



بررسی اثرات نوترینوهای جرم‌دار بر جهت جریان توده‌ای و دیگر پارامترهای کیهانی

امین صالحی^{۱*}، محمد یاراحمدی^۱ و حسین حاتمی^۲

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه لرستان، خرم آباد

۲. گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد

پست الکترونیکی: salehi.a@lu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۰۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۰۷/۰۴)

چکیده

یکی از جذاب‌ترین ویژگی‌های کیهان‌شناسی، مطالعه ساختارهای بزرگ است که می‌تواند خواص ذرات با کوچک‌ترین مقطع شناخته شده را آشکار کند (نوترینوها). در اصل، در کیهان اولیه پس از فوتون‌ها، نوترینوها نقش مؤثری در تشکیل ساختارها ایفا می‌کنند. تعداد زیاد نوترینوها همراه با جرم غیرصفرشان، منجر به چگالی انرژی امروزی حداقل ۲۵ برابر بزرگ‌تر از CMB می‌شود. این چگالی بالای ذرات آزاد منجر به تغییراتی در ساختار مقیاس بزرگ (LSS) می‌شود که می‌تواند در بررسی‌های کهکشانی بزرگ یا اندازه‌گیری‌های جریان تاریک ثبت شود. هدف از این مقاله بررسی اثرات نوترینوهای جرم‌دار بر جهت جریان توده و دیگر پارامترهای کیهانی با استفاده از مدل کوینتسنس است. همچنین در این مقاله با استفاده از جفت شدگی نوترینوها و میدان نرده‌ای کوینتسنس (Quintessence)، جرم نوترینوها را تخمین می‌زنیم. داده‌های مورد استفاده در این مقاله، کاتالوگ پنتون، مجموع ۱۰۴۸ ابرنواختر نوع Ia است. جهت جریان توده‌ای در مقیاس‌های کوچک تر از ۱/۵ اختلاف کمی دارند و هرچه مقیاس‌های بالاتر از جهان محلی را در نظر می‌گیریم اختلاف بیشتری در جهت جریان توده‌ای مشاهده می‌شود. در این مقاله نتایج به دو روش χ^2 و زنجیره مارکوف مونت کارلو (MCMC) محاسبه شده و در نهایت مقایسه‌ای بین نتایج این دو روش انجام شده است.

واژه‌های کلیدی: ناهمسانگردی، نوترینوی جرم‌دار، انرژی تاریک

۱. مقدمه

یکی از بزرگ‌ترین معماهای اخیر که به وسیله داده‌های رصدی کیهانی به وجود آمده موضوع جریان تاریک یا جریان توده‌ای است. جریان تاریک یک اصطلاح اختر فیزیکی است که یک جزء غیر تصادفی از سرعت ویژه خوشه‌های کهکشانی است. سرعت واقعی خوشه‌های کهکشانی برابند سرعت‌های زیر است:
۱- سرعت انبساط کیهان که با قانون هابل پیش‌بینی شده،

عمده شناخت ما از عالم، از طیف ناهمسانگردی تابش زمینه کیهانی و مشاهدات ساختارهای بزرگ مقیاس به دست آمده است. جرم‌دار بودن نوترینوها روی تاریخچه انبساط عالم و رشد اختلالات مؤلفه‌های مختلف شاره کیهانی اثر می‌گذارد. بنابراین طیف ناهمسانگردی تابش زمینه کیهانی و مشاهدات ساختارهای بزرگ مقیاس نیز دستخوش تغییر می‌شوند.

دبلیومپ گسترش داد و تعداد ۷۰۰ خوشه کیهکسانی را مورد بررسی قرار داد (تقریباً ۲ برابر تعدادی که از نتایج ۳ ساله دبلیومپ بررسی کرده بود). این تیم همچنین فهرست خوشه‌های کیهکسانی را براساس فواصل مختلف، با ۴ قسمت نشان دادند. سپس جهت ارجح جریان را برای خوشه‌ها در هر بخش مورد بررسی قرار دادند. در حالی که اندازه و موقعیت دقیق این مسیر برخی از تغییرات را نشان می‌دهد، روند کلی در میان قسمت‌ها، توافق قابل توجهی را نشان می‌دهد [۶]. گروه نامبرده تا کنون این اثر را تا ۲/۵ میلیارد سال نوری به طور گسترده‌ای فهرست بندی کرده‌اند و امیدوارند که فهرست آن را تا دو برابر فاصله فعلی گسترش دهند. کشف انبساط سریع جهان نیز چالش اصلی فیزیک ذرات است. برای اولین بار در مشاهدات نوسانات طعم نوترینو، نشان داده شد که حداقل دو حالت از نوترینوها جرم دارند. در حالی که تلاش‌های آزمایشگاهی فیزیک ذرات برای اندازه‌گیری جرم مطلق نوترینوها، همیشه با چالش‌های بزرگی روبه‌رو بوده است، مشاهدات کیهان شناختی بیشتر مستعد اندازه‌گیری جرم مطلق نوترینوها هستند. از آنجا که نوترینوهای دارای جرم می‌توانند نقش مهمی در ناهمسانگردی‌های موج میکرووی کیهانی (CMB) و ساختار در مقیاس بزرگ (LSS) در دوره‌های مختلف تکامل کیهانی به جا بگذارند، اخیراً برخی از مطالعات با استفاده از مشاهدات کیهانی سعی در محدود کردن کل جرم نوترینو و همچنین تعداد مؤثر درجات نسبی گرایسی آزادی (N_{eff}) دارند. همچنین، پیامدهای کیهانی اثر متقابل انرژی تاریک و ماده تاریک به طور گسترده‌ای مورد بررسی قرار گرفته است، با این حال، ما علاقمندیم که نقش نوترینو برجسته باشد. در این کار، ما یک مدل کیهان‌شناسی را که توسط مشاهدات محدود شده و برای محدود کردن کل جرم نوترینو ارائه شده است، پیاده‌سازی می‌کنیم. در چارچوب مدل استاندارد فیزیک ذرات، نوترینوها ذراتی بدون جرم هستند. با این حال آزمایش‌های نوسانات طعم نوترینو ثابت کرده‌اند که حداقل دو تا از سه ویژه حالت‌های جرم نوترینو جرم غیر صفر دارند. اندازه‌گیری مقیاس جرم نوترینو در درک ساز و کار منشأ جرم

۲- سرعت ویژه کیهکشان‌ها نسبت به تابش پس زمینه کیهانی که در جهت مشترکی جریان دارند و به دلیل نامعلوم بودن علت آن به جریان تاریک معروف است.

با توجه به مدل کیهان‌شناسی استاندارد، حرکت خوشه‌های کیهکسانی با توجه به تابش پس زمینه کیهانی باید به صورت تصادفی در تمام جهات توزیع شود. با این وجود با تجزیه و تحلیل داده‌های سه ساله دبلیومپ^۱ با استفاده از سینماتیک اثرسایف زالدویچ، اخترشناسان: الکساندر کاشلینسکی، آتوریو باراندله-دیوید کوچسکی و هاییل ابلینگ، شواهدی از یک همگنی شگفت آور جریان خوشه‌های کیهکسانی بین صورت فلکی قنطورس و ولا پیدا کردند که با سرعت ۶۰۰ تا ۱۰۰۰ کیلومتر بر ثانیه در حال حرکت هستند [۱].

محققان پیشنهاد کردند که این حرکت ممکن است باقی‌مانده تأثیر مناطق غیرقابل رؤیت از جهان قبل از تورم باشد. تلسکوپ‌ها نمی‌توانند رویدادها را قبل از حدود ۳۸۰ هزار سال پس از انفجار بزرگ، یعنی زمانی که جهان شفاف می‌شود (پس زمینه کیهانی)، ببینند. این مربوط به افق ذرات در فاصله حدود ۴۶ میلیارد سال نوری است [۲-۴]. در سال ۲۰۱۳، داده‌های تلسکوپ فضایی پلانک هیچ شواهدی از جریان تاریک در این مقیاس نشان نداد و ادعاها شواهدی مبنی بر اثرات گرانشی را که فراتر از جهان قابل مشاهده و یا وجود چند جهانی بود رد کرد. با این حال در سال ۲۰۱۵، کاشلینسکی و همکاران ادعا کردند که با استفاده از داده‌های پلانک و دبلیومپ شواهدی مبنی بر وجود جریان تاریک مشاهده کرده‌اند. جریان تاریک در جهت صورت‌های فلکی قنطورس و هیدرا تعیین شده بود [۵]، که مربوط به جهت جاذب‌های بزرگ است. این یک راز گرانشی بود که ابتدا در سال ۱۹۷۳ کشف شد. با این حال به نظر می‌رسید که منبع جاذب بزرگ از یک خوشه عظیم از کیهکشان به نام خوشه نورما که در فاصله ۲۵۰ میلیون سال نوری از کیهکشان راه شیری قرار دارد، ناشی می‌شود. در یک مطالعه در مارس ۲۰۱۰، کاشلینسکی کارهایی را که در سال ۲۰۰۸ انجام داده بود با استفاده از نتایج داده‌های ۵ ساله

۱. WMAP

نوترینو و کشف نظریات تعمیم یافته مدل استاندارد فیزیک ذرات بسیار حائز اهمیت است. نوترینوهای کیهانی نقش اساسی در تکامل کیهان و مشاهدات کیهان شناسی دارند. در نتیجه این امکان وجود دارد که بتوانیم با استفاده از کاوش‌های کیهان‌شناسی به اطلاعات کاملی از جرم نوترینو دست یابیم. موضوع جرم متغیر نوترینو ابتدا توسط وتریچ و لوکا آموندلا و بلدی در مقاله [۷] مطرح شد و به دنبال آن مطالعات جالبی در این زمینه انجام دادند که نتایج آنها در مقالات [۸-۱۰] منتشر شده است. همچنین در زمینه نوترینوهای با جرم متغیر آقایان محسن سجادی و اناری در مقاله [۱۱] مدل جدیدی برای شروع شتاب کیهانی بر اساس نوترینوهای با جرم متغیر معرفی کردند. هنگامی که نوترینوهای جرم‌دار غیرنسبیتی می‌شوند، تقارن Z_2 شکسته می‌شود و پتانسیل کویتسنس از مقدار اولیه صفر خود مثبت می‌شود. این پتانسیل مثبت در عصر حاضر مانند یک ثابت کیهانی رفتار می‌کند و شتاب کیهان را در طول مراحل تکامل غلتش آهسته، ایجاد می‌کند. برخلاف مدل Λ CDM، انرژی تاریک در این مدل دینامیک دارد و شتاب ثابت نیست. برخلاف برخی از مدل‌های قبلی انرژی تاریک با نوترینوهای با جرم متغیر، آنها از شرایط آدیاباتیکی که منجر به ناپایداری می‌شود استفاده نکرده‌اند. آنها کارهای ارزشمند دیگری در زمینه نوترینوهای با جرم متغیر انجام داده‌اند [۱۲ و ۱۳]. ایشان اخیراً در مقاله [۱۴] مدلی ارائه کرده‌اند که می‌تواند شتاب کنونی کیهان را بر اساس حفت شدگی میدان‌های کویتسنس با نوترینوهای غیرنسبیتی توضیح دهد. در این مدل چگالی انرژی تاریک از صفرافزایش می‌یابد و منجر به شتاب کنونی کیهانی می‌شود

اساسی‌ترین ابزاری که برای ایجاد یک نظریه بنیادی فراتر از مدل استاندارد فیزیک ذرات یا گرانش انیشتین به کار می‌رود، میدان نرده‌ای است. میدان‌های هیگز، انفلاتون، برنس-دیک و... نمونه‌هایی از این میدان‌های نرده‌ای هستند که نقش مهمی در مدل‌های فیزیک ذرات بنیادی دارند. علاوه بر این، گستره وسیع رفتاری که توسط یک میدان نرده‌ای احاطه شده است، زمینه بیشتری را برای کشف و درک مشاهدات کیهانی در حال توسعه فراهم می‌کند. همچنین، با میدان نرده‌ای، مدل سازی

رفتار اشکال دیگر انرژی ساده است [۱۵]. یک انگیزه مهم برای در نظر گرفتن مدل‌های کویتسنس، پرداختن به «مسئله انطباق» ، یعنی توضیح شرایط اولیه لازم برای به دست آوردن تقریب همزمان چگالی ماده و کویتسنس امروزی است. تنها گزینه ممکن، تنظیم دقیق نسبت چگالی انرژی به ۱ قسمت در ۱۰۰۰۰۰ در پایان تورم است. گاهی به استدلال‌های تقارن فیزیک ذرات برای توضیح این که چرا ثابت کیهانی باید صفر باشد [۱۶] استناد می‌شود، اما هیچ توضیح شناخته شده‌ای برای چگالی خلأ مثبت و قابل مشاهده وجود ندارد. میدان کویتسنس همراه با پس‌زمینه نوترینوی کیهانی (CNB) به طور گسترده‌ای به‌عنوان ساز و کار جایگزین برای رسیدگی به مشکل انطباق مورد بحث قرار گرفته است. می‌توان چنین مدل‌هایی را برای به دست آوردن تورم اولیه، یعنی گنجاندن مرحله تورم، گسترش داد. با انتخاب یک مسیر جایگزین، می‌توان از مدل‌های تورمی تثبیت شده شروع کرد و با جفت شدن با CNB، مدل‌های کویتسنس موفق‌تری دریافت کرد [۱۷]. از آنجایی که میدان کویتسنس می‌تواند مستقیماً با دیگر اشکال انرژی به صورت گرانشی جفت شود بنابراین احتمال جفت شدگی‌هایی که در آن میدان کویتسنس بتواند طوری خود را تنظیم کند که چگالی آن با چگالی کنونی کیهان برابر باشد وجود دارد. در واقع، تحقیقات اخیر [۱۸] مفهوم مدل‌های «میدان ردیاب» را معرفی کرده‌اند که راه‌حل‌های جذب ماندی دارند [۱۹ و ۲۰] و چگالی انرژی کویتسنس فعلی را بدون تنظیم دقیق شرایط اولیه تولید می‌کنند. نظریه‌های فیزیک ذرات با شکست تقارن دینامیکی یا اثرات غیر اغتشاشی پیدا شده‌اند که پتانسیل‌هایی با توده‌های فوق سبک ایجاد می‌کنند که از فشار منفی پشتیبانی می‌کنند و رفتار «ردیاب» را نشان می‌دهند [۲۱]. این نتایج پیشنهادی، به عنوان یک جایگزین منطقی برای فراخوانی موقت از یک ثابت کیهانی، به یک مبنای فیزیک ذرات برای ماهیت، جذابیت می‌بخشد. اگر چه کارهای مختلفی در زمینه تخمین جرم نوترینوها چه به صورت نظری و چه به صورت تجربی انجام شده است، در این مقاله ضمن تخمین جرم نوترینو با استفاده از مشاهدات کیهانی، هدف اصلی تأثیر نوترینوهای جرم‌دار

که در ادامه مورد استفاده قرار خواهد گرفت، وردش نسبت به ϕ معادله کلاین-گوردون را نشان می‌دهد

$$\square\phi - V_{,\phi} = 0, \quad (6)$$

در معادله بالا $\square\phi = \nabla_{\mu}\nabla^{\mu}\phi$ و $V_{,\phi} = \frac{\partial V}{\partial\phi}$.

یک جهان همگن و همسانگرد و کاملاً تخت را در نظر می‌گیریم و با استفاده از متریک FLRW داریم:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (7)$$

علاوه بر این، معادله حالت $P = \omega\rho$ برای میدان ماده در نظر گرفته شده است. با این مفروضات، معادلات میدانی اینشتین (۳) به معادلات فریدمن و شتاب زیر کاهش می‌یابند:

$$3H^2 = \kappa^2(\rho + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V), \quad (8)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -\kappa^2(\omega\rho + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V), \quad (9)$$

و معادله کلاین-گوردون (۶) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$(\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi}) = 0, \quad (10)$$

چگالی انرژی و فشار میدان نرده‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho_{\phi} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V, \quad (11)$$

$$P_{\phi} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V, \quad (12)$$

بنابراین معادله حالت به صورت زیر است:

$$\omega_{\phi} = \frac{P_{\phi}}{\rho_{\phi}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V}, \quad (13)$$

توجه داشته باشید که ω_{ϕ} یک پارامتر در حال تکامل پویا است که می‌تواند مقادیری در محدوده $[-1, 1]$ داشته باشد. هر

زمان که انرژی پتانسیل V بر انرژی جنبشی $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ غالب شود،

EoS(13) به $\omega_{\phi} = -1$ تبدیل می‌شود و به این ترتیب یک ثابت

کیهانی EoS را بازیابی می‌کند که قادر به شتاب دادن به جهان است. این ویژگی است که یک میدان نرده‌ای متعارف را به

ساده‌ترین چارچوب دینامیکی برای توصیف انرژی تاریک

تبدیل می‌کند. از سوی دیگر، اگر $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \ll V$ ، آنگاه $\omega_{\phi} \simeq 1$.

بر جهت جریان توده‌ای است و میزان انحراف یا تغییر جهت جریان توده‌ای با در نظر گرفتن اثرات نوترینوها بررسی می‌شود.

۲. مدل کویتینسنس

در فیزیک، کویتینسنس شکلی فرضی از انرژی تاریک است، به‌طور دقیق‌تر یک میدان نرده‌ای است که به عنوان توضیحی برای مشاهده نرخ شتاب‌دار انبساط جهان فرض می‌شود. اولین نمونه از این سناریو توسط راترا و پیبلز (۲۲) و وتریچ پیشنهاد شد [۲۳ و ۲۴]. این مفهوم به انواع کلی‌تری از انرژی تاریک متغیر با زمان بسط داده شد و اصطلاح "گونه ذات" برای اولین بار در مقاله‌ای در سال ۱۹۹۸ توسط رابرت آر. کالدول، راهول دیو و پل استاینهارت معرفی شد [۲۵]. گونه ذات توسط برخی فیزیکدانان به عنوان پنجمین نیروی بنیادی پیشنهاد شده است [۲۸-۲۶]. میدان کویتینسنس از نظر دینامیک با ثابت کیهانی انرژی تاریک متفاوت است. برخلاف ثابت کیهانی که تغییر نمی‌کند میدان کویتینسنس با زمان تغییر می‌کند. کویتینسنس بسته به نسبت انرژی جنبشی و پتانسیل آن می‌تواند جاذبه یا دافعه باشد. با یک میدان نرده‌ای که حداقل با گرانش جفت شده است شروع می‌کنیم. کنشی که سامانه فیزیکی ما را نشان می‌دهد این است:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2\kappa^2} + L_m + L_{\phi} \right), \quad (1)$$

که در آن L_{ϕ} لاگرانژی میدان نرده‌ای ϕ عبارت است از:

$$L_{\phi} = \frac{-1}{2} g^{\mu\nu} \partial_{\mu}\phi \partial_{\nu}\phi - V(\phi), \quad (2)$$

$V(\phi)$ یک پتانسیل خود جفت‌شوندگی^۱ کلی برای ϕ است که باید برای زمینه‌های قابل قبول فیزیکی مثبت باشد. وردش

گیری نسبت به $g_{\mu\nu}$ منجر به معادلات میدان گرانشی می‌شود

$$R_{\mu\nu} = \frac{-1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}^{(\phi)}, \quad (3)$$

که در آن

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} = \partial_{\mu}\phi \partial_{\nu}\phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\partial\phi)^2 - g_{\mu\nu} V(\phi), \quad (4)$$

تانسور انرژی-تکانه میدان نرده‌ای است. با معرفی:

$$(\partial\phi)^2 \equiv g_{\alpha\beta} \partial^{\alpha}\phi \partial^{\beta}\phi, \quad (5)$$

۲. Equation of State (EoS)

۱. Coupling

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{3}{2}(\gamma\eta^2 + \gamma(1-\eta^2 - \zeta^2)), \quad (17)$$

پارامتر بالا برای ارتباط بین مدل نظری و مشاهدات بسیار مفید است.

مدل‌های مبتنی بر یک میدان نرده‌ای متعارف برای توضیح شتاب کیهانی متأخر، در مجموع با نام کویتینسنس نشان داده می‌شوند و این مدل‌های مختلف، با شکل متمایز V وجود دارند.

۳. حل معادلات با استفاده از سامانه دینامیک

مجموعه کامل معادلات که اختلالات خطی عمومی برای مدل را توصیف می‌کند در بخش قبل نشان داده شد. این معادلات یک مجموعه غیر خطی از معادلات دیفرانسیلی مرتبه دوم با تعداد زیادی متغیرند که هیچ حل تحلیلی ندارند و فقط می‌توان آنها را از لحاظ تحلیل عددی شکل داد. هدف ما تبدیل معادله دیفرانسیلی مرتبه دوم به مرتبه اول با معرفی تعدادی از متغیرهای جدید است؛ چون که دستگاه از مرتبه اول برای حل عددی بسیار ساده و مناسب است. در حل معادلات به روش عددی فقط یک شرایط اولیه نیاز است. از همه مهم‌تر، سامانه دینامیکی بر روی فضای فاز قابل توصیف است. از آنجایی که ما نگران کاربردهای احتمالی سامانه‌های دینامیکی برای چنین مدل‌هایی هستیم، ابتدا باید معادلات کیهانی (۸)، (۹) و (۱۰) را در یک سامانه مستقل از معادلات بازنویسی کنیم. به طور کلی راه‌های زیادی برای دستیابی به این کار وجود دارد، اما رایج‌ترین آنها معرفی متغیرهای EN است:

$$\zeta = \frac{\kappa\dot{\phi}}{\sqrt{\epsilon}H}, \quad \eta = \frac{\kappa\sqrt{V}}{\sqrt{3}H} \quad (14)$$

اینها برای یک میدان نرده‌ای در حضور ماده باروتروپیک، برای اولین بار در یک مقاله توسط کوپلند و همکاران (۱۹۹۸) معرفی شدند. توجه داشته باشید که در تعریف بالا، فرض می‌شود که ما با یک پتانسیل میدان نرده‌ای تعریف شده مثبت سروکار داریم. می‌توان معادلات تکامل را به عنوان یک سامانه مستقل صفحه فاز نوشت:

$$\frac{d\zeta}{dN} = -3\zeta + \sqrt{\frac{3}{2}}\eta^2 + \zeta \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (15)$$

$$\frac{d\eta}{dN} = -\lambda\sqrt{\frac{3}{2}}\eta\zeta + \frac{3}{2}\eta + \zeta \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (16)$$

که در آن $N = \ln a$. همچنین پارامتر مهم $\frac{\dot{H}}{H^2}$ بر حسب متغیرهای جدید به صورت زیر است:

۴. تحلیل عددی

در این مقاله، ما از مجموعه داده‌های پنتون (سکولنیک و همکاران ۲۰۱۸) از ۱۰۴۸ ابرنواختر استفاده می‌کنیم که محدوده انتقال به سرخ $2/3 < z < 0.15$ را پوشش می‌دهد. جهت و سرعت جریان توده‌ای با دو روش MCMC و χ^2 محاسبه می‌شود.

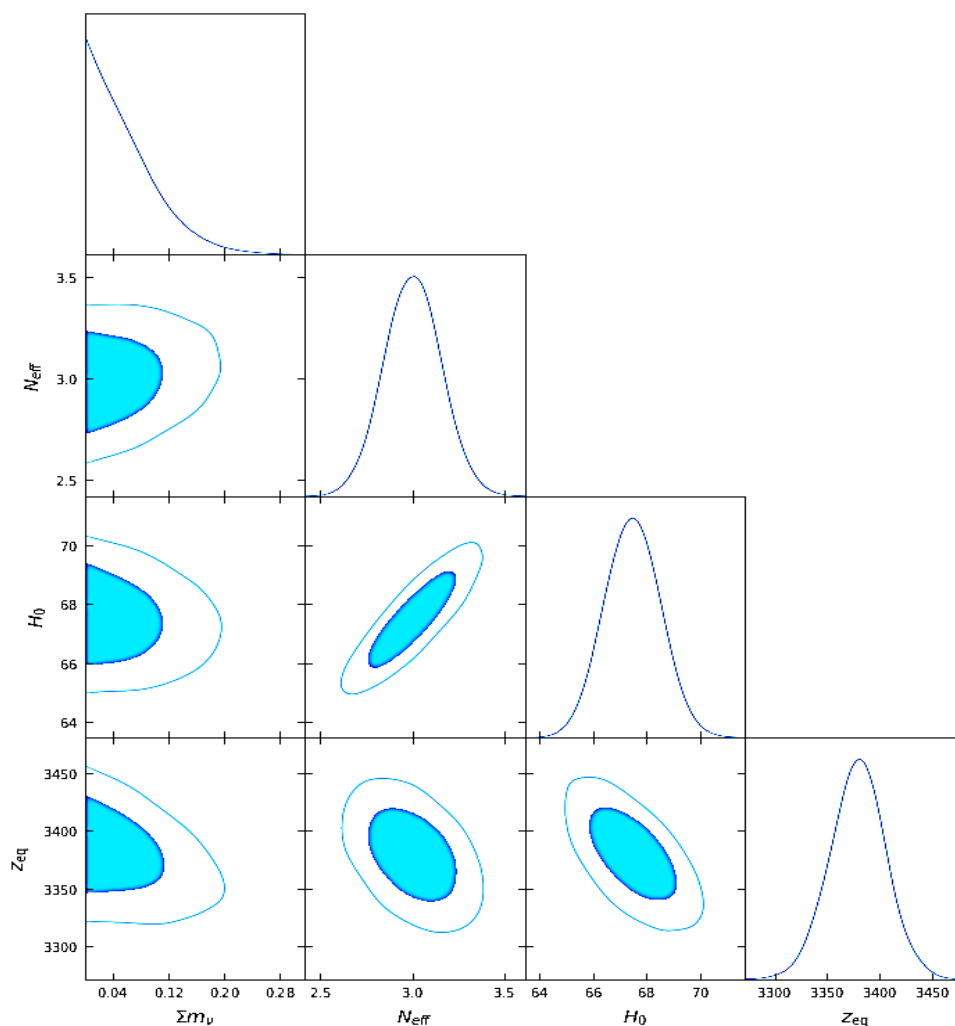
در روش MCMC که در نرم افزار متلب کد نویسی شد به روش نود گذاری که معروف‌ترین و دقیق‌ترین روش در حل معادلات دیفرانسیل جزئی به کمک مونت کارلو است استفاده شد. همچنین تمامی معادلات را گسسته‌سازی کرده و به روش تابع تصادفی که داده‌های تصادفی می‌سازند حل می‌کنیم و با دقت بالا به جواب خواهیم رسید. در ضمن جواب‌ها به آنچه که در روش قبلی به دست آمده بود خیلی نزدیک بود. از مزایای روش مونت کارلو این که: حجم کد کمتر شد. با حلقه‌های کمتر، جواب با سرعت بالاتر و زمان کوتاه‌تر به دست آمد. در این روش، اضافه کردن معادلات و بزرگ کردن دستگاه معادلات راحت‌تر است. همچنین برای روش χ^2 از نرم افزار میپل استفاده شده است. رابطه χ^2 به صورت زیر است:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{|\mu_i - \delta \log_{10}((d_L^*(z_i) - d_L^{dipole}(z, v_{DF}, \theta_i)) / 10 \text{ Pc})|^2}{\sigma^2}, \quad (18)$$

که در آن $\mu_i = \delta \log_{10} d_L(z) + 42.38 - \delta \log_{10} h_0$ و $d_L^{dipole}(z, v_{DF}, \theta_i) = \frac{v_{DF}(1+z)^2}{H(z)} \cdot \cos(\theta)$ است.

v_{DF} محدوده سرعت دوقطبی، z انتقال به سرخ کیهانی و θ زاویه بین خط دید و پارامتر هابل است [۵]. کمیت فاصله روشنایی نیز به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$d_L^*(z) = c(1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}, \quad (19)$$



شکل ۱. نمایش مقدار مجموع جرم نوترینو با ۹۵ درصد سطح اطمینان و تعداد درجات آزادی نسبی با ۶۸ درصد سطح اطمینان.

توده‌ای از تحلیل بیشینه احتمال با استفاده از 2×10^5 نقطه داده در پانل‌های بالای شکل ۱ نشان داده شده است. نتایج به دست آمده در اینجا بسیار نزدیک به نتایج کالین و همکاران است [۲۹]، که جریان توده‌ای با سرعت ۲۵۰ کیلومتر بر ثانیه به سمت $(l, b) = (287, 21)$ پیدا کردند. فیندت و همکاران [۳۰]، یک جریان توده‌ای با سرعت ۲۹۲ کیلومتر بر ثانیه به سمت $(l, b) = (290 \pm 22, 15 \pm 11)$ را تخمین زدند. وانگ و وانگ [۳۱]، با استفاده از داده‌های مشابه و در مقیاس یکسان، سرعت توده‌ای را ۲۷۱ کیلومتر بر ثانیه نسبت به $(l, b) = (270 \pm 20, 10 \pm 11)$ یافتند. این نتیجه، همچنین با برخی از مطالعات قبلی در همان مقیاس سازگار است. اگرچه

تحلیل‌های عددی برای محدوده‌های مختلف انتقال به سرخ در بخش‌های فرعی زیر مورد بحث قرار می‌گیرند.

۱.۴. تحلیل عددی برای انتقال به سرخ $0.015 < z < 0.035$
 ابتدا روی نزدیک‌ترین پوسته انتقال به سرخ $0.015 < z < 0.035$ ، تمرکز می‌کنیم. این محدوده شامل ۱۲۴ ابرنواختر از داده‌های پستون است. از روش تحلیل بیشینه احتمال برای یافتن جریان توده‌ای استفاده می‌کنیم. تجزیه و تحلیل‌ها نشان می‌دهند که در این انتقال به سرخ یک جریان توده‌ای با سرعت ۱۷۰ کیلومتر بر ثانیه به سمت $(l, b) = (267 \pm 20, 21 \pm 16)$ وجود دارد. جهت جریان

متوجه شدیم که جهت حرکت توده‌ای در این مقیاس تقریباً با جهت دوقطبی CMB و ابرخوشه هیدرا- قنطورس در سطح اطمینان σ_1 همسو است، ولی دامنه جریان توده‌ای کمتر از نیمی از دامنه دوقطبی CMB است.

۲.۴. تحلیل عددی برای انتقال به سرخ $0/015 < z < 0/06$. همانند لاواکس و همکاران [۳۲]، متوجه شدیم که کمتر از نیمی از دامنه دوقطبی CMB در حجمی ایجاد می‌شود که ابرخوشه هیدرا- قنطورس - نورما^۱ را در حدود ۴۰ مگا پارسک در بر می‌گیرد. کوچفسکی و ابلینگ [۳۳] دریافتند که جاذب بزرگ تنها ۴۴ درصد از ناهمسانگردی دوقطبی را در یک نمونه خوشه پرتو ایکس بزرگ تشکیل می‌دهد، و بقیه به وضوح توسط منابع دورتر مانند ابرخوشه شپلی^۲ در فاصله ۱۰۵ تا ۱۶۵ مگاپارسک ($0/035 < z < 0/055$) ایجاد می‌شود که در جهت $(l, b) = (306/44^\circ, 29/71)$ قرار دارد. با توجه به ابرخوشه‌های غالب مانند SSC، اعتقاد بر این است که این ابرخوشه (SSC) تا حد زیادی مسئول این جریان بزرگ است. از این رو بیشتر مطالعات بر روی این منطقه متمرکز شده است. با این حال، انتظار می‌رود که هم ابرخوشه هیدرا- قنطورس - نورما و هم ابرخوشه شپلی بر حرکت گروه محلی تأثیر بگذارند. از این رو، برای در نظر گرفتن هر دو اثر با هم، تجزیه و تحلیل خود را در منطقه $0/06 < z < 0/015$ انجام می‌دهیم. این محدوده شامل ۱۷۴ ابرنواختر از کاتالوگ پنتئون است. از روش تحلیل بیشینه احتمال، برای یافتن جریان توده‌ای استفاده می‌کنیم. تجزیه و تحلیل ما نشان می‌دهد که یک جریان توده‌ای با سرعت ۱۷۷ کیلومتر بر ثانیه به سمت $(l, b) = (272 \pm 17, 33 \pm 12)$ برای کاتالوگ پنتئون وجود دارد. جهت دوقطبی از تجزیه و تحلیل بیشینه احتمال با استفاده از 2×10^5 نقطه داده در شکل ۱ نشان داده شده است. نتایج ما با برخی از مطالعات قبلی مطابقت دارد [۳۴-۳۸].

۳.۴. تحلیل عددی برای انتقال به سرخ $0/1 < z < 0/015$. تعداد زیادی از نویسندگان پیشنهاد می‌کنند که برای بازیابی کامل حرکت دوقطبی، باید حداقل تا مرز چگالی ابرخوشه شپلی در حدود ۱۵۰ مگا پارسک پیش رفت [۳۹-۴۲]. مشاهدات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که به نظر نمی‌رسد حرکت دوقطبی در مقیاس فاصله SSC، یعنی ۱۵۰ مگا پارسک همگرا شود، و همگرایی باید بسیار فراتر از $(z > 0/06)$ رخ دهد [۴].

با توجه به ابرخوشه‌های غالب مانند شپلی در نیمکره جنوبی، در مقیاس‌های بالاتر از ۱۲۰ مگا پارسک، ممکن است برای بازیابی کامل بردار دوقطبی نیاز به فراتر از ۲۰۰ مگا پارسک باشد [۴۳ و ۴۴]. در اینجا ما یک تحلیل برای محدوده انتقال به قرمز $0/1 < z < 0/015$ ارائه می‌دهیم. این محدوده شامل ۲۱۱ ابرنواختر از داده‌های پنتئون است. ما از روش تحلیل بیشینه احتمال برای یافتن جریان عمده استفاده می‌کنیم. تجزیه و تحلیل ما نشان می‌دهد که یک جریان توده‌ای با سرعت ۲۲۵ کیلومتر بر ثانیه و در جهت $(l, b) = (272 \pm 17, 33 \pm 12)$ برای کاتالوگ پنتئون وجود دارد. در شکل ۲ و ۳ جهت دوقطبی جریان توده‌ای (جریان تاریک) که با دو روش بیشینه احتمال و روش مونت کارلو (MCMC) و با استفاده از تعداد 2×10^5 داده به دست آمده است نشان داده شده است. (شکل ۲ مربوط به روش بیشینه احتمال و شکل ۳ روش مونت کارلو) که این جهت جریان توده‌ای با دوقطبی CMB مطابقت دارد. البته بزرگی آنها متفاوت است. وانگ و وانگ (۲۰۱۴) یک ناهمسانگردی دوقطبی در جهت $(l, b) = (292 \pm 16, 8/6 \pm 10/5)$ در مختصات کهکشانی با شواهد قابل توجه در ۹۷/۲۹ درصد (بیش از σ_7) پیدا کردند. جهت و سرعت محدوده انتقال به سرخ $0/1 < z < 0/015$ با نتایج $0/035 < z < 0/015$ و $0/06 < z < 0/015$ مطابقت دارد.

علاوه بر جاذبه ناشی از چگالی بیش از حد نزدیک، ناهمسانگردی ممکن است توسط اثرات دیگری مانند دوقطبی انرژی تاریک ایجاد شود. از این رو، به دلیل اثر غیر محلی انرژی تاریک، جهت در تمام مقیاس‌های کیهانی ثابت است. اگر ناهمسانگردی فقط توسط سرعت ویژه ایجاد شود، جهت ناهمسانگردی باید به طور تصادفی در مقیاس‌های کیهانی

۱. Hydra-Centaurus-Norma

۲. Shapley Super Cluster

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dN} &= -\frac{r}{2}(1+\omega)\Phi - \Phi \frac{\dot{H}}{H^2} \\ \frac{d\Gamma}{dN} &= -r\Gamma + \frac{r\lambda\varepsilon^r}{\sqrt{\varepsilon}} + \Gamma \frac{\dot{H}}{H^2}, \\ \frac{d\psi}{dN} &= -r\psi(1+\omega_v) - \psi \frac{\dot{H}}{H^2} \end{aligned} \quad (23)$$

و قید فریدمان

$$\varepsilon = (1 - \Phi^2 + \Gamma^2 - \psi^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (24)$$

همچنین داریم:

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{r}{2}(-1 + \Gamma^2 - \psi^2), \quad (25)$$

قبل از این که به تأثیر نوترینوهای جرم‌دار بر جهت حرکت و سرعت جریان توده‌ای بپردازیم، ابتدا جرم نوترینو را با استفاده از جفت شدگی میدان نرده‌ای و نوترینو تخمین می‌زنیم. مقدار Ω_ν را از حل معادلات بالا محاسبه می‌کنیم و با استفاده از رابطه $\Omega_\nu = \frac{\sum m_\nu}{93/14h^2}$ مجموع جرم نوترینو ($\sum m_\nu$) را محاسبه می‌کنیم. تراکم انرژی نسبی در جهان اولیه شامل: فوتون‌ها و نوترینوها و احتمالاً سایر درجات آزادی نسبی است که تابش تاریک نامیده می‌شود. تعداد مؤثر گونه‌های نسبی، از جمله نوترینوها و هر تابش تاریک دیگر، با یک پارامتر N_{eff} تعریف می‌شود، که مقدار استاندارد ۳/۰۴۶ برای آن برابر با موردی است که با سه نسل نوترینو و بدون تابش تاریک اضافی مطابقت دارد. اگر مقدار N_{eff} فراتر از ۳/۰۴۶ باشد، نشانگر وجود تابش تاریکی غیر از نوترینوهای فعال سه نسل است. رفتار تابش تاریک دقیقاً معادل نوترینوهای بدون جرم است. بنابراین، کل چگالی انرژی تابش در جهان توسط

$$\rho_r = \rho_\nu \left[1 + \frac{V}{A} \left(\frac{r}{11} \right)^2 N_{eff} \right], \quad (26)$$

داده می‌شود. ρ_ν چگالی انرژی فوتون‌ها است. ما درجه نسبی گرایبی آزادی را با استفاده از تعداد مؤثر گونه‌های نوترینو، N_{eff} پارامتر می‌کنیم. این کمیت را می‌توان برحسب چگالی ماده، $\Omega_m h^2$ و انتقال به سرخ z_{eq} مربوط به تعادل ماده و تابش به صورت زیر تعریف کرد:

مختلف توزیع شود، زیرا سرعت ویژه توسط ساختار در مقیاس بزرگ پدید آمده هدایت می‌شود [۴۵].

۴.۴. تحلیل عددی برای انتقال به سرخ $0.15 < z < 1/4$

در این قسمت از داده‌های پنتئون و داده‌های انتقال به سرخ $0.15 < z < 1/4$ برای آزمایش همسانگردی جهان استفاده می‌کنیم. این محدوده شامل ۱۰۲۴ ابرنواختر از داده‌های پنتئون است. تجزیه و تحلیل ما نشان می‌دهد که یک جریان توده‌ای با سرعت ۱۵۵ کیلومتر بر ثانیه به سمت $(l, b) = (268 \pm 12, 45 \pm 10)$ وجود دارد. جهت دوقطبی از تجزیه و تحلیل بیشینه احتمال با استفاده از 2×10^5 نقاط داده در شکل یک نشان داده شده است. این نتیجه با نتایج مطالعات قبلی دوقطبی انرژی تاریک در این انتقال به سرخ سازگار است [۳۲ و ۴۴-۴۶]. جالب توجه است که جهت و بزرگی جریان توده‌ای و h ، برای تمام برش‌هایی با محدوده انتقال سرخ کم $0.15 < z < 0.35$ تقریباً یکسان است و خطاهای ۵۱ آنها نیز سازگارند.

۵. بررسی جریان توده‌ای در حضور نوترینوهای

جرم‌دار

در این قسمت با در نظر گرفتن نوترینوهای جرم‌دار و اضافه کردن چگالی انرژی و فشار نوترینوها به معادلات (۸) و (۹) و حل معادلات به روش قبل، جهت و سرعت جریان توده‌ای را در همان انتقال به سرخ‌های ذکر شده در بالا بررسی می‌کنیم.

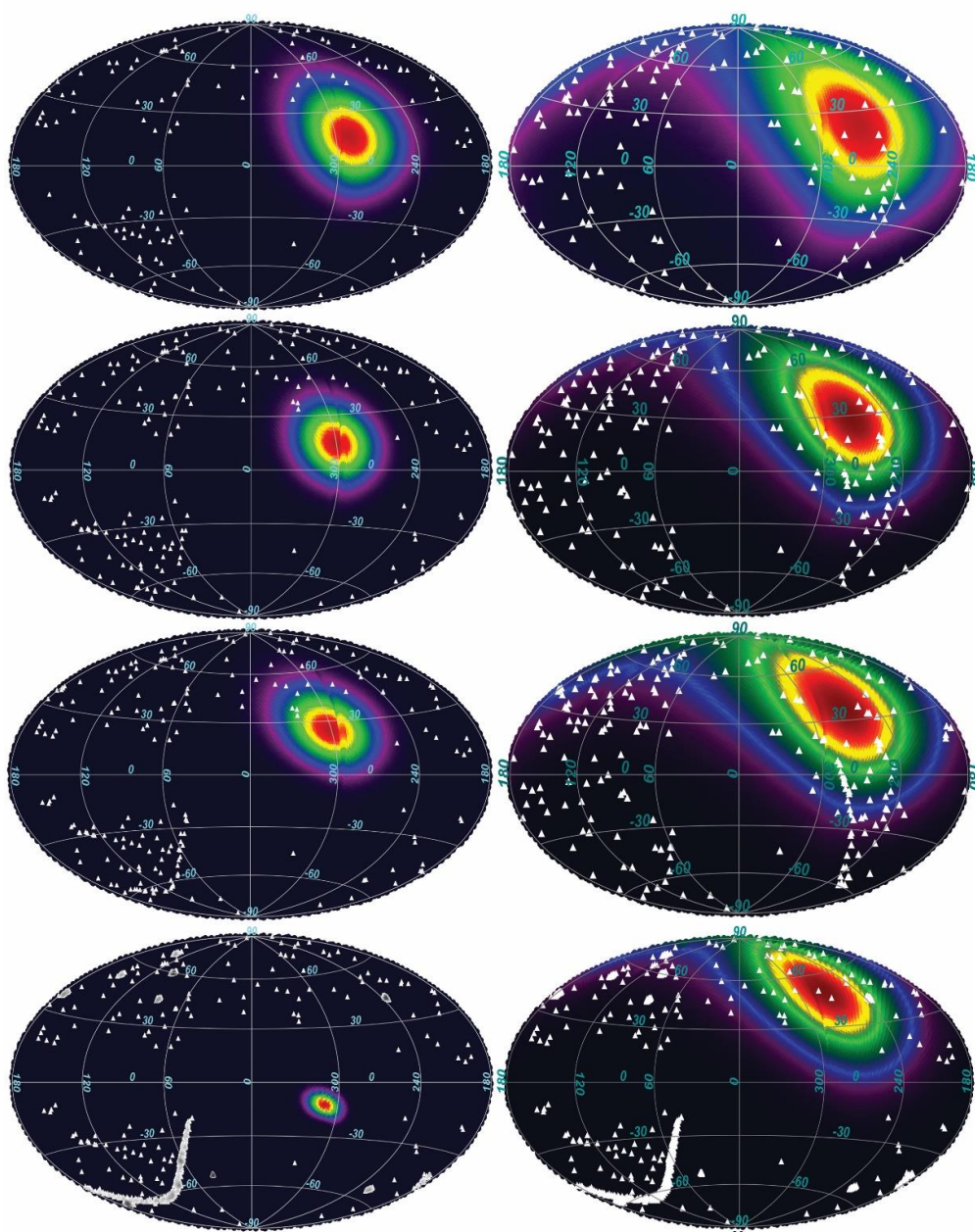
$$rH^2 = \kappa^2 \left(\rho + \frac{1}{r} \dot{\phi}^2 + V + \rho_\nu \right), \quad (20)$$

$$r\dot{H} + rH^2 = -\kappa^2 \left(\omega\rho + \frac{1}{r} \dot{\phi}^2 + V + P_\nu \right), \quad (21)$$

متغیرهای جدید را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Phi = \frac{\kappa\sqrt{\rho_m}}{\sqrt{rH}}, \quad \Gamma = -\frac{\kappa\sqrt{\dot{\phi}}}{\sqrt{\varepsilon}H}, \quad \psi = \frac{\kappa\sqrt{\rho_\nu}}{\sqrt{rH}}, \quad (22)$$

اگر مانند قسمت قبل عمل کنیم، معادلات بالا به صورت زیر در می‌آیند:



شکل ۲. مقایسه جهت جریان توده‌ای با استفاده از روش χ^2 در مدل کوینتیسنس (عدم حضور نوترینوها) و داده‌های کاتالوگ پنتون (سمت راست) با جهت جریان توده‌ای در حضور نوترینوها (سمت چپ).

صورت $\sum m_\nu < 0.18$ دست آمده است. در شکل ۱ با استفاده از داده‌های پنتون محدودیت روی $(\sum m_\nu, N_{eff})$ را اعمال کردیم و نتایج را رسم کرده‌ایم.

$$N_{eff} = 3/0.4 + 7/42 \left(\frac{\Omega_m h^2}{0.1308} \times \frac{3139}{1+z_{eq}} - 1 \right). \quad (27)$$

در این مقاله مقدار محاسبه شده برای N_{eff} به صورت $N_{eff} = 3/0.6^{+0.22}_{-0.15}$ و مقدار محاسبه شده برای $\sum m_\nu$ به

جدول ۱. مقایسه جهت و سرعت جریان توده‌ای (عدم حضور نوترینو).

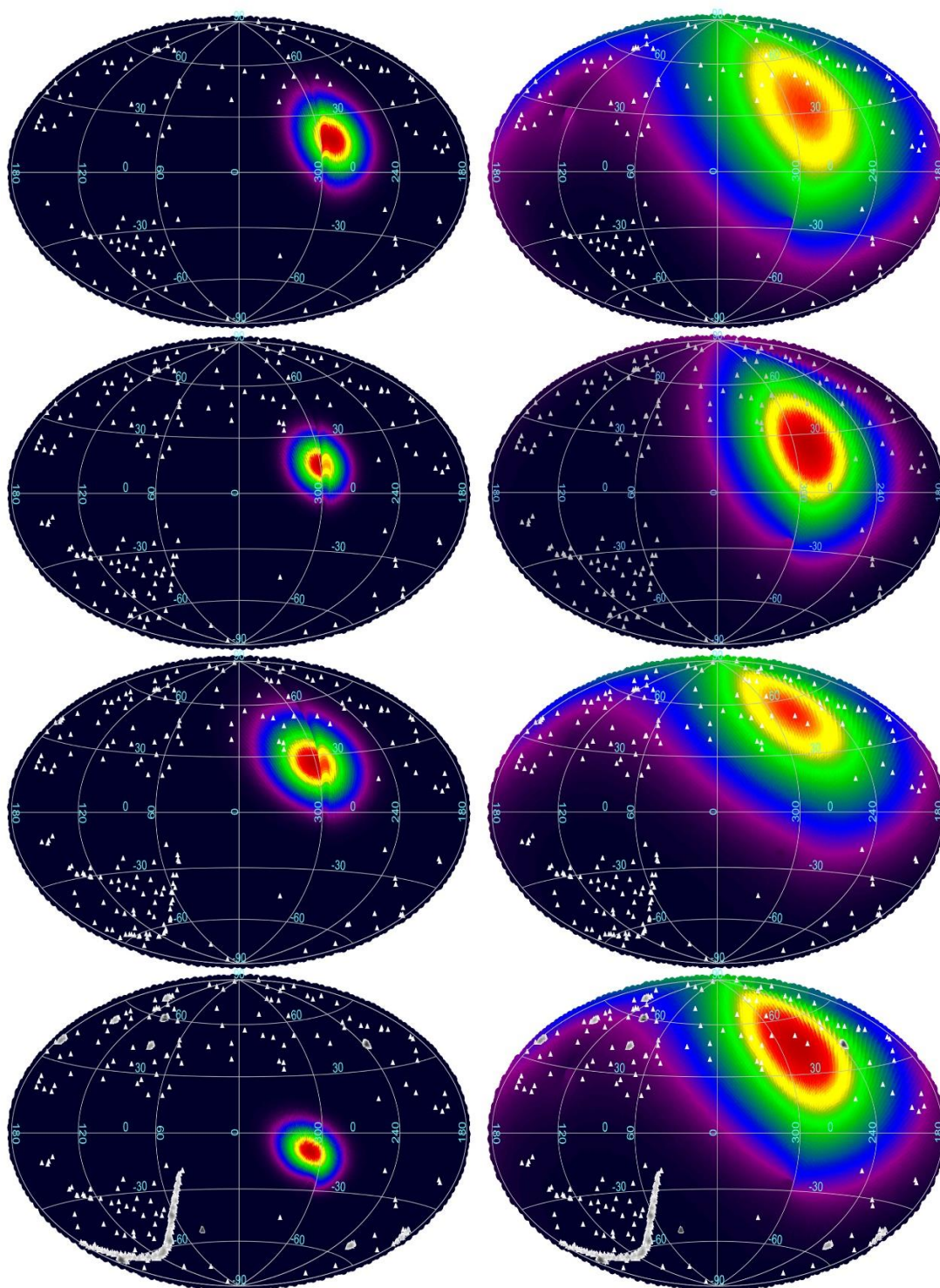
مراجع	سرعت kms^{-1}	انتقال به سرخ	l°	b°	فاصله $h^{-1} Mpc$
[۲]	۱۰۰۰	$z \leq 0.03$	14 ± 283	4 ± 12	۱۲۷
[۲۵]	۵۰۷	$0.035 < z < 0.055$	44 ± 306	۲۹	۲۰۹
[۲۱]	۲۵۰	$0.045 < z < 0.06$	۲۸۷	۲۱	۲۴۹
[۲۴]	28 ± 473	$0.035 < z < 0.055$	۲۲۰	۲۵	۲۰۹
[۲۸]	۳۸۰	$0.015 < z < 0.06$	18 ± 295	8 ± 14	۲۴۹
[۲۷]	44 ± 257	$0.035 < z < 0.055$	6 ± 276	6 ± 10	۲۰۹
[۲۶]	78 ± 416	$0.015 < z < 0.06$	11 ± 282	6 ± 6	۲۴۹
این مطالعه	۲۲۵	$0.015 < z < 0.1$	17 ± 272	33 ± 12	۴۰۷

جدول ۲. نتایج جهت جریان توده‌ای به روش χ^2 در حضور نوترینو (سلول بالا) و جهت جریان توده‌ای در عدم حضور نوترینو (سلول پایین).

انتقال به سرخ	سرعت kms^{-1}	l°	b°	فاصله $h^{-1} Mpc$
$0.015 < z < 0.035$	۱۸۰	293 ± 16	16 ± 10	۵۵-۱۵۵
	۱۷۰	267 ± 20	21 ± 16	
$0.015 < z < 0.06$	۱۹۵	300 ± 12	15 ± 8	۵۵-۲۴۹
	۱۷۷	274 ± 15	26 ± 11	
$0.015 < z < 0.1$	۱۶۵	300 ± 11	29 ± 7	۵۵-۴۰۷
	۲۲۵	292 ± 16	$42 \pm 10/5$	
$0.015 < z < 1/4$	۱۵۰	311 ± 4	-10 ± 3	۵۵-۳۰۰۰
	۱۵۵	268 ± 12	45 ± 10	

جدول ۳. نتایج جهت جریان توده‌ای به روش MCMC- در حضور نوترینو (سلول بالا) و جهت جریان توده‌ای در عدم حضور نوترینو (سلول پایین).

انتقال به سرخ	سرعت kms^{-1}	l°	b°	فاصله $h^{-1} Mpc$
$0.015 < z < 0.035$	۱۸۴	295 ± 12	16 ± 8	۵۵-۱۵۵
	۱۶۵	271 ± 18	31 ± 18	
$0.015 < z < 0.06$	۱۹۵	302 ± 7	15 ± 16	۵۵-۲۴۹
	۱۷۴	280 ± 12	28 ± 17	
$0.015 < z < 0.1$	۱۶۵	303 ± 9	29 ± 7	۵۵-۴۰۷
	۲۲۵	290 ± 9	$49 \pm 10/5$	
$0.015 < z < 1/4$	۱۵۰	311 ± 4	-10 ± 3	۵۵-۳۰۰۰
	۱۵۵	268 ± 12	45 ± 10	



شکل ۳. مقایسه جهت جریان توده‌ای با استفاده از روش MCMC در مدل کوپیتینسنس (عدم حضور نوترینوها) و داده های کاتالوگ پنتون (سمت راست) با جهت جریان توده‌ای در حضور نوترینوها (سمت چپ).

جرم‌دار بودن در معادلات گرانشی ظاهر می‌شوند و در انبساط کیهان و تشکیل ساختارهای کیهانی شرکت می‌کنند. با مقایسه

نوترینوها — به عنوان یکی از ذرات مهم مدل استاندارد، در برهم‌کنش‌های ضعیف شرکت می‌کنند. از طرف دیگر به دلیل

حداقل ۲۵ برابر بزرگتر از CMB می‌شود. این چگالی بالای ذرات جریان آزاد منجر به تغییراتی در ساختار مقیاس بزرگ (LSS) می‌شود که می‌تواند در بررسی‌های کهکشانی بزرگ یا اندازه‌گیری‌های جریان تاریک ثبت شود. در این مقاله، ابتدا جهت جریان توده‌ای را با استفاده از مدل کویتینسنس در ۴ بازه انتقال به سرخ متفاوت اندازه‌گیری کردیم. سپس چگالی و فشار نوترینوها را به معادلات (۸) و (۹) اضافه کرده‌ایم. با اضافه کردن جمله چگالی و فشار، تغییرات جزئی در جهت جریان توده‌ای در انتقال به سرخ‌های کوچک‌تر از ۰/۱ به وجود آمد، ولی در بازه‌های انتقال به سرخ بالاتر مشاهده کردیم که این تغییر جهت زیاد است. می‌توان این گونه نتیجه گرفت که اثر نوترینو در تشکیل ساختارهای بزرگ در جهان محلی کمتر از مقیاس‌های بزرگ عالم است؛ زیرا در انتقال به سرخ‌های بالاتر مقادیر چگالی نوترینو بیشتر بوده است. همچنین دیدیم که علی‌رغم این که اومگای نوترینو بسیار کوچک است ولی با اضافه کردن آن به اومگای کل، باعث شد که سطح اطمینان به دست آمده برای قسمتی که همراه با جمله نوترینو بود دقت بسیار بالاتری داشته باشد. نتایج به دست آمده برای جهت جریان توده‌ای در این مقاله و مقایسه آن با نتایج سایر دانشمندان در جدول ۱ آورده شده است. همچنین در این مقاله از دو روش MCMC و χ^2 برای محاسبه جهت جریان و سرعت توده‌ای استفاده کردیم و مشاهده کردیم که نتایج این دو روش بسیار نزدیک به هم هستند.

داده‌های رصدی مربوط به خوشه‌های کهکشانی توانستیم بر روی مجموع جرم نوترینوها قید بگذاریم. برای شناخت دقیق‌تر نوترینوها لازم است بتوانیم ترتیب جرمی نوترینوهای مدل استاندارد را هم به دست آوریم. ترتیب جرمی نوترینوها در زمان غیر نسبیتی شدن آنها و در نتیجه در شرکت کردن آنها در تشکیل ساختارها، مؤثر است. حالا که جرم نوترینو را تخمین زده‌ایم تأثیر آن را روی تغییر جهت جریان توده‌ای نشان می‌دهیم. در شکل ۲، سمت چپ، جهت جریان توده‌ای را در حضور نوترینو نشان می‌دهد. اشکال سمت راست بدون حضور نوترینوی جرم دار، جهت جریان توده‌ای را نشان می‌دهند. همان گونه که در شکل‌های سمت چپ مشاهده می‌شود، مقدار سطح اطمینان مرتبه اول در تعیین جهت جریان توده‌ای کوچک‌تر شده است. این حاکی از آن است که اگر چگالی نوترینوها را در نظر بگیریم مقدار دقیق‌تری برای جهت جریان توده‌ای به دست خواهیم آورد. مقادیر سرعت و جهت جریان توده‌ای به دو روش χ^2 و MCMC به ترتیب در جدول ۲ و ۳ آورده شده‌اند.

۶. نتیجه‌گیری

یکی از قابل توجه‌ترین جنبه‌های کیهان‌شناسی این است که مطالعه بزرگ‌ترین ساختارهای فیزیکی در جهان می‌تواند خواص ذرات با کوچک‌ترین سطح مقطع شناخته شده، یعنی نوترینوها، را آشکار کند. در اصل، این حساسیت کیهانی به خواص نوترینو به این دلیل است که چگالی عدد کیهانی نوترینو تنها پس از فوتون‌های CMB قرار دارد. تعداد زیاد نوترینوها همراه با جرم غیرصفرشان، منجر به چگالی انرژی امروزی

مراجع

1. A Kashlinsky, *et al.*, *Astrophys. J.* **686**, 2 (2008) 49.
2. A Kashlinsky, *et al.*, *Astrophys. J.* **691**, 2 (2009) 1479.
3. F Atrio Barandela, *et al.*, *Astrophys. J.* **810**, 2 (2015)
4. J Colin, *et al.*, *MNRAS* **414** (2011) 264
5. C Bonvin, R Durrer, and M Alice Gasparini, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 023523.
6. H A Buchdahl, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **150** (1970) 1.
7. L Amendola, M Baldi, and C Wetterich, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 023015.
8. N J Nunes, L Schrepp, and C Wetterich, *Phys. Rev. D* **83** (2011) 083523.
9. C Wetterich, *Phys. Lett. B* **655** (2007) 201.
10. S Casas, V Pettorino, and C Wetterich, *Phys. Rev. D* **94** (2016) 103518.
11. H Mohseni Sadjadi and V Anari, *JCAP* **10** (2018) 036.

12. H Mohseni Sadjadi and V Anari, *Phys. Dark Universe* **27** (2020) 100474.
13. V Anari and H Mohseni Sadjadi, *JCAP0* **7** (2022) 043.
14. H Mohseni Sadjadi and V Anari, *Phys. Rev. D* **95** (2017) 123521.
15. D N Spergel and U L Pen, *ApJ* **491** (1996) L67.
16. T Banks, hep-th/9601151 (1996).
17. Z Kepuladze and M Maziashvili, *Phys. Rev. D* **103** (2021) 063540.
18. P J Steinhardt, L Wang, and I Zlatev, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 123504.
19. B Ratra and P J E Peebles, *Phys. Rev. D* **37** (1988) 3406.
20. P J E Peebles and B Ratra, *ApJ* **325** (1988) L17.
21. P Binetruy, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 063502.
22. P Ratra and L Peebles, *Phys. Rev. D* **37**, 12 (1988) 3406.
23. C Wetterich, *Nucl. Phys. B.* **302**, 4 (1988) 668.
24. M Doran, *et al.*, *Astrophys. J.* **559**, 2 (2001) 501.
25. R R Caldwell, R Dave, and P J Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 8 (1998) 1582.
26. S M Carroll, (1998). *Phys. Rev. Lett.* **81**, 15 (1998) 3067.
27. C Wetterich, "Quintessence --a fifth force from variation of the fundamental scale", Heidelberg University.
28. G Dvali and M. Zaldarriaga, *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 091303
29. C. Michele; P. Francisco; T. Gianmassimo , JCAP07(2012)044J Colin, *et al.*, *MNRAS* **414** (2011) 264.
30. U Feindt, *et al.*, *A&A* **560** (2013) A90
31. J S Wang and F Y Wang, *MNRAS* **443** (2014) 1680
32. G Lavaux, *et al.*, *ApJ.* **709** (2010) 483
33. D D Kocevski and H Ebeling, *ApJ.* **645** (2006) 1043.
34. H A Feldman, R Watkins, and M J Hudson, *MNRAS* **407** (2010) 2328.
35. A Nusser and M Davis, *ApJ* **736** (2011) 93.
36. E Macaulay, *et al.*, *MNRAS* (2012) 425.
37. H Shapley, *Harvard College Obser. Bull.* **874** (1930) 9.
38. R Scaramella, *et al.*, *Nature* **338** (1989) 562–564.
39. S Raychaudhury, *et al.*, *MNRAS* **248** 1(1991).
40. Y Hoffman, *et al.*, preprint (astro-ph/0102190) 2001.
41. R Watkins, H A Feldman, and M J Hudson, *MNRAS* **392** (2009) 743.
42. R G Cai, *et al.*, *Phys. Rev. D*, **87** (2013) 123522.
43. A Mariano and L Perivolaropoulos, *Phys. Rev. D* **86** (2012) 083517.
44. Z Chang, *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **73** (2013) 2459.
45. X Yang, F Y Wang, and Z Chu, *MNRAS* **437** (2014) 1840.
46. A Salehi and S Aftabi, *J. High Energy Phys.* **1609** (2006) 140.