مجلة پژوهش فیزیک ایران، جلد ۹، شمارهٔ ۳، پاییز ۱۳۸۸

اثر غير يكنواختي طولي چگالي بر وجوه نوساني در حلقه‌هاي تاج خورشيد

ندا داداشي[۱] ، حسين صفري[۱] و سعداله نصيري[۱و۲]

۱. گروه فيزيك دانشگاه زنجان، كيلومتر ۵ جاده تبريز، زنجان
۲. مركز تحصيلات تكميلي در علوم پايه، جاده گاوازنگ، زنجان

(دریافت مقاله: ۱۳۸۶/۱۲/۷ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۸/۵/۱۲)

چكيده

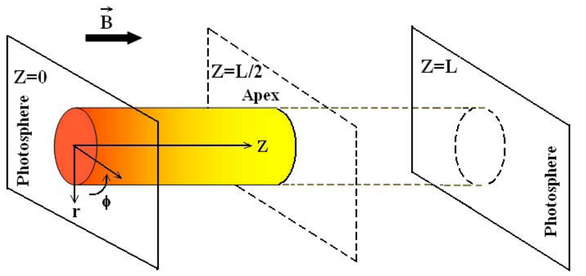
دراين مقاله اثرات چگالي غير يكنواخت طولي، بر روي وجوه نوساني كينك در حلقه‌هاي تاج خورشيد بررسي شده است. در اين جا با فرض يك رفتار نمايي براي چگالي طـولي، معادلة تحول حل شده و يك رابطة پاشندگي تحليلي استخراج شده است كه در توافق با محاسباتي است كه توسط اندريس و همكاران ۲۰۰۵ به صورت عددي انجام شـده اسـت. درحضور چگالي غير يكنواخت، اثرات ارتفاع مقياس منفي چگالي و جرم كل لوله، بر فركانسها و نسبت آنها بررسي شده و نماية دامنه‌ها و ميزان انحراف آنهـا از حالـت سينوسـي ساده به‌دست آمده است. ديده مي‌شود كه ميزان انحراف شكمها، نماية دامنه و نسبت فركانسها، از حالت سينوسي ساده به عنوان ابزارهايي جهت تخمين ارتفاع مقياس چگـالي در جو خورشيد به كار رفته است.

واژه‌هاي كليدي: تاج خورشيد، ميدان مغناطيسي، نوسانات

۱. مقدمه

فضاپیمای تریس[۱] اولـین نوسـانات حلقـه‌هـای تـاج خورشـید در دمای 10^{6} K را در ناحیهٔ طیفی فرابنفش ($171\ \text{A}^\circ$) ثبـت نمـوده اســـت [۳]. اشـــواندن و همکـــارانش[۴] و ناکاریـــاکف و همکـارانش[۱۶]، بـا اسـتفاده از معـادلات مغناطوهیـدرودینامیک (MHD) که به بررسی امواج در یک لولهٔ شارهٔ مغناطیده می‌پردازد، نوسانات عرضی حلقه‌های تاج را بررسـی نمـوده‌انـد. ایـشان ایـن نوسانات را به شکل وجوه کینک ساکن سـریع در حالـت پایـه در نظر گرفته‌اند [۱۲]. سپس وانگ و همکارانش وجوه سـاکن آرام را نیز در حلقه‌های تاج کشف نمودند[۲۳]. اخیراً با اندازه‌گیـری دوره تناوب نوسانات، یک مدل واقعی‌تر از سـاختار چگـالی تـاج ارائـه داده‌انـد[۲۲]. در طـی ایـن تلاشـها نظریـهٔ مغناطوهیـدرودینامیک پیشرفت شایانی نموده است به طوری که امروزه مـی‌تـوان گفـت عملا در توصیف حلقه‌های تاج خورشید بسیار کارآمد اسـت. بـه عنوان مثـال وندورسـلائر و همکـارانش بـه کمـک ایـن نظریـه، لوله‌های شارهٔ مغناطیده خمیده را بررسی کـرده‌انـد [۲۰]. بنـت و همکاران [۵] و اردلی وفدان [۱۳] به کمک ایـن نظریـه میـدانهای مغناطیسی پیچیده و تابیده را بررسی نمـوده‌انـد. افـراد دیگـری از جمله دیاز و رابرتس، اندریس و همکـاران، دایمـووا و رودرمـن، مک اوین و همکاران، داناللی و همکاران همگی به بررسی اثـرات متفـاوت چگـالی متغییـر طـولی بـر نوسـانات حلقـه‌هـای تـاج پرداختـــه‌انـــد [۱و۲و۶ و۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۷]. اخیـــراً وندورسلائر، ناکاریاکف و ورویخت برای تحلیل داده‌های تریس، از روشی به نام لرزه شناسی حلقه‌های تاج اسـتفاده نمـوده‌انـد تـا بتوانند شاخصه‌های فیزیکی مربوط به این مشاهدات را به دسـت

۱. TRACE



شکل ۱. لولۀ شاره به طول L و شعاع R که در میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B}=B\hat{z}$ قرار گرفته است و دارای چگالی غیر یکنواخت می‌باشد. در این تصویر نیمی از طول لوله نمایش داده شده است.

آورند [۲۱]. این روش براساس معادلات مغناطوهیدرودینامیک و هارمونیکهای نوسانات عرضی پی ریزی شده است. آنها ارتفاع مقیاس در این حالت را دو برابر حالت هیدروستاتیکی به دست آوردند. دایمووا و رودرمن محاسبات مربوط به معادلات (MHD) برای فیبرهای مغناطیده در حضور چگالی غیر یکنواخت طولی را ساده سازی نمودند [۹]. در نهایت یک معادلۀ اشتروم–لیویل ویژه مقداری به دست آوردند[۱۰]. اردلی و ورت با روشی مشابه دریافتند که نمایۀ دامنه‌های نوسان در اثر حضور چگالی غیریکنواخت، انحراف پیدا می‌کنند و میزان این انحراف رامحاسبه نمودند [۱۴]. دایمووا و رودرمن تأثیر شکل هندسی حلقه‌های تاج بر روی نسبت دوره تناوب اولین حالت برانگیخته به حالت پایه را بررسی نمودند[۱۱]. صفری و همکاران از معادلات مغناطوهیدرودینامیک به معادلۀ دیفرانسیل پاره‌ای درجۀ دوم برای $\delta B_z(r,z)$ رسیدند[۱۹]. یافته‌های آنها در تقریب لوله‌های باریک در توافق با کار دایمووا و رودرمن می‌باشد [۱۰].

در این جا لولۀ شاره‌ای مغناطیده با چگالی غیر یکنواخت در نظر گرفته شده است. با فرض یک فرم نمایی و کاهنده برای چگالی، جوابی تحلیلی برای مولفۀ طولی $\delta B_z(r,z)$ به دست آمده است. نمایۀ دامنه‌ها، اختلاف آنها و نسبت دوره تناوبها ($p_1/p_n\ ,n=2,3,\ldots$) در دو حالت چگالی یکنواخت و غیریکنواخت مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش دوم مدل و معادلات حرکت و شرایط مرزی بیان می‌شوند. بخش سوم شامل روابط پاشندگی و حل آن می‌باشد. نتایج به دست آمده در بخش چهارم ارائه می‌گردد.

۲. مدل و معادلات حرکت

برای بررسی لوله‌های تاج خورشید از مدل مغناطوهیدرودینامیک خطی شده (MHD) استفاده می‌گردد. استوانه‌ای متقارن به شعاع R و طول L را در دستگاه مختصات استوانه‌ای (r,ϕ,z) در نظر می‌گیریم. به طوری که دو انتهای آن در شیدسپهر قرار داشته باشند. از خمیدگی لوله صرف نظر می‌شود. فرض می‌شود که لوله هیچ جریان اولیه‌ای نداشته باشد و میدان مغناطیسی موازی با محور z باشد ($\vec{B}=B\hat{z}$). در این حالت با تقریب بسیار خوبی می‌توان از فشار گاز در پلاسما صرف نظر نمود و فقط فشار مغناطیسی را به حساب آورد. به این حالت، تقریب پلاسمای سرد ($\beta=0$) می‌گویند. از اثرات گرانشی و نیروهای وشکانی و مقاومتی نیز صرف نظر می‌نماییم (شکل ۱).

چگالی در راستای طول لوله غیر یکنواخت و در راستای شعاعی بر روی مرز لوله به شکل یک تابع ناپیوسته و پله‌ای است.

$$\rho(r,\varepsilon,z)=\begin{cases}\rho_i(\varepsilon)f(\varepsilon,z), & r<R\\ \rho_e(\varepsilon)f(\varepsilon,z), & r>R\end{cases} \qquad (1)$$

$$f(\varepsilon,z)=\exp(-\frac{\varepsilon z}{L}),\quad 0\le z\le L/2 \qquad (2)$$

$\rho_i(\varepsilon)$ و $\rho_e(\varepsilon)$ چگالیهای داخل و خارج لوله هستند. $\varepsilon=L/H$ پارامتر ارتفاع مقیاس چگالی و $f(\varepsilon,z)$ تابع غیریکنواختی چگالی می‌باشد. به این ترتیب معادلات خطی شده مغناطوهیدرودینامیک به شکل زیر خلاصه می‌گردد.

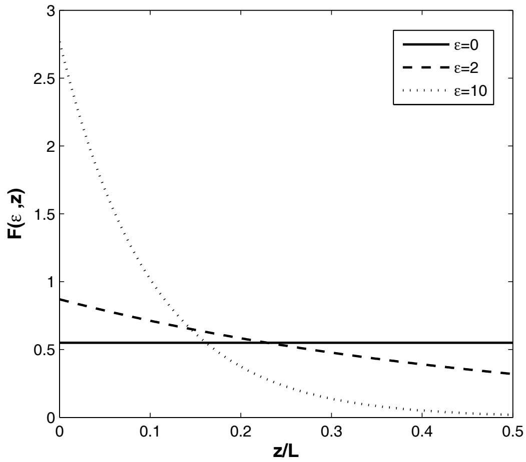
(۳) معادلۀ پیوستگی
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}.(\rho\delta\vec{v})=0,$$

(۴) معادلۀ پایستگی تکانه
$$\frac{\partial\delta\vec{v}}{\partial t}=\frac{1}{4\pi\rho}(\vec{\nabla}\times\delta\vec{B})\times\vec{B},$$

(۵) معادلۀ القایی
$$\frac{\partial\delta\vec{B}}{\partial t}=\vec{\nabla}\times(\delta\vec{v}\times\vec{B}),$$

(۶) شرط عدم حضور تک قطبی مغناطیسی
$$\vec{\nabla}.\delta\vec{B}=0,$$

به طوری که $\delta\vec{v}$ و $\delta\vec{B}$ به ترتیب اختلالات اویلری سرعت و میدان مغناطیسی می‌باشند. برای هر یک از این مولفه‌ها یک وابستگی سمتی φ و یک وابستگی زمانی t به صورت $\exp[-i(m\varphi-\omega t)]$ در نظر گرفته‌ایم به طوری که m عدد موج سمتی و ω فرکانس نوسانات می‌باشد. با استفاده از معادلات بالا به دو معادلۀ دیفرانسیل پاره‌ای برای δB_z و δV_r می‌رسیم



شکل ۲. تغییرات $F(\varepsilon,z)$ برای مقادیر مختلف ε در طول لوله رسم شده است.

(برای مشاهدهٔ جزئیات محاسبات به کرمی و همکاران و صفری و همکاران مراجعه کنید [۱۵و ۱۸و ۱۹]). با حذف δV_r از این دو معادلهٔ دیفرانسیل، به یک معادلهٔ موج برای δB_z به شکل زیر می‌رسیم.

$$\left(\frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}-\frac{m^{2}}{r^{2}}+\frac{\omega^{2}}{v_A^{2}}\right)\delta B_z=0, \qquad (۷)$$

به طوری که سرعت آلفن موضعی، $v_A(z)=B/\sqrt{4\pi\rho(z)}$، به خاطر وابسته بودن به چگالی در داخل و خارج لوله مقادیر متفاوتی خواهد داشت.

با حل معادلهٔ (۷)، δB_z به دست می‌آید. سپس با استفاده از چهار معادله دیگر، سایر مولفه‌های اختلالی سرعت و میدان مغناطیسی محاسبه می‌شوند. معادله (۷)، با استفاده از جدا سازی متغیرها در تقریب لوله باریک به یک معادلهٔ اشتروم-لیوویل تبدیل می‌گردد.

$$\frac{d^{2}Z(z)}{dz^{2}}+\frac{4\pi\omega^{2}}{B^{2}}F(\varepsilon,z)Z(z)=0, \qquad 0\le z\le L/2 \qquad (۸)$$

به طوری که ω فرکانس سیستم در حضور چگالی غیر یکنواخت طولی و $F(\varepsilon,z)=\frac{\rho_i(\varepsilon)+\rho_e(\varepsilon)}{2}f(\varepsilon,z)$ می‌باشد.

۳. روابط پاشندگی

اشواندن و همکاران بر روی ۳۰ حلقه در ناحیه فرابنفش تحقیقاتی را انجام دادند و دریافتند که با تقریب خوبی می‌توان مدل چگالی غیر یکنواخت طولی و نمایی را برای چگالی این حلقه‌ها درنظر گرفت [۴]. اندریس و همکارانش، یک تابع نمایی سینوسی را برای چگالی به صورت $f(\varepsilon,z)=\exp(-\frac{\varepsilon}{\pi}\sin(\frac{\pi z}{L}))$ پیشنهاد دادند که درآن $\varepsilon=L/H$، H، L به ترتیب پارامتر ارتفاع مقیاس، ارتفاع مقیاس و طول لوله می‌باشند [۱و۲]. می‌دانیم که نوسانات یک ریسمان به طول L با دو سر بسته، همانند نوسانات یک ریسمان به طول $L/2$ با یک انتهای باز و یک انتهای بسته است. در این مقاله نصف لوله با چگالی نمایی به صورت $f(\varepsilon,z)=\exp(-\frac{\varepsilon z}{L})$ در نظر گرفته شده است. در شکل ۲ تابع $f(\varepsilon,z)$ به ازای مقادیر مختلف ε رسم گردیده است.

فرض می‌شود که جرم کل لوله‌ها، $\mu_{i,e}$، مستقل از ε باشد،

$$\frac{\mu_i}{2\rho_i(\varepsilon)}=\frac{\mu_e}{2\rho_e(\varepsilon)}=\int_0^{L/2}f(\varepsilon,z)dz=\frac{L}{2}\left[1-\exp\left(-\frac{\varepsilon}{2}\right)\right], \qquad (۹)$$

در این صورت حل تحلیلی معادلهٔ (۸) به صورت زیر خواهد بود.

$$Z(z)=c_1J_0\left(E(\omega)e^{-\varepsilon z/2}\right)+c_2Y_0\left(E(\omega)e^{-\varepsilon z/2}\right), \qquad (۱۰)$$

به صورتی که c_1 و c_2 ضرایب ثابت، $E(\omega)=\frac{2\omega}{\varepsilon}\sqrt{\frac{\rho_i(\varepsilon)+\rho_e(\varepsilon)}{2}}$ و J و Y به ترتیب توابع بسل مرتبهٔ اول و مرتبهٔ دوم‌اند.

شرایط مرزی برای وجوه فرد و زوج به شکل زیر می‌باشند.

$$\begin{cases}Z(z=0)=0,\\ Z'(z=L/2)=0,\end{cases} \qquad (۱۱)\ \text{وجوه فرد}$$

$$\begin{cases}Z(z=0)=0,\\ Z(z=L/2)=0,\end{cases} \qquad (۱۲)\ \text{وجوه زوج}$$

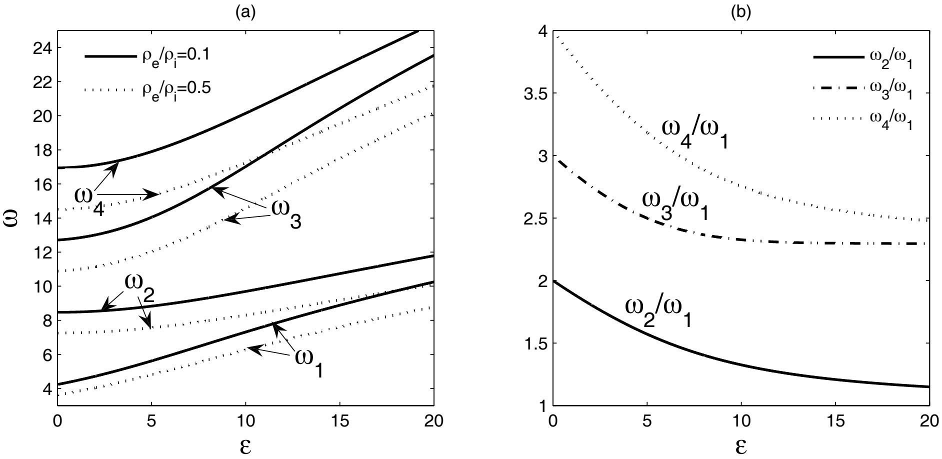
معادلهٔ (۱۰) به کمک شرایط مرزی (۱۱) و (۱۲) نتیجه می‌دهد،

$$c_1=Y_0(E(\omega))/N(\omega),\quad N(\omega)=\sqrt{J_0^{2}(E(\omega))+Y_0^{2}(E(\omega))}, \qquad (۱۳)$$

$$c_2=J_0(E(\omega))/N(\omega). \qquad (۱۴)$$

با استفاده از این ضرایب رابطهٔ پاشندگی برای وجوه فرد و زوج به ترتیب به دست می‌آیند،

$$\begin{aligned}&-Y_0(E(\omega))J_1(E(\omega)e^{-\varepsilon/4})\\ &+Y_0(E(\omega))J_1(E(\omega)e^{-\varepsilon/4})=0,\end{aligned} \qquad (۱۵)\ \text{فرد}$$



شکل ۳. (a) با افزایش $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$، فرکانسها به سمت پایین جابه‌جا می‌شوند. (b) منحنی نسبت فرکانسها از n شروع می‌شود و با افزایش ε کاهش می‌یابند. تغییرات $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$ بر نسبت فرکانسها، ω_n/ω_1، بی‌تأثیر هستند.

$$-Y_{0}(E(\omega))J_{0}(E(\omega)e^{-\varepsilon/4}) +Y_{0}(E(\omega))J_{0}(E(\omega)e^{-\varepsilon/4}) = 0, \quad \text{(۱۶) زوج}$$

دیاز و رابرت نیز رابطه مشابهی را برای وجوه آهسته به دست آورده‌اند [۸]. در ادامه به حل تحلیلی معادلات (۱۵) و (۱۶) در حد εهای کوچک می‌پردازیم و سپس برای εهای دلخواه، حل عددی این دو معادله ارائه می‌شود.

۳. ۱. حل تحلیلی برای حالت مربوط به غیریکنواختی بسیار کوچک

در این حالت $\varepsilon << 1$ می‌باشد و در نتیجه آرگومان داخل تابع بسل خیلی بزرگ می‌گردد و می‌توان از بسطهای مربوطه به شکل زیر استفاده کرد.

$$J_n(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left\{cos(z-\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{4})+e^{|I_z|}O(|z|^{-1})\right\},$$
$$Y_n(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left\{sin(z-\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{4})+e^{|I_z|}O(|z|^{-1})\right\}, \quad (۱۷)$$

با استفاده از معادلات (۱۵) تا (۱۷) داریم

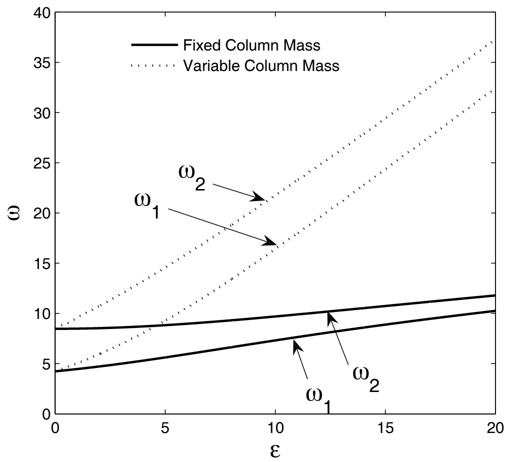
$$\omega_n=\frac{n\pi B}{L}\sqrt{\frac{1}{2\pi(\rho_i(0)+\rho_e(0))}}+O(\varepsilon^2)\ ,n=1,2,... \quad (۱۸)$$

همان طور که انتظار داریم در حد $\varepsilon \to 0$، ω_n به همان فرکانسهای سریع کینک برای حلقه‌های همگن تبدیل می‌شود [۱۲و ۱۹]. در این حالت نسبت فرکانس اولین هارمونیک به فرکانس حالت پایه دقیقا برابر ۲ می‌باشد.

۳. ۲. حل عددي

با استفاده از روش نیوتن رافسون به حل معادلات (۱۵) و (۱۶) می‌پردازیم. به ازای پارامترهای ارتفاع مقیاسی که در محدودهٔ $0 \le \varepsilon = L/H \le 20$ قرار بگیرند، به ترتیب فرکانس پایه و سه هارمونیک بعدی و نسبت آنها را بر حسب تابعی از ε، به ازای $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon) = 0/1$ و ۰/۵ به دست آمده است (شکل ۳). همان طور که در شکل می‌بینیم با افزایش $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$، فرکانسها به سمت پایین جابه جایی می‌شوند. اما این جابه‌جایی به شکلی است که نسبت فرکانسها، ω_n/ω_1، ثابت می‌مانند. منحنی نسبت فرکانسها از n شروع می‌شود و با افزایش ε، کاهش می‌یابد.

اندریس و همکارانش نشان دادند که نسبت هارمونیکها می‌تواند به عنوان ابزاری در جهت لرزه شناسی تاج خورشید به کار رود و به کمک آن می‌توان به ارتفاع مقیاس چگالی پی برد و نهایتاً ساختار چگالی در تاج را به دست آورد [۱و۲]. وورویخت و همکارانش با استفاده از داده‌های تریس، نسبت فرکانس اولین هارمونیک به حالت پایه را به ترتیب برای دو حلقهٔ D و C برابر با ۱/۶۴ و ۱/۸۱ به دست آوردند [۲۲]. سپس وندورس و ناکاریاکاف و وورویخت بر روی همین داده‌ها بازنگری انجام دادند و با دقت بسیار بیشتری نسبت مذکور را برای همان حلقه‌های D و C به ترتیب برابر با ۱/۵۸



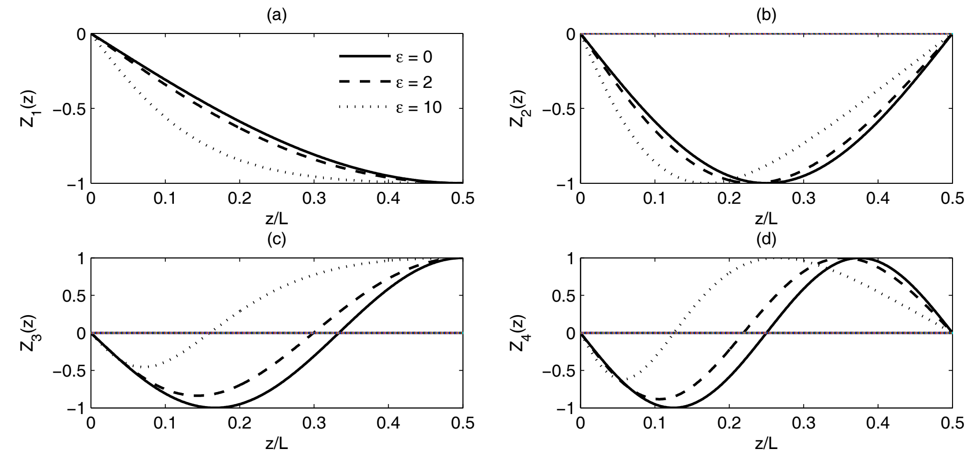
شکل ۴. برای یک لوله با جرم کل متغیر، با افزایش ε، فرکانسها با شیب بسیار بیشتری نسبت به حالت جرم کل ثابت افزایش می‌یابند اما نسبت فرکانسها، P_1/P_2، در این دو حالت با هم تفاوتی ندارد.

و ۱/۸۲ محاسبه نمودند [۲۱]. با استفاده از شکل ۳ مقادیر پارامتر ارتفاع مقیاس، ε، برای این دو حلقه به ترتیب برابر با ۴/۹۸ و ۱/۹ به دست می‌آید. برای لوله‌های تاج که طولشان بین ۱۰۰ تا ۴۰۰ مگامتر است، ارتفاع مقیاس به ترتیب در محدودهٔ $H \approx$ ۲۰–۸۲ و ۲۱۰–۵۳ مگامتر قرار می‌گیرد. این مقادیر ارتفاع مقیاس، تفاوت کوچکی با یافته‌های اندریس و همکاران و صفری و همکاران دارد [۱و۲و۱۹]. به نظر می‌آید که این اختلاف ریشه در انتخاب شکل هندسی لوله‌ها و فرم انتخابی چگالی داشته باشد.

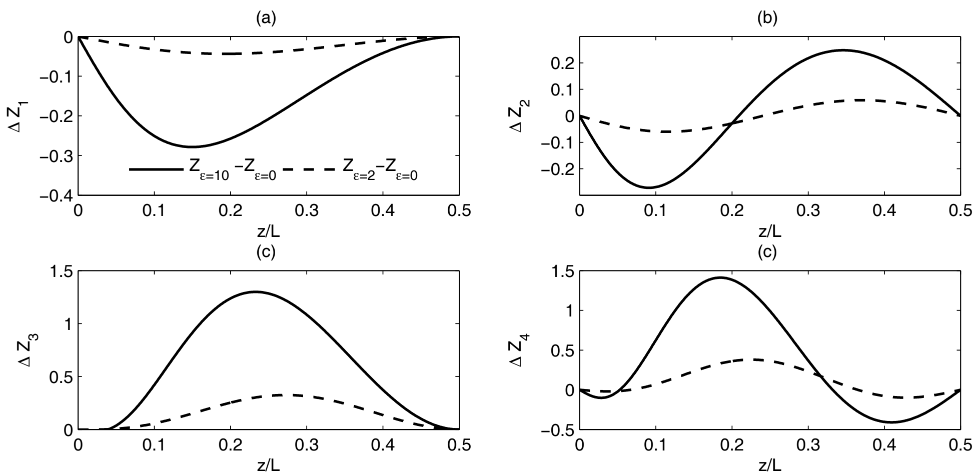
در ادامه تأثیر متغیر بودن جرم کل لوله را بر روی فرکانسها بررسی نموده‌ایم. در شکل ۴ به ازای ضریب تفاوت چگالی پایه در داخل و خارج لوله، $\rho_e / \rho_i =$ ۰/۱، فرکانسهای پایه و اولین هارمونیک و نمایهٔ دامنه‌های مربوطه را برای دو حلقه مشابه که یکی از آنها دارای جرم کل ثابت و دیگری دارای جرم کل متغیر است، مقایسه می‌نماییم. نتایج نشان می‌دهند که نمایهٔ دامنه‌ها در این دو حالت (یکی جرم کل ثابت و دیگری جرم کل متغیر) یکسان می‌باشند اما فرکانسها کمی متفاوت‌اند. در شکل ۴ دیده می‌شود که برای یک لوله با جرم کل متغیر، با افزایش ε، فرکانسها با شیب بسیار بیشتری نسبت به حالت جرم کل ثابت افزایش می‌یابند. از دیگر نکات جالب توجه این است که هرچند فرکانسها در این دو حالت با هم متفاوت‌اند اما نسبت فرکانسها، P_1/P_2، در این دو حالت به خوبی ثابت می‌ماند.

در شکل ۵ نمایهٔ دامنه‌های مربوط به مولفه z از نوسانات عرضی یک نیم لوله شاره درتاج خورشید، معادلهٔ (۱۰)، را برای $l = 1,2,3,4$ رسم نموده‌ایم. در حالتی که چگالی در طول لوله یکنواخت باشد یعنی $\varepsilon = 0$، و ρ_e و ρ_i نیز مقادیری ثابت داشته باشند، نمایهٔ دامنه‌ها همانند منحنی سینوس ظاهر می‌شوند. با افزایش ε، نمایهٔ دامنه‌ها از حالت سینوسی فاصله می‌گیرند و شکمها به سمت سطوح پایه در شیدسپهر[1] حرکت می‌کنند به طوری که هر چه غیریکنواختی چگالی بیشتر باشد، میزان انحراف از حالت سینوسی هم بیشتر می‌گردد. نتایج حاصل در توافق با نتایج صفری و همکاران و ورت و همکاران می‌باشد. میزان انحراف شکمها از حالت سینوسی در نمودارهای نمایهٔ دامنه، یک ابزار جدید جهت تخمین زدن ارتفاع مقیاس چگالی در لوله‌های تاج می‌باشد. نتایج محاسبات ما نشان می‌دهند که به ازای یک مقدار ثابت ε، با تغییر ضریب تغییر چگالی در داخل و خارج لوله، $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$، شکل نمایهٔ دامنه‌ها هیچ تغییری نمی‌کنند. اختلاف بین نمایهٔ دامنه‌ها در حالات چگالی یکنواخت و غیر یکنواخت، $\Delta Z_l = Z_l(\varepsilon, z) - Z_l(\varepsilon = 0, z)$، $l = 1,2,3,4$

۱. Photosphere



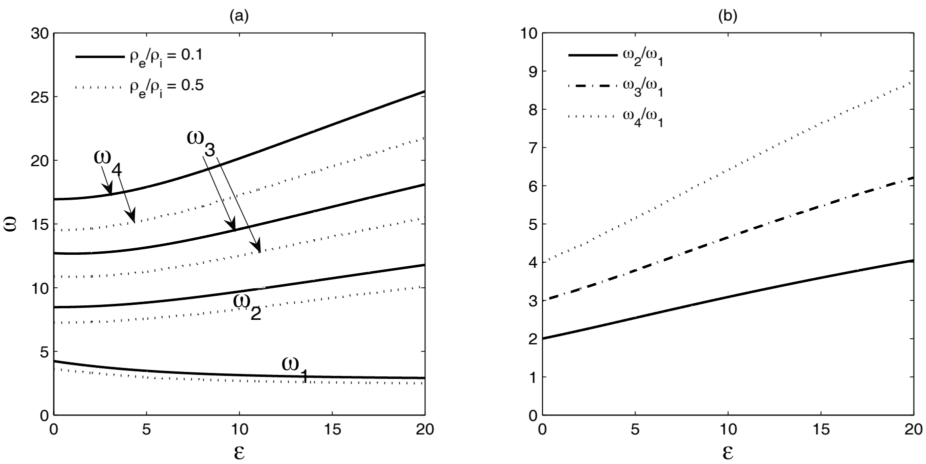
شکل۵. نمایهٔ دامنه‌های، $Z_l(z)$، .مربوط به ارتفاع مقیاسهای مثبت، $f(\varepsilon,z)=\exp(-\frac{\varepsilon z}{L})$، به ترتیب برای (a) $l=۱$ و (b) $l=۲$ و (c) $l=۳$ و (d) $l=۴$ رسم شده‌اند. خطوط پیوسته، تیره دار و نقطه چین به ترتیب نمایانگر $\varepsilon=۰$، $\varepsilon=۲$ و $\varepsilon=۱۰$ می‌باشند. با افزایش ε، نمایهٔ دامنه‌ها از حالت سینوسی فاصله می‌گیرند و شکمها به سمت سطوح پایه در شیدسپهر حرکت می‌کنند.



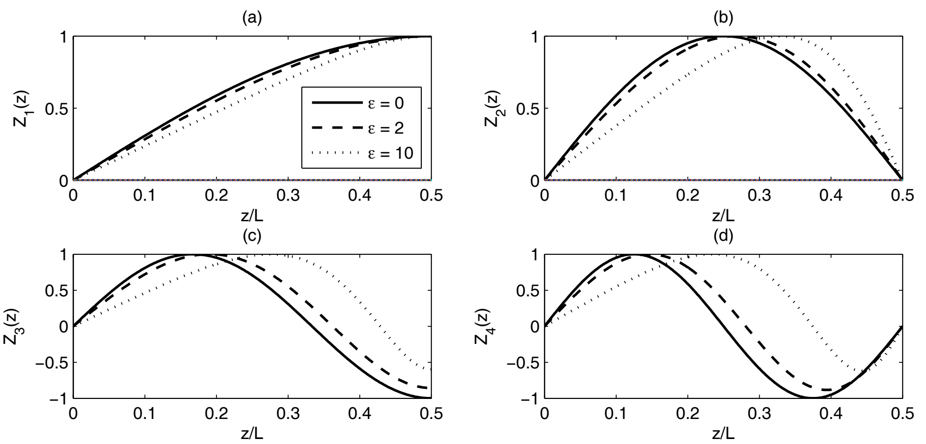
شکل ۶. اختلاف بین نمایهٔ دامنه‌ها در حالات چگالی یکنواخت و غیر یکنواخت، $l=۱,۲,۳,۴$، $\Delta Z_l = Z_l(\varepsilon,z)-Z_l(\varepsilon=۰,z)$، به ازای ارتفاع مقیاسهای مثبت به ترتیب در شکلهای (a) تا (d) نمایش داده شده است.

در شکل۶ رسم شده‌اند. اردلی و ورت در ۲۰۰۷ نشان دادند که مقادیر این انحرافها درنمایهٔ دامنه خیلی کوچک‌اند و توسط تجهیزات امروزی تریس در ناحیه فرابنفش قابل آشکارشدن نیستند.

فاکتور دیگری که در این مقاله به بررسی آن پرداخته‌ایم ارتفاع مقیاسهای منفی می‌باشد که اولین بار در کاراندریس و همکاران آمده است. در این حالت چگالی در وسط لوله‌های تاج بیشتر از چگالی سطوح پایه لوله در شیدسپهر می‌باشد. به همین دلیل ما فرم چگالی را به صورت $f(\varepsilon,z)=\exp(\frac{\varepsilon z}{L})$ در نظر می‌گیریم و معادلهٔ (۸) را دوباره حل می‌نماییم تا به ویژه فرکانسها و ویژه تابعهای جدید برسیم. در شکل ۷ فرکانسها، $\omega_n, n=۱,۲,۳,۴$، و نسبت آنها را بر حسب تابعی از ε به ازای دو مقدار مختلف ضریب تفاوت چگالی داخل و خارج لوله، $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)=$ ۰/۱، ۰/۵، رسم نموده‌ایم. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$ فرکانسها به سمت پایین جا به جا می‌شوند اما نسبت فرکانسها، ω_n/ω_1، بدون تغییر باقی می‌ماند. برای هارمونیکهای بالاتر (nهای بزرگ تر) مقدار این



شکل ۷. فرکانسها، $\omega_n, n=1,2,3,4$، و نسبت آنها به ترتیب در شکلهای (a) و (b) بر حسب تابعی از ε به ازای دو مقدار مختلف ضریب تفاوت چگالی داخل و خارج لوله، $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)=0.1, 0.5$، به ازای ارتفاع مقیاسهای منفی، رسم شده است. با افزایش $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$ فرکانسها به سمت پایین جا به جا می‌شوند اما نسبت فرکانسها، ω_n/ω_1، بدون تغییر باقی می‌ماند.



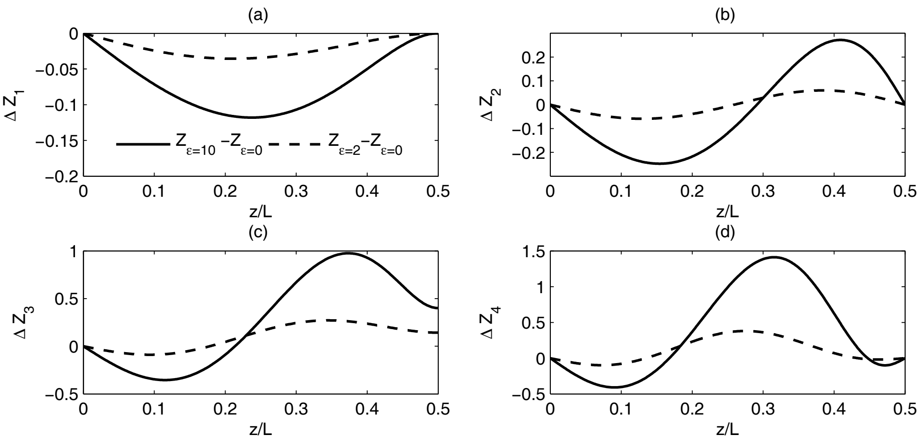
شکل ۸. نمایهٔ دامنه‌های، $Z_l(z)$، مربوط به ارتفاع مقیاسهای منفی، $f(\varepsilon,z)=\exp(\frac{\varepsilon z}{L})$، به ترتیب برای (a) $l=1$ و (b) $l=2$ و (c) $l=3$ و (d) $l=4$ رسم شده‌اند. خطوط پیوسته، تیره دار و نقطه چین به ترتیب نمایانگر $\varepsilon=0$، $\varepsilon=2$ و $\varepsilon=10$ می‌باشند.

جا به جایی بیشتر است. در شکل ۷ قسمت (a) دو رژیم مختلف برای ω_1 و ω_nها دیده می‌شود به عنوان تابعی از ε دیده می‌شود: فرکانس پایه، ω_1، با افزایش پارامتر ارتفاع مقیاس کاهش می‌یابد در حالی که‌هارمونیکهای بالاتر یعنی ω_nها با افزایش ε افزایش می‌یابند. نسبت فرکانسها، ω_n/ω_1، نیز از n شروع شده و با افزایش ε افزایش می‌یابد.

نمایهٔ دامنه‌های مربوط به حالت ارتفاع مقیاس منفی و انحراف آنها از حالت سینوسی یکنواخت به ترتیب در شکلهای ۸ و ۹ دیده می‌شوند. با افزایش ε نمایهٔ دامنه‌ها هر چه بیشتر از حالت سینوسی فاصله می‌گیرند و شکمها به سمت مرکز لوله منحرف می‌شوند.

۴. نتیجه‌گیری

ساختار دقیق و سه بعدی لوله‌های تاج خورشید هنوز از لحاظ تحلیلی دقیقا مشخص نشده است و مدلهای پیشنهادی تا به امروز از موفقیت بسیار کمی در توصیف دقیق دینامیک و رفتار این لوله‌ها برخوردار بوده‌اند. مطالعهٔ دقیق پارامترهایی چون سطح مقطع متغیر، وابستگیهای فضایی میدان مغناطیسی در طول



شکل ۹. اختلاف بین نمایهٔ دامنه‌های با چگالی یکنواخت و غیر یکنواخت، $\Delta Z_l(z)$، برای وجه پایه و هارمونیکهای اول تا سوم به ترتیب در شکلهای (a) تا (d) برای ارتفاع مقیاسهای منفی، $f(\varepsilon,z)=\exp(\frac{\varepsilon z}{L})$، رسم شده‌اند.

لوله، پارامتر بتای پلاسمای غیر صفر و ...می تواند در جهت طبیعی تر نمودن مدلهای موجود کارگشا باشد. در این مقاله به بررسی نوسانات طولی امواج مغناطوهیدرودینامیک در لوله‌های تاج خورشید که چگالی غیریکنواخت دارند پرداخته‌ایم. یک تابع نمایی طولی را برای چگالی پیشنهاد نموده‌ایم و به کمک آن به حل تحلیلی و عددی معادلهٔ دیفرانسیل درجهٔ دوم اشتروم–لیویل‌ای که صفری وهمکاران و دایموا و رودرمن در به دست آورده بودند (معادلهٔ (۸))، برای یک نیم لوله پرداخته‌ایم. در همین راستا نتایج زیر حاصل گردیده‌اند:

۱. به یک رابطهٔ پاشندگی تحلیلی برای وجوه کینک ایستاده رسیده‌ایم که در فرمولهای (۱۵) و (۱۶) نمایش داده شده‌اند.

۲. به ازای غیر یکنواختیهای کوچک در چگالی همان ویژه فرکانسهای مورد انتظار قبلی به دست آمده است. به علاوه نسبت فرکانس اولین هارمونیک به حالت پایه نیز در حد غیر یکنواختیهای کوچک چگالی به مقدار مورد انتظار ۲ (همانند حالت مربوط به چگالی یکنواخت) میل می‌نماید.

۳. با استفاده از شکل ۳ برای یک لوله فرضی در تاج خورشید اگر نسبت فرکانسها در محدودهٔ $۱/۵۸ \le \omega_۲/\omega_۱ \le ۱/۸۲$ باشد، ارتفاع مقیاس لوله‌ها در محدوده ۲۰ تا ۲۱۰ مگامتر قرار خواهد گرفت. نتایج حاصل در این مقاله با نتایج اندریس و همکاران و مک ادوین و همکاران و داننلی و صفری و همکاران در توافق می‌باشد.

۴. با افزایش ضریب تفاوت چگالی داخل و خارج لوله، $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$، از ۰/۱ به ۰/۵، فرکانسها کاهش می‌یابند اما نسبت فرکانسها و شکل نمایهٔ دامنه‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند. و چون فقط نسبت فرکانسها برای ما قابل آشکار شدن است، عدم وابستگی نسبت فرکانسها به ضریب تفاوت چگالی نکته شایان توجهی است.

۵. اثر متغیر بودن جرم کل لوله بر روی نوسانات مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج، نشان می‌دهند که در حالتی که جرم کل لوله متغیر باشد، با افزایش ارتفاع مقیاس، فرکانسها با شیب بسیار تندتری نسبت به حالتی که جرم کل لوله ثابت باشد افزایش می‌یابند اما نمایهٔ دامنه‌ها و نسبت فرکانسها تغییر نمی‌کنند. این امر در توافق با قانون پایستگی جرم است.

۶. فرکانسها و نسبت آنها ،نمایهٔ دامنه‌ها و انحراف نمایهٔ دامنه‌ها از حالت سینوسی برای حالات مربوط به ارتفاع مقیاسهای منفی به ترتیب در شکلهای ۷ تا ۹ رسم شده‌اند، که صرفا به صورت محاسبات ریاضی ارائه شده و تا به امروز چنین حلقه‌هایی عملا در خورشید رصد نشده‌اند. اما در صورت رصد، می‌توانند مبنایی برای مطالعهٔ رفتار آنها گردند.

و در نهایت می‌توان گفت که ویژگی شاخص این مقاله، حل تحلیلی معادلات و تایید تحلیلی نتایجی است که اندریس و همکاران (a,b ۲۰۰۵) و مک ادوین و همکاران ۲۰۰۶ و داننلی ۲۰۰۶ و صفری و همکاران ۲۰۰۷ به صورت حل عددی به دست آورده‌اند.

مراجع

1. J Andries, M Goossens, J V Hollweg, I Arregui, & T VanDoorsselaere, "*Coronal loop oscillations*"; A & A **430**(2005 **a**)1109.
2. J Andries, I Arregui, & M Goossens, *APJ.*, **624** (2005b) 57-60.
3. M J Aschwanden, L Fletcher, C J Schrijver, & D Alexander, *APJ.*, **520** (1999a) 880-894.
4. M J Aschwanden, J S Newmark, J Delaboudin'iere, W M Neupert, J A Klimchuk, G A Gary, F Portier-Fozzani, & A Zucker, *APJ.*, **515** (1999b) 842-867.
5. K Bennett, B Roberts, & U Narain, *Solar Phy.,* **185** (1999) 41-59.
6. A J D'iaz, R Oliver, & J L Ballester, *APJ.,* **580** (2002) 550-565.
7. A J D'iaz, R Oliver, J L Ballester, & B Roberts, *A & A* **424** (2004) 1055-1064.
8. A J D'iaz, & B Roberts, *A & A.*, **458** (2006) 975-985.
9. G R Donnelly, A J D'iaz, & B Roberts, *A & A,* **457** (2006) 707-715.
10. M V Dymova, & M S Ruderman, *Solar Phy.,* **229** (2005) 79-94.
11. M V Dymova, & M S Ruderman, *A & A,* **459** (2006) 241-244.
12. P M Edwin, & B Roberts, *Solar Phy.*, **88** (1983) 179-191.
13. R Erd'elyi, & V Fedun, *Solar Phy.*, **238** (2006) 41-59.
14. R Erd'elyi, & G Verth, *A & A,* **462**(2007)743-751.
15. K Karami, S Nasiri, & Y Sobouti, *A & A,* **396** (2002) 993-1002.
16. V M Nakariakov, L Ofman, E DeLuca, B Roberts, & J M Davila, *Science,* **285** (1999) 862-864.
17. M P McEwan, G R Donnelly, A J D'iaz, & B Roberts, *A & A,* **460** (2006) 893-899.
18. H Safari. S Nasiri. K Karami, & Y Sobouti, *A & A,* **448** (2006) 375-378.
19. H Safari, S Nasiri, & Y Sobouti, *A & A,* **465** (2007) 1111-1116.
20. T V Van Doorsselaere, J Andries, S Poedts, & M Goossens, *A & A,* **606** (2004) 1223-1232.
21. T Van Doorsselaere, V M Nakariakov, & E Verwichte, *A & A,* **473** (2007) 959-966.
22. E Verwichte, V M Nakariakov, L Ofman, & E E Deluca, *Solar Phy.,* **223** (2004) 77-94.
23. T J Wang, S K Solanki, D E Innes, W Curdt and E Marsch, *A & A,* **402** (2003)L17-L20.