مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۸، شمارهٔ ۲، تابستان ۱۳۹۷

# مادهٔ تاریک آناپولی در مدل استاندارد تعمیم یافته و مدل استاندارد ناجابه‌جایی

**مهری رحیمی[۱] و منصور حقیقت[۳،۲]**

۱. دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲. دانشگاه شیراز

۳. پایگاه استنادی علوم جهان اسلام شیراز ایران

پست الکترونیکی: mehri.rahimi@ph.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۴/۲۱ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۶/۱۱/۱۱)

**چکیده**

در نظریهٔ مادهٔ تاریک آناپولی، مادهٔ تاریک از طریق ممان آناپول با مادهٔ معمولی برهم‌کنش آناپول انجام می‌دهد. در این نظریه مادهٔ تاریک، فرمیون مایورانای اسپین ۱/۲ است، بنابراین تنها از طریق عامل شکل آناپول برهم‌کنش الکترومغناطیسی انجام می‌گیرد. لاگرانژی این برهم‌کنش به صورت یک لاگرانژی پدیده شناختی نوشته شده؛ ولی در مورد نظریه‌های بنیادی که این جمله لاگرانژی را می‌توان از آن به دست آورد ایده‌ای داده نشده است. ما برهم‌کنش الکترومغناطیسی نوترینوی مایورانا را در مدل استاندارد در فضا- زمان ناجابه‌جایی و مدل استاندارد تعمیم یافته با نقض لورنتس بررسی کردیم، توانستیم لاگرانژی آناپول را در این دو نظریه بیابیم و در نهایت با تطبیق حدهای داده‌های تجربی و پیش‌بینی‌های نظری حد $0.5\ TeV$ را برای پارامتر ناجابه‌جایی و حد ۰٫۰۴ را برای $d^{00}$ یکی از مؤلفه‌های پارامتر نقض لورنتس به دست آوردیم.

**واژه‌های کلیدی:** آناپول، مادهٔ تاریک، مدل استاندارد در فضا- زمان ناجابه‌جایی، مدل استاندارد تعمیم یافته با نقض لورنتس

## ۱. مقدمه

### مادهٔ تاریک آناپولی

در نظریهٔ ماده تاریک آناپولی -ADM- که در [۱] مطرح شده، مادهٔ تاریک، فرمیون مایورانای اسپین ۱/۲ است که از طریق ممان آناپول با مادهٔ باریونی برهم‌کنش الکترومغناطیسی انجام می‌دهد. و لاگرانژی مؤثر آن به صورت

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_I &= \frac{g}{\Lambda^2}\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi\partial_\nu F^{\mu\nu} \\ &= \frac{g}{\Lambda^2}\bar{\psi}\{\gamma_\mu\gamma_5(g_\nu{}^\mu q^2 - q^\mu q_\nu)\}\psi A^\nu ,\end{aligned} \tag{1}$$

می‌باشد. در معادلهٔ (۱)، $\Lambda$ یک مقیاس قطع است [۱].

در حد غیرنسبیتی می‌توان هامیلتونی آناپول را به صورت

$$H_I \propto -\vec{\sigma}.(\vec{\nabla}\times\vec{B}) , \tag{2}$$

به دست آورد. بنابراین زمانی که یک میدان مغناطیسی چرخشی باشد، $\vec{\nabla}\times\vec{B}\neq 0$، می‌توان ممان آناپول داشت.

آناپول یک مفهوم کوانتومی است و شبیه کلاسیکی ندارد. نباید آن را با چند قطبی اشتباه گرفت. البته برای توضیح آناپول از مفهوم ممان دوقطبی چنبره[۱] استفاده می‌شود. مثال کلاسیکی چنبره، سیملوله‌ای است که دو سر آن را به هم متصل شده است؛ با عبور جریان در راستای محور چنبره، میدان مغناطیسی چرخشی تولید

۱. Toroidal diople moment

می‌شود. لاگرانژی برهم‌کنشی چنبره به صورت زیر است:

$$\mathcal{L}_I \propto \psi_1(p',\lambda')\gamma_\mu\gamma_5\psi_2(p,\lambda)j^\mu. \qquad (۳)$$

در این لاگرانژی برهم‌کنشی اگر $\psi_1=\psi_2$ باشد. برهم‌کنش آناپول داریم. در واقع آناپول یک حالت خاص از چنبره است. تفاوت‌های آناپول و چنبره را می‌توان در [۲] دید.

لاگرانژی (۱) واپاشی مادهٔ تاریک به دو فرمیون و همچنین به دو بوزون پیمانه‌ای w را پیش‌بینی می‌کند. با مقایسهٔ سطح مقطع استخراج شده از (۱) با مقادیر تجربی، حد پایین جرم ماده تاریک $m_\chi>$ ۱۰۰ GeV و مرتبهٔ بزرگی مقیاس انرژی $\Lambda\sim$ ۰٫۵ TeV به دست می‌آید [۳].

در این نظریه پارامتر $\Lambda$ صرفاً به عنوان یک مقیاس انرژی که از یک نظریهٔ بنیادی آمده معرفی شده است. در ادامه می‌خواهیم با معرفی مدل استاندارد تعمیم یافته ‐SME‐ و مدل استاندارد در فضا‐ زمان ناجابه‌جایی ارتباط این مقیاس را با پارامتر نقض لورنتس و پارامتر ناجابه‌جایی به دست آوریم.

## ۲. مدل استاندارد تعمیم یافته

نظریهٔ مدل استاندارد ذرات بنیادی به تقارن لورنتس احترام می‌گذارد. در مدل استاندارد تعمیم یافته مدل‌هایی را بررسی می‌کنیم که در آنها نقض تقارن لورنتس داریم. بنابراین لاگرانژی ذرات در SME نسبت به مدل استاندارد توسعه پیدا می‌کند. برای مثال قسمت فرمیونی QED به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{L}_{fermion}=\frac{1}{2}i\bar{\psi}\Gamma^\nu \overleftrightarrow{D}_\nu\psi - M\bar{\psi}\psi, \qquad (۴)$$

که در آن

$$\begin{aligned}\Gamma^\nu &= \gamma^\nu + c^{\mu\nu}\gamma_\mu + d^{\mu\nu}\gamma_5\gamma_\mu\\ M &= m + a_\mu\gamma^\mu + b_\mu\gamma_5\gamma^\mu + \frac{1}{2}H^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu},\end{aligned} \qquad (۵)$$

می‌باشد [۴]. در این حالت عمومی‌ترین جریانی که با شرط هموردای لورنتس بودن و برقراری اتحاد وارد می‌توان نوشت عبارت است از:

$$\begin{aligned}\langle\psi(p',\lambda',\theta)\,|\,J_\mu^{em}\,|\,\psi(p,\lambda,\theta)\rangle &= \bar{u}(p')\\ &\{F_1\left[\gamma_\mu+\gamma_5\gamma^\nu d_{\nu\mu}\right]+F_2 i\frac{\sigma_{\mu\nu}q^\nu}{2m}\\ &+F_3\left[(q_\mu-\frac{q^2}{2m}\gamma_\mu)\gamma_5+\frac{q^2}{2m}d_{\nu\mu}\gamma^\nu\right]\\ &+F_4\sigma_{\mu\nu}\frac{q^\nu}{2m}\gamma_5+\mathcal{F}_d\}u(p),\end{aligned} \qquad (۶)$$

که $q_\mu=p'_\mu-p_\mu$ می‌باشد. $F_1$ بار الکتریکی، $F_2$ دو قطبی مغناطیسی، $F_3$ آناپول و $F_4$ دو قطبی الکتریکی است. $F_d$ نیز معرف همه عوامل شکل جدیدی است که در d=۰، صفر می‌شوند [۵].

در نظریهٔ مدل استاندارد در حد نمودار درختی برای برهم‌کنش الکترومغناطیسی، جملهٔ آناپول نداریم. اما همان‌طور که در (۶) نشان داده شده، عامل شکل آناپول در SME مخالف صفر است، با توجه به این‌که جریان (۶) در حد پارامترهای نقض لورنتس به سمت صفر باید به جریان معمولی مدل استاندارد تبدیل شود $F_3$ در حد مرتبه صفر بسط بر حسب $d_{\nu\mu}$، صفر است.

لاگرانژی مؤثری که می‌توان از روی معادلهٔ (۶) برای فرمیون مایورانا نوشت عبارت است از:

$$\mathcal{L}_I = F_3\bar{\chi}\left[(q_\mu-\frac{q^2}{2m}\gamma_\mu)\gamma_5+\frac{q^2}{2m}d_{\nu\mu}\gamma^\nu\right]A^\nu\chi. \qquad (۷)$$

با توجه به $\not{p}\chi=m\chi$ و $\not{p}\gamma_5=-\gamma_5\not{p}$ و با باز تعریف $\frac{F_3}{2m}\to F_3$ می‌توان (۷) را شبیه به لاگرانژی ADM در آورد

$$\mathcal{L}_I = F_3\bar{\chi}\left[(q_\mu\not{q}-q^2\gamma_\mu)\gamma_5+q^2 d_{\nu\mu}\gamma^\nu\right]A^\nu\chi. \qquad (۸)$$

به راحتی می‌توان دیدکه $F_3$ در (۸) بعد عکس مجذور انرژی دارد، بنابراین $F_3$ که یک اسکالر لورنتسی است باید به صورت زیر نوشته شود

$$F_3\propto\frac{p.d.p}{m_\chi^4}. \qquad (۹)$$

هر چند که معادلهٔ (۸) در مقایسه با (۱) جمله‌ای متناسب با $d_{\mu\nu}$ را اضافه دارد ولی با توجه به معادلهٔ (۵) تا پایین‌ترین مرتبه از پارامتر $d_{\mu\nu}$ این جمله تأثیری در محاسبات سطح مقطع نخواهد داشت. بنابراین

$$\mathcal{L}_I\simeq F_3\bar{\chi}\left[(q_\mu\not{q}-q^2\gamma_\mu)\gamma_5\right]A^\nu\chi, \qquad (۱۰)$$

می‌باشد.

اکنون با مقایسهٔ (۱۰) با (۱) خواهیم داشت:

$$\frac{g}{\Lambda^2}\sim\frac{p.d.p}{m_\chi^4}, \qquad (۱۱)$$

که با فرض g~1، در حد غیرنسبیتی داریم:

$$\frac{g}{\Lambda^2} \sim \frac{p_0 d^{00} p_0}{m_\chi^4} \Rightarrow \frac{d^{00}}{m_\chi^2} = \frac{1}{\Lambda^2}. \qquad (۱۲)$$

همان‌طور که می‌بینیم پارامتر نقض لورنتس برای جرم‌ها و انرژی‌های مختلف، تفاوت می‌کند. برای حد پایین جرم $m_\chi < 100$ GeV و $\Lambda \sim 0.5$ TeV به دست می‌آید:

$$\frac{1}{(0.5\mathrm{TeV})^2} = \frac{d^{00}}{(0.1\mathrm{TeV})^2} \Rightarrow d^{00} = 0.04. \qquad (۱۳)$$

باید توجه داشت این حد، اولین حد بر روی پارامتر نقض لورنتس مادهٔ تاریک است.

### ۳. مدل استاندارد در فضا- زمان ناجابه‌جایی

در مدل استاندارد کلی‌ترین شکل جریان الکترومغناطیسی را طوری می‌نویسیم که هموردای لورنتس باشد و در اتحاد وارد صدق کند

$$\begin{aligned}\langle \psi(p',\lambda') | J_\mu^{em} | \psi(p,\lambda)\rangle &= \bar{\psi}(p',\lambda') \\ &\{\gamma_\mu F_1(q^2) - \gamma_\lambda\gamma_5(g_\mu^\lambda q^2 - q^\lambda q_\mu)G_1(q^2) \\ &+ \sigma_{\mu\nu}q^\nu[F_2(q^2) - \gamma_5 G_2(q^2)]\}\psi(p,\lambda).\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

در نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی پارامتر ناجابه‌جایی $\theta_{\mu\nu}$ دو اندیس لورنتس اضافه نسبت به فضای جابه‌جایی دارد. بنابراین تعداد جملاتی که می‌توان با شرط همودای لورنتس بودن نوشت افزایش پیدا می‌کند. در حالت کلی داریم:

$$\begin{aligned}&\langle \psi(p',\lambda',\theta) | J_\mu^{em} | \psi(p,\lambda,\theta)\rangle = \\ &\bar{\hat{u}}(p',\lambda')\{\gamma_\mu F_1 - \gamma_\lambda\gamma_5(g_\lambda^\mu q^2 - q^\lambda q_\mu)G_1 \\ &+\theta_{\mu\nu}\gamma^\nu(F_3 + \gamma_5 G_3) + \sigma_{\mu\nu}q^\nu(F_2 - \gamma_5 G_2) \\ &+\theta_{\mu\nu}q^\nu(F_4 + \gamma_5 G_4) + F_5(\theta_{\mu\nu}\sigma^{\nu\rho} - \theta^{\rho\nu}\sigma_{\nu\mu})q_\rho \\ &+G_5(\theta_{\mu\nu}\sigma^{\nu\rho} - \theta^{\rho\nu}\sigma_{\nu\mu})\gamma_5 q_\rho\}\hat{u}(p,\lambda),\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

$G_i$ها و $F_i$ها عامل ساختارها هستند.

عوامل شکل باید ناوردای لورنتس باشند. بنابراین به عواملی مثل $q^2$ یا $q^\mu\theta_{\mu\nu}p^\nu$ بستگی خواهند داشت [۶].

در حالت کلی می‌توان $F_i$ ها و $G_i$ ها را به صورت بسطی از $\theta_{\mu\nu}$ نوشت. می‌دانیم در پایین‌ترین مرتبهٔ $\theta_{\mu\nu}$، تنها عامل شکل مجاز برای ذرهٔ مایورانای اسپین ۱/۲ ممان آناپول است. بنابراین

$$\begin{aligned}&\langle \chi(p',\lambda',\theta) | J_\mu^{em} | \chi(p,\lambda,\theta)\rangle = \\ &\bar{\hat{u}}(p',\lambda')\gamma_\lambda\gamma_5(g_\lambda^\mu q^2 - q^\lambda q_\mu)G_1\hat{u}(p,\lambda).\end{aligned} \qquad (۱۶)$$

اگر معادلهٔ فوق را با معادلهٔ (۱) مقایسه کنیم؛ می‌توان دید

$$G_1 \sim g / \Lambda_{ADM}^2 \quad , \qquad (۱۷)$$

پس با فرض g~1 ،

$$G_1 \sim 1/\Lambda_{ADM}^2 \; , \qquad (۱۸)$$

در پایین‌ترین مرتبه $G_1$ را وابسته به $\theta_{\mu\nu}$ حدس می‌زنیم

$$G_1 \sim \left|\theta^{\mu\nu}\right| , \qquad (۱۹)$$

در الکترودینامیک کوانتومی رأس آناپول نداریم. بنابراین در بسط $G_1$ بر حسب $\theta_{\mu\nu}$ ضریب جمله مرتبه صفرم $\theta_{\mu\nu}$- ضریب جمله ثابت- صفر خواهد شد.

به دست آوردن ضریب تناسب نیازمند محاسبات دقیق‌تر است. بنابراین از عوامل و ضرایب تناسب صرف نظر می‌کنیم. طبق رابطهٔ

$$\theta^{\mu\nu} = \frac{1}{\Lambda_{NC}^2}c^{\mu\nu}, \qquad (۲۰)$$ [۱]

و تقریب فوق:

$$G_1 \sim \frac{1}{\Lambda_{NC}^2} , \qquad (۲۱)$$

به وضوح خواهیم دید که:

$$\Lambda_{NC} \sim \Lambda_{ADM} . \qquad (۲۲)$$

در [۲] $\Lambda_{ADM} \geq 0.5\ TeV$ محاسبه شده است. بنابراین

$$\Lambda_{NC} > 0.5\ TeV. \qquad (۲۳)$$

## ۴. نتیجه‌گیری

با توجه به این‌که در لاگرانژی SME و NCSM برخلاف مدل استاندارد، جملاتی که منجر به برهم‌کنش‌های آناپول می‌شود وجود دارد، به مطالعهٔ این دو نظریه و اثر آن بر روی ماده تاریک آناپولی پرداختیم. در این راستا ابتدا جملهٔ برهم‌کنشی آناپول را از SME و NCSM به صورت معادلهٔ (۸) و (۱۶) به دست آوردیم؛ سپس با مقایسهٔ لاگرانژی برهم‌کنشی ADM و جمله‌های به دست آمده از SME و NCSM حدی از مرتبهٔ ۰٫۰۴ روی پارامتر $d^{00}$ و حدی از مرتبه ۰٫۵ TeV روی پارامتر ناجابه‌جایی گذاشتیم.

---

۱. $c^{\mu\nu}$ یک ماتریس ۴×۴ پاد متقارن، بدون بعد و ثابت است

## مراجع

1. C M Ho and R J Scherrer, *Phys. Lett. B* **722** (2013) 341.
2. V M Dubovik and V E Kuznetsov, *Int. J. Mod. Phys. A* **13** (1998) 5257.
3. Yu Gao, Chiu Man Ho, and Robert *J. Scherrer*, *Phys. Rev. D* **89** (2014) 045006.
4. س آقابابایی و م حقیقت، *مجله پژوهش فیزیک ایـران* **۱۱** ۲ (۱۳۹۰) ۱۸۹.
4. S Aghababaei and M Haghighat, *Iranian Journal of Physics Research* **11** 2 (2011) 20.
5. M Haghighat, I Motie, and Z Rezaei, *Int. J. Mod. Phys. A* **28** 24 (2013) 1350115.
6. M Mm Ettefaghi and M Haghighat, *Phys. Rev. D* **77** (2008) 056009.