



## مشخصات غلاف در یک پلاسمای مغناطیده برخوردی مشتمل بر الکترون‌های نافزونور و یون‌های حرارتی

محسن محمدنژاد\* و افشین ارقند حصار

گروه فیزیک، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز

پست الکترونیکی: mohammadnezhad@azaruniv.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۹/۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۱۰/۸)

### چکیده

در این مقاله، تشکیل غلاف و ویژگی‌های آن در یک پلاسمای مغناطیده برخوردی شامل الکترون‌های نافزونور و یون‌های حرارتی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با استفاده از مدل سیالی، معیار بوهم به صورت تابعی از پارامترهای پلاسمای یون‌ها به دست آمده و نشان داده می‌شود که برخورد یون-خنثی حد (کران) بالایی برای معیار بوهم تحمیل می‌کند. همچنین نشان داده می‌شود که انحراف از توزیع ماکسولوی مشخصه‌های غلاف را تحت تأثیر قرار می‌دهد. به علاوه، اثرات میدان مغناطیسی، دمای یونی، نافزونوری و بسامد برخورد یون-خنثی بر پتانسیل غلاف و چگالی یون بررسی می‌شود. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که با اعمال میدان مغناطیسی می‌توان ضخامت غلاف را کنترل کرد.

واژه‌های کلیدی: غلاف پلاسمایی، پلاسمای مغناطیده، معیار بوهم، نافزونوری، یون‌های حرارتی

### ۱. مقدمه

مطالعات انجام گرفته در سال‌های اخیر، نشان داده‌اند که مکانیک آماری نافزونوری می‌تواند توصیف مناسبی از سیستم‌های با برهم‌کنش برد بلند همچون سیستم‌های پلاسمایی و گرانشی ارائه کند. مکانیک آماری نافزونور در ابتدا به صورت تعمیمی از آنتروپی گیبس-شانون<sup>۱</sup> توسط رینی شناسایی [۱] و سپس توسط تسالیس به کار گرفته شد [۲]. در این روش

آنتروپی با عبارت زیر داده می‌شود:

$$S_q = k_B \frac{1 - \sum_i P_i^q}{q-1}, \quad (1)$$

که در آن  $k_B$  ثابت بولتزمن،  $P_i$  احتمال میکروحالت  $i$ ام و  $q$  شاخص آنتروپی به عنوان شاخصی برای درجه نافزونوری سیستم مورد نظر است.  $S_q$  به عنوان آنتروپی تسالیس در حد  $q \rightarrow 1$  به آنتروپی گیبس-شانون،  $S = -k_B \sum_i P_i \ln P_i$ ، تبدیل می‌شود. مهم‌ترین جنبه آنتروپی تسالیس، جمع‌پذیری است به طوری که برای دو سیستم مستقل  $A$  و  $B$  با

۱. Gibbs-Shannon

ماکسولی نیستند بلکه انحرافی را نسبت به توزیع حرارتی نشان می‌دهند [۱۴ و ۱۵]. در بسیاری از وضعیت‌ها، توزیع‌های سرعت یک دنباله غیرماکسولی را نشان می‌دهند که به صورت قانون توانی برای سرعت ذره (شبهه به توزیع کاپا) افت می‌کند. لئوینر [۱۶] نشان داد که توزیع‌های خیلی نزدیک به کاپا نتیجه‌ای از آنتروپی تعمیم یافته مکانیک آماری نافزونور هستند. او یک پیوندی بین فرمول‌بندی نافزونور تسالیس و توابع توزیع کاپا با مرتبط کردن پارامتر  $q$  به صورت  $\kappa = 1/(1-q)$  برقرار کرد. به علاوه لیوادیوتیس [۱۷] توزیع کاپا را از مکانیک آماری تسالیس استخراج کرد.

هدف ما در پژوهش حاضر، مطالعه ویژگی‌های غلاف پلاسما به روش مکانیک آماری نافزونوری با در نظر گرفتن تأثیر برخوردها، میدان مغناطیسی و دمای معین یون‌ها است. مطالعه تشکیل غلاف در مرز بین یک پلاسما و یک دیواره رسانا یا الکتروود در تخلیه‌های الکتریکی به خاطر نقش آن بر کیفیت پردازش سطوح در کاربردهای صنعتی و نیز روش‌های تشخیصی پلاسما همچنان در کانون توجه پژوهشگران حوزه علم و فناوری پلاسما قرار دارد [۱۸-۲۰]. وقتی یک پلاسما شبه خنثی در تماس با یک دیواره قرار می‌گیرد، به خاطر تحرک پذیری بالای الکترون‌ها نسبت به یون‌ها و در نتیجه رسیدن سریع‌تر الکترون‌ها به دیواره، پتانسیل دیواره نسبت به پلاسما منفی‌تر می‌شود. با رشد پتانسیل منفی دیواره، از شارش بیشتر الکترون‌ها جلوگیری می‌شود؛ در حالی که یون‌ها به سمت دیواره شتاب می‌یابند. در نتیجه یک لایه نازک مثبت پایا با ضخامتی از مرتبه چندین برابر طول دبای تشکیل شده و حائلی بین پلاسما و دیواره منفی ایجاد می‌کند. مطالعه مسئله غلاف تا به حال در دو مدل جنبشی و سیالی با شرایط فیزیکی مختلف همچون در نظر گرفتن برخوردهای یون خنثی، یون‌های سرد و حرارتی و میدان مغناطیسی خارجی با فرض توزیع‌های الکترونی ماکسولی و غیرماکسولی، بررسی شده است [۲۱-۳۴]. عمده این بررسی‌ها بر سرعتی که یون‌ها تحت آن وارد ناحیه غلاف می‌شوند، متمرکز بوده است. برای پلاسما غیر برخورودی شامل الکترون‌ها و یون‌های سرد، بوهام نشان داد که

احتمالات  $P_A$  و  $P_B$ ، آنتروپی سیستم مرکب  $A+B$  در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$S_q(A,B) = S_q(A) + S_q(B) + \frac{1-q}{k_B} S_q(A)S_q(B), \quad (2)$$

که به وضوح بر نافزونوری سیستم تأکید دارد و به طور خاص برای  $q > 1$  ( $q < 1$ )، آنتروپی تعمیم یافته سیستم مرکب، کوچک‌تر (بزرگ‌تر) از مجموع آنتروپی‌های دو سیستم است. در حد  $q \rightarrow 1$ ، جمع پذیری معمولی یا فزونوری آنتروپی حاصل می‌شود. تا به حال بسیاری از مطالعات نظری و تجربی خاطر نشان کرده‌اند که  $S_q$  دلیلی قانع کننده برای تحلیل آماری خیلی از سیستم‌ها و فرایندهای فیزیکی ارائه می‌دهد. از میان انبوه مطالعات انجام گرفته، نظریه جنبشی مرتبط با آمار نافزونور به صورت وسیعی در سیستم‌های مختلف از اختریفیک تا فیزیک پلاسما مورد بررسی قرار گرفته است [۳-۱۰]. به طور خاص، برخی مطالعات یک سازگاری موجهی بین آمار نافزونور و آزمایش در پدیده‌های پلاسما نشان می‌دهند. لیما و همکاران [۷] انتشار امواج الکتروستاتیکی در یک پلاسما غیرمغناطیسه غیربرخوردی را در چارچوب آمار نافزونور بررسی کردند و با دست آوردن روابط تحلیلی برای هر دو موج غیر میرا (بوهام-گروس<sup>۱</sup>) و میرا (میرایی لاندائ<sup>۲</sup>) نشان دادند که نتایج آزمایشگاهی به خوبی بر توزیع سرعت تسالیس توصیف شده برای پارامتر نافزونور کوچک‌تر از یک  $q < 1$ ، برازش می‌شود. سیلوا و همکاران [۱۰] قیود جدیدی را در مورد پارامتر  $q$  ای متناظر با اندازه‌گیری‌های روابط پاشندگی نوسانات الکتروستاتیکی پلاسما مورد بحث قرار دادند. آنها از طریق تحلیل آماری، مقدار پارامتر نافزونوری را با استفاده از داده‌های موجود تجربی تخمین زدند و نشان دادند که برای مقادیر پارامتر نافزونوری محدود به  $0.3 \pm 0.07$ ، سازگاری موجهی بین تئوری و آزمایش وجود دارد. به علاوه چندین روش برای استخراج شکل تابعی توزیع نافزونور به کار گرفته شده‌اند [۱۱-۱۳]. از طرف دیگر، نشان داده شده است که توزیع‌های ذرات در پلاسماهای فضایی و آزمایشگاهی کاملاً

۱. Bohm-Gross

۲. Landau damping

مطالعه قرار دادند. آنها نشان دادند که سرعت بوهم با کاهش پارامتر نافزونور  $q$ ، افزایش می‌یابد. علاوه بر این پتانسیل سطح دیواره و ضخامت غلاف پلاسمایی با کاهش  $q$ ، افزایش می‌یابد. شریفیان و همکاران برای مطالعه اثرات توزیع نافزونور بر روی مشخصه‌های یک غلاف پلاسمای غیر برخوردار شامل الکترون‌ها و یون‌های سرد مدلی را ارائه دادند [۴۶]. حاتمی غلاف پلاسمایی بدون برخورد شامل الکترون‌های نافزونور و یون‌های حرارتی یک بار مثبت را مورد مطالعه قرار داده است. او در مدل خود یک معیار بوهم تعمیم یافته‌ای را فرمول‌بندی کرده و اثرات توزیع نافزونور را همانند اثرات دمایی یونی روی طول غلاف مورد بررسی قرار داده است [۴۷].

در این مقاله، تشکیل غلاف در پلاسمایی که شامل الکترون‌ها با توزیع نافزونور و یون‌های حرارتی با دمایی محدود  $T_i$  است را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. با استفاده از مدل هیدرودینامیک، معیار بوهم با در نظر گرفتن تمام پارامترهای دخیل محاسبه شده و اثرات برخورد یون - خشی، میدان مغناطیسی مورب و درجه نافزونوری روی غلاف مورد نظر بررسی می‌شود.

## ۲. مدل تئوری

در این بخش، معادلات سیالی مربوط به یک سیستم غلاف پلاسمایی برخوردار را در حضور یک میدان مغناطیسی خارجی به دست می‌آوریم. سیستم پلاسمایی شامل الکترون‌ها با تابع توزیع سرعت نافزونور و یون‌های حرارتی با دمایی معین  $T_i$  است. برای توصیف یک چنین سیستمی فرض می‌کنیم، غلاف در راستای محور  $x$  تشکیل شده و  $x = 0$  لبه غلاف و  $x_w$  محل دیواره باشد. همچنین فرض می‌کنیم میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B} = (B_0 \cos \theta, 0, B_0 \sin \theta)$  با زاویه  $\theta$  نسبت به محور  $x$  اعمال شود (شکل ۱). بنابراین معادلات حاکم بر دینامیک یون‌های این سیستم در حالت پایا، شامل معادلات پیوستگی و انتقال تکانه مطابق شکل زیر هستند:

$$\vec{\nabla} \cdot (n_i \vec{v}_i) = 0, \quad (4)$$

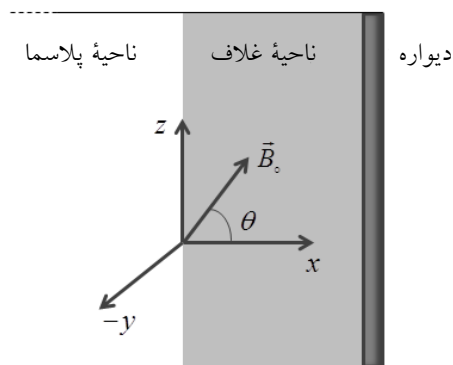
$$m_i (\vec{v}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_i = e (\vec{E} + \vec{v}_i \times \vec{B}_0) - \vec{F}_c - \frac{\vec{\nabla} P_i}{n_i}, \quad (5)$$

این سرعت، شرط زیر موسوم به معیار بوهم را برآورده می‌کند:

$$v_i \geq c_s = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}}, \quad (3)$$

که در آن  $c_s$ ،  $T_e$ ،  $m_i$  به ترتیب سرعت یون صوتی، ثابت بولتزمن، دمایی الکترونی و جرم یون هستند [۳۵]. در سال ۱۹۹۱ ریمن معیار بوهم را در حد طول دبای کوچک ( $\lambda_D \rightarrow 0$ ) بررسی کرد [۲۱]. او با استفاده از مدل هیدرودینامیکی نشان داد که شارش پلاسمای ممکن است در داخل پیش غلاف فراصوتی باشد و لبه غلاف، برخلاف بررسی‌های جنبشی کلی، تکینگی نشان نمی‌دهد. در همان سال یک کار جامعی در مورد غلاف انجام داد و نتیجه گرفت که در حد طول دبای کوچک، معیار بوهم به راستی یک شرط ضروری برای تشکیل یک غلاف ایستا است [۲۲]. در سال ۱۹۹۶، شکل کلی شرط بوهم برای تشکیل غلاف را در چارچوب‌های هیدرودینامیکی و تحلیل جنبشی یون مورد بررسی قرار داد و نشان داد که شرط بوهم معمولاً در شکل مرزی<sup>۱</sup> ارضا می‌شود [۲۴]. همچنین با استفاده از مدل سیالی، اثر برخوردهای یون خشی را بر غلاف پلاسمای مطالعه کرد و نتیجه چالش برانگیزی را نسبت به اعتبار مفهوم غلاف پلاسمای و نقش معیار بوهم برای مقادیر محدود  $\lambda_D / \lambda$  (مسیر آزاد میانگین یونی است) آشکار کرد [۲۵]. در سال ۲۰۰۳، این نتایج را از طریق مدل جنبشی مورد تأیید قرار داد [۲۶]. از طرف دیگر برخی بررسی‌های غلاف برخوردار نشان دادند که شرط بوهم وقتی برخوردها در نظر گرفته شوند، هنوز هم معنی‌دار باقی می‌ماند. برینکمن [۲۷]، غلاف پلاسمای را در پلاسماهای دمایی پایین پایا با درجات دلخواه برخوردار بررسی کرد و با استفاده از مدل سیالی یک معیار بوهم تعمیم یافته را به دست آورد که معیار بوهم را در حد غیربرخوردی نیز پوشش می‌دهد. به علاوه کارهای زیادی انجام گرفته است که معیار بوهم تعمیم یافته را در حالت غلاف برخوردار مورد بحث قرار می‌دهند [۲۸ و ۳۶-۴۵].

اخیراً در زمینه غلاف پلاسمایی مطالعاتی صورت گرفته که در این نوع غلاف‌ها، الکترون‌ها نافزونور در نظر گرفته شده‌اند. نواب صفا و همکاران [۳۳] یک غلاف پلاسمایی را در حضور یک میدان مغناطیسی خارجی و الکترون‌های نافزونور مورد



شکل ۱. نمایی از ناحیه غلاف و راستای میدان مغناطیسی.

برای الکترون‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۲ و ۴۸]:

$$f_e(x, \vec{v}_e) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[ \frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e} - \frac{e\phi(x)}{k_B T_e} \right] \right\}^{q-1}, \quad (9)$$

$C_q$  ثابت بی‌بعد سازی و برابر است با:

$$C_q = \begin{cases} n_{e_0} \frac{3q-1}{2(1-q)} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2})} \left[ \frac{m_e(1-q)}{2\pi k_B T_e} \right]^{\frac{3}{2}} & 1/3 < q < 1 \\ n_{e_0} \frac{(3q-1)(q+1)}{2(q-1)} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \left[ \frac{m_e(q-1)}{2\pi k_B T_e} \right]^{\frac{3}{2}} & q > 1, \end{cases} \quad (10)$$

که در آن  $\Gamma, m_e, v_e, n_{e_0}, T_e$  به ترتیب دمای مؤثر الکترون‌ها (برای تابع توزیع ماکسولی)، چگالی پلاسما، چگالی الکترون‌ها، جرم الکترون و تابع گاما هستند. شکل ۲ رفتار تابع توزیع نافزونور را بر حسب انرژی برای مقادیر مختلفی از درجه نافزونوری  $q$  نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، برای  $q > 1$  تابع توزیع برای توصیف سیستم‌هایی با ذرات با سرعت پایین مناسب است. زمانی که  $q \rightarrow 1$ ، تابع توزیع به توزیع ماکسولی تبدیل می‌شود و برای  $q < 1$  تابع توزیع ذرات فوق حرارتی دارد. توجه داریم که برای حالت  $1/3 < q < 1$  امکان بی‌بعد سازی تابع توزیع وجود ندارد و همچنین در حالت  $q > 1$  (منحنی‌های مربوط به آن محور انرژی را قطع می‌کنند) یک سرعت حرارتی مجاز بیشینه به شکل زیر وجود دارد که از رابطه (۹) در حد  $f_e = 0$  به دست می‌آید:

$$m_i (\vec{v}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_i = e(\vec{E} + \vec{v}_i \times \vec{B}_0) - \vec{F}_c - \frac{\vec{\nabla} P_i}{n_i}, \quad (5)$$

که در آن  $m_i, n_i, \vec{v}_i, P_i$  و  $\vec{E}$  به ترتیب جرم، چگالی، سرعت، فشار یون‌ها و میدان الکتریکی هستند و  $\vec{F}_c$  نیروی است که یون‌ها هنگام عبور از غلاف در اثر برخورد با اتم‌های خنثی تجربه می‌کنند:

$$\vec{F}_c = m_i v_{in} \vec{v}_i, \quad (6)$$

به طوری که  $v_{in} = n_n \sigma v_i$  به عنوان بسامد برخورد یون خنثی،  $n_n$  چگالی گاز خنثی و  $\sigma = \sigma_s (v_i / c_s)^\gamma$  سطح مقطع انتقال تکانه برای برخوردهای یون‌ها با ذرات خنثی هستند. در رابطه مربوط به سطح مقطع  $\sigma$ ، که با فرض وابستگی توانی سرعت نوشته شده است،  $\sigma_s$  سطح مقطع اندازه گیری شده در سرعت یون صوتی  $c_s = \sqrt{k_B T_e / m_i}$  است،  $\gamma$  پارامتر بدون بعد بوده که مقدار  $\gamma = 0$  برای مسیر آزاد میانگین ثابت و  $\gamma = -1$  برای تحرک پذیری یونی ثابت انتخاب می‌شود [۳۰]. بنابراین برای بسامد برخورد یون-خنثی داریم:

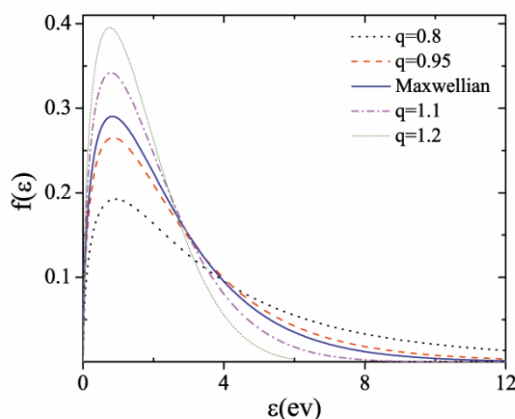
$$v_{in} = n_n \sigma_s \left( \frac{v_i}{c_s} \right)^\gamma v_i, \quad (7)$$

همچنین از معادله پواسن داریم:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{e(n_i - n_e)}{\epsilon_0}, \quad (8)$$

که در آن،  $n_e$  چگالی الکترون‌ها است. معادله پواسن به همراه معادلات (۴) تا (۷)، سیستم معادلات بسته‌ای را تشکیل می‌دهند.

از مکانیک آماری نافزونور، تابع توزیع سرعت سه بعدی



شکل ۲. تابع توزیع نافزونور بر حسب انرژی برای مقادیر مختلف درجه نافزونوری q.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = N - N_e = \frac{M}{u_x} - [1 - (q-1)\eta]^{\frac{2q-1}{2q-2}}, \quad (18)$$

در اینجا  $\alpha = n_n \sigma_s \lambda_D$  پارامتر بدون بعدی است که درجه برخوردی بودن در غلاف را مقیاس بندی می کند،  $\rho = \lambda_{De} / r$  عدد ماخ،  $M = u_x(x=0) / C_s$  و شعاع چرخش در میدان مغناطیسی  $r = \sqrt{(m_i k_B T_e / e^2 B^2)}$  است.

### ۳. معیار غلاف

با استفاده از روش شبه پتانسیل سقدی اف [۴۹ و ۵۰] و بحث در مورد شرایط مؤثر بر سرعت یونها موقع ورود به ناحیه غلاف، معیار بوهم تعمیم یافته سیستم را می توانیم به دست آوریم. به همین منظور با انتگرال گیری از معادله (۱۸) با شرایط مرزی  $\eta = 0$  و  $\eta' \neq 0$  در لبه غلاف ( $\xi = 0$ ) داریم:

$$\frac{1}{2} \eta'^2 + V(\eta, M) = \frac{1}{2} \eta_0'^2, \quad (19)$$

$$V(\eta, M) = -M \int_0^\eta \frac{d\eta}{u_x} + \frac{2}{2q-1} [1 - (q-1)\eta]^{\frac{2q-1}{2q-2}}, \quad (20)$$

در رابطه بالا  $\eta_0'$  میدان الکتریکی بدون بعد در لبه غلاف و  $V(\eta, M)$  شبه پتانسیل سقدی اف است که شرایط مرزی  $V(0, M) = 0$  و  $\partial V(0, M) / \partial \eta = 0$  را دارد. ویژگی های اساسی غلاف با تغییرات شبه پتانسیل سقدی اف تحت شرایط مختلف مرتبط است. به همین دلیل تحلیل آن می تواند اطلاعات

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2k_B T_e}{m_e} \left( \frac{1}{q-1} + \frac{e\phi}{k_B T_e} \right)}. \quad (11)$$

با انتگرال گیری از تابع توزیع  $f_e(\vec{v}_e)$  روی فضای سرعت داریم:

$$n_e(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(x, \vec{v}_e) d^3 v_e & 1/3 < q < 1 \\ \int_{-v_{max}}^{+v_{max}} f_e(x, \vec{v}_e) d^3 v_e & q > 1 \end{cases}, \quad (12)$$

که چگالی الکترونی را به شکل زیر می دهد:

$$n_e = n_{e0} \left[ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{k_B T_e} \right]^{\frac{2q-1}{2q-2}}, \quad (13)$$

با استفاده از کمیات بدون بعد زیر

$$u = v_i / c_s, \quad N = n_i / n_{i0}, \quad N_e = n_e / n_{e0},$$

$$\xi = x / \lambda_D, \quad \eta = -e\phi / k_B T_e, \quad T = T_i / T_e,$$

و استفاده از تعریف طول دبای برای الکترون ها

$$\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k_B T_e / n_{e0} e^2}$$

کننده سیستم مورد بحث می رسمیم:

$$N_e = [1 - (q-1)\eta]^{\frac{2q-1}{2q-2}}, \quad (14)$$

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial \xi} = \frac{\partial \eta}{\partial \xi} + \rho u_y \sin \theta + \frac{T}{u_x} \frac{\partial u_x}{\partial \xi} - \alpha u^{\gamma+1} u_x, \quad (15)$$

$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial \xi} = \rho (-u_x \sin \theta + u_z \cos \theta) - \alpha u^{\gamma+1} u_y, \quad (16)$$

$$u_x \frac{\partial u_z}{\partial \xi} = -\rho u_y \cos \theta - \alpha u^{\gamma+1} u_z, \quad (17)$$

فیزیکی می‌توان گفت: چون سرعت وابسته به بسامد برخورد است بنابراین شمار برخوردها با افزایش سرعت یونی زیاد می‌شود. در نتیجه اتلاف انرژی بیشتری برای سرعت‌های یونی بالاتر رخ می‌دهد. همچنین با جایگذاری معادله (۲۴) در رابطه (۲۲) حد پایین سرعت‌های مجاز برای  $M$  به دست می‌آید. بنابراین معیار بوهم در یک غلاف مغناطیسه به شکل زیر به ترتیب برای  $\gamma = 0$  (مسیر آزاد میانگین ثابت) و برای  $\gamma = -1$  (تحرک پذیری یونی ثابت)، به دست می‌آید:

$$\sqrt{\frac{\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta + T \eta'_0 \left(\frac{\gamma q - 1}{\gamma}\right)}{\alpha + \eta'_0 \left(\frac{\gamma q - 1}{\gamma}\right)}} \leq M \leq \sqrt{\frac{\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta}{\alpha}}, \quad (27)$$

$$\frac{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2\eta'_0 (\gamma q - 1) [\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta + T \eta'_0 \left(\frac{\gamma q - 1}{\gamma}\right)]}}{\eta'_0 (\gamma q - 1)} \leq M \leq \left( \frac{\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta}{\alpha} \right), \quad (28)$$

روابط (۲۴) و (۲۵) بیانگر معیار بوهم تعمیم یافته برای یک غلاف پلاسمای برخوردی و مغناطیسه است و همان طور که مشاهده می‌شود دو کران بالا و پایین دارد. کران پایین این معیار وابسته به تمام کمیات موجود در غلاف است، به ویژه نقش میدان مغناطیسی در هر دو کران مشهود است. با در نظر گرفتن حالات خاص برای سیستم مورد مطالعه، معیار بوهم به دست آمده را می‌توانیم مورد ارزیابی قرار دهیم. البوجدینی و همکاران [۵۱ و ۵۲] با در نظر گرفتن یک چشمه یونی در معادلات سیالی (یک بعدی)، معیار بوهم را برای یک پلاسمای برخوردی مشتمل بر الکترون‌های نافزونور و یون‌های گرم به صورت زیر به دست آوردند:

$$\frac{1}{q+1} \sqrt{\frac{\gamma(S_1 + S_2)}{\eta'_0} [1 + \gamma(q+1)] + T \left(\frac{q+1}{\gamma}\right)} - \frac{\gamma(S_1 + S_2)}{\eta'_0} \leq M \leq \left( \frac{\eta'_0}{\alpha + \gamma S_1} \right),$$

خوبی در مورد ناحیه غلاف و شرایط مرزی آن به ما بدهد. معادله (۱۹) در واقع مربوط به قانون بقای انرژی برای یک ذره در چاه پتانسیل  $V(\eta, M)$  است که به وضوح شرایط زیر را دارد:

$$V(\eta, M) < 0, \quad \frac{\partial V(\eta, M)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} \leq 0. \quad (21)$$

بنابراین از معادله (۲۰) داریم:

$$\frac{\partial V(\eta, M)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{u'_{0,x}}{M \eta'_0} - \frac{\gamma q - 1}{\gamma} \leq 0. \quad (22)$$

علاوه بر این از معادله (۱۵) رابطه زیر را داریم:

$$M \left( 1 - \frac{T}{M^{\gamma}} \right) u'_{0,x} = \quad (23)$$

$$\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta - \alpha M \left( u_{0,x}^{\gamma} + u_{0,y}^{\gamma} + u_{0,z}^{\gamma} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}},$$

فرض می‌کنیم یون‌ها تقریباً با سرعتی عمود بر دیواره، وارد ناحیه غلاف می‌شوند. در نتیجه با در نظر گرفتن تقریب  $(u_{0,y}, u_{0,z}) \gg u_{0,x}$  خواهیم داشت:

$$M u'_{0,x} = \frac{\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta - \alpha M^{\gamma+2}}{1 - \frac{T}{M^{\gamma}}}, \quad (24)$$

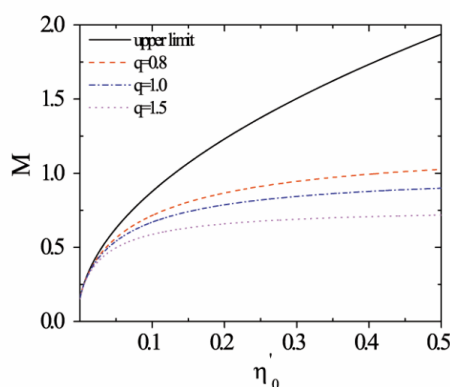
واضح است که به خاطر نیروی برخوردی ذرات خنثی با یون‌ها  $u'_{0,x} \geq 0$  است. بنابراین شرط لازم برای ورود یون‌ها به ناحیه غلاف  $\eta'_0 > 0$  است. در واقع برای ورود یون‌ها به ناحیه غلاف باید یک نیروی شتاب دهنده‌ای وجود داشته باشد تا به نیروی برخوردی غلبه کند [۴۵]. همچنین شرط ذکر شده به رابطه زیر برای دمای یونی منجر می‌شود:

$$T < \left( \frac{\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta}{\alpha} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma+2}}, \quad (25)$$

در نتیجه از رابطه (۲۴) داریم:

$$M \leq \left( \frac{\eta'_0 + \rho u_{0,y} \sin \theta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\gamma+2}}, \quad (26)$$

رابطه بالا حد بالای سرعت‌های یونی مجاز برای ورود به ناحیه غلاف را می‌دهد. در واقع برخورد یون-خنثی منجر به ایجاد کران بالا برای سرعت ورودی یون‌ها شده است که از لحاظ



شکل ۳. کران بالا و پایین معیار بوهم به صورت تابعی از میدان الکتریکی بهنجار شده لبه غلاف با مقادیر  $\alpha = 0/134$ ،  $T = 0/02$ ،  $\gamma = 0$ ،  $\rho = 0/6$  و  $\theta = 30^\circ$ ،  $u_{xy} = 0/01$ .

(۲۷) را بر حسب میدان الکتریکی بدون بعد لبه غلاف  $\eta'_0$  برای مقادیر مختلف درجه نافرزوری  $q$  نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با کاهش درجه نافرزوری، کران پایین معیار بوهم برای یک مقدار مفروض  $\eta'_0$  افزایش می‌یابد. شکل ۴ مقایسه‌ای از معیار بوهم غیرمغناطیده ( $\rho = 0$ ) با نتایج برینکمن [۲۷] برای مقادیر مختلف  $q$  نشان می‌دهد. در این شکل هم خوانی خوبی بین منحنی‌ها در  $q$ های معرفی شده وجود دارد.

#### ۴. نتایج عددی

با حل عددی معادلات (۱۴) تا (۱۸)، نتایج مربوط به پتانسیل و چگالی ذرات در ناحیه غلاف به دست می‌آید. شرط ضروری برای مقدار اولیه سرعت یونی از روی شکل ۳ تخمین زده می‌شود. چون چگالی یونی تحت تأثیر پتانسیل ناحیه غلاف است، مطالعه چگالی یونی در ناحیه غلاف برای درک ساختار غلاف تشکیل شده مهم است. شکل ۵ رفتار و نحوه تغییرات چگالی یونی در ناحیه غلاف بر حسب فاصله بدون بعد از لبه غلاف ( $\xi$ ) و برای مقادیر مختلفی از پارامترهای موجود در پلاسمای نشان می‌دهد. همان طور که از شکل ۵ الف مشاهده می‌شود، با افزایش درجه نافرزوری  $q$ ، چگالی یون‌ها در ناحیه غلاف سریع‌تر افت می‌کند. شکل ۵ ب تغییرات چگالی یونی را برای مقادیر مختلفی از پارامتر بسامد برخوردی یون-خنثی

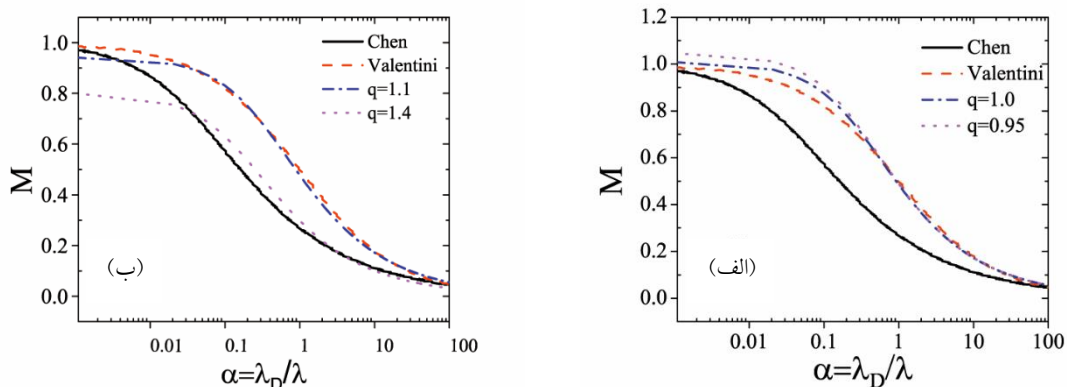
که در آن داریم:

برای  $S_1 = 0$ ،  $S_2 = v\tau$  و  $S_1 = 1$ ،  $S_2 = 1 + v\tau$  برای  $S_i = 0$ ،  $S_i = \frac{ne}{\tau}$  طوری که  $\gamma v\tau = \alpha$ . در اعتبارسنجی نتیجه به دست آمده در مطالعه حاضر (رابطه (۲۸))، ملاحظه می‌شود که معیار بوهم برای یک پلاسمای غیرمغناطیده ( $\rho = 0$ ) یک بعدی ( $q+1 \rightarrow 3q-1$ ) و در نبود چشمه یونی ( $S_i = 0$ )، به نتیجه فوق منتهی می‌شود. همچنین برای یک پلاسمای غیربرخوردی و غیرمغناطیده روابط (۲۷) و (۲۸) به رابطه زیر کاهش می‌یابند:

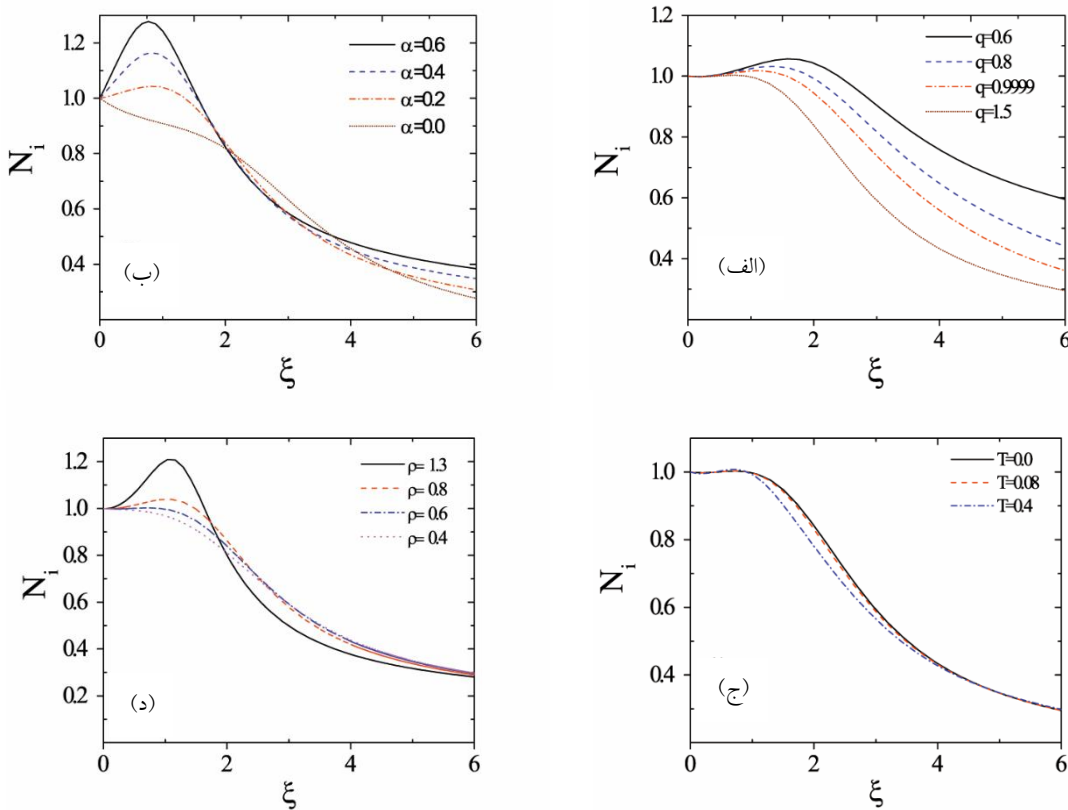
$$M \geq \sqrt{T + \frac{2}{3q-1}}, \quad (29)$$

از آنجایی که این احتمال وجود دارد که یون‌ها با داشتن سرعت حرارتی وارد ناحیه غلاف شوند، بنابراین رابطه (۲۹) مستقل از میدان الکتریکی اولیه است. علاوه بر این، برای یون‌های سرد ( $T = 0$ ) ما رابطه  $M \geq \sqrt{2/(3q-1)}$  را به دست می‌آوریم. این رابطه زمانی که  $q \rightarrow 1$  به معیار بوهم اصلی  $M \geq 1$  کاهش می‌یابد. نهایتاً، نامساوی (۲۹) به معیار بوهم  $M \geq \sqrt{1+T}$ ، یک غلاف پلاسمایی ماکسولوی بدون برخورد کاهش می‌یابد، که برای  $T$ های کوچک‌تر می‌توان به شکل  $M \geq 1+T/2$  نوشت. این رابطه نشان می‌دهد که دمای یونی، سرعت‌های مجاز برای ورود به ناحیه غلاف را به مقادیری بزرگ‌تر از سرعت یون صوتی محدود می‌کند.

شکل ۳ تغییرات کران بالا و پایین معیار بوهم تعمیم یافته



شکل ۴. مقایسه معیار بوهم به دست آمده با نتایج برینکمن [۲۷].

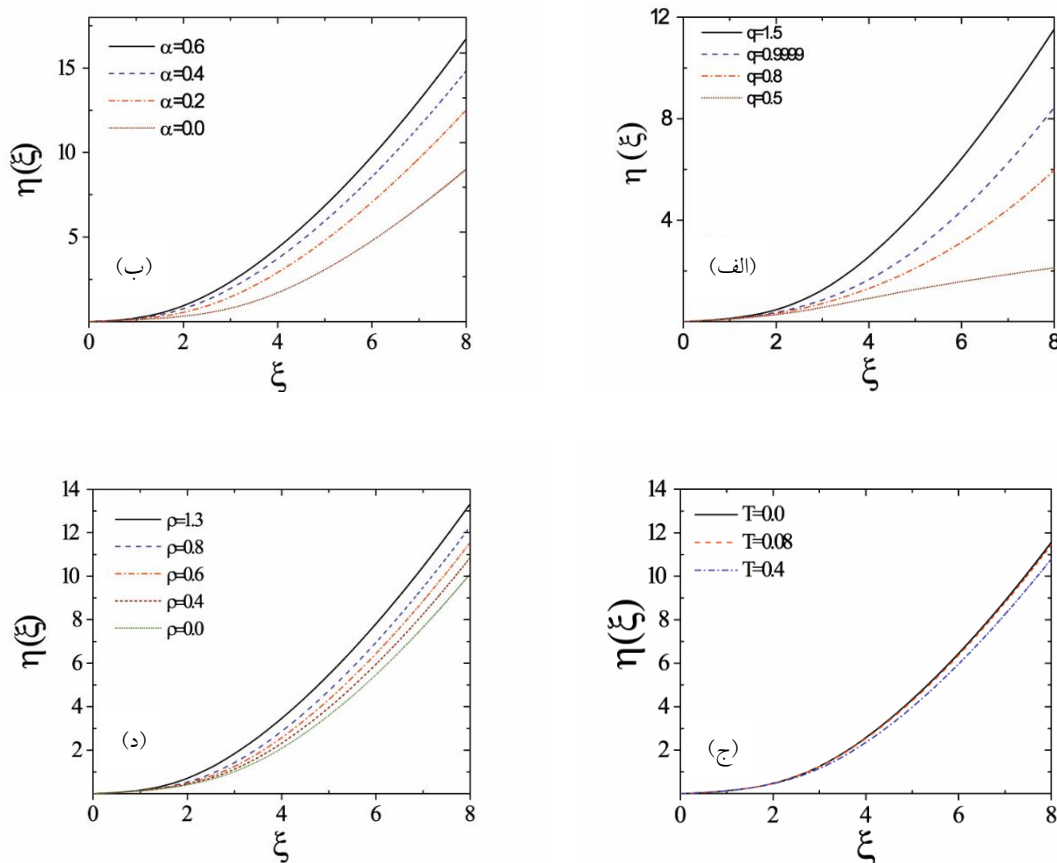


شکل ۵. چگالی یونی بهنجارشده تابعی از فاصله بهنجارشده از لبه غلاف ( $\xi$ ) و با پارامترهای  $\theta = 30^\circ$ ,  $M = 0/8$ ,  $\gamma = 0$  و مقادیر مختلف نظر گرفته شده برای پارامترهای (الف)  $\alpha = 0/134$ ,  $\rho = 0/6$ ,  $T = 0/02$ , (ب)  $\alpha = 0/134$ ,  $\rho = 0/6$ ,  $T = 0/02$ ,  $q = 1/5$ , (ج)  $\alpha = 0/134$ ,  $\rho = 0/6$ ,  $q = 1/5$  و (د)  $\alpha = 0/134$ ,  $T = 0/02$ ,  $q = 1/5$ .

سرعت‌های مجاز برای ورود به ناحیه غلاف شده و در نتیجه آن افزایش شمار یون‌ها را در نزدیکی لبه غلاف داریم. تأثیر دمای یونی بر روی چگالی یون‌ها را در شکل ۵ ج می‌توانیم مشاهده

( $\alpha$ ) نشان می‌دهد. این پارامتر باعث افزایش چگالی یونی در نزدیکی لبه غلاف می‌شود. این اثر قبلاً در مورد معیار بوهم مطرح شد، که در واقع افزایش پارامتر برخورد باعث کاهش



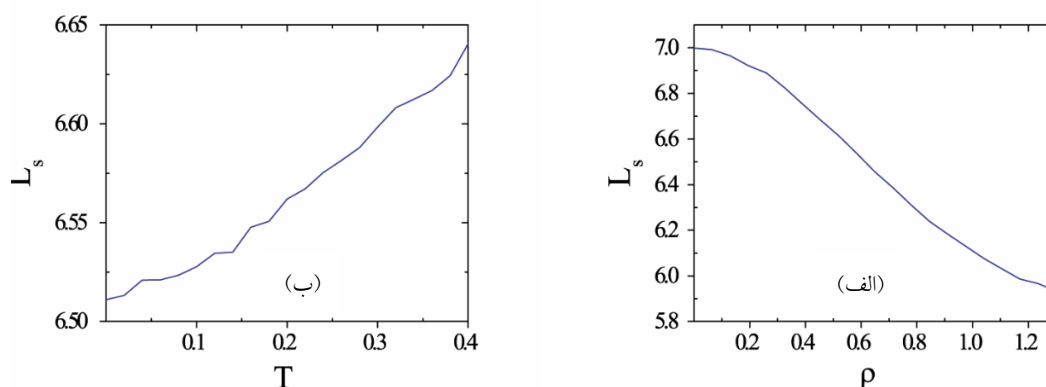


شکل ۶. پتانسیل الکتریکی بهنجار شده تابعی از فاصله بهنجار شده از لبه غلاف (ξ) و با پارامترهای  $\theta = 30^\circ$ ,  $M = 0/8$ ,  $\gamma = 0$  و مقادیر مختلف نظر گرفته شده برای پارامترهای (الف)  $T = 0/0.2$ ,  $\rho = 0/6$ ,  $\alpha = 0/1.34$  (ب)  $q = 1/5$ ,  $T = 0/0.2$ ,  $\rho = 0/6$  (ج)  $\alpha = 0/1.34$ ,  $\rho = 0/6$ ,  $q = 1/5$  (د)  $T = 0/0.2$ ,  $q = 1/5$ .

اعمال می‌شوند. در بین این نیروها فقط میدان الکتریکی به یون‌ها در راستای حرکت به سمت دیواره شتاب می‌دهد و نیروهای دیگر باعث کاهش سرعت حرکتی یون‌ها می‌شوند. آنجایی که در نزدیکی لبه غلاف میدان الکتریکی در کمترین مقدار خود قرار دارد، بنابراین با افزایش نیروهای مغناطیسی و برخوردی تجمع یون‌ها را در ناحیه غلاف خواهیم داشت. این تا جایی خواهد بود که نیروی شتاب دهنده یون‌ها به سمت دیواره، یعنی میدان الکتریکی، بتواند بر این نیروها غلبه کند.

اثرات پارامترهای  $T$ ,  $\alpha$ ,  $q$  و  $\rho$  روی پتانسیل الکتروستاتیک ناحیه غلاف در شکل ۶ به تصویر کشیده شده است. در شکل ۶ الف پتانسیل ناحیه غلاف برای مقادیر مختلف درجه نافزونوری  $q$  رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که

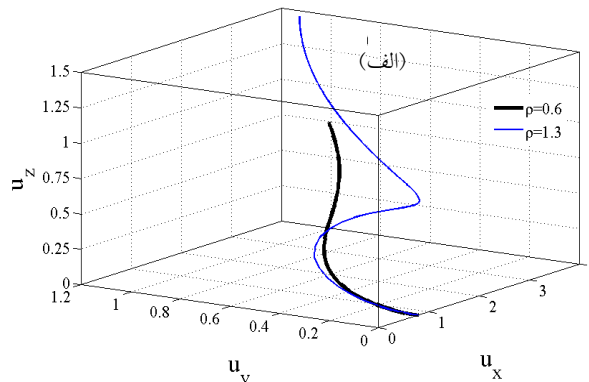
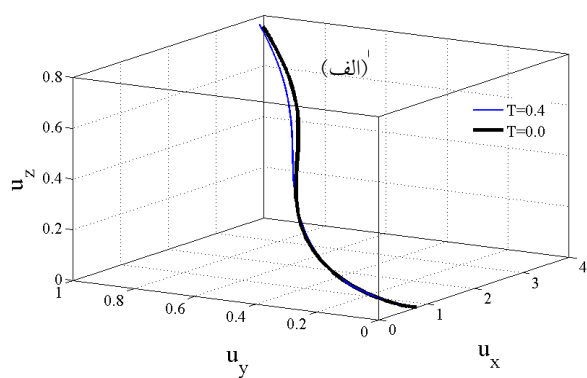
این شکل نشان می‌دهد که دمای یونی تأثیر زیادی روی چگالی یون‌ها ندارد. اما با این وجود افزایش دمای یونی باعث کاهش مختصر چگالی یونی در ناحیه غلاف می‌شود. در واقع می‌توان این اثر را به خاطر افزایش کران پایین معیار بوهم با دمای یونی مرتبط دانست. شکل ۵. د تأثیر میدان مغناطیسی روی چگالی یونی را نشان می‌دهد که در اثر آن چگالی یونی با افزایش میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد. شکل‌های ۵. ب و ۵. د نشان می‌دهند که با افزایش میدان مغناطیسی و بسامد برخوردی، یک افزایش موضعی چگالی یونی در نزدیکی لبه غلاف داریم. در حقیقت این رفتار را می‌توان از روی نیروهای موجود در ناحیه غلاف توضیح داد. در ناحیه غلاف سه نیروی الکتریکی، مغناطیسی و برخوردی حضور دارند که به یون‌ها



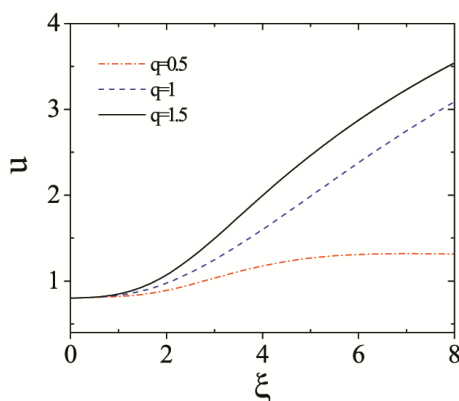
شکل ۷. ضخامت غلاف تابعی از (الف) پارامتر میدان مغناطیسی  $\alpha$  و (ب) دمای یون  $T$ .

پتانسیل ناحیه غلاف با افزایش درجه نافزونوری، افزایش می‌یابد. مشابه با مرجع [۳۳] با استفاده از مشخصات تابع توزیع نافزونور می‌توان علت این رفتار را توضیح داد. چون کاهش درجه نافزونوری به معنی افزایش تعداد الکترون‌های پر انرژی در پلاسما است که می‌توانند به دیواره برسند در نتیجه، پتانسیل منفی دیواره افزایش می‌یابد. این افزایش پتانسیل دیواره باعث افزایش شار یونی در ناحیه غلاف شده و همین امر منجر به کاهش پتانسیل ناحیه می‌شود. شکل ۶. ب رفتار پتانسیل الکتروستاتیک را برای مقادیر مختلفی از پارامتر بسامد برخوردی ( $\alpha$ ) نشان می‌دهد. واضح است که افزایش ( $\alpha$ ) باعث افزایش پتانسیل ناحیه غلاف می‌شود. دمای یونی و میدان مغناطیسی پارامترهای مهمی در کنترل ضخامت غلاف هستند، که تأثیر این پارامترها بر پتانسیل ناحیه غلاف به ترتیب در شکل‌های ۶. ج و ۶. د نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که افزایش دمای یونی باعث کاهش پتانسیل الکتروستاتیک می‌شود؛ در حالی که با افزایش پارامتر مربوط به میدان مغناطیسی ( $\rho$ )، پتانسیل افزایش می‌یابد. همچنین می‌توانیم نحوه تغییرات ضخامت غلاف تحت تأثیر پارامترهای موجود را از روی منحنی‌های مربوط به پتانسیل حدس بزنیم. با در نظر گرفتن یک مقدار پتانسیل به عنوان پتانسیل دیواره و فرض  $\xi$  متناظر با آن پتانسیل به عنوان ضخامت غلاف، رفتار ضخامت غلاف تحت تأثیر مقادیر مختلفی از پارامترها به دست می‌آید. همان طور که مشاهده می‌شود پارامترهایی که باعث کاهش (افزایش) پتانسیل

الکتروستاتیک ناحیه غلاف می‌شوند منجر به افزایش (کاهش) ضخامت غلاف می‌شوند. همان طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر میدان مغناطیسی ضخامت غلاف کاهش می‌یابد؛ در حالی که با افزایش دمای یونی ضخامت افزایش می‌یابد. در حقیقت از این پارامترها می‌توان برای کنترل ضخامت غلاف استفاده کرد. در نهایت، رفتار سرعت شار ذرات یونی را در دو شکل ۸ و ۹ رسم کرده‌ایم. شکل ۸ تغییرات هر سه مؤلفه سرعت یونی را در ناحیه غلاف به ما نشان می‌دهد. شکل قسمت (الف) برای دو مقدار متفاوت پارامتر میدان مغناطیسی رسم شده است. با افزایش میدان مغناطیسی، سرعت در راستای محور  $Z$  بیشتر می‌شود و این امر طبیعی به نظر می‌رسد چون نیروی لورنتسی در راستای محور  $Z$  افزایش می‌یابد. شکل قسمت (ب) نیز مولفه‌های سرعت را برای دو مقدار متفاوت دمای یونی نشان می‌دهد. واضح است که دمای یونی تأثیر چندانی بر رفتار مؤلفه‌های سرعت ندارد. در شکل ۹ سرعت شار یونی،  $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$ ، برای مقادیر مختلفی از پارامتر نافزونوری  $q$ ، بر حسب فاصله بهنجار شده از لبه غلاف  $\xi$  را در نظر گرفته‌ایم، که با افزایش  $\xi$  و  $q$ ، مقدار سرعت یونی بالا می‌رود. همان طور که در شکل ۶ مشاهده شد، پتانسیل الکتروستاتیک ناحیه غلاف با افزایش  $\xi$  و پارامتر  $q$  افزایش می‌یابد که در نتیجه آن شتاب یونی بالا رفته و سرعت یونی افزایش می‌یابد.



شکل ۸. تغییرات مؤلفه‌های سرعت یونی در ناحیه غلاف (الف) برای دو مقدار متفاوت  $\rho$  و  $T = 0.0$  و (ب) برای دو مقدار متفاوت  $T$  و  $\rho = 0.6$  و با مقادیر  $\alpha = 0.134$ ,  $\gamma = 0$ ,  $M = 0.8$  و  $q = 0.5$ .



شکل ۹. سرعت بهنجار شده یونی بر حسب فاصله بهنجار از لبه غلاف  $\xi$  برای مقادیر مختلفی از درجه نافروری  $q$  و  $\alpha = 0.13$ ,  $\rho = 0.6$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $M = 0.8$ ,  $T = 0.02$ .

## ۵. بحث و نتیجه‌گیری

ناحیه غلاف سریع‌تر افت می‌کند. این در حالی است که برخوردها سبب کاهش سرعت‌های مجاز برای ورود به ناحیه غلاف شده و در نتیجه افزایش چگالی یونی در نزدیکی لبه غلاف را در پی خواهد داشت. به علاوه، با افزایش میدان مغناطیسی و بسامد برخوردی، یک افزایش موضعی چگالی یونی در نزدیکی لبه غلاف داریم. این رفتار به شتاب‌گیری یون‌ها در میدان الکتریکی در راستای حرکت به سمت دیواره و کاهش سرعت آنها توسط نیروهای دیگر مربوط می‌شود. از آنجایی که در نزدیکی لبه غلاف، میدان الکتریکی در کمترین مقدار خود قرار دارد، با افزایش نیروهای مغناطیسی و برخوردی، تجمع یون‌ها را در ناحیه غلاف خواهیم داشت. این تا جایی است که نیروی شتاب دهنده یون‌ها به سمت دیواره،

به کمک مدل سیالی برای یک پلاسمای الکترون-یون، تشکیل غلاف و ویژگی‌های آن در پلاسمای مغناطیده برخوردی شامل الکترون‌های نافرور و یون‌های حرارتی مورد بررسی قرار گرفت. معیار بوهام به صورت تابعی از میدان الکتریکی در لبه غلاف  $\eta'$  و درجه نافروری  $q$  برای سرعت یون‌ها به دست آمد و نشان داده شد که برخورد یون-خنثی حد (کران) بالایی برای معیار بوهام تحمیل می‌کند. همچنین تأثیر میدان مغناطیسی، دمای یون و برخوردهای یون-خنثی بر کمیت‌های فیزیکی همچون چگالی یونی، سرعت یونی و پتانسیل ناحیه غلاف به ازای درجات مختلف نافروری بررسی شد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش درجه نافروری،  $q$  چگالی یون‌ها در

دمای یونی به کاهش پتانسیل الکتروستاتیک منجر می‌شود. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که با اعمال میدان مغناطیسی می‌توان ضخامت غلاف را کنترل کرد. در نهایت، نحوه تغییرات ضخامت غلاف و سرعت شار ذرات یونی را تحت تأثیر پارامترهای مذکور مورد بررسی قرار دادیم.

یعنی میدان الکتریکی، بتواند بر این نیروها غلبه کند. بررسی اثرات پارامترهای  $T, \rho, \alpha, q$  روی پتانسیل الکتروستاتیک ناحیه غلاف نشان داد که افزایش درجه نافزونوری، بسامد برخورد و میدان مغناطیسی، سبب افزایش پتانسیل ناحیه غلاف می‌شود. این در حالی است که افزایش

## مراجع

1. A Renyi, *Acta Math. Hung.* **6** (1955) 285.
2. C Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52** (1988) 4.
3. B M. Boghosian, *Phys. Rev. E* **53** (1996) 4754.
4. C Tsallis, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 3589.
5. I Koponen, *Phys. Rev. E* **55** (1997) 7759.
6. P Jund, S G Kim, and C Tsallis, *Phys. Rev. B* **52** (1995) 50.
7. J A S Lima, J R Silva, and J Santos, *Phys. Rev. E* **61**, 3 (2000) 3260.
8. G Kaniadakis, A Lavagno, and P Quariti, *Phys. Rev. Lett. B* **369** (1996) 308.
9. J A S Lima, R Silva and J Santos, *Astron. Astrophys.* **396** (2002) 309.
10. J R Silva, J S Alcanizc, and J A S Lima, *Physica A* **356** (2005) 509.
11. E M F Curado, *Braz. J. Phys.* **29**, 36(1999); S Abe, *Physica (Amsterdam)* **269A** (1999) 403.
12. J R Silva, A R Plastino and J A S Lima, *Phys. Lett. A* **249** (1998) 401.
13. J A S Lima, R Silva, and A R Plastino, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 2938.
14. X P Huang and C F Driscoll, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 2187.
15. J M Liu, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 2717.
16. M P Leubner, *Astrophys. Space Sci.* **282** (2002) 573.
17. G Livadiotis and D J McComas, *J. Geophys. Res.* **114A** (2009)11105.
18. M A Lieberman and A J Lichtenberg, "Principles of Plasma Discharges and Materials Processing", New York: Wiley (1994).
19. D Boruah, *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36** (2003) 645.
20. S Saloum, M Akel, and B Alkhaled, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42** (2009) 175206.
21. K-U Riemann, *Phys. Plasmas* **3** (1991) 3331.
22. K-U Riemann, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24** (1991) 492.
23. K-U Riemann, *IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE* **23** (1995) 4.
24. K-U Riemann, *Contrib. Phys. Plasmas* **36** (1996) 19.
25. K-U Riemann, *Phys. Plasmas* **4** (1997) 4158.
26. K-U Riemann, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36** (2003) 2811.
27. R P Brinkmann, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44** (2011) 042002.
28. H B Valentini, *Phys. Plasmas* **3** (1996) 1459.
29. R N Franklin, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36** (2003) 2821.
30. T E Sheridan and J. Goree, *Phys. Fluid B* **3** (1991) 2796.
31. H B Valentini and D. Kaiser, *Plasma Source Sci. Technol.* **23** (2014) 015004.
32. M M Hatamai, *Phys. Plasmas* **22** (2015) 013508.
33. N Navabsafa, H Ghomi and A R Niknam, *Phys. Plasmas* **21** (2014) 082111.
34. S Robertson, *Plasma Phys. Control. Fusion.* **55** (2013) 093001.
35. D Bohm, "The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields", ed A Guthrie and R K Wakerling, New York: McGraw-Hill (1949).
36. X P Chen, *Phys. Plasmas* **5** (1998) 804.
37. V A Godyak, *Phys. Lett. A.* **89** (1982) 80.
38. H Ghomi and M Khoramabadi, *J. Fusion Energy* **30** (2011) 481.
39. M E Kaouini and H Chatei, *J. Fusion Energ.* **30** (2011) 199.
40. M M Hatami and A R Niknam, *Plasma Sci. Technol.* **16** (2014) 6.
41. W Z Xiong, L J Yuan and Z Xiu, *CHIN. PHYS. LETT.* **20** (2003) 9.
42. Z Xiu, *et al.*, *CHIN. PHYS. LETT.* **28** (2011)12.
43. L Huiping, Z Xiu and Q Minghui, *Plasma Sci. Technol.* **16** (2014) 7.

44. H Ghomi, *et al.*, *J. App. Phys.* **108** (2010) 063302.
45. J Y Liu, Z X Wang and X G Wang, *Phys. Plasmas* **10** (2003) 3032.
46. M Sharifiana, *et al.*, *J. Plasma Physics* **80** (2014) 607.
47. M M Hatami, *Phys. Plasmas* **22** (2015) 023506.
48. J R Bezerra, R Silva and J A S Lima, *Physica A* **322** (2003) 256.
49. R Z Sagdeev, *in Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich (1966).
50. A A Vedenov, E P Velikhov, and R Z Sagdeev, *Nucl. Fusion* **1** (1961) 82 (in Russian).
51. M EL Bojaddaini and H. Chatei, *Materials Today: Proceedings* **24** (2020) 37.
52. M EL Bojaddaini and H Chatei, *Eur. Phys. J. Plus* **135** (2020) 680.