مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۵، شمارهٔ ۱، بهار ۱۳۹۴

استتار گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون در اتم با استفاده از نمایش فولدی- وادهازن

محمد مهدی اتفاقی و زهره زینلی

گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه قم، قم

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۲۵ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۳/۱۱/۸)

چکیده

وجود گشتاور دوقطبی الکتریکی باعث نقض تقارن CP در یک دستگاه فیزیکی می‌شود. در حد غیر نسبیتی و اندازهٔ نقطه‌ای برای هسته، اثر گشتاور دوقطبی الکتریکی در اتم قابل مشاهده نیست. این اثر به استتار شیف معروف است. دلیل استتار شیف این است که جابه‌جایی انرژی ناشی از گشتاور دوقطبی الکتریکی متناسب با مقدار انتظاری ماتریس γ_0 است و از آنجایی که این ماتریس فرد است، یعنی جواب‌های انرژی مثبت و منفی را با هم ترکیب می‌کند، مقدار انتظاری آن در حد غیر نسبیتی صفر می‌شود. در این مقاله ما با استفاده از بسط فولدی- وادهازن جملات فرد در هامیلتونی را تا مرتبهٔ $1/m^3$ حذف می‌کنیم و با استفاده از این هامیلتونی، استتار شیف برای الکترون را دوباره مطالعه می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: تقارن CP، گشتاور دوقطبی الکتریکی، اتم، نمایش فولدی-وادهازن، استتار شیف.

۱. مقدمه

یکی از مهم‌ترین معماهای فیزیک ذرات بنیادی و کیهان شناسی، عدم تقارن ماده و ضد ماده در عالم است. هرچند که مدل‌های نظری زیادی با هدف ارایهٔ یک ساز و کار مناسب برای توضیح این عدم تقارن به وجود آمده است، ولی هیچ یک از آنها قابل آزمایش نبوده است. در این مدل‌ها سعی می‌شود نقض تقارن CP (منظور ضرب دو تبدیل همیوغ بار و پاریته است) که می‌تواند ما را برای توضیح این ناهنجاری کمک کند، پیش‌بینی شود. مدل استاندارد به عنوان بنیادی‌ترین مدل قابل آزمایش، تحت CP ناورداست. به طور صریح تر، هرچند تقارن پاریته، P، و همیوغ بار، C، به طور مجزا به صورت بیشینه نقض می‌شوند، ولی ضرب این دو تبدیل، تقارن پیش‌بینی شدهٔ این نظریه است. با این وجود یک فاز مختلط در ماتریس جرم کوارک‌ها (ماتریس کوبایاشی و ماسکاوا) وجود دارد که قابل جذب با بازتعریف میدان‌ها نیست. این فاز مختلط باعث نقض CP در مزون‌ها می‌شود. لذا از سال ۱۹۶۴ تجربه‌گران به جست و جوی نقض این تقارن در مزون‌ها پرداخته‌اند. تاکنون نقض CP در مزون‌هایی از قبیل k مشاهده شده است.

چون نقض CP در مدل استاندارد، برای توضیح عدم تقارن ماده و ضدماده کافی نیست، مدل‌های متنوعی فراسوی مدل

استاندارد به وجود آمده‌اند که منابع جدیدی برای نقض CP ارایه می‌دهند. لذا کشف تجربی چشمه‌های جدید نقض CP در حوزه‌های مختلف فیزیک از قبیل فیزیک اتمی دارای اهمیت بسیار زیادی است.

وجود گشتاور دوقطبی الکتریکی ذاتی در دستگاه فیزیکی (اتم و ذرات تشکیل‌دهندهٔ آن) منجر به نقض تقارن‌های پاریته، انعکاس زمان و طبق قضیهٔ CPT باعث نقض تقارن CP می‌شود [۱]. یک اتم در حالتی می‌تواند گشتاور دوقطبی الکتریکی دایمی داشته باشد که مرکز بارهای مثبت و منفی، بدون نیاز به حضور یک میدان الکتریکی خارجی از هم جدا باشند. به عبارت دیگر این گشتاور، خاصیت ذاتی اتم باشد. گشتاور دوقطبی الکتریکی که از مدل استاندارد به دست می‌آیند بسیار کوچک می‌باشند. به عنوان مثال گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون در مدل استاندارد برابر با 10^{-38} ecm به دست می‌آید [۲]. در سال‌های اخیر تلاش‌های وسیعی برای کشف تجربی گشتاور دوقطبی الکتریکی ذاتی در اتم‌های مختلف و ذرات تشکیل‌دهندهٔ آنها صورت گرفته و ثابت شده است که مقادیر به دست آمده برای گشتاورهای دوقطبی الکتریکی از طریق این آزمایش‌ها، چندین مرتبه بزرگتر از مقادیر به دست آمده از مدل استاندارد هستند. بنابراین آزمایش‌های مربوط به گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم، یک راه مناسب برای یافتن فیزیک جدید فراسوی مدل استاندارد هستند. مواردی که در گشتاور دوقطبی الکتریکی اتمی سهیم هستند عبارتند از:

- گشتاور دوقطبی الکتریکی ذاتی الکترون: همان طور که خواهیم دید برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون با میدان‌های اتمی و خارجی، سبب ایجاد یک گشتاور دوقطبی الکتریکی اتمی می‌شود که سهم آن چندین مرتبه بزرگتر از سهم گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون منفرد است.
- برهم‌کنش بین الکترون و نوکلئون که تحت تقارن‌های پاریته و وارونی زمان فرد است.
- گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی نوکلئون.
- برهم‌کنش بین نوکلئون‌ها که تحت تقارن‌های پاریته و وارونی زمان فرد است.
- دو سازوکار آخر باعث ایجاد گشتاورهای چندقطبی هسته‌ای که نقض کنندهٔ تقارن‌های پاریته و وارونی زمان هستند، می‌شوند. گشتاور دوقطبی الکتریکی ایجاد شده در این حالت، متناسب با این گشتاورهای چندقطبی هسته‌ای خواهد بود [۳]. اما بررسی این ساز و کارها خارج از هدف این مقاله است و تمرکز ما بر روی مطالعهٔ گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون خواهد بود. ثابت می‌شود که رابطهٔ بین گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم (d_A) با گشتاور دوقطبی الکترون (d_e) به صورت زیر داده می‌شود [۴]:

$$d_A = Rd_e ,$$

که در آن R عامل افزایش اتم نامیده می‌شود که برای اتم‌های مختلف مقادیر متفاوتی دارد. در جدول‌های زیر مقادیر R برای اتم‌های پارامغناطیس (اتم‌هایی با تعداد فرد الکترون) و اتم‌های دیامغناطیس (اتم‌هایی با تعداد زوج الکترون) داده شده است: از این جدول‌ها واضح است که حساسیت اتم‌های پارامغناطیس به گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون بیشتر از اتم‌های دیامغناطیس است. بنابراین برای مطالعهٔ گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون، معقول این است که با اتم‌های پارامغناطیس کار شود. در مورد اتم‌های پارامغناطیس همان طور که از جدول ۱ معلوم است، چون برای اتم‌های کوچکتر، عامل افزایش خیلی کوچک است، این اتم‌ها برای آزمایش‌های مربوط به گشتاور دوقطبی الکتریکی مناسب نیستند. اتم‌هایی از قبیل سزیم و تالیم با داشتن عامل افزایش بزرگ برای این قبیل آزمایش‌ها بسیار مناسب هستند.

برای جست‌وجوی گشتاور دوقطبی الکتریکی، تفاوت بسامد حرکت تقدیمی اسپین ذره (الکترون یا هسته) هنگامی که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موازی و هم جهت هستند، $\omega_1 = \frac{2\mu B + 2dE}{\hbar}$، و هنگامی که جهت میدان الکتریکی معکوس می‌شود، $\omega_2 = \frac{2\mu B - 2dE}{\hbar}$، اندازه‌گیری می‌شود.

جدول ۱. عامل افزایش مربوط به اتم‌های پارامغناطیس [۶]

اتم پارامغناطیسی	$\|R\|$
Li	۰/۰۰۴
Na	۰/۳
K	۳
Rb	۲۷
Cs	۱۲۰
Tl	۵۸۵

جدول ۲. عامل افزایش مربوط به اتم‌های دیامغناطیس [۴]

اتم دیامغناطیسی	$\|R\|$
Xe	۸×۱۰^{-۴}
Hg	$۱/۲\times۱۰^{-۲}$

واضح است که تغییر در بسامد حرکت تقدیمی اسپین ذره که به واسطهٔ معکوس شدن جهت میدان الکتریکی ایجاد می‌شود، با اندازهٔ میدان الکتریکی متناسب است:

$$\omega_۱-\omega_۲=\frac{۴dE}{\hbar}.$$

این رابطه بیان می‌کند در حالتی که دستگاه فاقد گشتاور دوقطبی الکتریکی است، مقدار جابه‌جایی در بسامد حرکت تقدیمی اسپین ذره صفر است.

از لحاظ نظری طبق قضیهٔ شیف برای یک دستگاه خنثی و غیر نسبیتی (مانند اتم) که از ذرات باردار نقطه‌ای ساخته شده است و این ذرات با یکدیگر و با میدان خارجی به صورت الکترواستاتیکی برهم‌کنش می‌کنند، گشتاور دوقطبی الکتریکی خالص صفر است. طبق اثباتی که برای این قضیه در مرجع [۳] انجام شده است جملات مربوط به گشتاور دو قطبی الکتریکی در هامیلتونی متناسب با ماتریس $\gamma_۵$ است و مقدار انتظاری آنها در حد غیر نسبیتی صفر می شود. در این مقاله با استفاده از رهیافت فلدی–وادهازن[۱] جملات فرد هامیلتونی (جملاتی که جواب‌های انرژی مثبت و منفی را با هم ترکیب می‌کنند) را تا مرتبهٔ $۱/m^۳$ حذف می‌کنیم. به این ترتیب هامیلتونی در این نمایش مناسب مسالهٔ تک‌ذره‌ای خواهد بود و لذا قضیه شیف را در این نمایش بررسی می‌کنیم. در ادامه ابتدا قضیهٔ شیف را مرور کرده، سپس به نوشتن معادلهٔ دیراک با حضور ممان دوقطبی الکتریکی در نمایش فولدی–وادهازن می‌پردازیم. در نهایت جابه‌جایی‌های انرژی ناشی از گشتاور دو قطبی الکتریکی را به صورت اختلالی به دست می‌آوریم.

۲. قضیهٔ شیف

طبق قضیهٔ شیف برای هر دستگاه (اتم) خنثی که از ذرات باردار نقطه‌ای و غیرنسبیتی تشکیل شده باشد و برهم‌کنش ذرات با یکدیگر و با میدان‌های خارجی تنها به صورت الکترواستاتیکی باشد، گشتاور دوقطبی الکتریکی خالص صفر می‌باشد. به عبارت بهتر، در حد غیرنسبیتی برای الکترون و اندازهٔ نقطه‌ای برای هسته، اثر گشتاور دوقطبی الکتریکی این ذرات در اتم قابل مشاهده نیست. این پدیده اثر پوشش گشتاور دوقطبی الکتریکی نامیده می‌شود.

۱.۲. اثبات قضیهٔ شیف برای الکترون‌های غیرنسبیتی

یک اتم با تعداد Z الکترون در نظر می‌گیریم. هامیلتونی این اتم

۱. Foldy-Wouthuysen

به صورت زیر است:

$$\hat{H} = \hat{H}_{\circ} + \hat{H}_I \tag{۱}$$

که در آن $\hat{H}_{\circ}$ و $\hat{H}_I$ به ترتیب بخش‌های غیراختلالی و اختلالی هامیلتونی هستند و در حالت کلی به شکل زیر می‌باشند:

$$\hat{H}_{\circ} = \sum_{i=1}^{z}(\beta_i m_e + \alpha_i \cdot p_i) + V_{\text{int}}^{(ee)} + V_{\text{int}}^{(eN)} + H_{\text{int}}^{(nuc)}, \tag{۲}$$

$$\hat{H}_I = V_{\text{ext}}^{(e)} + V_{\text{ext}}^{(N)} + [\tilde{V}_{\text{ext}}^{(\tilde{e})} + \tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}N)} + \tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}e)}] + [\tilde{V}_{\text{ext}}^{(\tilde{N})} + \tilde{V}_{\text{int}}^{(e\tilde{N})} + \tilde{V}_{\text{int}}^{(nuc)}]. \tag{۳}$$

در رابطهٔ بالا، جملاتی که با علامت مد (□) مشخص شده‌اند، به برهم‌کنش‌هایی اشاره دارند که تحت تقارن‌های پاریته و انعکاس زمانی فرد هستند و سایر جملات (دو جملهٔ اول از سمت چپ) تقارن‌های نام برده شده را حفظ می‌کنند. علامت $\tilde{e}(\tilde{N})$ به معنای برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون (هسته) با ذرات دیگر یا با میدان خارجی است. به عنوان مثال $\tilde{V}_{\text{ext}}^{(\tilde{e})}$ به برهم‌کنش بین گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون با میدان خارجی اشاره دارد. برای مشاهدهٔ شکل صریح تمام جملات ظاهر شده در این هامیلتونی، می‌توان به مرجع [۳] مراجعه کرد. ما در این جا تنها جملات مربوط به برهم‌کنش الکترون که هدف این مقاله می‌باشد، را به صورت صریح می‌آوریم:

$$\tilde{V}_{\text{ext}}^{(\tilde{e})} = -\alpha \sum_{i=1}^{z} d_e \hat{\beta}(\Sigma_i \cdot E_i^{(\text{ext})} + i\,\alpha_i \cdot B_i^{(\text{ext})}), \tag{۴}$$

$$\tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}e)} = \frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^{z} d_e \hat{\beta}(\Sigma_i \cdot E_i^{(e)} + i\,\alpha_i \cdot B_i^{(e)}), \tag{۵}$$

$$\tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}N)} = -\alpha \sum_{i=1}^{z} d_e \hat{\beta}(\Sigma_i \cdot E_i^{(N)} + i\,\alpha_i \cdot B_i^{(N)}), \tag{۶}$$

$$V_{\text{ext}}^{(e)} = -\alpha \sum_{i=1}^{z} (\phi_i^{(\text{ext})} - \alpha_i \cdot A_i^{(\text{ext})}). \tag{۷}$$

$E_i^{(\text{ext})}$ و $B_i^{(\text{ext})}$ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی خارجی در مکان الکترون i، $E_i^{(e)}$ و $B_i^{(e)}$ میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی ناشی از الکترون‌های دیگر در مکان الکترون i، $E_i^{(N)}$ و $B_i^{(N)}$ میدان الکتریکی و مغناطیسی ناشی از هسته در مکان الکترون i و $\phi_i^{(\text{ext})}$ و $A_i^{(\text{ext})}$ پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی خارجی در مکان الکترون i هستند. همچنین α ثابت ساختار ریز، d_e گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون و β و α_i ماتریس‌های دیراک عمل کننده بر روی تابع موج الکترون iام هستند. جابه‌جایی مرتبهٔ اوّل انرژی ناشی از ممان دوقطبی الکتریکی الکترون به صورت زیر است:

$$\Delta E_{(1)}^{(\tilde{e})} = \langle gs|\tilde{V}_{\text{ext}}^{(\tilde{e})}|gs\rangle = -\alpha d_e \sum_{i=1}^{z} \langle gs|\hat{\beta}(\Sigma_i \cdot E_i^{(\text{ext})} + i\,\alpha_i \cdot B_i^{(\text{ext})})|gs\rangle, \tag{۸}$$

و جابه‌جایی مرتبهٔ دوم انرژی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Delta E_{(2)}^{(\tilde{e})} = \sum_n \frac{1}{E_{gs} - E_n} \left\{ \langle gs|\tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}e)} + \tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}N)}|n\rangle\langle n|V_{\text{ext}}^{(e)}|gs\rangle + \text{c.c.} \right\}, \tag{۹}$$

جملات برهم‌کنشی موجود در این رابطه، در عبارت‌های (۴) تا (۶) معرفی شده‌اند. در روابط (۸) و (۹)، $|gs\rangle$ و $|n\rangle$ به ترتیب حالت‌های پایه و برانگیختهٔ غیراختلالی هستند:

$$H_{\circ}|gs\rangle = E_{gs}|gs\rangle, \quad H_{\circ}|n\rangle = E_n|n\rangle. \tag{۱۰}$$

در رابطهٔ (۹)، مجموع دو جملهٔ مربوط به برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون با میدان‌های اتمی، بر حسب هامیلتونی غیراختلالی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}e)} + \tilde{V}_{\text{int}}^{(\tilde{e}N)} = -\sum_{i=1}^{z} [d_e \hat{\beta} \Sigma_i \cdot \nabla_i, H_{\circ}] + 2 d_e \beta i \gamma_5 [P_i^2 + \alpha(A_i^{(N)} - \tfrac{1}{2} A_i^{(e)}) \cdot P_i]. \tag{۱۱}$$

با جایگذاری رابطهٔ (۱۱) در معادلهٔ (۹) و استفاده از روابط (۱۰) و شرط کاملیت $\sum_n |n\rangle\langle n| = 1$، جابه‌جایی مرتبهٔ دوم انرژی به صورت زیر در می‌آید:

$$\Delta E_{(2)}^{(\tilde{e})} = \sum_{i=1}^{z} \langle gs|[d_e \hat{\beta} \Sigma_i \cdot \nabla_i, V_{\text{ext}}^{(e)}]|gs\rangle + 2 i d_e \sum_n \frac{1}{E_{gs} - E_n} \left\{ \langle gs|\sum_{i=1}^{z} \beta\gamma_5 [P_i^2 + \alpha(A_i^{(N)} - \tfrac{1}{2} A_i^{(e)}) \cdot P_i]|n\rangle\langle n|V_{\text{ext}}^{(e)}|gs\rangle + \text{c.c.} \right\}. \tag{۱۲}$$

بعد از انجام محاسبات، رابطهٔ جابجاگری ظاهر شده در رابطهٔ

(۱۲) را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\sum_{i=1}^{z}[d_e\beta\sigma_i\cdot\nabla_i, V_{\text{ext}}^{(e)}]=\sum_{i=1}^{z}[\alpha d_e\beta\Sigma_i\cdot E_i^{(\text{ext})}+$$
$$\alpha d_e\beta i\,\alpha_i\cdot B_i^{(\text{ext})}]+\sum_{i=1}^{z}2\alpha d_e\beta i\,\gamma_5 A_i^{(\text{ext})}\cdot P_i .$$

با توجه به این توضیحات، مجموع جابه‌جایی‌های مرتبهٔ اوّل و دوم انرژی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta E_{(1)}^{(\tilde{e})}+\Delta E_{(2)}^{(\tilde{e})}=\Delta E_{(1')}^{(\tilde{e})}+\Delta E_{(2')}^{(\tilde{e})}, \tag{۱۳}$$

که در آن

$$\Delta E_{(1')}^{(\tilde{e})}=\left\langle gs\left|\sum_{i=1}^{z}2\alpha d_e\beta i\,\gamma_5 A_i^{(\text{ext})}.P_i\right|gs\right\rangle, \tag{۱۴}$$

$$\Delta E_{(2')}^{(\tilde{e})}=2id_e\sum_n\frac{1}{E_{g\cdot s\cdot}-E_n}\left\{\left\langle gs\left|\sum_{i=1}^{z}\beta\gamma_5[P_i^2+\alpha(A_i^{(N)}\right.\right.\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2}A_i^{(e)})\cdot P_i]\middle|n\right\rangle\left\langle n\middle|V_{\text{ext}}^{(e)}\middle|gs\right\rangle+\text{c.c.}\Big\}.$$

$$\Delta E_{(2')}^{(\tilde{e})}=2id_e\sum_n\frac{1}{E_{g\cdot s\cdot}-E_n}\times$$
$$\Big\{\left\langle gs\middle|\sum_{i=1}^{z}\beta\gamma_5[P_i^2+\alpha(A_i^{(N)}-\frac{1}{2}A_i^{(e)})\cdot P_i]\middle|n\right\rangle\left\langle n\middle|V_{ext}^{(e)}\middle|gs\right\rangle$$
$$+\text{c.c.}\Big\}. \tag{۱۵}$$

ملاحظه می‌کنیم که روابط مربوط به جابه‌جایی‌های انرژی شامل ماتریس $\beta\gamma_5$ می‌باشند:

$$\beta=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix}\;;\quad \gamma_5=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix} \tag{۱۶}$$

از طرفی در حد غیرنسبیتی، توابع موج دیراک به شکل زیر در می‌آیند:

$$\psi^{(1)}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}\exp[-i\,(\frac{m_\circ c^2}{\hbar})t],$$

$$\psi^{(2)}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}\exp[-i\,(\frac{m_\circ c^2}{\hbar})t]. \tag{۱۷}$$

همان طور که از عبارت‌های (۱۴) و (۱۵) آشکار است، ماتریس $\beta\gamma_5$ در بین اسپینورهای دیراک ساندویچ شده است، بنابراین با جایگذاری روابط (۱۶) و (۱۷) در روابط مربوط به جابه‌جایی‌های انرژی، به راحتی ثابت می‌شود که:

$$\Delta E_{(1')}^{(\tilde{e})}=\Delta E_{(2')}^{(\tilde{e})}=0.$$

صفر شدن جابه‌جایی‌های انرژی، به این معناست که اثر گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون‌ها، در حد غیرنسبیتی قابل مشاهده نیست. این پدیده، اثر پوشش گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون نامیده می‌شود. به همین ترتیب می‌توان نشان داد که سهم مربوط به ممان الکتریکی مربوط به هستهٔ نقطه‌ای صفر است [۳ و ۶].

۳. نمایش فولدی–وادهازن در حضور میدان خارجی

لاگرانژی دیراک و در نتیجه هامیلتونی مربوط به آن برای یک ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ در حضور میدان خارجی به صورت زیر هستند:

$$L=\bar{\psi}[\gamma_\mu(i\partial^\mu-eA^\mu)-m]\psi,$$
$$\hat{H}=\hat{\alpha}\cdot(\hat{P}-eA)+\hat{\beta}m+eA_0. \tag{۱۸}$$

اسپینورهای دیراک دارای چهار مؤلفه هستند که با آنها ذره و ضدذره بودن و درجهٔ آزادی اسپین معین می‌شوند. در حد غیرنسبیتی دو مؤلفهٔ بالا (پایین) برای ذره (ضدذره) غیرصفر می‌شود. برای یک مسئلهٔ تک‌ذره‌ای می‌توان از نمایشی استفاده کرد که به طور سازگار با حد غیرنسبیتی، همیشه برای ذره دو مؤلفهٔ بالا و برای ضدذره دو مولفهٔ پایین غیرصفر باشد. به این نمایش، نمایش فولدی–وادهازن گفته می‌شود.

یک عملگر به طور کلی می‌تواند به صورت مجموع یک قسمت زوج و یک قسمت فرد نوشته شود:

$$\hat{F}=[\hat{F}]+\{\hat{F}\},$$

که قسمت زوج عملگر، حالت‌های ذره و ضد ذره را ترکیب نمی‌کند

$$[\hat{F}]\psi^{(\pm)}=\psi'^{(\pm)},$$

امّا قسمت فرد عملگر، حالت‌های ذره و ضدذره را ترکیب می‌کند:

$$\{\hat{F}\}\psi^{(\pm)}=\psi'^{(\mp)}.$$

چون نظریهٔ ما یک نظریهٔ تک‌ذره‌ای است عملگرهای معتبر، آنهایی هستند که حالت‌های ذره و ضدذره را ترکیب نمی‌کنند (عملگر زوج). با توجه به این مطالب می‌توان گفت در نمایش فلدی- وادهازن هدف این است که عملگرهای فرد موجود در هامیلتونی حذف شوند. هامیلتونی معرفی شده در رابطهٔ (۱۸)، برحسب جملات زوج و فرد به صورت زیر می‌باشد:

$$\hat{H}=\hat{\beta}mc^{2}+\hat{o}+\hat{\varepsilon}, \quad (19)$$

که $\hat{\varepsilon}$ معرف باقیماندهٔ قسمت زوج $\hat{H}$ و $\hat{o}$ معرف قسمت فرد آن است:

$$\hat{o}=\hat{\alpha}.(\hat{P}-e\hat{A}), \qquad \hat{\varepsilon}=e\hat{A}_{0}.$$

همان طور که قبلاً بیان کردیم در نمایش فولدی–وادهازن هدف این است که قسمت فرد هامیلتونی $(\hat{o})$ با به کار بردن تبدیلاتی به صورت زیر طی چند مرحله حذف شود:

$$\hat{H}'=e^{i\hat{S}}\hat{H}e^{-i\hat{S}}. \quad (20)$$

برای این کار لازم است $\hat{S}$ به صورت زیر تعریف شود:

$$\hat{S}=\frac{-i}{2m}\hat{\beta}\hat{o}.$$

با بسط تابع نمایی، $\hat{H}'$ به صورت زیر در می‌آید:

$$\hat{H}'=\hat{H}+i[\hat{S},\hat{H}]+\frac{i^{2}}{2!}[\hat{S},[\hat{S},\hat{H}]]+\cdots+\frac{i^{n}}{n!}[\hat{S},[\hat{S},\ldots,[\hat{S},\hat{H}]\_\ldots]\_]\_+\cdots.$$

با انجام محاسبات دیده می‌شود که قسمت فرد هامیلتونی تا مرتبهٔ $\frac{1}{m}$ حذف می‌شود. اگر این فرایند را دو مرحلهٔ دیگر نیز انجام دهیم خواهیم دید هامیلتونی به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned}\hat{H}'''=\hat{\beta}(m&+\frac{1}{2m}(\hat{P}-eA)^{2}-\\&\frac{1}{8m^{3}}[(\hat{P}-eA)^{2}-e\hat{\Sigma}\cdot\hat{B}]^{2})+eA_{0}-\\&\frac{1}{2m}\hat{\beta}e(\hat{\Sigma}\cdot\hat{B})-\frac{ie}{8m^{2}}\hat{\Sigma}\cdot(\nabla\times E)-\\&\frac{e}{4m^{2}}\hat{\Sigma}\cdot[E\times(\hat{P}-eA)]-\frac{e}{8m^{2}}(\nabla\cdot E)+\ldots,\end{aligned} \quad (21)$$

که عملگرهای ظاهر شده در این رابطه یعنی $\hat{\beta}$، ماتریس دیراک، و $\hat{\Sigma}$، عملگر اسپین نسبیتی، عملگرهای زوج هستند.

حال به لاگرانژی دیراک، جملهٔ مربوط به ممان دوقطبی الکتریکی که به طور مؤثر از حد انرژی‌های پایین نظریه‌های انرژی بالا نتیجه می‌شود، را اضافه می‌کنیم و هامیلتونی مربوط به آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\bar{L}&=\bar{\psi}[\gamma_{\mu}(i\partial^{\mu}-eA^{\mu})-m+\frac{e}{2m}\sigma^{\mu\nu}iG\gamma_{5}\partial_{\mu}A_{\nu}]\psi,\\\hat{H}&=\hat{\alpha}\cdot(\hat{P}-eA)+\hat{\beta}m+eA_{0}-\\&\frac{e}{2m}G\hat{\beta}\hat{\Sigma}\cdot\hat{E}-\frac{e}{2m}iG\hat{\beta}\hat{\alpha}\cdot\hat{B}.\end{aligned} \quad (22)$$

همان طور که از رابطهٔ (۲۲) معلوم است، قسمت فرد هامیلتونی به صورت زیر می‌باشد:

$$\hat{o}=\hat{\alpha}\cdot(\hat{P}-eA)-\frac{e}{2m}iG\hat{\beta}\hat{\alpha}\cdot\hat{B}$$

با به کار بردن تبدیلات بیان شده در رابطهٔ (۲۰)، قسمت فرد هامیلتونی در چند مرحله حذف می‌شود و هامیلتونی تصحیح یافته به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned}\hat{H}=\hat{H}_{0}&-\frac{e}{2m}G\hat{\beta}\hat{\Sigma}\cdot E+\frac{ie}{4m^{2}}G\hat{\Sigma}\cdot(\nabla\times B)+\\&\frac{eG}{2m^{2}}\hat{\Sigma}\cdot B\times[(\hat{P}-eA)]-\frac{e^{2}}{8m^{3}}G\hat{\beta}(B.E).\end{aligned} \quad (23)$$

در این رابطه، $\hat{H}_{0}$ بیانگر هامیلتونی معرفی شده در رابطهٔ (۲۱) است. در رابطهٔ (۲۳)، $G=\frac{md}{e}$، که d گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون است. در ادامه اثر استتار گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون را با استفاده از هامیلتونی به دست آمده در رابطهٔ (۲۳) مورد بررسی قرار دهیم. این هامیلتونی به صورت مجموع جملات غیراختلالی $(\hat{H}_{1})$ و جملات اختلالی $(\hat{H}_{2})$ بیان می‌شود. لازم به ذکر است که ما اتم هیدروژن را که شامل تنها یک الکترون می‌باشد، در نظر می‌گیریم. در ادامه به بررسی بخش‌های غیر اختلالی و اختلالی این هامیلتونی می‌پردازیم.

هامیلتونی غیراختلالی: این بخش شامل جملات زیر است:

$$\hat{H}_{1}=\hat{\beta}mc^{2}+eA_{0}^{(N)}+\frac{\hat{\beta}}{2m}\hat{P}^{2}. \quad (24)$$

هامیلتونی اختلالی: این بخش از هامیلتونی شامل سه بخش است:

الف) برهم‌کنش الکترون با میدان‌های خارجی و میدان‌های داخلی:

$$\begin{aligned}V^{(e)}_{(\text{ext,int})}=eA_{0}^{(\text{ext})}&-\frac{e\hbar\hat{\beta}}{2m}\hat{\Sigma}.(B^{(\text{ext})}+\\&B^{(N)})-\frac{e\hbar^{2}}{8m^{2}c^{2}}\nabla\cdot E^{(N)}-\\&\frac{ie\hbar^{2}}{8m^{2}c^{2}}\hat{\Sigma}\cdot(\nabla\times E^{(N)})-\frac{e\hbar}{4m^{2}c^{2}}\hat{\Sigma}\cdot[(E^{(\text{ext})}+\\&E^{(N)})\times(\hat{P}-e(A^{(\text{ext})}+A^{(N)})]+\\&\frac{e^{2}\hat{\beta}}{2m}(A^{(\text{ext})}+A^{(N)})^{2}-\frac{e\hat{\beta}}{m}(A^{(\text{ext})}+\\&A^{(N)})\cdot\hat{P}-\frac{1}{8m^{3}c^{2}}(\hat{P}-e(A^{(ext)}+A^{(N)}))^{4}.\end{aligned} \quad (25)$$

چون میدان الکتریکی خارجی یک مقدار ثابت دارد، در نوشتن عبارت اخیر از جملات متناسب با $(\nabla\cdot E^{(\mathrm{ext})})$ و $(\nabla\times E^{(\mathrm{ext})})$ صرف نظر کرده‌ایم.

(ب) برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون با میدان‌های خارجی:

$$\tilde{V}_{\mathrm{ext}}^{(\tilde{e})}=-\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(\mathrm{ext})}+\frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.[B^{(\mathrm{ext})}\times(\hat{P}-eA^{(\mathrm{ext})})]-\frac{e\hbar d}{8m^{2}c^{2}}\hat{\beta}(B^{(\mathrm{ext})}\cdot E^{(\mathrm{ext})}). \qquad (۲۶)$$

فرض می‌کنیم میدان مغناطیسی خارجی به کار برده شده یک مقدار ثابت دارد، به همین دلیل کرل این میدان صفر و ما در نوشتن $\tilde{V}_{\mathrm{ext}}^{(\tilde{e})}$ از جملهٔ متناسب با $\nabla\times B^{\mathrm{ext}}$ صرف نظر کرده‌ایم.

(ج) برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون با میدان‌های هسته:

$$\tilde{V}_{int}^{(\tilde{e}N)}=-\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(N)}+\frac{i\hbar d}{4m}\hat{\Sigma}\cdot(\nabla\times B^{(N)})+\frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.[B^{(N)}\times(\hat{P}-eA^{(N)})]-\frac{e\hbar d}{8m^{2}c^{2}}\hat{\beta}(B^{(N)}\cdot E^{(N)}). \qquad (۲۷)$$

بنابراین هامیلتونی اختلالی به صورت زیر است:

$$\hat{H}_{2}=V_{\mathrm{ext}}^{(e)}+\tilde{V}_{\mathrm{ext}}^{(\tilde{e})}+\tilde{V}_{\mathrm{int}}^{(\tilde{e}N)}. \qquad (۲۸)$$

حال با در دست داشتن بخش‌های اختلالی و غیراختلالی هامیلتونی، جابه‌جایی‌های مرتبهٔ اول و دوم انرژی ایجاد شده به واسطهٔ گشتاور دوقطبی الکتریکی را محاسبه می‌کنیم.

۱.۳. جابه‌جایی مرتبهٔ اول انرژی

$$\Delta E_{(1)}^{(\tilde{e})}=\left\langle gs\left|\tilde{V}_{\mathrm{ext}}^{(\tilde{e})}+\tilde{V}_{\mathrm{int}}^{(\tilde{e}N)}\right|gs\right\rangle=\Big\langle gs\Big|[-\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(\mathrm{ext})}+\frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.[B^{(\mathrm{ext})}\times(\hat{P}-eA^{(\mathrm{ext})})]+-\frac{e\hbar d}{8m^{2}c^{2}}\hat{\beta}(B^{(\mathrm{ext})}\cdot E^{(\mathrm{ext})})-\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(N)}+\frac{i\hbar d}{4m}\hat{\Sigma}\cdot(\nabla\times B^{(N)})+\frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.[B^{(N)}\times(\hat{P}-eA^{(N)})]-\frac{e\hbar d}{8m^{2}c^{2}}\hat{\beta}(B^{(N)}\cdot E^{(N)})]\Big|gs\Big\rangle, \qquad (۲۹)$$

در ادامه، برای محاسبهٔ $\Delta E_{(1)}^{(\tilde{e})}$ به نکتهٔ زیر توجه می‌کنیم:

چون مجذور تابع موج تحت پاریته مثبت است و جملات اختلالی دوم و جملات مربوط به رابطهٔ (۲۶) تحت پاریته توابعی فرد هستند، نتیجهٔ زیر را به دست می‌آوریم:

$$\Big\langle gs\Big|\frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\left[B^{(\mathrm{ext})}\times(\hat{P}-eA^{(\mathrm{ext})})\right]-\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(N)}+\frac{i\hbar d}{4m}\hat{\Sigma}\cdot(\nabla\times B^{(N)})+\frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\left[B^{(N)}\times(\hat{P}-eA^{(N)})\right]-\frac{e\hbar d}{8m^{2}c^{2}}\hat{\beta}(B^{(N)}\cdot E^{(N)})\Big|gs\Big\rangle=0.$$

با توجه به این مطالب جابه‌جایی مرتبهٔ اول انرژی به صورت زیر در می‌آید:

$$\Delta E_{(1)}^{(\tilde{e})}=\Big\langle gs\Big|[-\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(\mathrm{ext})}-\frac{e\hbar d}{8m^{2}c^{2}}\hat{\beta}(B^{(\mathrm{ext})}\cdot E^{(\mathrm{ext})})]\Big|gs\Big\rangle. \qquad (۳۰)$$

با توجه به این رابطه، ملاحظه می‌کنیم که در محاسبهٔ جابه‌جایی انرژی دو عامل اختلال دخالت دارند: اول، میدان خارجی و دوم، معکوس جرم $\frac{1}{m}$ جابه‌جایی مرتبهٔ اول انرژی، شامل دو جمله می‌باشد. جملهٔ اول متناسب با میدان خارجی و جملهٔ دوم متناسب با $\frac{(\text{میدان خارجی})^{2}}{m^{2}}$ می‌باشد. واضح است که جملهٔ دوم بسیار کوچک‌تر از جملهٔ اول است. به عبارت بهتر، جملهٔ دوم جزء تصحیحات مرتبهٔ بالاتر می‌باشد. به همین دلیل برای اثبات اثر استتار گشتاور دوقطبی الکتریکی، کافی است ثابت کنیم که جملهٔ اول سهمی در جابه‌جایی انرژی ندارد. برای اثبات این مطلب به بررسی جابه‌جایی مرتبهٔ دوم انرژی می‌پردازیم.

۲.۳. جابه‌جایی مرتبهٔ دوم انرژی

$$\Delta E_{(2)}^{(\tilde{e})}=\sum_{n}\frac{1}{E_{gs}-E_{n}}\Big\{\Big\langle gs\Big|V_{(\mathrm{ext,int})}^{(e)}+\tilde{V}_{\mathrm{ext}}^{(\tilde{e})}+\tilde{V}_{\mathrm{int}}^{(\tilde{e}N)}\Big|n\Big\rangle\times\Big\langle n\Big|V_{(\mathrm{ext,int})}^{(e)}+\tilde{V}_{\mathrm{ext}}^{(\tilde{e})}+\tilde{V}_{\mathrm{int}}^{(\tilde{e}N)}\Big|gs\Big\rangle\Big\}. \qquad (۳۱)$$

در روابط (۳۰) و (۳۱)، $|gs\rangle$ و $|n\rangle$ مانند گذشته به ترتیب بیان‌گر ویژه حالت‌های پایه و برانگیختهٔ غیراختلالی هستند. در محاسبهٔ جابه‌جایی مرتبهٔ دوم انرژی، به نکات زیر توجه می‌کنیم:

۱ – هدف ما بررسی میزان جابه‌جایی انرژی ایجاد شده به واسطهٔ وجود گشتاور دوقطبی الکتریکی است، بنابراین ما از جملهٔ متناسب با $[V^{(e)}_{(ext,\mathrm{int})}]^{2}$ که فاقد جملهٔ موثر گشتاور دوقطبی الکتریکی می‌باشد، صرف نظر می‌کنیم.

۲ – حدی که برای گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون به دست آمده است از مرتبهٔ $10^{(-28)}\,\mathrm{ecm}$ می‌باشد. به همین دلیل از جملات متناسب با d^{2} به دلیل کوچک بودن صرف نظر می‌کنیم.

با توجه به این نکات، جابه‌جایی مرتبهٔ دوم انرژی را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\Delta E^{(\tilde{e})}_{(2)} = \sum_n \frac{1}{E_{gs}-E_n}\Bigg\{\Bigg[\langle gs|[eA_{0}^{(\mathrm{ext})} - \frac{e\hbar\hat{\beta}}{2m}\hat{\Sigma}.(B^{(\mathrm{ext})} + B^{(N)}\Big) - \frac{e\hbar}{4m^2c^2}\hat{\Sigma}\cdot\Big[\Big(E^{(\mathrm{ext})}+E^{(N)}\Big)\times\Big(\hat{P}-e\Big(A^{(\mathrm{ext})} + A^{(N)}\Big)\Big] + \frac{e^2\hat{\beta}}{2m}\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big)^2 - \frac{e\hat{\beta}}{m}\Big(A^{(\mathrm{ext})} + A^{(N)}\Big)\cdot\hat{P} - \frac{ie\hbar^2}{8m^2c^2}\Sigma\cdot\Big(\nabla\times E^{(N)}\Big) - \frac{e\hbar^2}{8m^2c^2}\nabla\cdot E^{(N)} - \frac{1}{8m^3c^2}\Big[\hat{P}-e(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)})\Big]^4\Bigg]|n\rangle\times\langle n| - \frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(\mathrm{ext})} + \frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\Big[B^{(\mathrm{ext})}\times\Big(\hat{P}-eA^{(\mathrm{ext})}\Big)\Big] - \frac{e\hbar d}{8m^2c^2}\hat{\beta}\Big(B^{(\mathrm{ext})}\cdot E^{(\mathrm{ext})}\Big) - \frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(N)} + \frac{i\hbar d}{4m}\hat{\Sigma}\cdot\Big(\nabla\times B^{(N)}\Big) + \frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\Big[B^{(N)}\times\Big(\hat{P}-eA^{(N)}\Big) - \frac{e\hbar d}{8m^2c^2}\hat{\beta}\Big(B^{(N)}\cdot E^{(N)}\Big)|gs\rangle\Bigg] + \mathrm{c.c.}\Bigg\}.$$

(۳۲)

در رابطهٔ (۳۳)، جملهٔ مربوط به برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی با میدان هسته را می‌توانیم به صورت زیر به دست آوریم:

$$-\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(N)} = \left[\frac{d}{2e}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.\nabla, \hat{H}_1\right] \tag{۳۳}$$

در این رابطه $\hat{H}_1$، هامیلتونی بیان شده در رابطهٔ (۲۴) می‌باشد. رابطهٔ (۳۳) را در رابطهٔ (۳۲) جایگذاری می‌کنیم. با توجه به رابطهٔ (۳۱) و استفاده از شرط کاملیت $\sum_n |n\rangle\langle n| = 1$، جملات متناسب با رابطهٔ جابجاگری $\left[\frac{d}{2e}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.\nabla, \hat{H}_1\right]$ را محاسبه می‌کنیم و نتیجهٔ زیر را برای جابه‌جایی مرتبهٔ دوم انرژی به دست می‌آوریم:

$$\Delta E^{(\tilde{e})}_{(2)} = \langle gs|\Bigg[\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(\mathrm{ext})} + \frac{\hbar d}{4m}(\hat{\Sigma}\cdot\nabla)\hat{\Sigma}\cdot\Big(B^{(\mathrm{ext})} + B^{(N)}\Big) + \frac{d\hbar\hat{\beta}}{8m^2c^2}(\hat{\Sigma}\cdot\nabla)\hat{\Sigma}\cdot\Big[\Big(E^{(\mathrm{ext})}+E^{(N)}\Big)\times\Big(\hat{P} - eA^{(\mathrm{ext})} + A^{(N)}\Big)\Big)\Big] + \frac{d\hbar^2\hat{\beta}}{16m^2c^2}(\hat{\Sigma}\cdot\nabla)(\nabla\cdot E^{(N)}) + \frac{id\hbar^2\hat{\beta}}{16m^2c^2}(\hat{\Sigma}\cdot\nabla)\hat{\Sigma}\cdot\Big(\nabla\times E^{(N)}\Big) - \frac{de}{4m}\hat{\Sigma}\cdot\nabla(A^{(\mathrm{ext})} + A^{(N)})^2 + \frac{d}{2m}\hat{\Sigma}\cdot(\hat{P}\cdot\nabla)\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big) + \frac{d\hat{\beta}}{16m^3c^2e}(\hat{\Sigma}\cdot\nabla)\Big[\hat{P}-e(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)})\Big]^4\Bigg]|gs\rangle + \sum_n\frac{1}{E_{gs}-E_n}\Bigg\{\Bigg[\langle gs|eA_{0}^{(\mathrm{ext})} - \frac{e\hbar\hat{\beta}}{2m}\hat{\Sigma}.(B^{(\mathrm{ext})} + B^{(N)}) - \frac{e\hbar}{4m^2c^2}\Sigma\cdot\Big[\Big(E^{(\mathrm{ext})}+E^{(N)}\Big)\times\Big(\hat{P} - e\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big)\Big] + \frac{e^2\hat{\beta}}{2m}\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big)^2 - \frac{e\hat{\beta}}{m}\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big)\cdot\hat{P} - \frac{ie\hbar^2}{8m^2c^2}\Sigma\cdot\Big(\nabla\times E^{(N)}\Big) - \frac{e\hbar^2}{8m^2c^2}\nabla\cdot E^{(N)} - \frac{1}{8m^3c^2}\Big[\hat{P}-e\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big)\Big]^4|n\rangle\times\langle n| - \frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(\mathrm{ext})} + \frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\Big[B^{(\mathrm{ext})}\times\Big(\hat{P}-eA^{(\mathrm{ext})}\Big)\Big] - \frac{e\hbar d}{8m^2c^2}\hat{\beta}\Big(B^{(\mathrm{ext})}\cdot E^{(\mathrm{ext})}\Big) + \frac{i\hbar d}{4m}\hat{\Sigma}\cdot\Big(\nabla\times B^{(N)}\Big) + \frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\Big[B^{(N)}\times\Big(\hat{P}-eA^{(N)}\Big)\Big] - \frac{e\hbar d}{8m^2c^2}\hat{\beta}\Big(B^{(N)}\cdot E^{(N)}\Big)\Bigg]|gs\rangle\Bigg] + \mathrm{c.c.}\Bigg\}.$$

(۳۴)

ملاحظه می‌شود که جملهٔ اول جابه‌جایی مرتبهٔ اول انرژی با جملهٔ اول سمت راست رابطهٔ (۳۵) که بیان کنندهٔ جابه‌جایی مرتبهٔ دوم است، حذف می‌شود که به این ترتیب قضیهٔ استتار شیف[1] با استفاده از نمایش فولدی- وادهازن نیز نشان داده

[1]. Schiff Screening

می‌شود. همان طور که دیده می‌شود ما از این طریق علاوه بر نشان دادن استتار شیف، تصحیحات نسبیتی از مرتبهٔ $\frac{1}{m}$ و مراتب بالاتر آن را نیز به دست آوردیم. لذا در مجموع با حذف جملاتی که بنا بر پایستگی پاریته صفر می‌شوند می‌توان مجموع جابه‌جایی‌های مرتبهٔ اول و دوم انرژی را به صورت زیر نوشت:

$$\Delta E^{(\tilde{e})}_{(1)} + \Delta E^{(\tilde{e})}_{(2)} = \Delta E^{(\tilde{e})}_{(1')} + \Delta E^{(\tilde{e})}_{(2')}$$

که در آن داریم

$$\Delta E^{(\tilde{e})}_{(1')} = \Big\langle gs \Big| -\frac{e\hbar d}{8m^2c^2}\hat{\beta}(B^{(\mathrm{ext})}\cdot E^{(\mathrm{ext})}) + \frac{d\hbar\hat{\beta}}{8m^2c^2}(\hat{\Sigma}\cdot\nabla)\hat{\Sigma}\cdot[E^{(\mathrm{ext})}\times(\hat{P}-e(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}))]\Big|gs\Big\rangle, \quad (35)$$

و

$$\begin{aligned}\Delta E^{(\tilde{e})}_{(2')} = \sum_n \frac{1}{E_{gs}-E_n}\Big\{ & \langle gs | eA_0^{(\mathrm{ext})} - \frac{e\hbar\hat{\beta}}{2m}\hat{\Sigma}.(B^{(\mathrm{ext})} + \\ & B^{(N)}) - \frac{e\hbar}{4m^2c^2}\hat{\Sigma}\cdot\Big[\Big(E^{(\mathrm{ext})}+E^{(N)}\Big)\times\Big(\hat{P}-e(A^{(\mathrm{ext})} + \\ & A^{(N)})\Big] + \frac{e^2\hat{\beta}}{2m}\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big)^2 - \frac{e\hat{\beta}}{m}\Big(A^{(\mathrm{ext})} + \\ & A^{(N)})\cdot\hat{P} - \frac{ie\hbar^2}{8m^2c^2}\hat{\Sigma}\cdot\Big(\nabla\times E^{(N)}\Big) - \frac{e\hbar^2}{8m^2c^2}\nabla\cdot E^{(N)} \\ & - \frac{1}{8m^3c^2}\Big[\hat{P}-e\Big(A^{(\mathrm{ext})}+A^{(N)}\Big)\Big]^4\Big]|n\rangle\times \\ & \langle n | -\frac{d}{2}\hat{\beta}\hat{\Sigma}.E^{(\mathrm{ext})} + \frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\Big[B^{(\mathrm{ext})}\times\Big(\hat{P}-eA^{(\mathrm{ext})}\Big)\Big] \\ & - \frac{e\hbar d}{8m^2c^2}\hat{\beta}\Big(B^{(\mathrm{ext})}\cdot E^{(\mathrm{ext})}\Big) + \frac{i\hbar d}{4m}\hat{\Sigma}\cdot\Big(\nabla\times B^{(N)}\Big) \\ & + \frac{d}{2m}\hat{\Sigma}.\Big[B^{(N)}\times\Big(\hat{P}-eA^{(N)}\Big)\Big] \\ & - \frac{e\hbar d}{8m^2c^2}\hat{\beta}\Big(B^{(N)}\cdot E^{(N)}\Big)|gs\rangle + \mathrm{c.c.}\Big\}.\end{aligned} \quad (36)$$

۴. بحث و نتیجه‌گیری

همان طور که قبلاً توضیح دادیم، رابطهٔ گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم با گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون به صورت $d_A = Rd_e$ می‌باشد که R عامل افزایش اتم است. همچنین بیان کردیم که برای اتم‌های سنگین‌تر که در آنها اثرات نسبیتی بیشتر نمایان است، مقدار R بزرگتر است و این اتم‌ها برای آزمایش‌های مربوط به گشتاور دوقطبی الکتریکی بسیار مناسب هستند. محاسبات نشان می‌دهند که برای اتم هیدروژن داریم $d_H = -5.32\times10^{-5}d_e$ [7]. با توجه به این مطلب و مشاهدهٔ جدول (۱) واضح است که در مقایسه با اتم‌های دیگر، حساسیت اتم هیدروژن به گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون بسیار کم است. به عبارت دیگر در مورد اتم هیدروژن مشاهدهٔ اثر گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون کار دشواری است. حال ما با توجه به جابه‌جایی‌های انرژی به دست آمده این مطلب را روشن‌تر می‌سازیم. ملاحظه می‌کنیم که در جابه‌جایی‌های انرژی، جملات متناسب با (میدان خارجی) و $\frac{(\text{میدان خارجی})}{m}$ مطابق انتظار ما حذف شده‌اند (استتار شیف)، و تنها جملات مربوط به تصحیحات مرتبهٔ بالاتر (جملات متناسب با $\frac{(\text{میدان خارجی})^2}{m}$ و $\frac{(\text{میدان خارجی})^2}{m^2}$ و $\frac{(\text{میدان خارجی})}{m^2}$ و ...) باقی مانده‌اند. حال به بررسی این مطلب می‌پردازیم که آیا با وجود این تصحیحات اثر گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون قابل مشاهده است یا خیر؟

با در نظر گرفتن $B^{(N)} = 10^{-3}\mathrm{T}$، $B^{(\mathrm{ext})} = 1\mathrm{T}$، $E^{(\mathrm{ext})} = 10^5\,\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{m}}$ و $d = 10^{-28}\mathrm{ecm}$ (حد بالایی که از طریق آزمایش برای گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون به دست آمده است)، و جایگذاری مقادیر e و m مربوط به الکترون، مقادیر جابه‌جایی انرژی به دست آمده از جملات (۳۸) به ترتیب از چپ به راست عبارتند از $10^{-35}\mathrm{ev}$، $10^{-30}\mathrm{ev}$ و $10^{-34}\mathrm{ev}$ این مقادیر جابه‌جایی انرژی ناشی از تصحیحات نسبیتی با حضور گشتاور دوقطبی الکتریکی در مقایسه با جابه‌جایی انرژی ناشی از تصحیحات دیگر از جمله برهم‌کنش فوق ریز $\Delta E_{hf} = 10^{-5}\mathrm{ev}$، بسیار کوچک هستند. در واقع این محاسبات نشان می‌دهند که حتی با حضور جملات

مربوط به تصحیحات نسبیتی، گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون یک جابه‌جایی انرژی بسیار کوچکی در ترازهای انرژی اتم هیدروژن ایجاد می‌کند. این مطلب به این معناست که اثر گشتاور دوقطبی الکتریکی الکترون در اتم هیدروژن قابل مشاهده نیست.

مراجع

1. M Pospelov, A Ritz, *Ananals. Phys.* **318** (2005) 119.
2. S M Barr, *Int. J. Mod. Phys*. A **8** (1993) 209.
3. C P Liu, M J Ramsay-Musolf, W C Haxton, R G E Timmermans, and A E L Dieperink, *Phys. Rev*. C **76** (2007) 035503.
4. J S M Ginges and V V Flambaum, *Phys. Rept*. **397** (2004) 63.
5. B A Melanie Kittle, "*Design of an Atomic Physics Experiment to Search for the Electron Electric Dipole Moment*", M. S. Thesis, University of Texas at Austin (2005).
6. C P Liu and J Engel, *Phys. Rev*. C. **76** (2007) 028501.
7. T Asaga, T Fujita, and M Hiramoto, *Phys. Rev*. A **57** (1998) 4974.