

درهم تنیدگی خالص سازی در حضور میدان اکسیونی

محمد رضا محمدی مظفر*، کامیل بابائی ولنی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گیلان، گیلان

پست الکترونیکی: mmohammadi@guilan.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۴/۲۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۸/۱۱)

چکیده

در این مقاله با استفاده از دوگانی گرانش-پیمانه‌ای به بررسی آنتروپی خالص سازی در یک نظریه میدان دارای اتلاف تکانه پرداخته‌ایم. هندسه دوگان یک فضا زمان مجانبی پاددوسیه است که از اضافه کردن یک میدان اکسیونی به کنش اینشتین-هیلبرت ساخته شده است. مطالعه ما نشان می‌دهد که فاصله بحرانی برای گذار فاز آنتروپی خالص سازی با افزایش پارامتر اتلاف کاهش یافته و در نتیجه از همبستگی کل بین دو زیرناحیه کاسته می‌شود.

واژه‌های کلیدی: دوگانی گرانش-پیمانه‌ای، آنتروپی خالص سازی، میدان اکسیون

۱. مقدمه

با جفت‌شدگی قوی رواج یافته است که در این بین می‌توان به مطالعات مربوط به پلاسمای کوآرک-گلوئون، ابررسانایی دمای بالا و سامانه‌های خارج از حالت تعادل اشاره کرد [۲-۵]. از طرفی تعمیم این کاربردها برای بررسی پاره‌ای از کمیت‌ها در چارچوب نظریه اطلاعات کوانتومی نیز با نسخه‌ای که برای محاسبه آنتروپی درهم‌تنیدگی به وسیله ریو و تاکایاناگی در سال ۲۰۰۶ [۶] ارائه شد، آغاز شد. بر طبق این نسخه، آنتروپی درهم‌تنیدگی برای زیرناحیه هندسی A با عبارت زیر داده می‌شود:

$$S_A = \frac{\min(\text{Area}(\Gamma_A))}{4G_N}, \quad (1)$$

یکی از رهیافت‌های کاربردی و مورد توجه در بررسی رفتار سامانه‌های فیزیکی در حد جفت‌شدگی قوی، استفاده از دوگانی‌های گرانش-پیمانه‌ای است. بر این اساس ایجاد ارتباط بین گرانش و نظریه‌های میدان در چارچوب این دوگانی‌ها مورد توجه بسیاری از فیزیکدانان نظری به ویژه در شاخه انرژی‌های بالا قرار گرفته است. از مهم‌ترین پیشرفت‌های صورت گرفته در این میان هم‌ارزی پاددوسیه-همدیس (AdS/CFT) است که شالوده آن نخستین بار در [۱] پایه‌ریزی شد. کاربردهای بسیاری از این هم‌ارزی در مطالعه سامانه‌های

ساختار مقاله بدین ترتیب است: در بخش بعد به معرفی مدل گرانشی مورد نظر و ذکر برخی از ویژگی‌های آن می‌پردازیم. بخش ۳ به بیان نسخه هولوگرافی برای محاسبه آنتروپی خالص‌سازی اختصاص دارد. در ادامه ضمن ذکر خلاصه‌ای از محاسبات، نتایج عددی را گزارش خواهیم کرد. در پایان نیز پس از جمع‌بندی مهم‌ترین نتایج، پیشنهادهایی را برای مطالعات آتی مطرح می‌کنیم.

۲. مدل ریشه مجذوری میدان اکسیون

این مدل با در نظر گرفتن یک فضای گرانشی در $d+1$ بعد از اضافه کردن میدان اکسیونی به کنش اینشتین-هیلبرت در حضور ثابت کیهان شناسی به صورت زیر ساخته می‌شود [۱۵]:

$$I = \int d^{d+1}x \sqrt{-g} \left(R - 2\Lambda - \sum_{i=1}^{d-1} \sqrt{\partial_\mu \chi_i \partial^\mu \chi_i} \right), \quad (2)$$

که Λ نشان دهنده ثابت کیهان شناسی و χ_i میدان‌های نرده‌ای بدون جرم اکسیونی هستند. برای حفظ همسان گردی در نظریه میدان مرزی، تعداد این میدان‌های نرده‌ای با تعداد مولفه‌های فضایی برابر فرض شده است. همان گونه که در مرجع پیشین نشان داده شده است کنش بالا به ازای $d > 2$ جواب مجانبی پاددوسیه به صورت زیر دارد:

$$ds^2 = \frac{L^2}{r^2} \left(-h(r) dt^2 + \frac{dr^2}{h(r)} + dx_{d-1}^2 \right), \quad (3)$$

که در آن L شعاع فضا بوده و تابع h نیز با عبارت زیر داده می‌شود:

$$h(r) = 1 - \frac{\alpha}{d-1} r - mr^d.$$

رابطه بین ثابت کیهان شناسی و شعاع فضا با $\Lambda = -\frac{d(d-1)}{2L^2}$ داده می‌شود. در ادامه جهت سهولت، مقدار شعاع فضا را همواره برابر با واحد انتخاب می‌کنیم. پارامتر α نشان دهنده اتلاف در نظریه دوگان بوده و در جواب معادلات مربوط به میدان‌های اکسیونی به صورت زیر ظاهر می‌شود:

$$\chi_i = \alpha \delta_{ij} x^j.$$

همان‌طور که از جواب بالا مشخص است وجود میدان نرده‌ای موجب ظاهر شدن یک جمله خطی نسبت به مختصه شعاعی

که در آن T_A ابرسطحی در داخل ناحیه گرانشی است که روی مرز گرانشی به این زیرناحیه قلاب شده است. علیرغم آن که تعداد بیشماری از این سطوح وجود دارند بر طبق نسخه بالا، باید سطحی را انتخاب کرد که مساحت کمینه داشته باشد. با استفاده از این نسخه می‌توان سنجه‌های متفاوتی همچون اطلاعات متقابل، اطلاعات سه‌تایی و ... را نیز محاسبه کرد. به تازگی در [۷ و ۸] نسخه‌ای هولوگرافی برای محاسبه یکی دیگر از سنجه‌های درهم‌تندگی با عنوان آنتروپی خالص‌سازی پیشنهاد شده است. در این مراجع علاوه بر بررسی ویژگی‌های این سنجه، نشان داده می‌شود که این کمیت برای نظریه‌های میدان با تعداد درجات آزادی زیاد، یک گذار فاز ناپیوسته را خواهد داشت. بررسی گسترده‌تر رفتارهای این کمیت، تعبیرهای گرانشی و همچنین ارتباط آن با سنجه‌های منطبق بر سایر نسخه‌های هولوگرافی نیز بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۹-۱۴].

در مقاله پیش‌رو قصد داریم با در نظر گرفتن یک جواب معادله اینشتین که از جفت‌شدگی بین متریک و میدان اکسیونی حاصل شده است رفتار آنتروپی خالص‌سازی و به ویژه گذار فاز آن را در نظریه میدان دوگان بررسی کنیم. جواب مورد نظر متناظر با یک نظریه میدان مرزی دارای اتلاف بوده و برای اولین بار در [۱۵] ارائه شده است. ذکر این نکته ضروری است که در چارچوب کاربردهای هولوگرافی در مطالعه فیزیک ماده چگال (که تحت عنوان AdS/CMT شهرت یافته است) بررسی مدل‌های گرانشی متناظر با نظریه‌های میدان اتلافی از دیرباز مورد توجه بوده است [۱۶-۱۸]. با وجود این که جواب‌های گرانشی در برخی از این مدل‌ها به دلیل پیچیدگی معادلات حرکت تنها به صورت عددی حاصل شده‌اند، مدل‌های ساده‌ای نیز پیشنهاد شده‌اند که جواب‌های تحلیلی دارند. جوابی که در این مقاله در نظر گرفته‌ایم از جمله این مدل‌ها بوده و به مدل ریشه مجذوری میدان اکسیون معروف است. شایان ذکر است که جنبه‌هایی از ویژگی‌های آنتروپی درهم‌تندگی هولوگرافی و سایر سنجه‌های مرتبط با آن در این مدل پیشتر بررسی شده‌اند [۱۹]. همچنین مطالعه برخی دیگر از سنجه‌های هولوگرافی در حضور اتلاف نیز از مسائل مورد علاقه اخیر در این چارچوب بوده است [۲۰].

برای حالت‌های خالص کوانتومی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برای تعریف این کمیت در ساده‌ترین آرایش ممکن، یک سامانه کوانتومی که تنها از دو بخش A و \bar{A} تشکیل شده و فضای هیلبرت آن به صورت $H = H_A \otimes H_B$ است را در نظر می‌گیریم. چنانچه سامانه مورد نظر با یک حالت خالص $|\psi\rangle$ توصیف شود در این صورت می‌توان با صرف نظر کردن از درجات آزادی واقع در زیرسامانه \bar{A} ، یک ماتریس چگالی کاهش یافته برای قسمت A به صورت $\rho_A = \text{Tr}_{\bar{A}} |\psi\rangle\langle\psi|$ یافت. آنتروپی درهم‌تنیدگی بر حسب آنتروپی فون‌نویمان برای این ماتریس چگالی کاهش یافته به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_A = -\text{Tr}_A \rho_A \log \log \rho_A. \quad (4)$$

این کمیت که بیانگر میزان درهم‌تنیدگی دو زیرناحیه است ویژگی‌های جالب توجهی داشته و در نامساوی‌های متنوعی صدق می‌کند [۲۱]. نکته مهمی که باید بدان اشاره کرد این است که آنتروپی درهم‌تنیدگی تنها برای حالت‌های خالص معیار خوبی از میزان درهم‌تنیدگی کوانتومی بوده و برای حالت‌های آمیخته (مانند حالت‌های گرمایی) به دلیل مخلوط شدن همبستگی‌های کلاسیک و کوانتومی سنج مناسبی نیست. تلاش‌های بسیاری برای تعریف سنج‌های مناسب به عنوان معیاری از همبستگی‌های کوانتومی در حالت‌های آمیخته انجام شده است که البته هر کدام مزایا و معایب خود را دارد. در این میان یکی از سنج‌های مورد توجه، آنتروپی خالص سازی است که در ادامه به تعریف مختصری از آن خواهیم پرداخت و پاره-ای از ویژگی‌های آن را نیز بیان می‌کنیم.

یک سامانه کوانتومی متشکل از دو بخش A و B را که فضای هیلبرت آن به صورت $H = H_A \otimes H_B$ قابل بازنویسی است، در نظر بگیرید. در این صورت یک حالت آمیخته عمومی را می‌توان با ماتریس چگالی کاهش یافته ρ_{AB} نمایش داد. از طرفی با اضافه کردن درجات آزادی جدید A' و B' می‌توان این حالت آمیخته را به یک حالت خالص متناظر با $|\psi\rangle$ تبدیل کرد به طوری که $\rho_{AB} = \text{Tr}_{A'B'} |\psi\rangle\langle\psi|$ باشد. واضح است که این فرایند خالص سازی یکتا نبوده و به طرق مختلفی قابل انجام است. با در نظر گرفتن امکان‌های مختلف برای انجام این

فضای پاددوسپته در تابع $h(r)$ شده است. پارامتر m بر حسب شعاع افق که از شرط $h(r_h) = 0$ تعیین می‌شود و همچنین دمای متناظر با متریک (۳) به صورت زیر ساده خواهند شد:

$$m = \frac{1}{r_h^d} \left(1 - \frac{\alpha r_h}{d-1} \right), \quad T = \frac{d - \alpha r_h}{4\pi r_h}.$$

در ادامه به نقطه‌ای از فضای پارامترها علاقه‌مندیم که در آن $m = 0$ باشد. در این حالت ویژگی‌های ترمودینامیکی این جواب گرانشی بسیار ساده خواهد شد. در واقع با استفاده از رابطه بالا مشاهده می‌شود که این نقطه از فضای پارامتری $\alpha r_h = d-1$ بوده و لذا عبارت‌های دما و چگالی آنتروپی گرمایی نظریه دوگان به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$T = \frac{\alpha}{4\pi(d-1)}, \quad s = \frac{1}{4G_N} \left(\frac{\alpha}{d-1} \right)^{d-1}.$$

نکته دیگری که باید بدان توجه کرد قیود ناشی از شرایط انرژی روی پارامترهای موجود در جواب گرانشی است. بدین منظور شرط انرژی نورگونه را به صورت

$$v_{\mu\nu} v^{\mu\nu} T^{\mu\nu} \geq 0, \quad v_{\mu\nu} v^{\mu\nu} = 0.$$

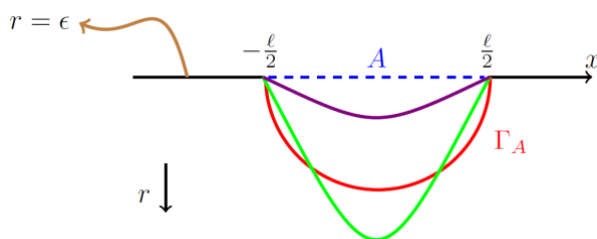
در نظر می‌گیریم. با بررسی این شرط برای بردارهای نورگونه در متریک (۳) به قید $\alpha > 0$ می‌رسیم که با مثبت بودن دما نیز سازگار است.

در بخش‌های بعد برای انجام محاسبات از این مدل گرانشی استفاده خواهیم کرد. نکته‌ای که در اینجا باید بدان اشاره کرد این است که نسخه هولوگرافی برای محاسبه آنتروپی درهم‌تنیدگی و آنتروپی خالص سازی در چارچوب گرانش اینشتین، تنها به شکل متریک داده شده برای هندسه مورد نظر بستگی دارد و از جزئیات قسمت غیرگرانشی کنش (یا به طور معادل لاگرانژی) مستقل است. بنابراین مادامی که توجه ما به محاسبه این کمیات معطوف است می‌توان مدل‌های گرانشی متفاوتی را در نظر گرفت که متریک (۳) جواب آنها باشد.

۳. رهیافت هولوگرافی به آنتروپی درهم‌تنیدگی و

آنتروپی خالص سازی

آنتروپی درهم‌تنیدگی به عنوان یکی از سنج‌های درهم‌تنیدگی



شکل ۱. الگویی از نمایش نسخه هولوگرافی برای محاسبه S_A .

فرایند، آنتروپی خالص سازی متناظر با این حالت به صورت زیر تعریف می شود:

$$E_p(\rho_{AB}) = \min(S_{\rho_{AA'}}), \quad (5)$$

که در آن $S_{\rho_{AA'}}$ ، آنتروپی درهم تنیدگی برای زیرسامانه AA' بوده که به صورت زیر داده می شود:

$$S_{\rho_{AA'}} = -\text{Tr}_{BB'} |\psi\rangle\langle\psi|.$$

فرایند کمینه سازی در رابطه (۵) روی تمامی آرایش های نهایی خالص صورت می پذیرد. آنتروپی خالص سازی به عنوان یک سنجه اطلاعات در نامساوی های متفاوتی صدق می کند که از جمله مهم ترین آنها می توان به رابطه زیر اشاره کرد [۲۲]:

$$I(A, B) \leq 2E_p(A, B), \quad (6)$$

که در آن $I(A, B)$ اطلاعات متقابل بین دو زیرسامانه بوده و تعریف آن به صورت $I(A, B) = S_A + S_B - S_{AUB}$ است. علیرغم این که محاسبه اغلب سنجه های درهم تنیدگی در نظریه های میدان در حالت کلی دشوار است، لیکن در چارچوب هولوگرافی، نسخه ساده ای برای محاسبه پاره ای از این کمیات ارائه شده است. به عنوان نمونه همان طور که پیش تر اشاره شد آنتروپی درهم تنیدگی برای زیرسامانه فضایی A در حالت ایستا با استفاده از نسخه ریو-تاکیاناگی با رابطه (۱) داده می شود (شکل ۱).

در شکل ۱ تعداد بیشماری سطح داخل فضای گرانشی وجود دارد که با ناحیه درهم تنیدگی A ، مرز مشترک دارند لیکن از این میان باید سطح دارای کمترین مساحت (منحنی قرمز رنگ) را انتخاب کنیم.

با استفاده از رهیافت هولوگرافی می توان نسخه ای نیز برای محاسبه آنتروپی خالص سازی ارائه کرد. بر طبق این نسخه،

آنتروپی خالص سازی با عبارت زیر داده می شود [۷ و ۸]:

$$E_p = \frac{\min(\text{Area}(\Sigma))}{4G_N}, \quad (7)$$

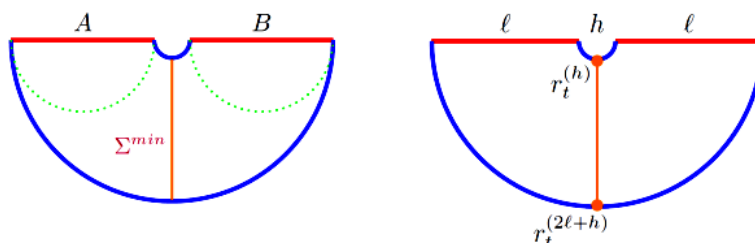
که در آن Σ معرف سطح مقطع درهم تنیدگی بوده و طبق این نسخه باید از میان سطوح مورد نظر، سطح دارای کمترین مساحت را انتخاب کرد. در چارچوب هولوگرافی نشان داده شده است که با دور و نزدیک کردن زیرناحیه های A و B ، این کمیت یک گذار فاز ناپیوسته را از خود نشان می دهد. در شکل ۲ الگویی ساده از این گذار فاز، هنگامی که ناحیه مرزی متشکل از دو زیرناحیه متقارن است نمایش داده شده است. در بخش بعد، این محاسبه را برای هندسه حاصل از میدان اکیپونی که پیش تر معرفی شده بود انجام می دهیم و ویژگی های آنتروپی خالص سازی را به عنوان تابعی از پارامتر اتلاف در نظریه میدان مرزی بررسی خواهیم کرد.

۴. آنتروپی خالص سازی در حضور پارامتر اتلاف

در این بخش با استفاده از نسخه هولوگرافی و متریک معرفی شده در رابطه (۳)، آنتروپی خالص سازی را برای حالتی که زیرسامانه های A و B دو نوار باریک و بلند $d-1$ بعدی هستند محاسبه می کنیم. این آرایش متقارن که در آن نواحی درهم-تنیدگی طول برابر دارند برای سادگی انجام محاسبات انتخاب شده است. هر دو ناحیه را نواری به پهنای l در راستای مختصه x_1 و طول L در راستای سایر مختصات فرض می کنیم به طوری که

$$-\frac{l}{4} \leq x_1 \leq \frac{l}{4}, \quad 0 \leq x_2, x_3, \dots, x_{d-2} \leq L, \quad l \ll L$$

که شرط آخر منجر به وجود یک تقارن انتقال در راستای سایر



شکل ۲. الگویی از آرایش‌های هولوگرافی برای محاسبه آنتروپی خالص سازی. چپ: منحنی‌های آبی (سبز) نشان‌دهنده حالت‌های پیوسته (ناپیوسته) برای سطوح کمینه بوده و خط نارنجی سطح مقطع کمینه درهم‌تنیدگی را نشان می‌دهد. برای حالت متناظر با سطوح کمینه ناپیوسته، Σ^{min} وجود نداشته و مقدار آنتروپی خالص سازی صفر می‌شود. راست: نمایش نقاط بازگشت سطوح کمینه که برای محاسبه آنتروپی خالص سازی مورد نیاز است.

آرایش متقارن مورد نظر در زمان ثابت عبارت متریک القایی به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$ds_{ind}^2 = \frac{1}{r^2} \left(\frac{dr^2}{h(r)} + dx_{d-2}^2 \right)$$

با استفاده از عبارت بالا و نسخه (۷)، تابعی آنتروپی خالص سازی حاصل خواهد شد

$$E_p = \frac{L^{d-2} r_t^{(2\ell+y)}}{2G_N} \int_{r_t(y)}^{r_t} \frac{dr}{r^{d-1} \sqrt{h(r)}}, \quad (10)$$

که با توجه به آن باید بین دو نقطه بازگشت سطوح کمینه، مقدار انتگرال را محاسبه کنیم. در رابطه بالا y نشان دهنده فاصله جدایی دو زیر ناحیه است. از طرفی رابطه میان نقاط بازگشت و طول نواحی درهم‌تنیدگی نیز با استفاده از رابطه (۸) حاصل خواهد شد. بدین ترتیب می‌توان وابستگی آنتروپی خالص سازی به طول نواحی، فاصله بین آنها و همچنین پارامتر اتلاف را یافت. همان طور که از تعریف (۱۰) مشخص است این کمیت همواره متناهی بوده و مستقل از قطع فرابنفش است. در بخش بعد رفتارهای این کمیت را به عنوان تابعی از پارامترهای مسئله بررسی خواهیم کرد. از آنجایی که محاسبه انتگرال‌های بالا در حالت عمومی امکان‌پذیر نیست، در ادامه توجه خود را به محاسبه عددی این کمیت معطوف خواهیم کرد.

۵. نتایج عددی

عبارت‌های به دست آمده در بخش پیش برای آنتروپی

جهت‌های فضایی خواهد شد. با در نظر گرفتن پارامتر بندی $x_1 = f(r)$ در متریک (۳)، متریک القاء شده روی ابرسطح داخل حجم گرانشی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$ds_{ind}^2 = \frac{1}{r^2} \left(\left(\frac{1}{h(r)} + f'(r)^2 \right) dr^2 + dx_{d-2}^2 \right).$$

با استفاده از عبارت بالا می‌توان تابعی آنتروپی را برای سطح ریو-تاکیایانگی به دست آورد.

$$S = \frac{L^{d-2}}{2G_N} \int_{r_t}^{r_t} \frac{dr}{r^{d-1} \sqrt{\frac{1}{h(r)} + f'(r)^2}}.$$

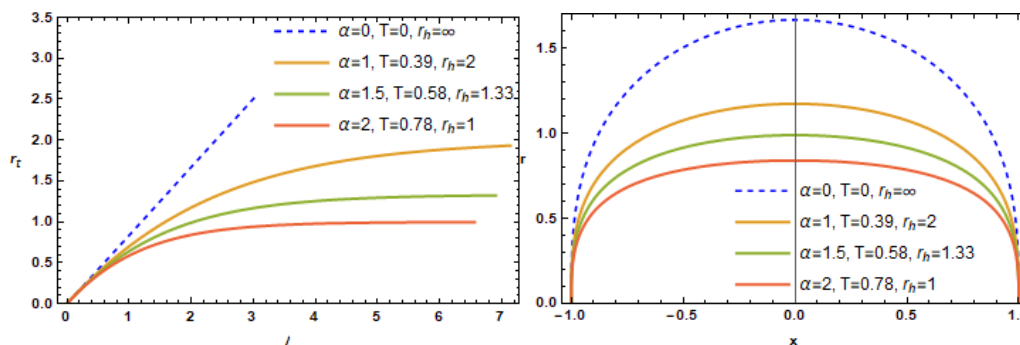
از آن جایی که این تابعی از $f(r)$ مستقل است یک ثابت حرکت خواهیم داشت که با استفاده از آن می‌توان طول ناحیه و آنتروپی درهم‌تنیدگی را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\ell = 2 \int_{r_t}^{r_t} \frac{dr}{\sqrt{h(r)} \sqrt{r_t^{2d-2} - r^{2d-2}}}, \quad (8)$$

$$S = \frac{L^{d-2}}{2G_N} \int_{\epsilon}^{r_t} \frac{dr}{\sqrt{h(r)} \left(\frac{r_t}{r} \right)^{d-1} \sqrt{r_t^{2d-2} - r^{2d-2}}}, \quad (9)$$

که در آن r_t نقطه بازگشت ابرسطح از داخل حجم گرانشی است (شکل ۲). ذکر این نکته ضروری است که به دلیل واگرا شدن آنتروپی درهم‌تنیدگی به صورت قانون سطح در ابعاد مختلف، یک قطع فرابنفش $\epsilon \ll 1$ به عنوان حد پایین انتگرال معرفی شده است.

از طرف دیگر همان گونه که پیش‌تر بیان شد بنابر نسخه هولوگرافی برای محاسبه آنتروپی خالص سازی باید متریک القاء شده بر روی سطح مقطع مخروط درهم‌تنیدگی را بیابیم. در



شکل ۳. نقطه بازگشت ابرسطح کمینه بر حسب تابعی از طول زیرناحیه (راست) و شکل ابرسطح کمینه (چپ) به ازای مقادیر مختلف پارامتر اتلاف در نظریه میدان ۳ بعدی. منحنی های خطچین متناظر با حالت خلأ (فضای پاددوسیه) هستند.

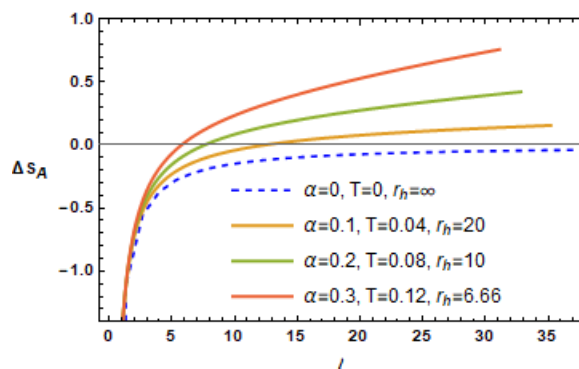
خطی بین این دو کمیت که به ازای اتلاف صفر در فضای پاددوسیه رخ می‌دهد نیز نمایش داده شده است. همچنین در نمودارهای سمت راست این شکل، ابرسطح کمینه به عنوان رابطه‌ای بین مختصه شعاعی و مختصه مرزی که در امتداد عرض نوار قرار دارد رسم شده است. این نمودارها نیز نتیجه پیشین را تأیید می‌کند.

شکل ۴ آنتروپی درهم‌تنیدگی بر حسب تابعی از طول زیرناحیه به ازای مقادیر مختلف پارامتر اتلاف در یک نظریه میدان ۳ بعدی را نشان می‌دهد. در این شکل نتایج متناظر با فضای پاددوسیه که به ازای $\alpha = 0$ حاصل می‌شود نیز نمایش داده شده است. در رسم این شکل، تنها مقدار متناهی آنتروپی را که با کم کردن جمله واگرا از آن به دست می‌آید در نظر گرفته‌ایم ($\Delta S_A = S_A - S_{div}$). همان گونه که مشاهده می‌شود مقدار این کمیت با افزایش پارامتر اتلاف زیاد می‌شود. لازم به ذکر است که عبارت متناظر با مقدار واگرا و همچنین بسط آنتروپی به ازای پارامتر اتلاف کوچک پیش‌تر در [۱۹] محاسبه شده است. مشاهده مهمی که در این مرجع انجام شده بود وابستگی جملات واگرا به مقدار دامنه میدان اکسیونی بوده است. یادآوری این نکته ضروری است که فرایند بازهنجارش هولوگرافی برای متریک مورد نظر ما در مرجع [۱۵] انجام شده است.

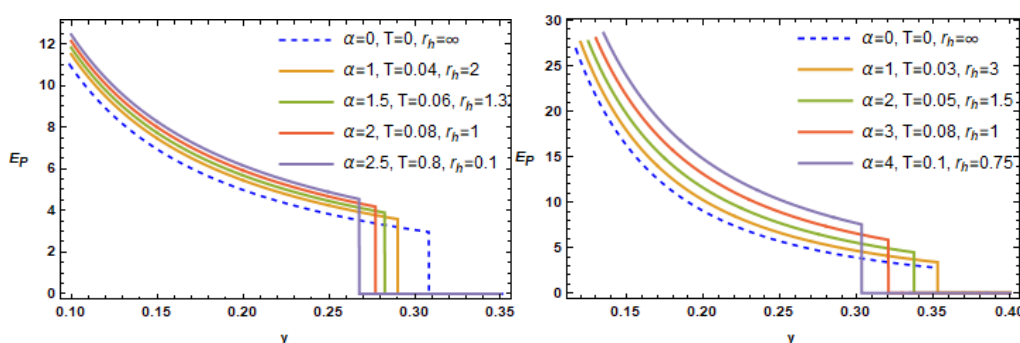
نتایج مربوط به آنتروپی خالص‌سازی نیز برای نظریه‌های میدان ۳ و ۴ بعدی در شکل ۵ نمایش داده شده است. در این شکل‌ها، محور افقی بر حسب فاصله بین دو زیرناحیه بوده و

درهم‌تنیدگی، اطلاعات متقابل و آنتروپی خالص‌سازی در ابعاد مختلف قابل محاسبه است. ذکر این نکته ضروری است که رفتار کیفی این سنجها مستقل از بعد نظریه بوده و لذا در گزارش نتایج تنها به ابعاد خاصی اکتفا شده است. همچنین جهت سهولت در رسم نمودارها، مقادیر هر یک از سنجها با عامل $\frac{L^{d-2}}{2G_N}$ وزن شده‌اند.

همان گونه که از رابطه (۸) مشخص است وجود پارامتر اتلاف که از روشن کردن میدان اکسیونی داخل توده گرانشی نشأت گرفته سبب تغییر وابستگی بین طول زیرناحیه و نقطه بازگشت ابرسطح کمینه می‌شود. شکل ۳ نشان دهنده این وابستگی به ازای مقادیر مختلف پارامتر اتلاف در یک نظریه میدان مرزی ۳ بعدی است. با توجه به نمودارهای سمت راست، این شکل افزایش شدت پارامتر اتلاف موجب کاهش ارتفاع نقطه بازگشت به ازای یک طول مشخص برای زیرناحیه خواهد شد. لذا به نظر می‌رسد که میدان اکسیونی همانند یک سد پتانسیل دافعه عمل کرده و ابرسطح کمینه را به سمت مرز فضازمان گرانشی می‌راند. تعبیر اخیر با بازنویسی معادله حرکت ابرسطح کمینه به صورت معادله حرکت ذره ای در یک پتانسیل موثر قابل درک است. در واقع چنین تعبیری پیش‌تر برای بررسی رفتارهای متفاوت ابرسطح گرانشی به ازای پارامترهای مختلف نظریه مرزی در هندسه‌های دیگر نیز استفاده شده است (برای نمونه [۲۳] در یک حالت وابسته به زمان از تعبیر مشابهی بهره برده است). برای مقایسه دقیق‌تر، در این شکل تابعیت



شکل ۴. آنتروپی درهم تنیدگی بهنجار شده بر حسب تابعی از طول زیرناحیه به ازای مقادیر مختلف پارامتر اتلاف در نظریه میدان ۳ بعدی. منحنی خطچین متناظر با حالت خلأ (فضای پاددوسسته) است.



شکل ۵. آنتروپی خالص سازی بر حسب تابعی از فاصله بین دو ناحیه به ازای مقادیر مختلف پارامتر اتلاف در نظریه میدان ۳ (راست) و ۴ (چپ) بعدی.

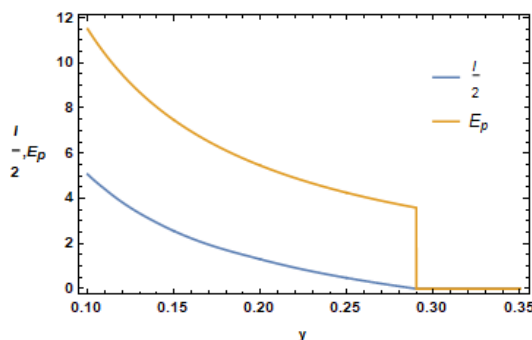
اتلافی، دوگان گرانشی به دست آمده را داشتند. دقت به این نکته ضروری است که با کاهش مقدار دامنه میدان اکسیونی نمی توان مقدار آنتروپی خالص سازی را به صفر رساند. همان طور که خط چین‌ها (متناظر با حالت پاددوسسته) نشان می دهند حد پایینی برای این کمیت وجود دارد.

از طرفی همان طور که پیش تر اشاره شد آنتروپی خالص سازی به عنوان یک سنجه اطلاعات در نامساوی های گوناگونی صدق می کند که از مهم ترین این نامساوی ها می توان به رابطه (۶) اشاره کرد. به عنوان یکی از محک های نسخه هولوغرافی برای آنتروپی خالص سازی این نامساوی را در شکل ۶ برای یک نظریه میدان ۳ بعدی بررسی کرده ایم.

۶. نتیجه گیری

اصل هولوغرافی به عنوان یک ابزار قدرتمند به ما در محاسبه

این کمیت را به ازای مقادیر مختلف پارامتر اتلاف برای طول نواحی $l=0/5$ رسم کرده ایم. چنانچه ملاحظه می شود با افزایش فاصله بین دو ناحیه، آنتروپی خالص سازی کاهش یافته و بعد از عبور از یک نقطه بحرانی، به مقدار صفر، گذاری ناپیوسته خواهد داشت. با توجه به این نمودارها مشاهده می شود که علیرغم این که افزایش پارامتر اتلاف موجب افزایش اندازه آنتروپی خالص سازی شده است، لیکن مقدار فاصله بحرانی تابعی نزولی از این پارامتر است. بدین ترتیب با افزایش α گذار فاز ناپیوسته به مقدار صفر، در فواصل کمتری بین دو زیرناحیه درهم تنیدگی رخ می دهد. از آنجایی که آنتروپی خالص سازی معیاری از همبستگی های موجود بین دو زیرناحیه است، لذا رفتار اخیر نشان می دهد که افزایش اتلاف موجب کاهش همبستگی بین دو زیرناحیه شده است. رفتار اخیر در تطابق با نتایج اختلالی گزارش شده در [۱۹] است که در چارچوب نظریه های میدان



شکل ۶. بررسی نامساوی رابطه (۶) بین آنتروپی خالص سازی و اطلاعات متقابل بر حسب تابعی از فاصله بین دو ناحیه به ازای $\alpha = 1$ که معادل با مقادیر $T = 0/39, r_h = 2$ است در نظریه میدان ۳ بعدی.

می دهند که نقطه گذار فاز آنتروپی خالص سازی با افزایش پارامتر اتلاف، کاهش می یابد. از آنجایی که این کمیت نشانگر کل همبستگی های کلاسیک و کوانتومی بین دو زیرناحیه است، لذا به نظر می رسد که با زیاد کردن اثرات ناشی از اتلاف، همبستگی ها کاهش می یابند. رفتار مشابهی پیش تر نیز در مطالعه تاثیرات افزایش دما بر اطلاعات متقابل و آنتروپی خالص سازی مشاهده شده بود [۱۱]. اثرات ناشی از دما به گونه ای است که آنتروپی خالص سازی بر خلاف آنتروپی درهم تنیدگی تابعی نزولی از پارامتر دماست که از آن به کاهش همبستگی های بین دو زیرناحیه تعبیر می شود. در حالت کنونی نیز شبیه چنین رفتاری برای آنتروپی خالص سازی در حضور اتلاف رخ داده است. علاوه بر آن در یک فاصله مشخص بین نواحی (فاصله بحرانی)، شاهد یک گذار فاز ناپیوسته از مقداری متناهی به مقدار صفر برای آنتروپی خالص سازی هستیم. مطالعه ما در این مقاله محدود به نظریات میدان دارای دوگان گرانشی بود. محاسبه و بررسی اثرات ناشی از اتلاف بر سنجه های درهم تنیدگی در نظریات میدان عمومی دارای اتلاف، یکی از سوالات جالب پیش روست.

پاره ای از کمیات جالب توجه در نظریه های میدان با جفت شدگی قوی یاری می رسانند. در این میان نسخه های مختلفی برای یافتن سنجه های درهم تنیدگی با استفاده از موجودات هندسی که در فضازمان گرانشی هستند ارائه شده است. در این مقاله با به کارگیری یکی از این نسخه ها که مبتنی بر ایجاد ارتباط بین آنتروپی خالص سازی نظریه مرزی با ابرسطح کمینه ای داخل حجم گرانشی است به محاسبه و بررسی ویژگی های این کمیت در مدل ریشه مجذوری میدان اکسیونی پرداخته ایم. در این مدل، نظریه میدان مورد نظر ما علیرغم همسانگردی اتلاف تکانه دارد که در سمت گرانشی از اضافه کردن میدان اکسیونی به کنش اینشتین-هیلبرت ساخته می شود. برای مطالعه اثرات ناشی از پارامتر اتلاف بر سنجه های درهم تنیدگی، مطالعات خود را در ابعاد خاصی محدود کرده ایم که البته رفتار کیفی این کمیات مستقل از بعد نظریه است. مشاهده می شود که میدان اکسیونی مانند یک سد پتانسیل دافعه بوده و ابرسطح کمینه را به سمت مرز فضازمان گرانشی می راند. در نتیجه افزایش شدت پارامتر اتلاف، کاهش ارتفاع نقطه بازگشت به ازای یک طول مشخص برای زیرناحیه را در پی دارد. نمودارهای حاصل از محاسبات در ابعاد $d = 3, 4$ نشان

مراجع

1. J M Maldacena, *Int. J. Theor. Phys.* **38** (1999) 1113.
2. S A Hartnoll, C P Herzog, and G T Horowitz, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 031601.
3. J Erlich, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) [hep-ph/0501128].
4. K Bitaghsir Fadafan and S Mojarad Laman jouee, *Iranian Journal of Physics Research* **18**, 2 (2018) 190 (Persian).
5. H Ebrahim and M Ali-Akbari, *Iranian Journal of Physics Research* **18**, 3 (2018) 451 (Persian)

6. S Ryu and T Takayanagi, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 181602.
7. T Takayanagi and K Umemoto, *Nature Phys.* **14**, 6 (2018) 573.
8. P Nguyen, *et al.*, *JHEP* **1801** (2018) 098.
9. P Caputa, *et al.*, *Phys.Rev.Lett.* **122**, 11(2019) 111601.
10. A Bhattacharyya, *et al.*, *Phys.Rev.Lett.* **122**, 20 (2019) 201601.
11. K Babaei Velni, M. R M Mozaffar, and M H Vahidinia, *JHEP* **200** (2019) 200.
12. S Dutta and T Faulkner, *JHEP* **178** (2021) 178.
13. K Babaei Velni, M R M Mozaffar, and M H Vahidinia, *JHEP* **129** (2020) 129.
14. M Sahraei, *et al.*, *JHEP* **08** (2021) 038.
15. M Taylor and W Woodhead, *Eur.Phys. J. C* **74**, 12 (2014) 3176.
16. M Blake and D Tong, *Phys. Rev. D* **88**,10 (2013) 106004.
17. G T Horowitz, J E Santos and D Tong, *JHEP* **168** (2012) 168.
18. T Andrade and B Withers, *JHEP* **101** (2014) 101.
19. M R M Mozaffar, A Mollabashi, and F Omid, *JHEP* **135** (2016) 135.
20. K Babaei Velni, M R M Mozaffar, *Iranian Journal of Physics Research* **19**, 47 (2020) 755.
21. R Horodecki, *et al.*, *Rev.Mod.Phys.* **81** (2009) 865.
22. B M Terhal, M Horodecki, D W eung, and D P DiVincenzo, *J. Math.Phys.* **43** (2002) 4286.
23. H Liu and J Suh, *Phys.Rev.D* **8**,6 and 9 (2014) 066012.