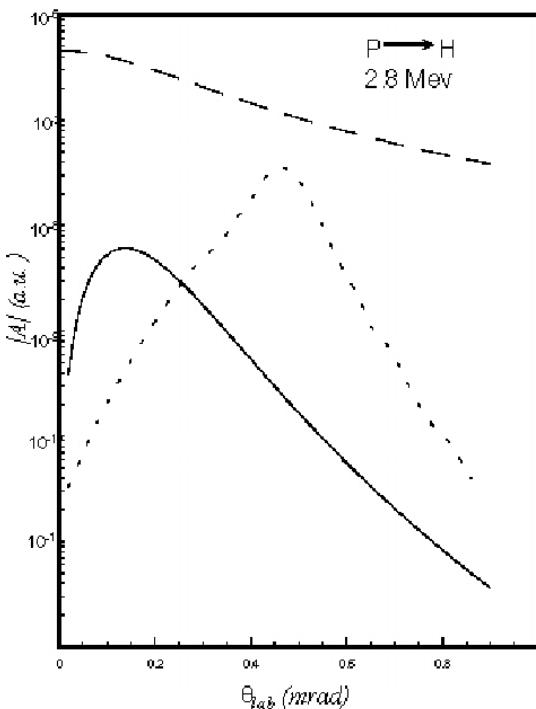
شکل ۴ مقدار مطلق دامنه های گذار  $(2 \pm 0)$  را به ازای همان انرژی نشان می دهد. همان گونه که دیده می شود در این گذارها بر همکنش بین هسته ای در تمام زوایای مورد نظر



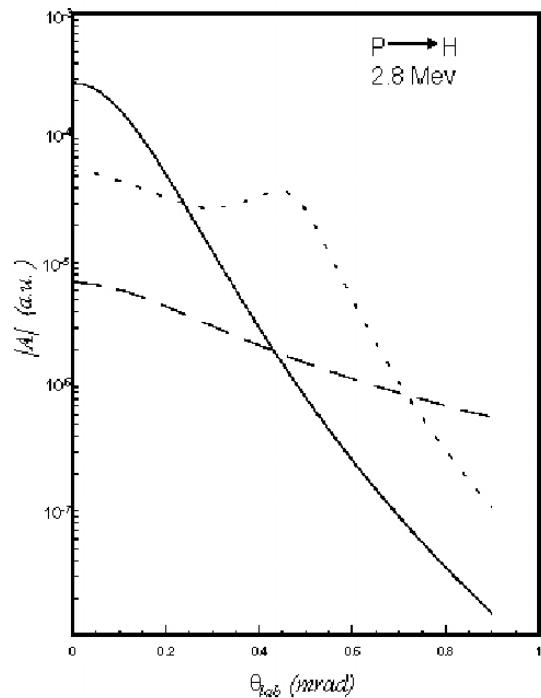
شکل ۲. دامنه های جزئی رباش الکترون در برخورد پروتون با اتم هیدرژن در گذار  $1s \rightarrow 1s$  به ازای انرژی فرودی  $2.8 \text{ MeV}$ ، خط ممتد:  $A_{B1}$ ، خط چین:  $A_e^{(2)}$ .



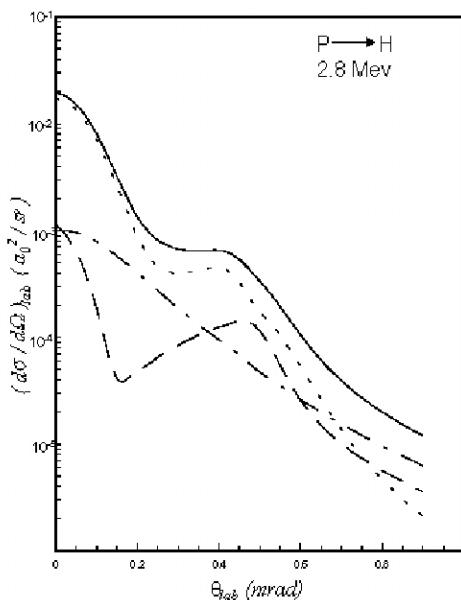
شکل ۱. دامنه های جزئی رباش الکترون در برخورد پروتون با اتم هیدرژن در گذار  $1s \rightarrow 1s$  به ازای انرژی فرودی  $2.8 \text{ MeV}$ ، خط ممتد:  $A_{B1}$ ، خط چین کوتاه:  $A_e^{(2)}$ ، خط چین بلند:  $A_n$ .



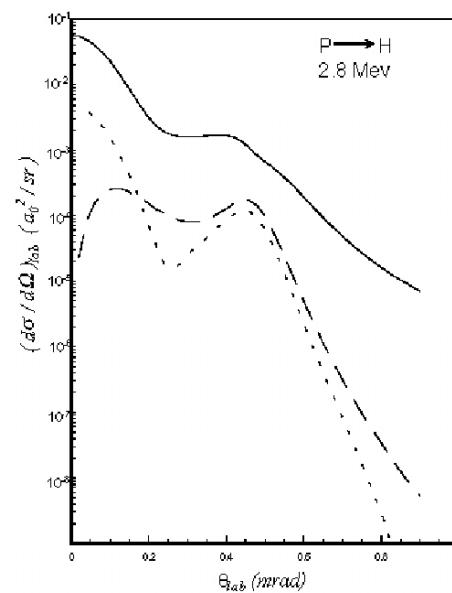
شکل ۴. دامنه های جزئی رباش الکترون در برخورد پروتون با اتم هیدرژن در گذار  $(1s \rightarrow 1s)^{\pm 2}$  به ازای انرژی فرودی  $2.8 \text{ MeV}$ ، خط ممتد:  $A_{B1}$ ، خط چین کوتاه:  $A_e^{(2)}$ ، خط چین بلند:  $A_n$ .



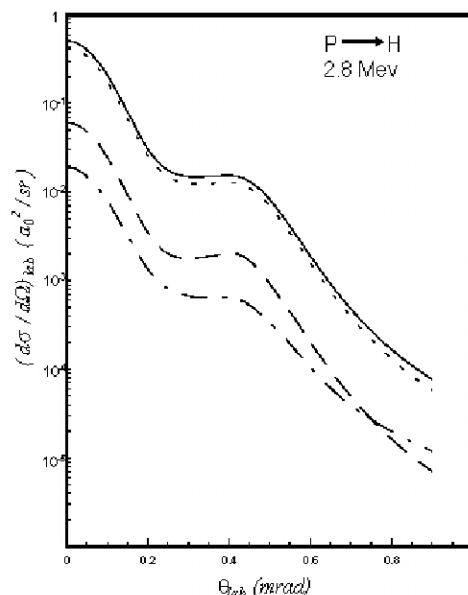
شکل ۳. دامنه های جزئی رباش الکترون در برخورد پروتون با اتم هیدرژن در گذار  $(1s \rightarrow 1s)^{\pm 1}$  به ازای انرژی فرودی  $2.8 \text{ MeV}$ ، خط ممتد:  $A_{B1}$ ، خط چین کوتاه:  $A_e^{(2)}$ ، خط چین بلند:  $A_n$ .



شکل ۶. سطح مقطع جزئی ریايش الکترون در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در گذار از حالت  $1s$  به حالت‌های  $1s$  و  $3p$  و  $3s$  و  $3d$  و مجموع آنها به ازای انرژی فرودی  $2/8$  MeV، خط ممتدا: مجموع، خط چین کوتاه:  $3s$ ، خط چین بلند:  $3p$  و خط چین کوتاه-بلند:  $3d$ .



شکل ۵. سطح مقطع جزئی ریايش الکترون در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در گذار از حالت  $1s$  به حالت‌های  $(0, 2, 0, 1, 0, 2)$  به ازای انرژی فرودی  $2/8$  MeV، خط ممتدا:  $(0, 2, 0, 1, 0, 2)$  خط چین کوتاه:  $(0, 1, 0)$  و خط چین بلند:  $(0, 1, 2)$ .



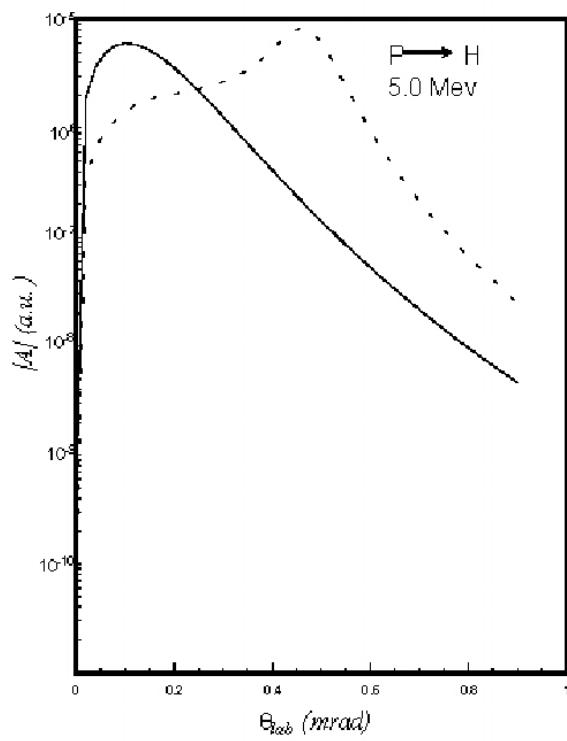
شکل ۷. سطح مقطع جزئی ریايش الکترون در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در گذار از حالت  $1s$  به مدارهای  $n=1$  و  $n=2$  و  $n=3$  و مجموع آنها به ازای انرژی فرودی  $2/8$  MeV، خط ممتدا: مجموع، خط چین کوتاه:  $n=1$ ، خط چین بلند:  $n=2$  و خط چین کوتاه-بلند:  $n=3$ .

گفت که در همه کانالهای واکنشی فقط حالت زمینه اتم هیدروژن است که باقی می ماند و سهم مربوط به گذار به حالت زمینه بسته به انرژی فرودی پرتابه بین ۱۰۰ تا ۸۵ دارد سطح مقطع گذار به همه حالتها را در بر دارد. نکته جالب توجه دیگر آنست که برای تمام گذارها قله توماس به وضوح در سطح مقطعها مشاهده می شود.

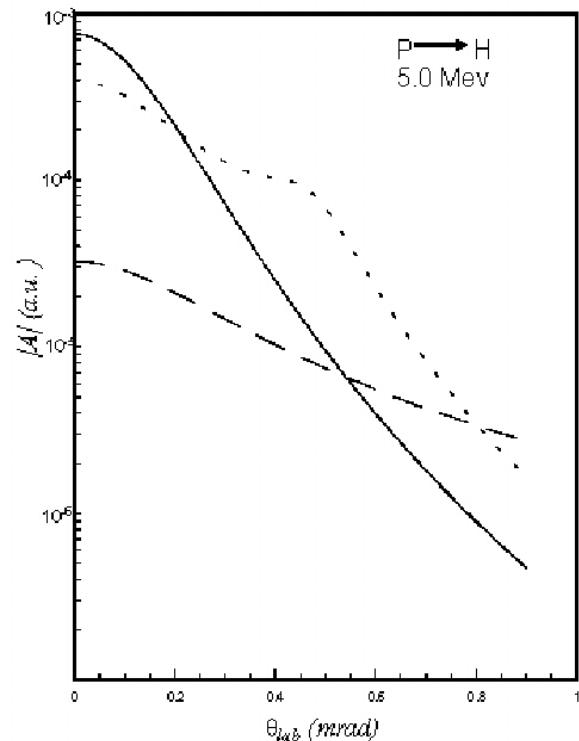
شکل‌های ۸ تا ۱۴ به ترتیب متناظر با شکل‌های ۱ تا ۷ به ازای انرژی فرودی  $5/0$  MeV است که بحث‌های ارائه شده در مورد آنها نیز صادق است.

در شکل ۱۵ سطح مقطع جزئی گذار به حالت  $1s$  یعنی  $d\sigma_{(s \rightarrow s)/d\Omega}_{lab}$  به ازای انرژی‌های  $2/8$  MeV و  $5/0$  MeV که به ترتیب متناظر با سرعت‌های  $10/6$  a.u. و  $14/1$  a.u. هستند با سطح مقطع جزئی گذار به همه حالتها در انرژی‌های مذکور مقایسه شده است.

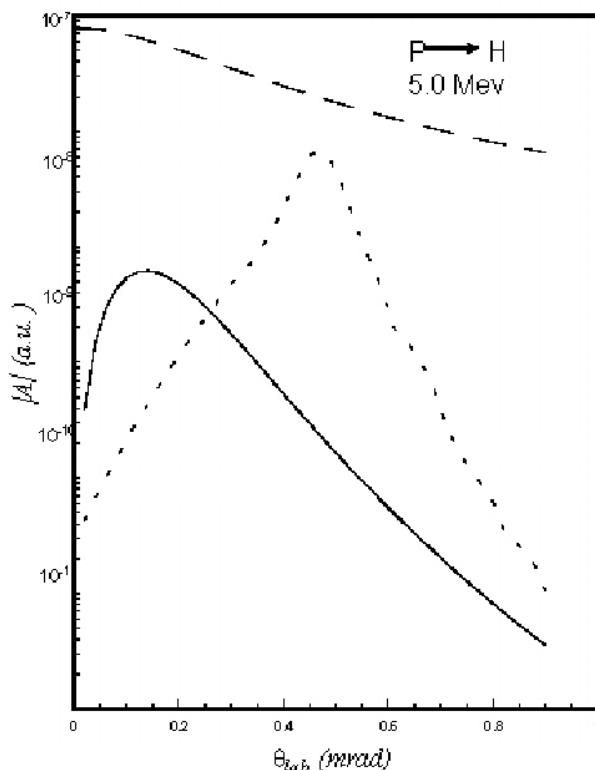
در نهایت در شکل ۱۶، مجموع سطح مقطعهای محاسبه شده به عنوان سطح مقطع گذار به همه حالتها با نتایج تجربی متناظر [۲۱] مقایسه شده است که توافق بسیار خوبی را نشان



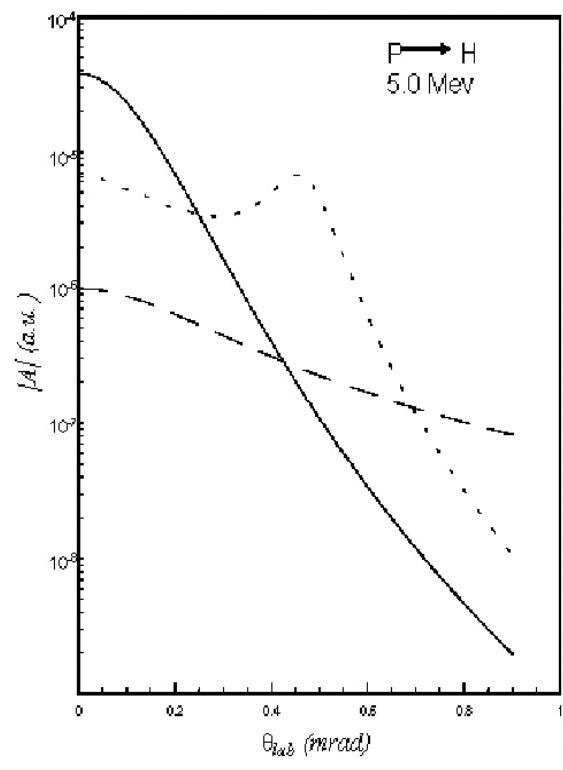
شکل ۹. همانند شکل ۲ به ازای انرژی فرودی ۵/۰ MeV



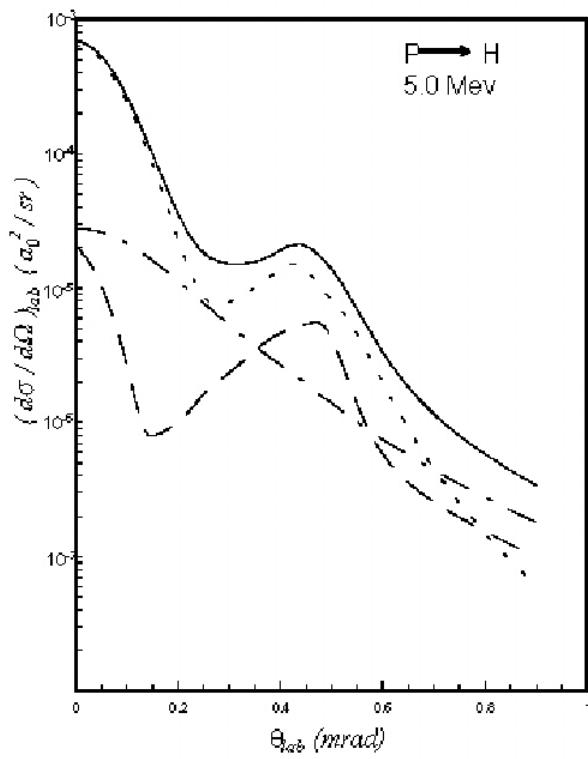
شکل ۸. همانند شکل ۱ به ازای انرژی فرودی ۵/۰ MeV



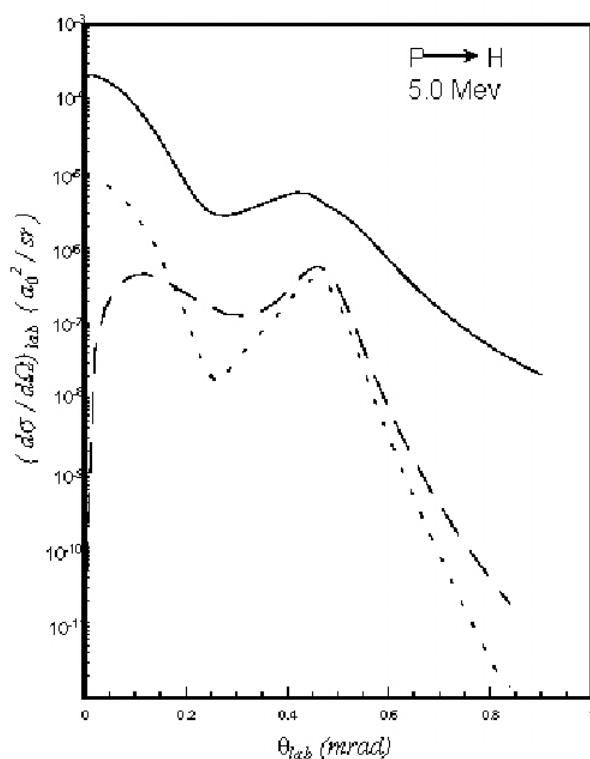
شکل ۱۱. همانند شکل (۴) به ازای انرژی فرودی ۵/۰ MeV



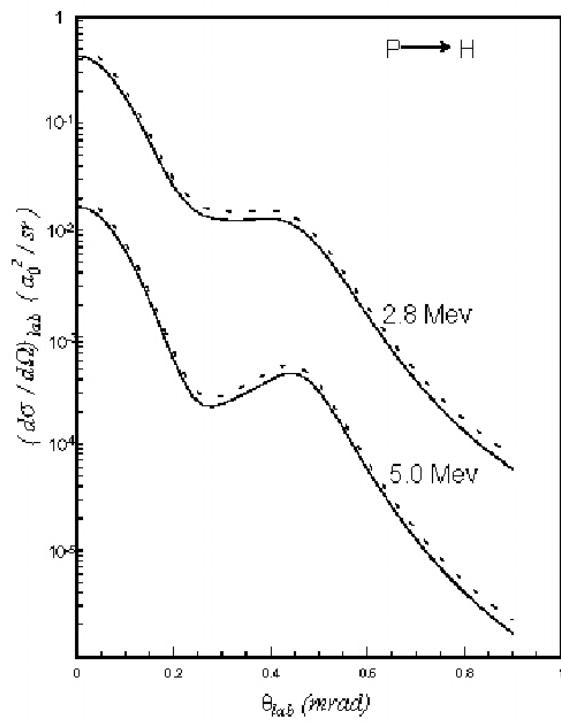
شکل ۱۰. همانند شکل ۳ به ازای انرژی فرودی ۵/۰ MeV



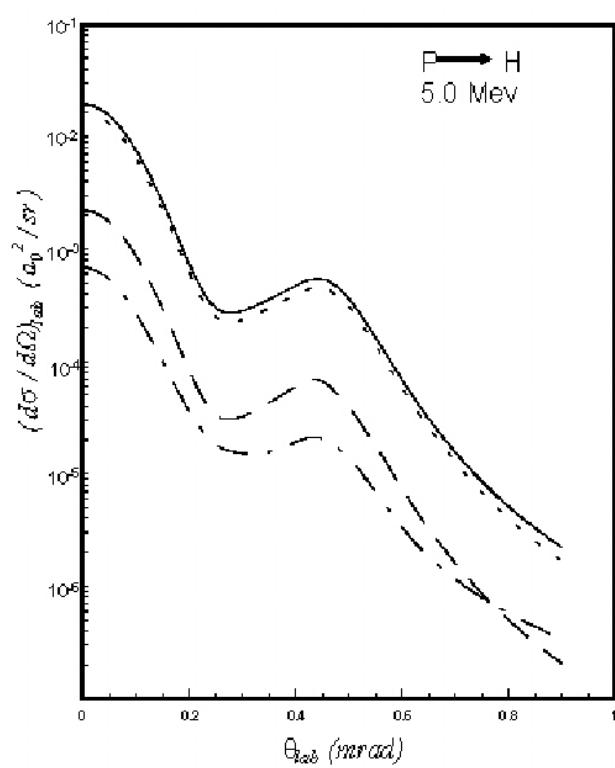
شکل ۱۳. همانند شکل ۶ به ازای انرژی فرودی .۵/۰ MeV



شکل ۱۴. همانند شکل ۷ به ازای انرژی فرودی .۵/۰ MeV



شکل ۱۵. مقایسه سطح مقطع جزئی گذار به حالت ۱s با سطح مقطع گذار به همه حالتها به ازای انرژیهای فرودی ۲/۸ MeV و ۵/۰ MeV، خط ممتدا: گذار به حالت ۱s، خط چین: گذار به همه حالتها.



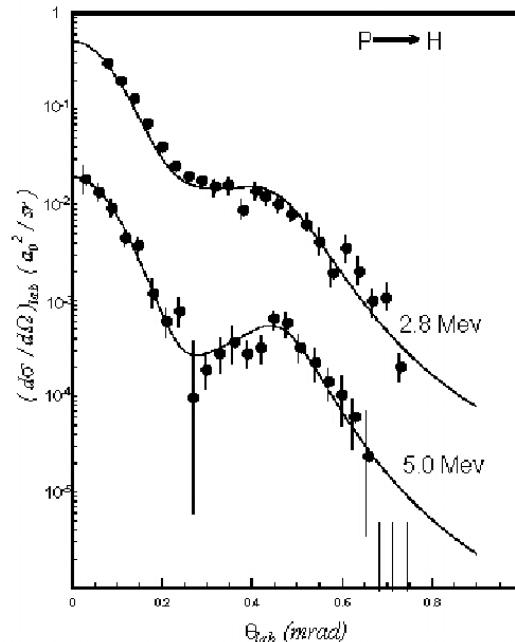
شکل ۱۶. همانند شکل ۷ به ازای انرژی فرودی .۵/۰ MeV

### ۵. جمعبندی

هدف اصلی این تحقیق به کارگیری رهیافت سه جسمی FWL به عنوان یک ابزار قوی و با ارزش برای محاسبه فرایند بازچینی در برخوردهای پرانرژی یون اتمی بوده است. در طول محاسبات از ماتریس‌های دو جسمی و روش‌های تحلیلی و عددی برای انجام محاسبات استفاده کردند. و به این روش جنبه‌های جالب فرایند ریاضیک الکترون را به طور تفصیلی بررسی کردند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که به طور کلی در زاویه‌های پراکنده‌گی نزدیک به صفر سطح مقطع گذار به حالت‌های  $s$  بزرگتر از سطح مقطع گذار به حالت‌های  $p$ ،  $d$  و سایر حالت‌های نوعی با  $n \neq l$  است، علاوه بر این گذار به مدار  $n$  در مقایسه با گذار  $n+1$  مهمتر و سهم آن بزرگتر است. به ویژه سطح مقطع گذار به حالت زمینه، بسیار بزرگتر از سطح مقطع گذار به سایر حالت‌هاست، و می‌توان آن را به طور تقریب معادل با سطح مقطع گذار به همه حالت‌ها در نظر گرفت. علاوه بر این نشان داده این که بسط مرتبه دوم عملگر در رهیافت فادیف برای ریاضیک الکترون در توافق عالی با داده‌های آزمایشگاهی برای برخورد پروتون-هیدروژن است.

### قدرتانی

نویسندهای از مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محاطی کرمان برای پشتیبانی مالی از این فعالیت تحقیقاتی تشکر می‌نمایند.



شکل ۱۶. مقایسه سطح مقطع جزئی گذار به همه حالت‌ها با نتایج تجربی متاتظیر به ازای انرژی‌های فرودی  $2/8$  MeV و  $5/0$  MeV نقاط: داده‌های تجربی، خط ممتدا: محاسبه. پاره‌خط‌های عمودی خطای اندازه گیری را در داده‌های تجربی نشان می‌دهند.

می‌دهد و بر خلاف آلسنون [۱۳]، ما معتقدیم که رهیافت FWL برای برخورد پروتون با هیدروژن نتایجی را پیشگویی می‌کند که در توافق عالی با داده‌های تجربی است.

### مراجع

13. S Alston, *Phys. Rev. A* **42** (1990) 331.
14. S Alston, *Phys. Rev. A* **54** (1996) 2011.
15. E Ghanbari Adivi, M. Sc. Thesis, Shahid Bahonar University (1995).
16. G V Avakov, A R Ashurov, L D Blokhintsev, A M Mukhamedzhanov and M V Poletayeva, *J Phys. B* **23** (1990) 2309s.
17. E O Alt, P Grassberger and W Sandhas, *Nucl. Phys. B* **2** (1967) 167.
18. E O Alt, A S Kadyrov and A M Mukhamedzhanov, *Phys. Rev. A* **60** (1999) 314; E O Alt, A S Kadyrov and A M Mukhamedzhanov, *Nucl. Phys. A* **684** (2001) 693c.
19. C J Joachain, *Quantum Collision Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1975).
20. L D Faddeev, *Sov. Phys. JETP* **12** (1961) 1014; K M Watson, *Phys. Rev.* **88** (1952) 1163; C Lovelace, *Phys. Rev.* **135** (1964) B1225.
21. H Vogt, R Schuch, E Justiniano, M Schulz and W Schwab, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 2256.
1. J R Oppenheimer, *Phys. Rev.* **31** (1928) 349.
2. H C Brinkman and H A Kramers, *Proc. Acad. Sci. (Amsterdam)* **33** (1930) 973.
3. J D Jackson and H Schiff, *Phys. Rev.* **89** (1953) 359.
4. R A Mapleton, *Proc. Phys. Soc. Lond.* **83** (1964) 895.
5. L H Thomas, *Proc. R. Soc.* **114** (1927) 561.
6. R M Drisko, Ph. D. thesis, Carnegie Institute of Technology (1955).
7. K Taulbjerg and J S Briggs, *J. Phys. B* **16** (1983) 3811.
8. I M Cheshire, *Proc. Phys. Soc. London* **84** (1964) 89.
9. Dz Belkic, R Gayet and A Salin, *Phys. Rep.* **56** (1979) 279.
10. Dz Belkic, S Saini and H S Taylor, *Z. Phys. D* **3** (1986) 59.
11. Dz Belkic, S Saini and H S Taylor, *Phys. Rev. A* **36** (1986) 59.
12. S Alston, *Phys. Rev. A* **27** (1983) 2342.