



ریزسیاه‌چاله‌های پایدار در واکنش‌های همجوشی هسته‌ای

عارف یزدانی*، علی توفیقی و جعفر صادقی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه مازندران، بابلسر

پست الکترونیکی: a.yazdani@stu.umz.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۲/۲۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۱/۱۷)

چکیده

در این مقاله ما می‌خواهیم با استفاده از روش‌های ترمودینامیک ریزسیاه‌چاله‌ها و به طور ویژه قوانین تابش هاوکینگ و تعمیم قانون دوم ترمودینامیک سیاه‌چاله‌ها و با استفاده از نظریه ابعاد اضافی، مطالعات و خروجی‌های آزمایش بزرگ ابر برخورد دهنده هادرونی (LHC) را برای واکنش‌های همجوشی هسته‌ای در مقیاس بسیار کم از لحاظ جرم و همچنین کوچک از لحاظ ابعاد فضا-زمان بررسی کنیم. هدف ما در این کار بررسی این موضوع است: آیا در واکنش‌های همجوشی هسته‌ای با توجه به سطح انرژی ترا الکترون ولت و وجود ذرات مورد نیاز و مشابه آزمایش ابر برخورد دهنده هادرونی، می‌توان یک شبیه‌سازی را طراحی کرد یا خیر؟ البته تأکید می‌شود که هدف تنها طرح موضوع شبیه‌سازی است و نه از نو برپا کردن این آزمایش همراه جزئیات آن. همچنین ابتکار عمل ما در تزریق انرژی به مرکز برخورد که به صورت کاملاً نظری طرح شده، پایداری ریزسیاه‌چاله تولیدی را تضمین خواهد کرد. در این مقاله در چارچوب نظریه ابعاد اضافی و با استفاده از تعمیم قانون دوم ترمودینامیک سیاه‌چاله‌ها، ما واکنش همجوشی دوتریوم-دوتریوم را انتخاب می‌کنیم. ابتدا با توجه به آزادسازی سطح مشخصی از انرژی، مقدار دقیقی از مواد هسته‌ای مورد استفاده را در نظر می‌گیریم. همچنین با در نظر گرفتن اتلاف انرژی و نکات مهم دیگر موجود در تولید یک ریزسیاه‌چاله، برای رسیدن به انرژی آرمانی آزمایش ابر برخورد دهنده هادرونی یعنی انرژی ۱۰۰ ترا الکترون ولت، سامانه را برای این حالت تنظیم می‌کنیم. سپس با فرایندهای محاسباتی موجود با واحد قرار دادن تابع پتانسیل زمانی که از اختلال دادن روی آنتروپی کل به دست آمده است، پایداری ریزسیاه‌چاله حاصل خواهد شد. با این حالت بیان شده، به صورت نظری، پایداری ذره تولید شده که فرض ما یک ریزسیاه‌چاله است تضمین خواهد شد. این محاسبات با آمارهای دقیق در ابعاد اضافی مختلف و با جزئیات، در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. راکتور همجوشی هسته-ای یکی از به‌روزترین مسائل علمی بشر است و این طرح می‌تواند پنجره جدیدی در نگاه به گستره کاربردهای این راکتورها نیز باشد.

واژه‌های کلیدی: ریزسیاه‌چاله‌ها، واکنش‌های همجوشی هسته‌ای، تابش هاوکینگ، نظریه ابعاد اضافی، ترمودینامیک سیاه‌چاله‌ها

۱. مقدمه

دهنده‌های ذرات است. این سیاه‌چاله‌های جهان-شامه‌ای اولین پنجره ما به ابعاد اضافه فضا است که توسط نظریه ریسمان پیش‌بینی شده است. این در حالی است که عنصر سنج‌های (متریک) دقیق که سیاه‌چاله را در سناریوی جهان-

گرانش کوانتومی به وسیله مقیاس ترا الکترون ولت TeV تعریف می‌شود [۱-۶]. یکی از جنبه‌های بسیار جذاب که تحولی در گرانش کوانتومی است تولید سیاه‌چاله‌ها در شتاب-

زیر به دست می‌آید [۱۴-۱۵]:

$$\sigma_{pp \rightarrow BH+X} = \int_{M_{D/s}^{\gamma}} \int_u^{\delta} \frac{du}{v} \frac{dv}{v} \sum_{ij} f_i(v, \hat{s}) f_j(u/v, \hat{s}) \sigma_{ij \rightarrow BH}, \quad (1)$$

جایی که $BH \rightarrow \sigma_{ij}$ سطح مقطع دو پارتون (i, j) است. جمع روی $i, j = (q, q, q)$ و $q = (u, d, s, c, b)$ یعنی پارتون‌ها در یک پروتون است. بنابراین سطح مقطع تولید سیاه‌چاله به صورت یک سطح مقطع هندسی تغییر یافته توسط یک "عامل ساختار" F داده می‌شود:

$$\sigma_{ab \rightarrow BH} = F \pi r_s (\sqrt{\hat{s}})^2, \quad (2)$$

جایی که r_s شعاع شوارتزشیلد و $\sqrt{\hat{s}}$ انرژی CM داده شده است و به وسیله تعمیم حل شوارتزشیلد در ابعاد اضافی و جابه‌جایی $\frac{1}{r}$ وابسته به پتانسیل نیوتونی با $\frac{1}{r^{D-3}}$ به دست می‌آید که در مرجع [۱۳] آمده است:

$$ds_{Sch}^2 = \left(1 - \frac{\mu}{r^{D-3}}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{\mu}{r^{D-3}}} - r^2 d\Omega_{D-2}^2, \quad (3)$$

μ پارامتر جرم است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu = \frac{16\pi GDM}{(D-2)\Omega_{D-2}}, \quad (4)$$

جایی که $\Omega_{D-2} = \frac{2\pi^{\frac{(n+1)}{2}}}{\Gamma(\frac{(n+1)}{2})}$ سطح یک واحد n -کروی است (برای اطلاعات بیشتر به مرجع [۱۴] مراجعه شود).

بنابراین افق رویداد در $r^{D-3} = \mu$ است:

$$r_s = \mu^{D-3} = \left(\frac{16\pi GDM}{(D-2)\Omega_{D-2}}\right)^{\frac{1}{D-3}}, \quad (5)$$

در اینجا متغیرهای بالا متغیرهای سطح پارتون هستند. در اصل، $\sqrt{\hat{s}}$ انرژی برخورد حد بالای سیاه‌چاله تولید شده را فراهم می‌کند. $M \leq \sqrt{\hat{s}}$ انرژی احتمالی از دست رفته در نظر گرفته شده قبل و در حین فرایند تشکیل است. عامل ساختار F شامل اطلاعاتی درباره انرژی از دست رفته و تکانه زاویه‌ای، بار و سایر تغییرات دینامیکی است. (عامل شکل)؛ عامل ساختار، به وسیله فرمول زیر به دست می‌آید [۱۴]:

شامه‌ای توصیف می‌کند هنوز به صورت گسترده‌ای نامعلوم هستند [۷]. به ویژه مشخص است زمانی که جرم سیاه‌چاله بسیار بزرگ‌تر از مقیاس پلانک است، میدان گرانشی در شامه می‌تواند نادیده گرفته شود. همچنین تا زمانی که اندازه سیاه‌چاله کوچک است، با ویژگی مقیاس‌های طولی بررسی می‌شود. سپس یک سیاه‌چاله جهان شامه‌ای می‌تواند با تقریب بسیار خوبی به صورت یک سیاه‌چاله ابعاد بالاتر در فضای تخت در نظر گرفته شود. در تعدادی از مقالات جدید با به کارگیری این تقریب‌ها، مطالعاتی روی تولید سیاه‌چاله‌های میکروسکوپی در برخوردهای پروتون-پروتون و رویدادهای پرتوهای کیهانی انجام شده است [۸-۱۰]. همچنین به باور نویسنده با این که ریزیسیاه‌چاله‌ها یکی از نامزدهای مطرح ذره تولید شده در آزمایش ابر برخورد دهنده هادرونی LHC^1 بوده و هست اما تأکید ما بر این است که در سطح انرژی بالا و برخورد پارتون‌ها که هر دو می‌توانند در واکنش‌های همجوشی هسته‌ای وجود داشته باشند، ذره‌ای جدید تولید می‌شود. ذره جدید در این مقاله ریزیسیاه‌چاله نامیده می‌شود که خواص ویژه‌ای دارد و همانند یک ماشین انرژی عمل می‌کند: بخشی از انرژی را جذب و بخشی را از طریق تابش هاوکینگ تابش می‌کند. [۱۱]

LHC یک ماشین برخورد pp است [۱۱-۱۳]. هر پروتون از تعدادی پارتون تشکیل شده است و هر پارتون بخشی از انرژی پروتون را با خود به همراه دارد و با سایر پارتون‌ها برهمکنش می‌کند یا به صورت یک ناظر در لحظه برخورد عبور می‌کند. بنابراین انرژی برخورد واقعی کمتر از انرژی کل پروتون‌ها است، در نتیجه یک بخش از انرژی برخورد پروتون-پروتون منجر به تولید جرم یک سیاه‌چاله می‌شود که با رابطه $\sqrt{x_1 x_2 \hat{s}}$ بیان شده است. در روابط این مقاله J تکانه زاویه‌ای ریزیسیاه‌چاله است. با در نظر گرفتن تابع پخش پارتون و $f_i(x, Q^2)$ هر پارتون که (i) بیان کننده میزان سطح هادرون این فرمول است، و در نظر گرفتن تمام روابطی که توضیح داده شد سطح مقطع برخورد ذرات پروتون-پروتون از طریق فرمول

۲. Form factor

۱. Large Hadron Collider

$$E_{tot} = \sum_{n=1}^n E_n + E_f = \left(\frac{1}{\eta}\right) \sum_{n=0}^n (c\eta)^{\beta(n)} (\eta E_f)^{\alpha^n}, \quad (10)$$

جایی که $\beta(n) = \frac{\alpha^n - 1}{\alpha - 1}$ انرژی کل از جمع بر روی همه مراحل n است و انرژی اضافه شده E_f ، مرحله اول انرژی هسته‌ای آزاد شده است. α برابر $\frac{3}{2}$ ، $c = 5/0.630 \times 10^{-14} eV$ و η همواره برابر $\frac{1}{4}$ است. $E_f = \frac{1}{\eta} E_0$ که E_0 انرژی فراهم شده در هر واکنش همجوشی است. به وسیله محاسبات عددی، مقدار انرژی آزاد شده را در $10^6 TeV$ تنظیم می‌کنیم (که می‌توان مقدار سوخت هسته‌ای را برای به دست آوردن این مقدار انرژی تنظیم کرد). زمان آزاد سازی این انرژی برای انفجار به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau_E = f \times 10^{-3} \times 10^{-5} eV^{-1} t_0, \quad (11)$$

بنابراین از $t_0 = 1/7 \times 10^{-6} s$ زمان در واحد هر حجم است. بنابراین از طریق جایگذاری، زمان انفجار در حدود $5/27 \times 10^{-7} s$ است. این مقدار از انرژی به وسیله مقدار ویژه‌ای از واکنش‌های همجوشی هسته‌ای تنظیم می‌شود. در نتیجه به وسیله سوخت همجوشی هسته‌ای در نظر می‌گیریم که توزیع پروتون‌ها می‌تواند ۸۰٪ از همه انرژی آزاد شده را از واکنش همجوشی جذب کند. در معادله (۷)، اتلاف انرژی به‌طور دقیق ۲۰٪ خواهد بود (مرجع [۱۹-۲۲] را ملاحظه کنید). برای دقت بالاتر، نرخ برخوردهای pp را در انفجارهای همجوشی در نظر می‌گیریم و نشان می‌دهیم که برخوردها در انرژی محاسبه شده رخ می‌دهد. نرخ حالت برخوردهای pp به شکل زیر داده می‌شود:

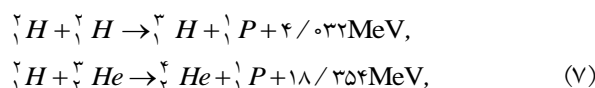
$$R_{pp} = \left(\frac{N_p}{2}\right) \langle \sigma v \rangle, \quad (12)$$

جایی که N_p غلظت تعداد پروتون است و نشان دهنده میانگین بر روی تابع توزیع ماکسول-بولتزمن برای کمیت‌های انرژی مرکز برخورد است. به وسیله جایگذاری آماری که در این فصل به دست آمده است R_{pp} برای ابعاد ۴ تا ۱۱ معتبر است و مقادیر جدول ۱ را برای خود می‌پذیرد. توجه کنید که برای

$$F_{IOP} \equiv \left[\frac{2}{1 + \left(\frac{D-2}{2}\right)^2} \right] D^{-2}. \quad (6)$$

۲. انفجارهای همجوشی هسته‌ای و شرایط مناسب برای تشکیل ریز سیاه‌چاله

محاسبات ما بر مبنای فرمول برهمکنش‌های همجوشی هسته‌ای زیر قرار دارد:



برهمکنش‌های DD را از فرمول‌های بالا انتخاب می‌کنیم. فرض می‌کنیم که در فرمول‌های بالا همان‌طور که می‌بینیم دو پروتون برای برخورد با یکدیگر یافت شود؛ که ما برای ساخت ریزسیاه‌چاله‌ها به آن نیاز داریم. همچنین سوخت انفجار همجوشی هسته‌ای را در جرم تنظیم شده $2/0.73660 \times 10^{-19} \text{kg}$ در نظر می‌گیریم. این مقدار سوخت هسته‌ای در حدود $3/1 \times 10^7$ واکنش همجوشی را در خود دارد که به وسیله فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$f = n_D n_D \langle \sigma v \rangle, \quad (8)$$

جایی که σ سطح مقطع همجوشی، v سرعت نسبی است و $\langle \rangle$ اشاره به یک میانگین بر روی تابع توزیع سرعت ماکسولی در دمای T دارد و n_D توزیع دوتریوم است. سطح مقطع همجوشی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_{fusion}(E) = \frac{\pi}{k^2 \sum_l (2l+1) (1 - S_l)^2}, \quad (9)$$

جایی که تعداد موج جزئی، $k = \sqrt{2\mu E / \hbar^2}$ است که تعداد موج مرتبط با انرژی E است. در اینجا S_0, S_1, \dots ماتریس هسته‌ای است. همچنین محاسبات ضریب S در منبع [۱۵] بررسی شده است و μ جرم کاهش یافته سامانه است. برای بررسی اطلاعات بیشتر به منابع [۹]، [۱۰] و [۱۲] مراجعه کنید. بنابراین انرژی آزاد شده از همجوشی هسته‌ای در یک ابر داغ با معادله حجمی همجوشی [۱۶-۱۹] محاسبه می‌شود که با فرمول زیر داده می‌شود:

جدول ۱. آمارهای پایه برای سطح مقطع، σ_{pp} نرخ برخورد pp در انفجار همجوشی هسته‌ای R_{pp} ، آنتروپی ریزسیاه‌چاله S_{BH} و آنتروپی کل S_{Total} با در نظر گرفتن ابعاد بالاتر $D=4$ تا ۱۱. این نتایج برای $\sqrt{s}=100 TeV$ تنظیم شده‌اند.

D	F _{IOP}	σ_{pp}	R _{pp}	S _{BH}	S _{total}
۴	۱	۲/۱۶۳۱۳	۱/۰۱۷۴۶	آنتروپی منفی	۳۹۴۹/۳۳۵۳۳۳
۵	۰/۶۱۵۳۸	۷/۶۵۴۵۰	۲/۶۹۹۸۰	۰/۰۰۱۰۴	۳۹۶۰/۸۶۶۰۰
۶	۰/۵۴۲۹۰	۱۴/۳۸۰۰۰	۵/۸۶۲۱۱	۰/۰۴۰۷۲	۳۹۶۴/۱۹۳۰۷
۷	۰/۵۲۵۲۱	۲۵/۴۲۹۱۲	۱۲/۲۰۹۸۳	۱/۰۴۴۰۴۰	۳۹۶۵/۵۹۰۴۰
۸	۰/۵۲۵۳۰	۳۹/۵۰۳۴۴	۲۵/۹۰۰۴۷	۲/۲۶۸۰۲	۳۹۶۶/۴۱۸۰۲
۹	۰/۵۳۲۴۵	۵۱/۸۹۰۹۹	۳۷/۷۷۱۵۸	۲/۷۸۷۷۴	۳۹۶۶/۹۳۷۷۴
۱۰	۰/۵۴۲۵۶	۶۶/۳۲۶۷۷	۵۰/۲۵۴۵۴	۳/۱۴۳۱۳	۳۹۶۷/۲۹۳۱۳
۱۱	۰/۵۵۳۸۸	۸۴/۰۷۰۰۱	۶۳/۰۶۶۷۰	۳/۴۰۳۵۱	۳۹۶۷/۵۵۳۵۱

یا از خود یک باقی‌مانده در حد اندازه مقیاس پلانک باقی بگذارد؛ که همچنان بودن در حوزه نظریه گرانش کوانتومی خواهد بود. با توجه به خواصی نظیر جرم و انرژی آزاد شده که در بخش قبل به آن پرداختیم، محاسبه پارامترهای تابش هاوکینگ برای شرایط ترمودینامیکی انفجار را در نظر می‌گیریم.

برای ادامه این بحث، در قدم اول نیاز به تعمیم قانون دوم ترمودینامیک ریزسیاه‌چاله‌ها داریم که به صورت زیر است:

$$\Delta S = \Delta S^E + \Delta S^I \geq 0, \quad (13)$$

بنابراین جمع آنتروپی انفجار S_{fusion} در سطح موضعی درون انفجار و در اطراف ریز سیاه‌چاله تولید شده است.

آنتروپی همجوشی به صورت زیر تعریف می‌شود: [۲۲-۲۸]

$$\Delta S_{fusion} = \frac{\Delta H_{fusion}}{T_f}, \quad (14)$$

جایی که T_f هم‌ارز دما و در اینجا به وسیله مقیاس TeV اندازه‌گیری می‌شود. H_{fusion} گرمای همجوشی را به شکل زیر بیان می‌کند:

$$\Delta H_{fusion} = N_r T_r, \quad (15)$$

برخورد pp ، بر مبنای پیش‌بینی LHC، پروتون‌ها حداقل باید انرژی مرکز برخورد $14 TeV$ را داشته باشند. در مدل ما هر پروتون در هر واکنش $3 MeV$ انرژی دارد که برای داشتن $100 TeV$ انرژی، باید 3.1×10^7 واکنش داشته باشیم. اکنون می‌توانیم سطح مقطع pp را که در پروژه LHC مطالعه شده است محاسبه کنیم. با استفاده از معادله (۱) برای سطح مقطع برای pp :

$\sqrt{s} = 100 TeV$ ، $M_D = 1 TeV$ و $F = F_{IOP}$ به صورت ورودی‌های ابتدایی هستند و با این اطلاعات می‌توانیم سطح پارتون را برای فرمول سطح مقطع فرمول ۱ در ابعاد اضافی $D=4$ تا $D=11$ محاسبه کنیم که در جدول ۱ آمده است.

۳. ترمودینامیک ریزسیاه‌چاله‌ها

اکنون شرایط ترمودینامیکی را با بررسی تبخیر هاوکینگ ریزسیاه‌چاله‌ها مطالعه می‌کنیم. این تبخیر علامت قابل مشاهده تشکیل ریزسیاه‌چاله را در مقیاس انرژی TeV فراهم می‌کند. بعد از تشکیل ریزسیاه‌چاله، انتظار می‌رود که از طریق تابش هاوکینگ واپاشی کند و همزمان یا به طور کامل ناپدید شود و

$$M_p^\gamma = \frac{M_D^\gamma}{K} (1 - e^{-\gamma KL}), \quad (20)$$

K مقیاس انحنای وابسته با ثابت کیهان شناسی منفی است. L یک سطح پایان پذیر را بیان می‌کند. این مؤلفه وابسته ممکن است از قانون استفان-بولتزمن وابسته با تابش هاوکینگ نیز به دست بیاید. در نمونه چهار بعدی، این "زمان عمر" 7 درصد "زمان عمر" سیاهچاله است، معادله (۱۹) به صورت زمان عمر معمولی برای سیاهچاله محاسبه می‌شود [۳۴-۳۹]. مقدار آن برای $n=1-7$ ، $M_D = 1 \text{ TeV}$ و $M_{BH} = 5 \text{ TeV}$ برابر است با $\tau = 1/7 - 0/5 \times 10^{-26} \text{ s}$.

۴. پایداری ریزسیاهچاله‌ها

از طریق حل اختلاسی بر روی معادله آنتروپی، تعادل ترمودینامیکی را که موجب پایداری ریز سیاهچاله تشکیل شده می‌شود بررسی می‌کنیم. ما یک فضای فاز را با حرارت و دمای بالا که برخوردهای pp در آن رخ خواهند داد در نظر می‌گیریم. محاسبات وابسته به فرایند تشکیل و تبخیر ریزسیاهچاله درون یک فضای بی دررو با محتوای انرژی TeV انجام می‌شوند. حالت پایداری زمانی به وجود خواهد آمد که رابطه تعمیم قانون دوم ترمودینامیک سیاهچاله‌ها به حالت تعادل برسد. به این معنا که تغییرات آنتروپی داخلی و خارجی فضای فاز تشکیل ریز سیاهچاله برابر باقی بماند. از طریق معادله (۱۳) و معادله (۱۸) و با جایگذاری مؤلفه‌های مرتبط، ما جدول ۱ را برای این مقادیر عددی تنظیم می‌کنیم.

آمار جدول ۱ نشان می‌دهد که مقدار منفی برای آنتروپی سیاهچاله در ابعاد چهارم، حکایت از آن دارد که ریزسیاهچاله در این بعد به سرعت از بین می‌رود. همچنین اعداد بزرگ آنتروپی کل متأثر از آنتروپی انفجار (واکنش‌ها) هستند. از آنجایی که یک سیاهچاله هر نوع انرژی را در خود جذب می‌کند و از طریق فرایند تابش هاوکینگ تبخیر می‌شود، می‌توان فرض کرد که یک سیاهچاله همانند یک ماشین جذب و تبخیر انرژی عمل می‌کند. با این فرض، برای پایدار ماندن این فرایند جذب و تبخیر باید مقدار معینی انرژی به آن تزریق کرد. طیف تابش

بنابراین $\Delta H_{fusion} = U + H_{fusion}$ است. U انرژی اولیه برای شروع انفجار، T_r مقدار گرمای لازم برای واکنش $1D-1D$ ، که به اندازه 500 keV اندازه‌گیری می‌شود و N_r تعداد واکنش‌های همجوشی است. بنابراین مقدار H_f در حدود TeV است. از لحاظ عددی درون جدول، حدود مقیاس انرژی‌های پایه بین انفجار عالم (8 TeV) و نرخ سرد شدن سوپر نوا (30 TeV) (برگرفته از مرجع [۲۹]) است. $10^{11} \times 10^{43} / 9100 \approx 3 \text{ TF}$ را از مرجع [۱۲] و [۱۷] فرا می‌خوانیم و همچنین می‌دانیم که 1 eV دمای معادل 11604 کلون دارد [۳۰-۳۲]. در نتیجه برای این انفجار، ما به مقدار $S_{fusion} = 3964/15$ دست می‌یابیم. آنتروپی ریزسیاهچاله به وسیله مرجع [۳۳] به این شکل آمده است:

$$S_{MBH} = \frac{M_{MBH}}{(n-2)T_H} \left(n-3 - \frac{\gamma a_D^\gamma}{1+a_D^\gamma} \right), \quad (16)$$

جایی که $a_D = \frac{(D-2)J}{2Mrh}$ ، $(D=n+3)a_D$ و r_h شعاع افق رویداد است. در این مورد، بررسی بر مبنای ابعاد بالاتر که به ابعاد پایین‌تر کاهش می‌یابد انجام شده است. با معرفی دمای هاوکینگ به شکل زیر:

$$T_H = \frac{\kappa}{2\pi} = \frac{(n+1)}{4\pi r_H}, \quad (17)$$

κ گرانش سطحی سیاهچاله است و شعاع افق به صورت $r_H = (2GD)^{1/(n-2)} S^{1/2(n-2)}$ تعریف می‌شود که در آن $GD \equiv l_D^{n-1} = M_D^{1-n}$ اکنون با به کار بردن معادله (۱۴) برای آنتروپی داخلی و خارجی سیاهچاله، فرمول زیر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta H_{fusion}}{T_f} + \frac{M_{BH}}{(D-2)T_H} \left(D-3 - \frac{\gamma a_D^\gamma}{1+a_D^\gamma} \right) + E_{stability} \geq 0, \quad (18)$$

مؤلفه وابسته به زمان عمر سیاهچاله به جرم در ابعاد بالاتر، به طور مستقیم از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\tau_{(n+4)} \sim \frac{1}{M_D} \left(\frac{M_{BH}}{M_D} \right)^{\frac{n+3}{n+1}} > \tau_{(4)}, \quad (19)$$

جایی که رابطه بین مقیاس انرژی پایه جدید M_D و مقیاس پلانک M_p توسط فرمول زیر داده می‌شود:

با این پتانسیل اختلالی و به کار بردن نظریه اختلال وابسته به زمان در مرتبه اول، انرژی لازم برای پایدار ماندن رابطه هم‌ارزی (۱۹) را به دست می‌آوریم. این مربوط به تخمین مقدار انرژی یک سامانه تعلیق شده در فاز اول تشکیل آن است. همچنین این ملاحظات برای $t \geq 0$ انجام شده است. اکنون وضعیت ابتدایی را به شکل زیر داریم:

$$\Delta E_{stability}^{(1)} = \sum_{s \neq i} \frac{|V_{si}|^2}{E_i^1 - E_s^1}, \quad (26)$$

جایی که $V_{si} = \langle S|V|i \rangle = V(\tau)$ ، معادله پتانسیل وابسته به زمان است. E_s در اینجا اشاره به انرژی ابتدایی یا انرژی فاز ابتدایی بعد از انفجار دارد و E_i انرژی فاز نهایی انفجار است بنابراین؛ $E_i^1 - E_s^1 \approx E_i^1$ را نتیجه می‌دهد. در نتیجه معادله (۲۴) را در رابطه بالا جایگذاری می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$\Delta E_{stability}^{(1)} = \frac{0.65(3965/15 \times 10^9 + \frac{\pi r_H}{2.5} - \frac{\pi r_H^2}{J} 4M^2 r_H^2 + 4J^2) e^{iJt}}{J}, \quad (27)$$

اکنون با استفاده از مقادیر جدول ۱، مقدار این انرژی را محاسبه می‌کنیم که $E = 19/5364000 \times 10^9$ برای چهار بعد است. اگر چه این انرژی به مؤلفه‌های متغیر زیادی وابسته است ولی در اینجا به منظور بررسی مسئله پایداری سیاه‌چاله، قسمت اختلالات گرانشی مرتبه اول اختلال انرژی پایداری یا $E_{stability}$ را در نظر گرفتیم که این انرژی در شامه با استفاده از تانسور ویل طرح می‌شود. فرض پایداری، زمانی ممکن است که بخش نمایی تابع پتانسیل وابسته به زمان $V(\tau)$ صعودی یا نزولی نباشد و دیدیم که این تابع پتانسیل، زمان t بسیار کوچک از مرتبه 10^{-26} را می‌پذیرد. با این t ، بخش نمایی تابع پتانسیل به حد ثابت ۱ میل می‌کند و در نتیجه پایداری قانون دوم ترمودینامیک برای ریزسیاه‌چاله حاصل می‌شود که تضمین‌کننده پایداری ریزسیاه‌چاله است.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

در این کار ما موضوع پایدار ماندن ذره تولید شده در فرایندی که در این مقاله به آن پرداخته شده است را بررسی کرده‌ایم.

سیاه‌چاله به طور حیاتی به ساختار و ابعاد فضا زمان ساخته شده بستگی دارد. دانسته‌های ما در ارتباط با توزیع انرژی در ریز سیاه‌چاله‌ها (به مرجع [۴۰] رجوع شود) و زاویه به کار بردن روش اختلالی بر روی رابطه (۱۸)، مقدار انرژی لازم برای متعادل ماندن "تعمیم قانون دوم" را به ما می‌دهد.

۴.۱. حل اختلالی

زمانی که یک سامانه دینامیکی داریم و درون ساختار ترمودینامیکی است در این صورت محاسبات بر مبنای تعمیم قانون دوم ترمودینامیک انجام می‌شود. همچنین نتایج ما در واپاشی گرانشی درون جهان ابعاد بالاتر که به چهار بعد کاهش یافته است، قرار دارد.

اکنون با استفاده از روش اختلال کوانتومی بر روی معادله (۱۹) می‌توانیم به معادله پتانسیل وابسته به زمان $V(\tau)$ دست یابیم. در نتیجه با در نظر گرفتن

$$S = \frac{V(\tau)}{2} \int \frac{d^n J}{(\pi)^{n/2}} \ln D \bar{j}, \quad (21)$$

معادله آنتروپی در ابعاد بالاتر که بر مبنای میدان گوسی است به دست می‌آید. عملگر $D \bar{j}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D \bar{j} \equiv \int d^n J e^{-iJt} P[\phi, \Pi] = \phi \bar{j} / \Pi \bar{j} - \phi \bar{j} \Pi \bar{j}, \quad (22)$$

نرده‌ای واقعی و تکانه زاویه‌ای متمرکز Δ را داریم. $P[\phi, \Pi]$ اشاره به احتمال دارد. با توجه به تعریف Δ و مراجعه به بخش قبل $P[\phi, J] \approx R_{pp}$ را پیدا می‌کنیم. فرمول آنتروپی می‌تواند به شکل زیر تغییر کند:

$$S = \frac{V(\tau)}{2} \int \frac{d^n J}{(2\pi)^n} \ln D \bar{j}, \quad (23)$$

معادله (۱۸) رابطه پتانسیل $V(\tau)$ به شکل زیر است:

$$V(\tau) = 0.65 S e^{iJt}, \quad (24)$$

به وسیله جایگذاری معادله (۱۸) به جای S و تعریف این عبارت، در نتیجه خواهیم داشت:

$$V(\tau) = 0.65(3/910.43 \times 10^9 + \frac{\pi r_H}{2.5} - \frac{\pi r_H^2}{J} 4M^2 r_H^2 + 4J^2) e^{iJt}, \quad (25)$$

جدول ۲. ارقام به دست آمده برای $\Delta E_{stability}^{(1)}$ معادله (۲۷) برای ابعاد اضافی از $D=4$ تا $D=11$. این ارقام برای $\sqrt{S}=100\text{TeV}$ تنظیم شده‌اند.

D	E Stability (eV)
۴	$88/88091 \times 10^9$
۵	$14/80133 \times 10^{10}$
۶	$28/00120 \times 10^{10}$
۷	$49/32123 \times 10^{10}$
۸	$71/78783 \times 10^{10}$
۹	$11/45621 \times 10^{11}$
۱۰	$16/33071 \times 10^{11}$
۱۱	$21/00440 \times 10^{11}$

توجه به این که هنوز راکتور همجوشی در جهان به طور رسمی آغاز به کار نکرده و یا در آخرین اخبار، اطلاعاتی از یک شروع موفق و موقت فرایند همجوشی گزارش شده است، مشخص است که دانش ما همچنان در زمینه مشاهده و دریافت تمام اطلاعات از همجوشی هسته ای یا راکتور آن کامل نیست. در این مقاله این فرض مطرح است که این راکتورها می‌توانند ریزسیاه‌چاله‌ها را تولید کنند. از سویی دیگر، ما به سراغ واکنش‌های شکافت هسته‌ای نرفتمیم چرا که به طور نسبی آنچه مربوط به این حیطه از علم می‌شود تاکنون در بوته آزمایش قرار گرفته و مشاهده شده است. حتی پایداری ستاره‌ها و فرجام آنها که اگر از حدی بزرگ‌تر باشند به سیاه‌چاله تبدیل می‌شوند نیز موضوع داغ دیگری است که می‌تواند شامل ادامه این مطالعه باشد.

تشکر و قدردانی

شایسته است در این مقاله از زحمات دکتر کوروش نوذری که از جهات کامل چه از منظر علمی و یا ساختاری در نگارش این مقاله ما را یاری رساندند نهایت مراتب قدردانی و تشکر خودمان را ابراز داریم و غایت تأییدات الهی را برای ایشان آرزو مندیم.

احتمال این که ذره تولیدی در آزمایش LHC یک ریزسیاه‌چاله باشد پیشتر مورد بحث قرار گرفته است. در اینجا ما با استفاده از تعاریفی که در آزمایش LHC وجود دارد شرایط مشابهی را برای تولید یک ریزسیاه‌چاله در واکنش‌های همجوشی هسته‌ای دوتریوم-دوتریوم طرح‌ریزی کردیم. به این معنی که با به کارگیری دو اصل مهم آزمایش LHC یعنی انرژی بالا در حد ترا-الکترون ولت و وجود ذرات مشابه، در چارچوب ترمودینامیک سیاه‌چاله‌ها از جمله قانون تبخیر هاوکینگ ساختاری را برای تشکیل ریزسیاه‌چاله فرمول‌بندی کردیم.

در این مقاله نشان داده‌ایم که به‌کارگیری نظریه اختلال کوانتومی بر روی معادله آنتروپی کل موجب به‌دست آوردن یک تابع انرژی پتانسیل وابسته به زمان (T) تبدیل می‌شود. این اصل فیزیک که میل حد این تابع پتانسیل به ثبات یعنی عدد یک به معنای پایداری کل سیستم است، کار را به اتمام می‌رساند. در ادامه انرژی‌های پایداری را برای تمام ابعاد اضافی به‌دست آوردیم که در جدول ۲ آمده‌اند. چنانچه این انرژی‌ها با آهنگ ثابت به مرکز برخورد در آزمایش LHC تزریق شوند احتمال پایداری ذره تولیدی در آزمایش LHC می‌تواند وجود داشته باشد. هرچند این مطالعه فقط یک فرضیه نظری را مطرح می‌کند و مطالعات بیشتری را برای اجرا می‌طلبد. به دلیل آنکه مطالعات ما بر اساس واکنش همجوشی هسته‌ای بوده است و با

مراجع

1. A J Baltz, *et al.*, *Phys. Rep.* **458** (2008) 171.
2. G T Hooft, *Nucl. Phys. B* **35** (1971) 167.
3. G T Hooft and M J G Veltman, *Nucl. Phys. B* **44** (1972) 189.
4. J L Feng and A D Shapere, *Phys. Rev. Lett.* **88** (2001) 021303.
5. A D Martin, *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **63** (2009) 189.
6. H L Lai, *et al.*, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 074024.
7. T S Pettersson and P Lefevre, *Tech. Rep.* (1995)
8. B Kol, *arXiv preprint hep-ph/0207037* (2002).
9. J Wess and J Bagger, “*Supersymmetry and supergravity Univ*” Princeton, USA (1992).
10. D Bailin and A Love, “*Bristol, UK: IOP*” *Graduate student series in physics* (1994).
11. S B Giddings and S D Thomas, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 056010.
12. S Dimopoulos and G Landsberg, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 161602.
13. S Hossenfelder, *et al.*, *Phys. Rev. D* **66**, 10 (2002) 101502.
14. A Parker, *Atl. Com. Phys.* **1087** (2011).
15. T Banks and W Fischler, *arXiv preprint hep-th/9906038* (1999).
16. L Evans and P Bryant, *J. Instrum.* **3**, 08 (2008) S08001.
17. T Linnecar, *et al.*, *LHC Proj. Rep.* (2008) **1172**.
18. LEP design report. CERN, Geneva, *J. Instrum.* **3** (2008) 08002.
19. A Chamblin and G C Nayak, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 091901.
20. P Kanti, “*Black holes at the large Hadron collider*” *Physics of Black Holes*, Berlin (2009).
21. S C Park, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **67**, 3 (2012) 617.
22. X Z Li, *et al.*, *Las. Part Beam* **22**, 4 (2004) 469.
23. K Benakli, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 104002.
24. F Winterberg, “*The Release of Thermonuclear Energy by Inertial Confinement: Ways Towards Ignition*” World Scientific (2010).
25. E G Adelberger, *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 4 (1998) 1265.
26. W M Hooke, *et al.*, *Phys. Fluid.* **8** (1965) 1146.
27. K Hagino and N Takigawa, *Prog. Theo. Phys.* **128** (2012) 1001.
28. A B Bendezu and W H Kniehl, *Phys. Rev. D* **59** (1998) 015009.
29. J N Bahcall and R M May, *Ast. J.* **155** (1969) 501.
30. S W Hawking, *Comm. Math. Phys.* **43** (1975) 199.
31. V P Frolov and D Stojkovic, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 084004.
32. D Ida, K Y Oda, and S C Park, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 064025.
33. A Yazdani, *Adv. High Energy Phys.* **9** (2014) 349659.
34. R Brandenberger, V Mukhanov, and T Prokopec, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 253606.
35. H Hora, *Las. Part. Beam* **22** (2004) 439.
36. K Nozari and S H Mehdipour, *arXiv preprint gr-qc/0511110* (2005).
37. R d'Inverno, “*Introducing Einstein's Relativity*” Oxford University Press, USA (1899).
38. K Nozari and S H Mehdipour, *Class. Quantum Grav.* **25** (2008) 175015.
39. K Nozari and A S Sefidgar, *Physics Letters B*, **2** (2006) 635.
40. K Nozari and A Yazdani, *Chin. Phys. Lett* **30** (2013) 4.