



## کوک پذیری تکانه زاویه‌ای مداری در تولید هماهنگ دوم یک پرتو لیزر

سعید قوامی صبوری

دانشکده فیزیک اصفهان، دانشگاه اصفهان، کد پستی ۷۳۴۴۱-۸۱۷۶۴ اصفهان

پست الکترونیکی: ghavami@sci.ui.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۲۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۳/۳۰)

### چکیده

پرتوهای لیزر حاوی تکانه زاویه‌ای کاربردهای فراوانی در شاخه‌های مختلف علوم، به‌خصوص در زمینه مخابرات کوانتومی نوین پیدا کرده‌اند. تبدیل بسامد این پرتوها با استفاده از بلورهای غیر خطی، امکان دستیابی نواحی بینایی مورد نیاز را فراهم می‌آورد. در این مقاله ابتدا مقدار بهینه پارامتر کانونی و محل کانون پرتو دمش حاوی تکانه زاویه‌ای مداری در فرایند تولید هماهنگ دوم در یک بلور غیر خطی، محاسبه شده است. سپس بر مبنای وابستگی مقدار بهینه پارامتر جورناشدگی فازی به مرتبه مد لاگر-گوس موجود در پرتو دمش، روشی بدیع برای تغییر تکانه زاویه‌ای مداری پرتو هماهنگ دوم تولید شده ارائه شده است. بر اساس این روش برای پرتوهای دمش با تکانه زاویه‌ای غیر صحیح، با تغییر پارامتر کانونی می‌توان تکانه زاویه‌ای مداری پرتو هماهنگ دوم را به طور پیوسته کوک کرد.

واژه‌های کلیدی: پرتوهای لاگر-گوس، تکانه زاویه‌ای مداری، تولید هماهنگ دوم.

### ۱. مقدمه

پرتوهای لیزر حاوی تکانه زاویه‌ای مداری به دلیل ویژگی‌های منحصر به فردی که دارند کاربردهای روزافزونی در زمینه‌هایی همچون مخابرات کوانتومی [۱ و ۲]، گیراندازی و چرخاندن ذرات [۳] و رمزنگاری کوانتومی [۴] پیدا کرده‌اند. جبهه موج فضایی این پرتوها وابستگی فازی سمتی به صورت  $\exp(-il\varphi)$  دارند که در آن  $\varphi$  مختصه سمتی در صفحه عمود بر انتشار و  $l$  عددی صحیح و نشانگر بار توپولوژیک جبهه موج است. همین توزیع فاز در جبهه موج باعث شده تا آنها را پرتوهای گردابی

بنامند و پرتوهای لاگر-گوس از معروف‌ترین این پرتوها هستند. به طور کلی پرتوهای گردابی می‌توانند تکانه زاویه‌ای مداری صحیح یا غیر صحیح داشته باشند [۵]. اگر پرتو گردابی شامل بر هم‌نهی چند مد لاگر-گوس با تکانه‌های زاویه‌ای و دامنه‌های متفاوت باشد، تکانه زاویه‌ای مداری کل آن می‌تواند به صورت غیر صحیح در بیاید [۶]. این نوع پرتوها سنگ بنای مخابرات کوانتومی جدید هستند. به دلیل متعامد بودن توابع با مرتبه‌های مختلف لاگر-گوس، از آنها برای افزایش پایه‌های تبادل اطلاعات در مخابرات استفاده می‌کنند [۷]. به عبارتی

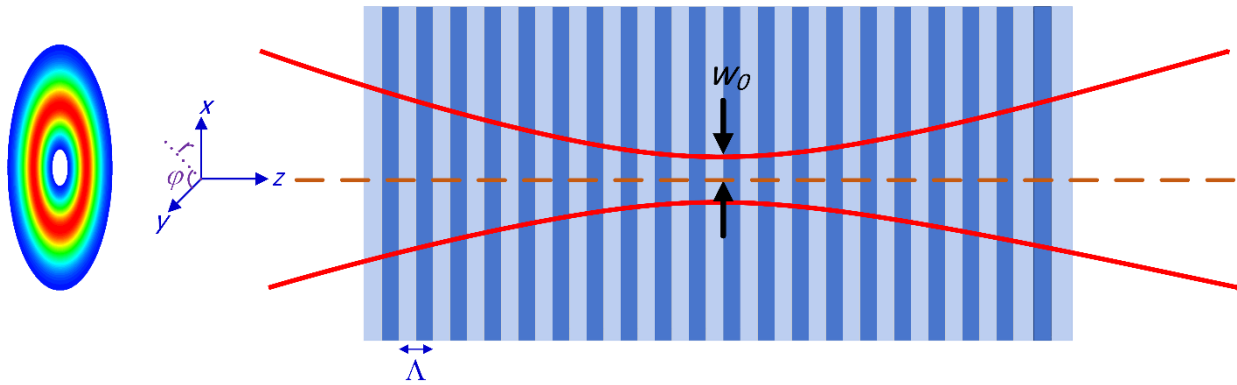
بسته به مرتبه آن متفاوت خواهد بود [۲۴]. بنابراین نسبت مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده پرتو گردابی در پرتو تبدیل بسامد یافته ثابت باقی نخواهد ماند و در نتیجه تکانه زاویه‌ای آن دستخوش تغییر خواهد شد.

پرتوهای لیزری گردابی با تکانه زاویه‌ای مداری غیر صحیح نقش مهمی در مخابرات نوری بازی می‌کنند. به عنوان مثال برای مخابرات در زیر آب، طول موج بهینه‌ای که به ازای آن جذب آب کمینه است در ناحیه بینابنی سبز قرار دارد. برای همین از هماهنگ دوم لیزرهای فرسوخ نزدیک برای تولید این پرتوها استفاده می‌کنند [۲۵]. در صورتی که پرتو لیزر دمش حاوی تعدادی از مدهای پایه باشد باید در هماهنگ دوم سهم هر یک از این پایه‌ها تعیین شود تا بتوان بازبانی اطلاعات را در گیرنده مخابراتی انجام داد. همچنین در دستکاری ذرات گیر افتاده در تله‌های اپتیکی ناشی از پرتوهای لیزر تبدیل بسامد یافته در بلورهای غیر خطی، سرعت چرخش ذرات را می‌توان با تنظیم تکانه زاویه‌ای پرتو لیزری که آنها را به دام انداخته است، تغییر داد [۲۶-۲۸]. بنابراین مشخصه‌یابی پرتوهای تولید شده در فرایندهای غیرخطی تبدیل بسامد از نظر تکانه زاویه‌ای از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

در این مقاله تکانه زاویه‌ای مداری پرتو هماهنگ دوم تولید شده در یک بلور غیر خطی دمیده شده با پرتو دمش حاوی تکانه زاویه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین عوامل مؤثر بر بازده تبدیل و تکانه زاویه‌ای مداری موج هماهنگ دوم برای پرتو دمش دارای تکانه زاویه‌ای صحیح و غیر صحیح مطالعه شده و مقادیر بهینه آنها معرفی شده است. کوک‌پذیری تکانه زاویه‌ای مداری نقش به‌سزایی برای کاربردهای مخابرات لیزری و کوانتومی دارد. اخیراً تحقیقات گسترده‌ای برای تولید پرتوهای لیزر با قابلیت کوک‌پذیری تکانه زاویه‌ای صورت گرفته است. به عنوان مثال کوک‌پذیری تکانه زاویه‌ای در تولید فرایندهای تبدیل بسامد با روش‌هایی همچون تغییر تکانه زاویه‌ای لیزر دمش و استفاده از اپتیک غیر خطی در مرتبه‌های بالاتر از دو، انجام شده است [۲۹ و ۳۰]. در این مقاله برای نخستین بار روشی برای کوک‌پذیری و تنظیم

دیگر، به جای مخابرات کلاسیک که مبتنی بر پایه‌های صفر و یک است، تعداد این پایه‌ها را با به کارگیری توابع متعامد لاگر-گوس تا حد زیادی افزایش می‌دهند. بدین ترتیب پهنای باند انتقال اطلاعات و همچنین امنیت انتقال اطلاعات بسیار افزایش پیدا می‌کند [۸]. به همین دلیل تحقیقات گسترده‌ای در زمینه انتقال پرتوهای حاوی تکانه زاویه‌ای به عنوان حامل اطلاعات در تارهای نوری و همچنین در فضای آزاد صورت گرفته است [۹-۱۱].

یکی از زمینه‌های مورد علاقه در باره پرتوهای گردابی مطالعه تبادل بار توپولوژیک آنها در فرایندهای اپتیک غیر خطی است [۱۲ و ۱۳]. فرایندهای تبدیل بسامد اپتیک غیر خطی این امکان را فراهم می‌سازند تا پرتوهای لیزر گردابی در بسامدهای جدید و با قابلیت کوک‌پذیری در اختیار داشته باشیم [۱۴]. تا کنون اغلب انواع برهمکنش‌های پارامتری پرتوهای گردابی در بلورهای غیر خطی نظیر تولید بسامد مجموع [۱۵] و تفاضل بسامد [۱۶]، هماهنگ دوم [۱۷]، سوم [۱۸]، هماهنگ‌های بالا [۱۹] و نوسانگر پارامتری نوری [۲۰] مورد بررسی قرار گرفته است. در همه این فرایندها همواره تکانه زاویه‌ای پایسته باقی می‌ماند [۲۱]. به عنوان مثال در فرایند تولید هماهنگ دوم تکانه زاویه‌ای مداری پرتو هماهنگ دوم دو برابر تکانه زاویه‌ای پرتو ورودی به بلور غیر خطی خواهد بود. البته بررسی‌های اخیر نشان می‌دهد که در برهمکنش با محیط‌های غیر خطی دستکاری شده، ارتباط اشاره شده بین تکانه زاویه‌ای پرتوهای ورودی و خروجی به بلور غیر خطی برقرار نخواهد ماند. به عنوان مثال با شکل دهی ساختار تناوبی یک بلور غیر خطی قطبیده دوره‌ای به صورت یک توری چنگالی می‌توان به پرتو هماهنگ دوم تکانه زاویه‌ای، علاوه بر دو برابر تکانه زاویه‌ای پرتو دمش اضافه کرد [۲۲ و ۲۳]. البته برای پرتوهای گردابی با تکانه زاویه‌ای غیر صحیح که حاصل برهمکنش چندین مد لاگر-گوس با تکانه زاویه‌ای مداری صحیح هستند، برهمکنش‌های غیر خطی برای هر یک از مدهای تشکیل‌دهنده به صورت جداگانه بررسی می‌شوند. در یک فرایند تبدیل بسامد، بازده تبدیل برای هر یک از مدهای تشکیل‌دهنده پرتو گردابی



شکل ۱. طرحواره‌ای از دمش بلور لیتیوم نیوبات قطبیده دوره‌ای با پرتو لاگر-گوس حاوی تکانه زاویه‌ای.

می‌تواند تعداد دلخواهی از مدهای لاگر را در بر بگیرد و در حالتی که  $m=1$  باشد پرتو دمش مد خالص و تکانه زاویه‌ای صحیح خواهد داشت. در معادله (۲) ضرایب  $C$  اعدادی مختلط و اندازه‌های آنها نشانگر وزن هریک از مدهای لاگر موجود در پرتو دمش هستند. طرحواره‌ای از دمش بلور لیتیوم نیوبات قطبیده دوره‌ای با یک پرتو با نمایه لاگر-گوس در شکل ۱ نشان داده شده است.

برای شبیه‌سازی تولید هماهنگ دوم، معادلات جفت شده زیر به صورت عددی و با روش گام مجزای فوریه در محیط متلب حل شده است [۳۱].

$$\frac{dE_f}{dz} = -\frac{i}{r k_f} \nabla_T^2 E_f + i \frac{r d_{eff} \omega_f}{n_f c} E_s E_f^* e^{-i \Delta k z}, \quad (3)$$

$$\frac{dE_s}{dz} = -\frac{i}{r k_s} \nabla_T^2 E_s + i \frac{r d_{eff} \omega_s}{n_s c} E_f^2 e^{i \Delta k z}, \quad (4)$$

که در آنها  $E_s$ ،  $E_f$ ،  $n_s$  و  $n_f$  به ترتیب دامنه و ضرایب شکست بلور غیر خطی به ازای طول موج‌های دمش و هماهنگ دوم هستند. همچنین  $d_{eff}$  و  $k_{f,s}(=2\pi n_{f,s}/\lambda_{f,s})$  به ترتیب ضریب مؤثر غیر خطی بلور و اعداد موج متناسب به امواج دمش و هماهنگ دوم را نشان می‌دهند. عبارت  $\nabla_T^2$  عملگر لاپلاسیس در دستگاه مختصات عمود بر جهت انتشار پرتو بوده و پدیده پراش در انتشار آزاد را توصیف می‌کند. عبارت  $\Delta k$  نشانگر پارامتر عدم انطباق فاز بین پرتوهای دمش و هماهنگ دوم است و به صورت زیر بیان می‌شود:

تکانه زاویه‌ای پرتو هماهنگ دوم با استفاده از پارامتر کانونی پرتو دمش معرفی و مشخصه‌یابی شده است. روش ارائه شده در این مقاله نسبت به روش‌های موجود راحت‌تر و کاراتر است.

## ۲. مدل نظری

برای شبیه‌سازی تولید هماهنگ دوم با دمش حاوی تکانه زاویه‌ای مداری یک بلور لیتیوم نیوبات قطبیده دوره‌ای با طول ۲۰ میلی‌متر به عنوان محیط غیر خطی در نظر گرفته شد. این بلور غیر خطی به دلیل ضریب مؤثر غیر خطی بالا، به صورت وسیعی در چیدمان‌های تجربی مورد استفاده قرار می‌گیرد. پرتو لیزر دمش با نمایه لاگر-گوس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_f = A_0 e^{\frac{-r^2}{w_0^2}} e^{-i l \phi} (-1)^p \left( \frac{r \sqrt{r}}{w_0} \right)^l \Psi_p^l, \quad (1)$$

که در آن

$$\Psi_p^l = C_{p_1}^{l_1} L_{p_1}^{l_1} \left( \frac{r^2}{w_0^2} \right) + C_{p_2}^{l_2} L_{p_2}^{l_2} \left( \frac{r^2}{w_0^2} \right) + \dots + C_{p_m}^{l_m} L_{p_m}^{l_m} \left( \frac{r^2}{w_0^2} \right), \quad (2)$$

در معادله بالا  $A_0$  و  $w_0$  به ترتیب دامنه و کمر پرتو دمش هستند. همچنین  $L_p^l$  چند جمله‌ای‌های لاگر مرتبه  $p$  و  $l$  و  $m$  تعداد مدهای شرکت کننده در برهم نهی لیزر دمش را نشان می‌دهند.  $r$  و  $\phi$  نیز به ترتیب متغیرهای شعاعی و سمتی در دستگاه مختصات استوانه‌ای هستند. به طور کلی پرتو دمش

کانونی بر تکانه زاویه‌ای هماهنگ دوم، یک پرتو دمش با تکانه زاویه‌ای غیرصحیح که حاصل برهم نهی تعدادی از مدهای لاگر با تکانه‌های زاویه‌ای متفاوت است را در نظر می‌گیریم. بنابراین موج هماهنگ دوم نیز حاوی مد-های لاگر با مرتبه‌های دو برابر مدهای به کار رفته در پرتو دمش هستند. برای تحلیل چگونگی توزیع مدهای لاگر در هماهنگ دوم از خاصیت تعامد مدهای لاگر با مرتبه‌های متفاوت بر یکدیگر استفاده می‌کنیم. ضرایب وزنی هر یک از مدهای لاگر (ضرایب  $C$  در معادله (۲)) از معادله زیر به دست می‌آیند [۳۶]:

$$C_{p=0}^l = \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} E_s(L_{p=0}^l)^* r dr d\varphi, \quad (7)$$

همچنین ضرایب وزنی  $C$  در معادله زیر صدق می‌کنند که نشان‌دهنده شرط تکامل پایه‌های لاگر به کار گرفته شده است.

$$\sum_l |C_{p=0}^l|^2 = 1, \quad (8)$$

تکانه زاویه‌ای که توسط یک پرتو لیزر با توزیع میدان  $E$  حمل می‌شود را از طریق رابطه زیر محاسبه می‌کنند [۳۷]

$$J = \frac{\int_{r=0}^{r=\infty} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} E(r, \varphi)^* \left( \frac{\partial E(r, \varphi)}{\partial \varphi} \right) r dr d\varphi}{\int_{r=0}^{r=\infty} \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} E^*(r, \varphi) E(r, \varphi) r dr d\varphi}, \quad (9)$$

با در اختیار داشتن ضرایب وزنی، اکنون می‌توان تأثیر پارامتر کانونی بر تکانه زاویه‌ای پرتو هماهنگ دوم تولید شده در یک بلور غیر خطی را بررسی کرد. با قرار دادن از روابط (۱) و (۲) در رابطه (۹) و استفاده از شرط مطرح شده در رابطه (۸) و با در دست داشتن ضرایب وزنی می‌توان تکانه زاویه‌ای را با استفاده از رابطه زیر به دست آورد [۳۸]:

$$J = \sum_{n=0}^{n=m} n |C_n|^2, \quad (10)$$

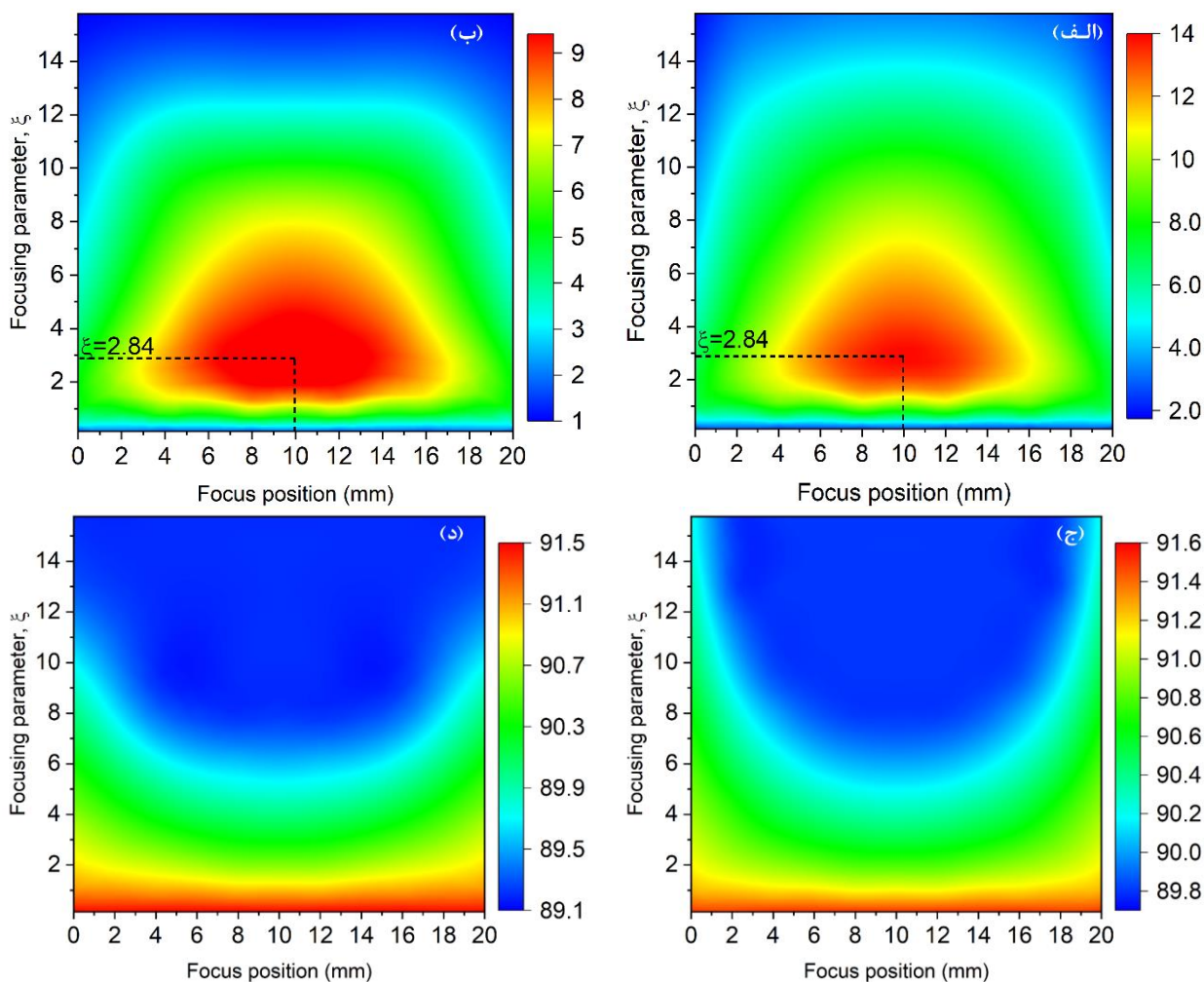
همان طور که از رابطه (۱۰) پیداست، تکانه زاویه‌ای کل برای یک پرتو حاصل برهم نهی تعدادی از مدهای لاگر-گوس، کاملاً به ضرایب بسط بستگی دارد.

$$\Delta k = 2\pi \left( \frac{r n_f(T, \lambda_f)}{\lambda_f} - \frac{n_s(T, \lambda_s)}{\lambda_s} - \frac{1}{\Lambda} \right), \quad (5)$$

که در آن  $\Lambda$  دوره تناوب بلور قطبیده دوره‌ای است و اختلاف سرعت فاز امواج دمش و هماهنگ دوم را که ناشی از پاشندگی محیط است جبران می‌سازد. به عبارتی دیگر انتقال انرژی از لیزر دمش به هماهنگ دوم وقتی به صورت مؤثر اتفاق می‌افتد که پارامتر جورناشدگی فاز مقداری کوچک داشته باشد. لازم به ذکر است که در مدل ارائه شده در این مقاله، به دلیل وجود جمله پراش آزاد، فاز گوی ناشی از کانونی شدن پرتو دمش میان بلور نیز در محاسبات حضور دارد. به همین دلیل در چیدمان‌های تجربی برای جبران کردن اثرات فازگویی، مقدار جمله عدم انطباق فاز را غیر صفر تنظیم می‌کنند [۳۲]. ضرایب شکست در معادله (۵) علاوه بر طول موج به دمای بلور نیز بستگی دارد و با استفاده از معادلات سلمایر وابسته به دمای بلور لیتیوم نیوبات متناوباً پرشده، به دست آمده است [۳۳]. همانطور که از رابطه (۵) پیداست برای آن که بتوان انطباق فازی را بین موج دمش و موج هماهنگ دوم در بلور لیتیوم نیوبات قطبیده دوره‌ای برقرار کرد از معادلات سلمایر وابسته به دما استفاده می‌کنند. یعنی بلور را در دمایی قرار می‌دهند که میزان عدم انطباق فازی بین امواج برهمکنش کننده با فازی که جمله حاوی دوره تناوب  $\Lambda$  از عدم انطباق فاز  $\Delta k$  کم می‌کند، برابر شود. لازم به ذکر است که در کاربردهای تجربی دوره تناوب بلور را به گونه‌ای انتخاب می‌کنند تا دمای انطباق فازی حدود ۱۰۰ درجه باشد. در این دما مقاومت بلور در برابر تخریب بیشتر است [۳۴]. مقدار عدم انطباق فاز بهینه به اندازه کمر پرتو دمش بستگی دارد. در اغلب چیدمان‌های تجربی پرتو دمش را با استفاده از یک عدسی در محیط غیر خطی کانونی می‌کنند و پارامتر بی بعد کانونی را به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$$\xi = \frac{\lambda_p L}{\pi w_0^2 n_p}, \quad (6)$$

که در آن  $L$  طول بلور غیر خطی است. بوید و کلایمنن نشان داده‌اند که مقدار بهینه پارامتر کانونی برای پرتو دمش با نمایه گوسی TEM<sub>00</sub> برابر ۲/۸۴ است [۳۵]. برای بررسی تأثیر پارامتر



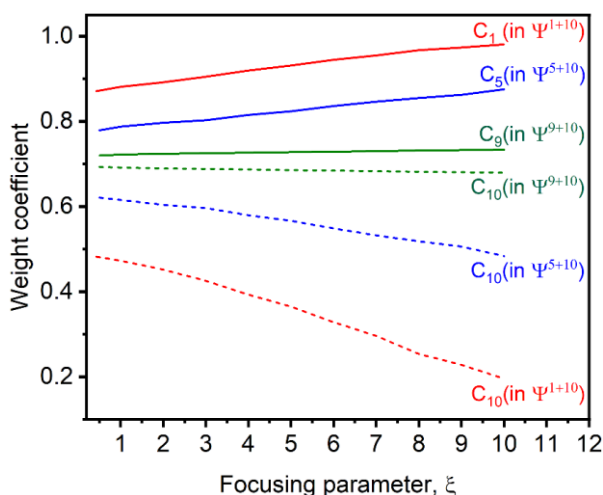
شکل ۲. بازده هماهنگ دوم بیشینه شده با تنظیم دمای بلور بر حسب محل کانون و پارامتر کانونی برای پرتو دمش حاوی تکانه زاویه‌ای (الف)  $l=5$  و (ب)  $l=10$ . در این شکل‌ها ستون رنگ بر حسب درصد است. دمای بهینه بلور که در آن بازده هماهنگ دوم بیشینه است برای (ج)  $l=5$  و (د)  $l=10$ . در این شکل‌ها ستون رنگ بر حسب درجه سانتی‌گراد است.

کانونی مقدار بهینه پارامتر عدم انطباق فاز نیز متفاوت است، به ازای هر جفت پارامتر محل و پارامتر کانونی لیزر دمش، دمای بلور در حوالی دمای انطباق فاز ( $\Delta k=0$ ) جاروب شد و دمایی که به ازای آن بیشینه بازده هماهنگ دوم به دست آمد نیز ثبت شد. لازم به ذکر است که به ازای دوره تناوب بلور  $A=7/9 \mu\text{m}$  دمای انطباق فاز برابر  $T_{PM}=91/6^\circ\text{C}$  به دست آمد. نتایج شبیه‌سازی برای لیزر دمش با تکانه زاویه‌ای  $l=5$  و  $l=10$  در شکل ۲ نشان داده شده است.

نکته مهمی که از شکل ۲ فهمیده می‌شود این است که برای پرتوهای دمش با نمایه لاگر-گوس نیز مقدار بهینه پارامتر

### ۳. نتایج و تحلیل

در این شبیه‌سازی توان لیزر دمش برابر  $10$  وات و ضریب مؤثر غیر خطی برای بلور لیتیوم نیوبات  $d_{eff}=17 \text{ pm/v}$  در نظر گرفته شده است [۳۳] و نتایج به دست آمده برای رژیم دمش پیوسته تا رژیم تپی نانوثانیه‌ای برقرار است. همچنین تنها به بررسی پرتوهایی با مؤلفه شعاعی  $p=0$  خواهیم پرداخت. در مرحله اول شبیه‌سازی، معادلات جفت شده (۳) و (۴) به ازای تکانه‌های زاویه‌ای صحیح لیزر دمش، در حالی که محل کانونی آن از ابتدا تا انتهای بلور جابه‌جا می‌شد و پارامتر کانونی نیز در یک بازه مناسب تغییر می‌کرد، حل شد. با توجه به این که با تغییر پارامتر

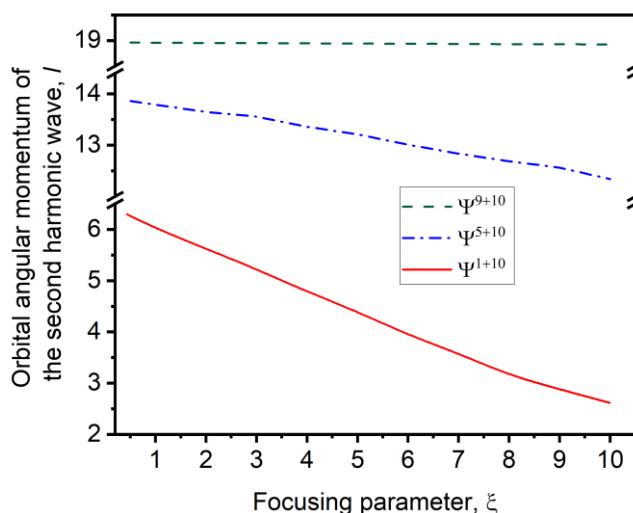


شکل ۳. ضرایب وزنی مدهای لاگر در پرتو هماهنگ دوم تولید شده برای ترکیب مدهای لاگر ۱ و  $10$  ( $\Psi^{1+10}$ )، ۵ و  $10$  ( $\Psi^{5+10}$ ) و ۹ و  $10$  ( $\Psi^{9+10}$ ) و  $10$  ( $\Psi^{1+10}$ ) و  $10$  ( $\Psi^{5+10}$ ) و  $10$  ( $\Psi^{9+10}$ ).

لاگر با مرتبه‌های ۱ و  $10$  به صورت  $\Psi^{1+10} = L_{p=0}^1 + L_{p=0}^{10}$ ، مرتبه‌های ۵ و  $10$  به صورت  $\Psi^{5+10} = L_{p=0}^5 + L_{p=0}^{10}$  و مرتبه‌های ۹ و  $10$  به صورت  $\Psi^{9+10} = L_{p=0}^9 + L_{p=0}^{10}$  با ضرایب وزنی مساوی را در نظر می‌گیریم. طبق اصل بقای تکانه زاویه‌ای، هر یک از مؤلفه‌های موجود در پرتو دمش تبدیل به یک مؤلفه در موج هماهنگ دوم با دو برابر تکانه زاویه‌ای پرتو دمش خواهد شد. لازم به ذکر است که محل کانونی پرتو دمش با توجه به نتایج به دست آمده در شکل ۲، الف و ب در وسط بلور در نظر گرفته شده است. همچنین دمای بلور به گونه‌ای تنظیم شده است که مد اول در هر جمله (یعنی مدهای ۱، ۵ و ۹) بیشینه بازده هماهنگ دوم را داشته باشد. به ازای هر پرتو دمش معادلات جفت شده (۳) و (۴) حل شده و ضرایب وزنی  $C$  برای موج هماهنگ دوم با استفاده از معادله (۷) استخراج شده و در شکل ۳ نمایش داده شده اند. برای حل انتگرال معادله (۷) در پایه‌های لاگر-گوس کمر پرتو  $w_0/\sqrt{2}$  در نظر گرفته شده است [۳۹].

تکانه زاویه‌ای یک پرتو حاصل از برهم‌نهی مدهای لاگر-گوس را در صورتی که ضرایب وزنی مساوی داشته باشند می‌توان با میانگین‌گیری روی تکانه‌های زاویه‌ای مدهای تشکیل‌دهنده به دست آورد. در صورتی که وزن یکی از مدها بیشتر باشد سهم تکانه زاویه‌ای کل به سمت تکانه زاویه‌ای مد

کانونی  $2/84$  به دست آمده است که کاملاً مطابق با مقدار بهینه برای پرتوهای گوسی است. همچنین نظیر آنچه که بوید و کلایمن برای پرتوهای گوسی به دست آوردند محل بهینه برای کانونی کردن پرتوهای لاگر-گوس نیز در وسط بلور است [۳۵]. لازم به ذکر است که محاسبات به ازای تکانه‌های زاویه‌ای مختلفی تکرار شد و برای همه، مقدار بهینه یکسان به دست آمد و در شکل ۲ فقط دو نمونه با تکانه‌های زاویه‌ای ۵ و  $10$  نمایش داده شده است. به عبارتی دیگر مقدار بهینه پارامتر کانونی از تکانه زاویه‌ای مستقل است. اما نکته قابل توجهی که از مقایسه شکل ۲، ج و د می‌توان دریافت این است که دمای بهینه برای تکانه‌های زاویه‌ای مختلف با یکدیگر فرق دارند. دلیل این امر وابستگی فاز گوی توزیع میدان به تکانه زاویه‌ای است. بنابراین وقتی که برهم‌نهی از مدهای لاگر-گوس با تکانه‌های زاویه‌ای مختلف به عنوان پرتو دمش در نظر گرفته می‌شود، به ازای یک پارامتر کانونی مشخص با تنظیم دمای بلور، حالت بهینه تنها برای یکی از مدهای تشکیل‌دهنده پرتو دمش اتفاق می‌افتد. برای درک بهتر این موضوع و همچنین معرفی روشی جدید برای کوک کردن تکانه زاویه‌ای پرتو هماهنگ دوم فرض می‌کنیم که بلور غیرخطی با یک پرتو دمش که حاصل برهم‌نهی دو مد لاگر-گوس با تکانه‌های زاویه‌ای مختلف است دمیده شود. پرتوهای دمش با برهم‌نهی مدهای



شکل ۴. تغییر تکانه زاویه‌ای مداری با تغییر پارامتر کانونی برای سه پرتو دمش حاصل برهم نهی مدهای لاگر  $\Psi^{9+10}$  و  $\Psi^{5+10}$ ،  $\Psi^{1+10}$

پارامترهای کانونی کوچک که معادل اندازه لکه بزرگ است، در حالتی که شماره مدهای تشکیل دهنده نزدیک هم و در نتیجه بازده تولید آنها نیز مشابه باشد، به دلیل تقریباً برابر بودن ضرایب بسط، تکانه زاویه‌ای همهانگ دوم و برابر مقادیر لیزر دمش است. در موردی که لیزر دمش حاصل برهم نهی مدهای ۱ و ۱۰ است چون بازده تبدیل مد ۱ نسبت به مد ۱۰ لاگر-گوس خیلی بیشتر است بنابراین تکانه زاویه‌ای کل پرتو همهانگ دوم به سمت تکانه زاویه‌ای ۱ متمایل شده و کمتر از دو برابر تکانه زاویه‌ای لیزر دمش شده است. البته بر اساس اصل بقای تکانه زاویه‌ای، در فرایند همهانگ دوم به دلیل از بین رفتن دو فوتون لیزر دمش و تولید یک فوتون همهانگ دوم، تکانه زاویه‌ای فوتون همهانگ دوم دو برابر فوتون دمش است و در اینجا نیز برای هر مد خالص تکانه زاویه‌ای همهانگ دوم دو برابر لیزر دمش است ولی در حالت برهم نهی، اگر ضرایب بسط نابرابر باشند تکانه زاویه‌ای کل به سمت تکانه زاویه‌ای جمله با ضریب بسط بزرگ‌تر متمایل می‌شود.

همان طور که بر اساس شکل ۳ پیش‌بینی کردیم رفتار کاهشی در تکانه زاویه‌ای کل در دو ترکیب  $\Psi$  و  $\Psi^{1+10}$  کاملاً مشهود است. بنابراین با تغییر اندازه لکه دمش حاصل از برهم نهی مدهای لاگر-گوس می‌توان تکانه زاویه‌ای کل پرتو همهانگ دوم را در یک بازه نسبتاً وسیع کوک کرد. بازه

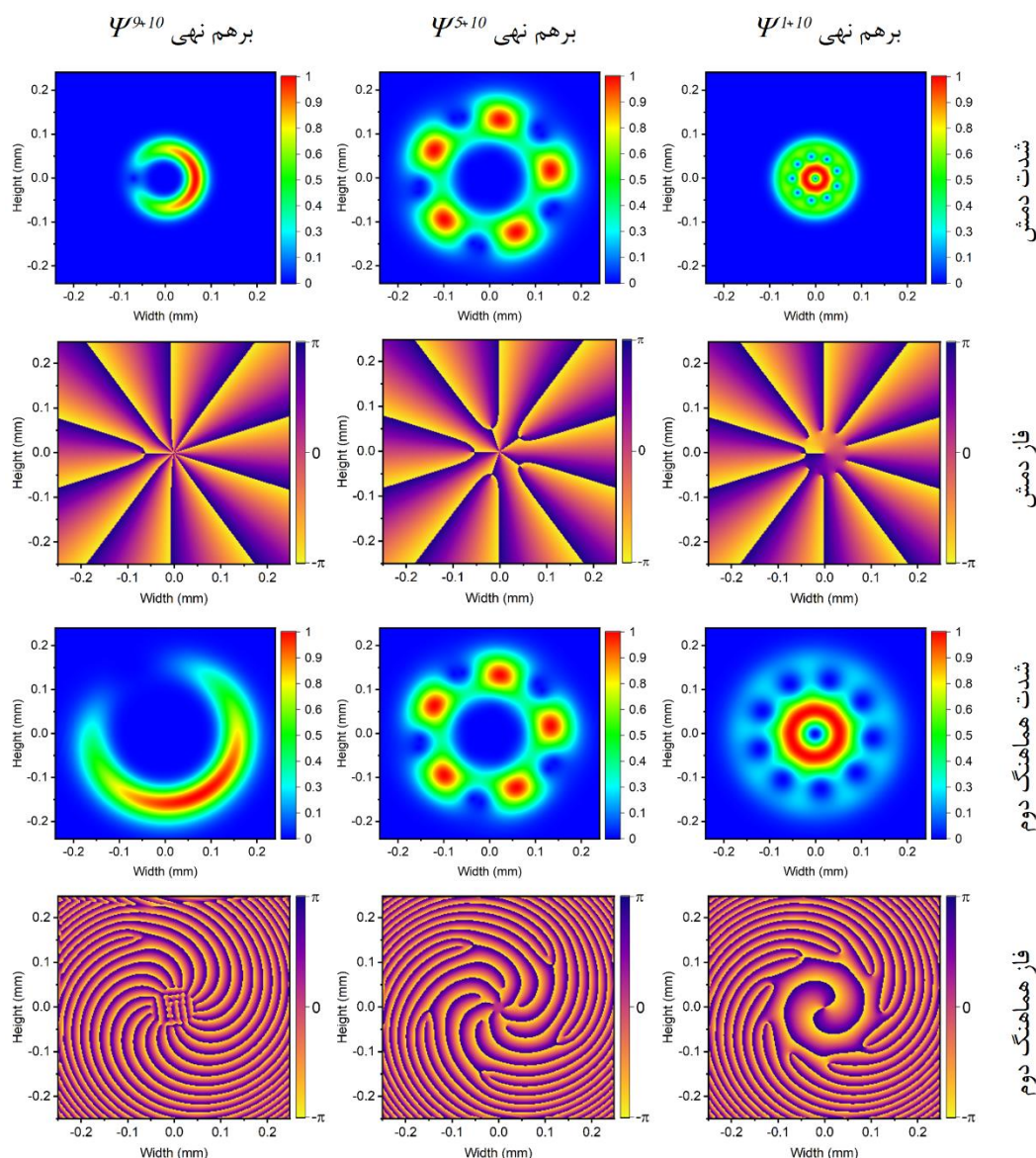
غالب جابه‌جا خواهد شد [۳۷]. همان طور که از شکل ۳ پیداست ضرایب وزنی به پارامتر کانونی وابسته هستند. به عنوان مثال برای برهم نهی  $\Psi^{1+10}$  با افزایش پارامتر کانونی که به منزله کاهش کمر پرتو است ضریب وزنی  $C_{10}$  کاهش یافته و در عوض ضریب  $C_1$  افزایش پیدا کرده است. به عبارتی دیگر انتظار داریم با افزایش پارامتر کانونی، تکانه زاویه‌ای کل به سمت مد مرتبه اول جابه‌جا شده و در نتیجه تکانه زاویه‌ای کل کاهش یابد. برای تحقیق این نکته، نمودار تکانه زاویه‌ای پرتو همهانگ دوم با تغییرات پارامتر کانونی در شکل ۴ رسم شده است.

با توجه به رابطه (۱۰) که در آن تکانه زاویه‌ای کل بر اساس ضرایب بسط تعیین می‌شود هر چه سهم یک مد یعنی ضریب بسط  $C_n$  بیشتر باشد، تأثیر بیشتری بر تکانه زاویه‌ای مداری کل خواهد داشت. به عنوان مثال برای لیزر دمش که فرض کرده‌ایم دو مد ضرایب بسط یکسان داشته باشند، با توجه به این که ضرایب بسط طبق رابطه (۸) به یک بهنجار هستند  $C_n$ ها برابر  $1/\sqrt{2}$  بوده و تکانه زاویه‌ای کل از رابطه

$$J = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{n=m} n$$

حاصل، ترکیب مدهای ۱ و ۱۰ تکانه زاویه‌ای برابر ۵/۵ برای ترکیب ۵ و ۱۰ برابر ۷/۵ و برای ترکیب ۱۰ و ۹ برابر ۹/۵ خواهد بود. همان طور که از شکل ۴ پیداست به ازای





شکل ۵. توزیع فاز و شدت پرتوهای دمش و هماهنگ دوم برای سه برهم‌نهی  $\Psi^{1+10}$ ،  $\Psi^{5+10}$  و  $\Psi^{9+10}$ .

لاگر-گوس بیشتر باشد این اختلاف در بازده تولید هماهنگ دوم بیشتر است و یکی از مدها بر مد دیگری غالب می‌شود (به رفتار نمودار برهم‌نهی‌های  $\Psi^{1+10}$  و  $\Psi^{5+10}$  در شکل ۳ توجه کنید). به همین دلیل برای ترکیب  $\Psi^{9+10}$  چون دمای بهینه بلور برای هر دو مد خیلی به هم نزدیک است، با تغییر پارامتر کانونی، تغییرات ضرایب وزنی دو مد به یک اندازه خواهد بود. در نتیجه برای افزایش بازه کوک‌پذیری تکانه زاویه‌ای هماهنگ دوم، تفاوت تکانه زاویه‌ای بین مدهای تشکیل‌دهنده پرتو دمش باید بیشتر انتخاب شود. اگر چه تغییر تکانه زاویه‌ای مداری در

کوک‌پذیری تکانه زاویه‌ای پرتو هماهنگ دوم برای برهم‌نهی‌های  $\Psi^{1+10}$ ،  $\Psi^{5+10}$  و  $\Psi^{9+10}$  به ترتیب برابر  $۳/۶۸$ ،  $۱/۵۲$  و  $۰/۰۳$  به دست آمده است. دلیل کوک‌پذیری کم برهم‌نهی  $\Psi^{9+10}$  را می‌توان تغییرات کم ضرایب وزنی در شکل ۳ عنوان کرد. همان‌طور که قبلاً نیز شرح داده شد پارامتر عدم انطباق فاز که در بلور لیتیوم نیوبات با دما تنظیم می‌شود برای هر مد لاگر-گوس متفاوت است. به عبارت دیگر در یک برهم‌نهی وقتی یک مد با بیشینه بازده به هماهنگ دوم تبدیل می‌شود مد دیگر از حالت بهینه فاصله دارد. هرچه فاصله مدی بین مدهای



دمش از روی شمارش تکینگی‌های فازی (یعنی جایی که توزیع فاز از  $\pi$  به  $-\pi$  گذار می‌کند) می‌توان تکانه زاویه‌ای را برآورد کرد. البته این رهیافت برای توزیع فازی مربوط به هماهنگ دوم سراسر نیست و به استفاده از رابطه (۹) نیاز دارد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی بدیع برای کوک کردن تکانه زاویه‌ای کل پرتو هماهنگ دوم تولید شده از یک پرتو دمش حاصل برهم نهی از مدهای لاگر ارائه شد. این روش بر اساس تفاوت دمای بهینه‌بازده تولید هماهنگ دوم برای مدهای مختلف لاگر استوار است. بنابراین در صورتی که دمای بلور قطبیده دوره‌ای برای تولید هماهنگ دوم یکی از مدهای لاگر لیزر دمش در حالت بهینه قرار داشته باشد، مد دیگری در صورتی که مرتبه متفاوتی داشته باشد از حالت بهینه فاصله خواهد داشت. از طرفی برای هر پارامتر کانونی، میزان دمای انطباق فاز متفاوت است. بنابراین ضرایب وزنی به پارامتر کانونی وابسته می‌شوند. با تغییر متفاوت ضرایب وزنی در یک برهم‌نهی، تکانه زاویه‌ای کل دستخوش تغییر و کوک پذیری پیوسته خواهد شد.

پرتو هماهنگ دوم تولید شده در یک بلور با روش‌هایی همچون ایجاد ضریب شکست ناهمگن [۲۱] و یا استفاده از بلورهای غیر خطی حاوی توری چنگالی [۲۲] به اثبات رسیده است ولی این روش‌ها بر اساس ایجاد مدهایی جدید در پرتو هماهنگ دوم هستند. یعنی پرتو هماهنگ دوم علاوه بر مدهایی با دو برابر تکانه زاویه‌ای مداری لیزر دمش، حاوی مدهای دیگری است که توسط بلور غیر خطی به تکانه زاویه‌ای پرتو هماهنگ دوم اضافه شده است. در روشی که در این مقاله ارائه شده است مدهای جدیدی در پرتو هماهنگ دوم ایجاد نمی‌شود و با توجه به شکل‌های ۳ و ۴، تغییر تکانه زاویه‌ای تنها با تغییر سهم مدهای تشکیل دهنده هماهنگ دوم اتفاق می‌افتد که نسبت به روش‌هایی که قبلاً ارائه شده است نسبتاً ساده‌تر و کم هزینه‌تر است. انتقال تکانه زاویه‌ای از پرتو دمش به پرتو هماهنگ دوم را می‌توان از بررسی توزیع فازی دو پرتو درک کرد. در شکل ۵ توزیع شدت و فاز پرتوهای دمش و هماهنگ دوم برای برهم‌نهی‌های یاد شده نمایش داده شده است.

با توجه به شکل ۵ می‌توان دریافت که مرتبه مدهای شرکت کننده در برهم‌نهی تأثیر زیادی بر توزیع شدت پرتو دمش و هماهنگ دوم دارد. همچنین در توزیع‌های فاز مربوط به پرتو

#### مراجع

1. G Molina Terriza, J P Torres, and L Torner, *Nature Physics* **3** (2007) 305.
2. G Milione, et al., *Optics Letters* **40** (2015) 4887.
3. Z Shen, et al., *Applied Physics Letters* **109** (2016) 241901.
4. C E R Souza and A Z Khoury, *International Conference on Quantum Information*, Optical Society of America, Ottawa (2011).
5. V Sharma, et al., *Optics Letters* **46** (2021) 3235.
6. J B Götte, et al., *Optics Express* **16** (2008) 993.
7. M Mohagheghian and S Ghavami Sabouri, *Optics Express* **30** (2022) 9494.
8. A E Willner, et al., *Applied Physics Review* **8** (2021) 041312.
9. V Sharif and H Pakarzadeh, *Journal of Lightwave Technology* **39** (2021) 4462.
10. Y Yuan, et al., *Optics Communications* **505** (2022) 127502.
11. L W Mao, et al., *Journal of Optics* **24** (2022) 044004.
12. M V Jabir, et al., *Scientific Reports* **6** (2016) 21877.
13. B S Harshith and G K Samanta, *Scientific Reports* **9** (2019) 10916.
14. T Omatsu, K Miyamoto, and A J Lee, *Journal of Optics* **19** (2017) 123002.
15. Y Li, et al., *Journal of the Optical Society of America B* **32** (2015) 407.
16. S Araki, et al., *Applied Optics* **57** (2018) 620.
17. N Apurv Chaitanya, et al., *Optics Letters* **41** (2016) 2715.
18. Y Wu, et al., *Optics Express* **25** (2017) 30820.
19. A de las Heras, et al., *Optica* **9** (2022) 71.

20. M Ababaïke, *et al.*, *Scientific Reports* **11** (2021) 8013.
21. S Ghavami Sabouri, *Journal of Optics* **24** (2022) 065501.
22. H Wang, *et al.*, *Applied Physics Letters* **221101** (2018) 113.
23. N V Bloch, *et al.*, *Physical Review Letters* **108** (2012) 233902.
24. R Zhao, *et al.*, *Optics Express* **28** (2022) 39241.
25. W Ma, *et al.*, *Journal of Optics* **24** (2022) 065701.
26. S Deachapunya, S Srisuphaphon, and S. Buathong, *Scientific Reports* **12** (2022) 6061.
27. E Alonso Guzmán and A V Arzola, *The Journal of the Optical Society of America B* **39** (2022) 1233.
28. Y Pan, *et al.*, *Scientific Reports* **6** (2016) 29212.
29. D Gauthier, *et al.*, *Nature Communications* **8** (2017) 14971.
30. R F Barros, *et al.*, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **52** (2019) 244002.
31. S G Sabouri, *et al.*, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **20** (2014) 563.
32. N Lastzka and R Schnabel, *Optics Express* **15** (2007) 7211.
33. V G Dmitriev, G G Gurzadyan, and D N Nikogosyan, “*Handbook of nonlinear optical crystals*” Springer Verlag (1991)
34. J Villarroel, *et al.*, *Optics Express* **18** (2010) 20852.
35. G D Boyd and D A Kleinman, *Journal of Applied Physics* **39** (1968) 3597.
36. A D’Errico *et al.*, *Optica* **4** (2017) 1350.
37. V V Kotlyar, A A Kovalev, and A P Porfirev, *Optics Express* **27** (2019) 11236.
38. F A Bovino, *et al.*, *The Journal of the Optical Society of America B* **28** (2011) 2806.
39. S J Brosnan and R L Byer, *IEEE Journal of Quantum Electronics* **15** (1974) 415.