

## تولید میدان دنباله لیزری توسط مدهای $X$ ، $L$ ، $R$ و $O$ در پلاسمای مغناطیده

یگانه حیدرزاده و حسین آکو

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل

پست الکترونیکی: h.akou@nit.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۱۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۰۸/۱۰)

### چکیده

انتشار پالس لیزر کوتاه و پرشدت در پلاسما، سبب تولید میدان دنباله الکترواستاتیکی شده که کاربرد گسترده‌ای در شتاب لیزری ذرات باردار دارد. دامنه میدان دنباله به عوامل مختلفی از جمله به قطبش پالس لیزر وابسته است. پلاسمای مغناطیده، نسبت به قطبش‌های مختلف لیزر، محیطی ناهمسانگرد است و تحت شرایط مختلف، مدهای انتشار در پلاسما متفاوت هستند. در این مقاله، شرایط انتشار هر مد را بررسی کرده و با یافتن معادلات حاکم برانگیزش میدان دنباله ناشی از پالس لیزر در مدهای مختلف، شامل قطبش دایروی (مد  $R$  و  $L$ )، بیضوی (مد  $X$ ) و خطی (مد  $O$ )، تعیین خواهد شد. معادلات دیفرانسیل حاصل با استفاده از الگوریتم رانگ- کوتای مرتبه چهار به طور همزمان حل شده است. نتایج نشان می‌دهد، دامنه میدان دنباله نه تنها به مد لیزر بستگی دارد بلکه با تغییر چگالی پلاسما، میدان مغناطیسی خارجی و بسامد لیزر، به طور قابل توجهی تغییر خواهد کرد.

### واژه‌های کلیدی: میدان دنباله لیزری، پلاسمای مغناطیده، قطبش پالس لیزر

### ۱. مقدمه

دارد. تاکنون پژوهش‌های متعددی برای شتاب‌دهی ذرات در این محیط‌ها گزارش شده است [۹-۱۱]. محیط پلاسما به دلیل تحمل گرادیان شتاب بالا و کوتاه بودن فاصله شتاب‌دهی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. به منظور شتاب‌دهی الکترون‌ها به عنوان ذرات باردار در محیط پلاسما، مدل‌های شتاب‌دهی مختلفی همچون شتاب دهنده‌های میدان دنباله پلاسمایی<sup>۱</sup> (PWFA) [۱۲ و ۱۳]، شتاب دهنده‌های موج-زنشی پلاسما<sup>۲</sup> (PBWA) [۱۴ و ۱۵]، شتاب دهنده‌های میدان دنباله لیزری<sup>۳</sup>

مطالعه پیرامون شتاب‌دهی ذرات باردار به دلیل اهمیتی که در بخش‌های مختلف همچون صنعت، پزشکی، محیط زیست، فیزیک و... دارد، از جمله مباحثی است که در طی یک سده اخیر مورد توجه زیادی قرار گرفته است [۱-۷]. پس از ساخت لیزر، شیمودا در سال ۱۹۶۲ ایده استفاده از لیزر در شتاب‌دهی ذرات را مطرح کرد [۸] که به دنبال آن با دستیابی به لیزرهای پرشدت، شتاب دهنده‌های لیزری نیز ساخته شدند. خلأ، پلاسما و دی‌الکتریک‌ها محیط‌هایی برای شتاب ذرات در شتاب دهنده‌های لیزری هستند که هرکدام مزیتی نسبت به دیگری

۱. Plasma Wakefield Accelerator

۲. Plasma Beat-Wave Accelerator

۳. Laser Wakefield Accelerator

توجه به راستای انتشاری که نسبت به میدان مغناطیسی خارجی دارد، مدهای متنوعی از آن قابلیت انتشار می‌یابند [۳۱ و ۳۲] که هر یک از آنها پاشندگی و نوع قطبیدگی خاص خود را دارند. در این مقاله، پلاسمای سرد و کم چگال الکترون-یون را در نظر گرفته که تحت تأثیر میدان مغناطیسی خارجی  $\mathbf{B} = B_0 \hat{z}$  مغناطیده شده است. چنانچه پالس لیزر در راستای موازی میدان مغناطیسی خارجی منتشر شود، دو مد  $R$  و  $L$  از موج لیزر قابلیت انتشار دارند که به ترتیب بیانگر قطبش‌های دایروی راستگرد و چپگرد هستند و اگر پالس لیزر در راستای عمود بر  $B_{ext}$  منتشر شود، با توجه به موازی یا عمود بودن میدان الکتریکی پالس لیزر نسبت به  $B_{ext}$ ، دو مد  $O$  و  $X$  منتشر می‌شوند که به ترتیب قطبش خطی و بیضوی دارند. این مدها، میدان‌های دنباله با دامنه‌های متفاوتی را برمی‌انگیزانند. علاوه بر این، هر کدام با توجه به رابطه پاشندگی خاص خود، در شرایطی دچار قطع، تشدید و... می‌شوند که می‌تواند موج الکترواستاتیکی را به طور ویژه‌ای برانگیخته کند. تاکنون مطالعاتی در حوزه تولید میدان دنباله لیزری در پلاسمای مغناطیده انجام شده است. در عمده‌ترین آنها قطبش پالس لیزر دایروی در نظر گرفته شده است و با تغییر راستای میدان مغناطیسی خارجی طولی، شرایط بهینه برای شتاب الکترون و میزان کسب انرژی آنها بررسی شده است [۲۵ و ۲۸]. در این کار، در ابتدا چگونگی انتشار مدهای مختلف لیزر در پلاسمای مغناطیده بررسی شده و سپس قدرت هر کدام از این مدها در برانگیزش میدان دنباله مورد مطالعه و تحلیل قرار گرفته است. در این فرایند، تأثیر پارامترهای مختلف، شامل، بسامد لیزر، بسامد پلاسمای و اندازه میدان مغناطیسی بر دامنه میدان دنباله در هر یک از مدها با جزئیات کامل مورد تحقیق قرار گرفته است. در بخش ۲، پس از بررسی پاشندگی و رفتار مدهای ذکر شده، با استفاده از معادلات مگنتوهیدرودینامیک (MHD)<sup>۱</sup> معادلات حاکم بر میدان دنباله محاسبه شده است. در بخش ۳، مجموعه معادلات مربوطه به صورت عددی حل شده و نتایج ارائه شده است و در بخش آخر، نتیجه‌گیری حاصل از این

(LWFA) [۱۶-۲۰] و... ارائه شده است. تمامی این مدل‌ها، به روشی سبب برانگیختگی نوسانات الکترواستاتیکی الکترون‌ها در پلاسمای می‌شوند که موجب برانگیزش امواج لانگمیر خواهند شد. نتیجه حاصل از این مقاله در مدل LWFA مورد کاربرد است. در این مدل، پالس کوتاه و پرشدت لیزر وارد محیط پلاسمای شده و با مجموعه‌ای از الکترون‌ها و یون‌ها که ارتعاشات بسیار کمی دارند روبه‌رو می‌شوند. گرادیان شدت پالس لیزر موجب اعمال نیروی پاندرماتیو به الکترون‌ها و یون‌ها در پلاسمای می‌شود. این نیرو، الکترون‌ها را از ناحیه با شدت بالا دور کرده و با توجه به این که لختی یون‌ها در بازه بسامد لیزر زیاد است، عملاً روی آنها تأثیری ندارد و یون‌ها در جایشان ساکن می‌مانند. این فرایند سبب جدایی بار شده و در نتیجه یک میدان الکترواستاتیک ایجاد می‌کند که اصطلاحاً میدان دنباله نامیده می‌شود. بدیهی است هر چه دامنه این میدان بزرگ‌تر باشد، شتاب‌دهی الکترونی حاصل از آن نیز قدرت بیشتری خواهد داشت. از محدودیت‌های مهمی که در افزایش دامنه میدان دنباله وجود دارد، پدیده شکست موج است. این پدیده زمانی رخ می‌دهد که دامنه نوسانات الکترون‌های پلاسمای به حدی بزرگ شود که نیروی بازگرداننده کولنی توانایی ادامه نوسان الکترون‌ها را نداشته باشد [۲۱]. پلاسماهای کاملاً یونیزه، توانایی تحمل میدان‌های الکتریکی با بزرگی  $m\omega_p/e$  را دارند که  $m$  و  $e$  به ترتیب، جرم و بار الکترون،  $c$  سرعت نور،  $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m}$  بسامد پلاسمای و  $n_0$  چگالی پلاسمای است. با قرار دادن مقادیر ثابت، مقدار این میدان تقریباً برابر با  $96\sqrt{n_0} \text{ (cm}^{-3}\text{)}$  با واحد GV/m است. در دهه‌های اخیر روش‌های مختلفی برای رسیدن به دامنه‌های بزرگ میدان دنباله ارائه شده است [۲۲-۲۶]. از جمله مواردی که موجب افزایش دامنه میدان دنباله می‌شود، اعمال یک میدان مغناطیسی خارجی بر محیط پلاسمای است [۲۷-۳۰]. چنین پلاسمایی را اصطلاحاً پلاسمای مغناطیده گویند. از آنجایی که پلاسمای مغناطیده ناهمسانگرد است، رفتار موج منتشر شونده در آن متفاوت از پلاسمای غیرمغناطیده خواهد بود. به عبارتی هنگامی که یک موج الکترومغناطیسی مانند لیزر وارد پلاسمای مغناطیده شود، با

۱. Magneto Hydro Dynamics

پژوهش بیان شده است.

## ۲. پاشندگی، سرعت گروه و میدان‌های دنباله تولید

### شده توسط مدهای X, L, R و O

پلازما به عنوان محیطی پاشنده برای امواج الکترومغناطیس مطرح است. نقطه شروع یافتن معادلات پاشندگی برای مدهای مختلف الکترومغناطیس، استفاده از دو معادله ماکسول-معروف به قوانین فارادی و آمپر-است. با استفاده از رابطه بین چگالی جریان و میدان الکتریکی ( $\mathbf{j}(\omega) = \sigma(\omega)\mathbf{E}(\omega)$ )، می‌توان چنین تفسیر کرد: هنگامی که پلازما محیطی دی‌الکتریک فرض شود، جنبدن الکترون‌ها و یون‌ها به عنوان جریان قطبشی در نظر گرفته می‌شود که می‌تواند با جریان جابه‌جایی در خلأ ( $\epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$ ) ترکیب شود. با استفاده از تعریف بردار جابه‌جایی الکتریکی ( $\mathbf{D}(\omega) = \epsilon_0 \epsilon(\omega) \mathbf{E}(\omega)$ ) برای بسامد معین می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = \epsilon_0 \epsilon(\omega) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (1)$$

با توجه به رابطه چگالی جریان و معادله (۱)، رابطه الکتریکی برقرار می‌شود که در آن  $\epsilon(\omega) = 1 + i\sigma(\omega)/\omega\epsilon_0$  بین تابع دی‌الکتریک و رسانندگی الکتریکی  $\sigma(\omega)$  رسانندگی محیط و  $\epsilon(\omega)$  تانسور دی‌الکتریک در یک پلاسمای مغناطیده است که در یک محیط همسانگرد به یک تابع نرده‌ای کاهش پیدا می‌کند. با ترکیب دو معادله ماکسول ذکر شده، معادله موج به صورت  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \partial^2 \mathbf{E} / c^2 \partial t^2 = -\mu_0 \partial \mathbf{j} / \partial t$  استفاده از معادلات و تعاریف ارائه شده می‌توان رابطه  $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{E}} = 0$  را نوشت که دامنه میدان الکتریکی و دوتایی  $\mathbf{k} \mathbf{k}$  به صورت تانسور تعریف می‌شود. جواب‌های غیر صفر برای  $E \neq 0$ ، تنها زمانی وجود دارند که دترمینان این ماتریس صفر شود. در این حالت یک رابطه ضمنی بین بسامد و عدد موج به دست می‌آید که رابطه پاشندگی نامیده می‌شود [۳۳].

$$D(\omega, \mathbf{k}) = \det \left[ \mathbf{k} \mathbf{k} - k^2 \mathbf{I} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) \right] = 0, \quad (2)$$

این رابطه می‌تواند، تمام مدهای ممکن امواج در پلازما را توصیف کند. برای یافتن رفتار امواج در پلاسمای مغناطیده، از معادله حرکت نیوتن آغاز می‌کنیم:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{q}{m} (\hat{\mathbf{E}}_1 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0), \quad (3)$$

در اینجا،  $\mathbf{v}$  سرعت نوسانات ذره،  $\hat{\mathbf{E}}_1$  میدان الکتریکی موج و  $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$  میدان مغناطیسی خارجی است که در راستای  $z$  در نظر گرفته شده است. با حرکت ذره در عرض میدان مغناطیسی و با تعریف بردارهای چرخان  $\hat{v}^\pm = \hat{v}_x \pm i\hat{v}_y$  و  $\hat{E}^\pm = \hat{E}_x \pm i\hat{E}_y$  می‌توان نوشت:

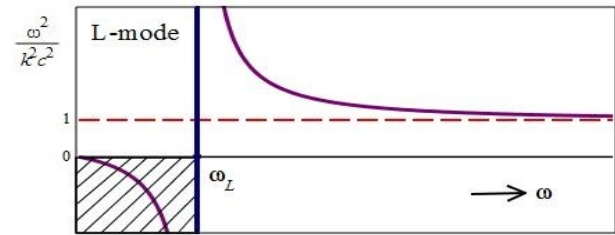
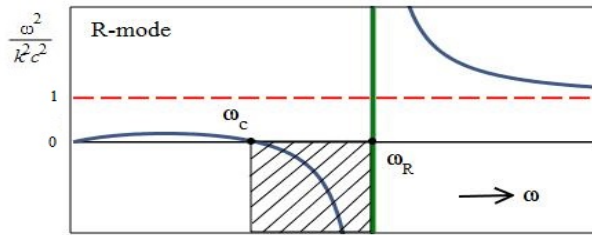
$$\hat{v}^\pm = i \frac{q}{m} \hat{E}^\pm \left( \frac{1}{\omega \mp s\omega_c} \right), \quad (4)$$

که  $\omega_c = qB_0/m$  بسامد سیکلوترونی و  $s = q/|q|$  علامت بار ذره است. با برگشت به مختصات دکارتی برای سرعت‌ها  $\hat{v}_x = (\hat{v}^+ + \hat{v}^-)/2$  و  $\hat{v}_y = (\hat{v}^+ - \hat{v}^-)/2$ ، تانسور دی‌الکتریک برای امواج در پلاسمای مغناطیده به شکل زیر به دست می‌آید [۳۳]:

$$\bar{\epsilon}(\omega) = \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix}, \quad (5)$$

که در آن،  $S = 1 - \sum_a \omega_{pa}^2 / (\omega^2 - \omega_{ca}^2)$  و  $P = 1 - \sum_a s_a \omega_{pa}^2 / \omega^2$ ،  $D = \sum_a s_a \omega_{pa}^2 \omega_{ca} / \omega (\omega^2 - \omega_{ca}^2)$   $\alpha = e, i$  است. با تعریف ضریب شکست به صورت  $N = kc/\omega$ ، برای ساده‌سازی معادله، جهت‌ی نیز برای آن در نظر می‌گیریم که بر اساس رابطه‌ای که با بردار انتشار دارد، همان جهت انتشار موج است. اکنون فرض می‌کنیم بردار انتشار در صفحه  $xz$  بوده و زاویه بین  $\mathbf{k}$  و میدان مغناطیسی  $\psi$  باشد، در این صورت مؤلفه‌های بردار  $N$  به صورت  $(N \sin \psi, 0, N \cos \psi)$  می‌شود. بدین ترتیب، معادله موجی که قبلاً ذکر شد، به شکل  $N \times (N \times \mathbf{E}) + \epsilon(\omega) \cdot \mathbf{E} = 0$  بازنویسی می‌شود. با جایگذاری رابطه (۵) در معادله موج، رابطه:

$$\begin{pmatrix} S - N^2 \cos^2 \psi & -iD & N^2 \cos \psi \sin \psi \\ iD & S - N^2 & 0 \\ N^2 \cos \psi \sin \psi & 0 & P - N^2 \sin^2 \psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{E}_x \\ \hat{E}_y \\ \hat{E}_z \end{pmatrix} = 0, \quad (6)$$



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) منحنی پاشندگی امواج R و L.

مد R و L، منحنی پاشندگی هر کدام از این مدها بر حسب بسامد لیزر در شکل ۱ نشان داده شده است. با توجه به شکل، نواحی قطع، تشدید و عدم انتشار برای هر کدام از این مدها متفاوت بوده است. در صورتی که مد L تشدید نداشته و فقط برای مقادیر  $\omega > \omega_L$  منتشر می‌شود. نواحی هاشور خورده، نواحی عدم انتشار و خط چین قرمز  $\omega^2/k^2c^2 = 1$  را نشان می‌دهند.

همچنین با توجه به رابطه پاشندگی، سرعت گروه  $v_g = d\omega/dk$  مد R را می‌توان به شکل زیر به دست آورد:

$$v_g = \frac{c[\omega^2 - \omega\omega_p^2 / (\omega - \sigma\omega_c)]^{1/2}}{[\omega + \omega_c\omega_p^2 / (\omega - \sigma\omega_c)]^{1/2}} \quad (7)$$

با جایگذاری کمیت‌های بدون بعد  $\beta_g = v_g/c$ ،  $X_{pc} = \omega_p/\omega_c$  و  $X_{lc} = \omega/\omega_c$ ، تغییرات توان دوم سرعت گروه ( $\beta_g^2$ ) لیزر در دو حالتی که میدان مغناطیسی خارجی در راستای  $\hat{z}$  و  $-\hat{z}$  باشد در شکل ۲ آمده است.

شکل ۲، سرعت گروه لیزر را بر حسب  $X_{lc}$  که تغییرات میدان مغناطیسی را بیان می‌کند، برای مقادیر ثابت  $X_{pc}$  نشان می‌دهد. هنگامی که پالس لیزر در جهت میدان مغناطیسی خارجی منتشر شود، تغییرات  $\beta_g^2$  با توجه به شکل (الف) بیشتر است. در این شکل برای تمامی مقادیر  $X_{pc}$ ، سرعت گروه افزایش یافته و هنگامی که  $X_{lc} = 1$  است، افت ناگهانی در  $\beta_g^2$  دیده می‌شود اما در شکل (ب)، حالتی که جهت انتشار پالس لیزر برخلاف میدان مغناطیسی است، هر چه  $X_{lc}$  افزایش یابد، برای تمامی مقادیر  $X_{pc}$ ، سرعت گروه پالس لیزر سیر صعودی داشته و در آخر به مقداری ثابت میل می‌کند. نواحی هاشور خورده، نواحی عدم انتشار را نشان می‌دهند. تمامی این رفتارها برای سرعت گروه توسط منحنی پاشندگی

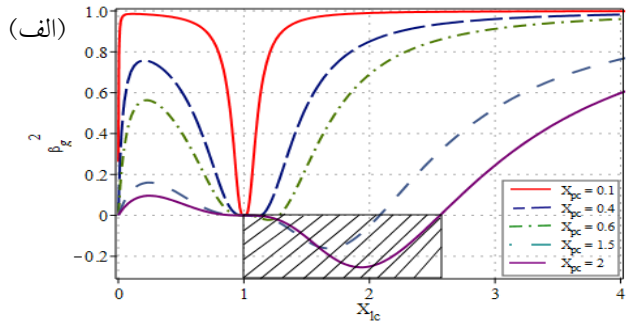
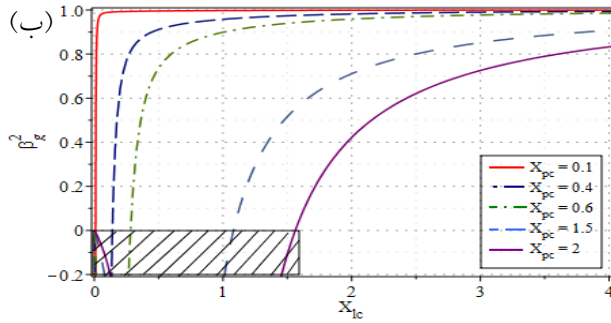
به دست می‌آید که توصیفگر معادله انتشار موج در پلاسمای مغناطیسه است. در اینجا چنانچه انتشار پالس لیزری پر شدت با بردار انتشار  $\mathbf{k}$  را به عنوان موج منتشر شده در پلاسمای مغناطیسه در نظر بگیریم، با توجه به این که  $\psi = 0$  یا  $\psi = \pi/2$  باشد، دو امکان وجود دارد: ۱- بردار انتشار پالس لیزر در طول میدان مغناطیسی خارجی باشد ( $\psi = 0$  و  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$ )، ۲- بردار انتشار پالس لیزر در عرض میدان مغناطیسی خارجی باشد ( $\psi = \pi/2$  و  $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ ). در حالت اول  $\mathbf{k} = k\hat{z}$  بوده و موج‌ها قطبیده دایروی راستگرد (مد R) و قطبیده دایروی چپگرد (مد L) هستند. در حالت دوم  $\mathbf{k} = k\hat{x}$  است، اگر میدان الکتریکی موج الکترومغناطیس موازی با میدان مغناطیسی خارجی باشد ( $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$ )، موج قطبش خطی داشته و همان طور که نشان خواهیم داد، حضور میدان مغناطیسی خارجی بر آن تأثیری ندارد، از همین رو موج عادی<sup>۱</sup> (مد O) نامیده می‌شود. حال اگر میدان الکتریکی موج عمود بر میدان مغناطیسی خارجی باشد ( $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$ )، موج قطبیده بیضوی است و به آن موج غیرعادی<sup>۲</sup> (مد X) گفته می‌شود. هر کدام از این پالس‌های لیزری با قطبش‌های مختلف در برانگیزش میدان دنباله متفاوت عمل می‌کنند که به ترتیب مورد بررسی قرار می‌گیرند. رابطه پاشندگی هر یک از مدهای بیان شده، با استفاده از رابطه (۶) به دست می‌آید [۳۱-۳۳].

## ۱.۲. پاشندگی و سرعت گروه پالس لیزر با قطبش دایروی

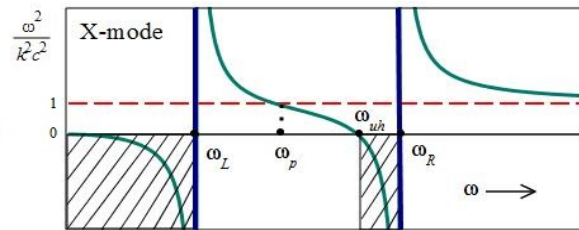
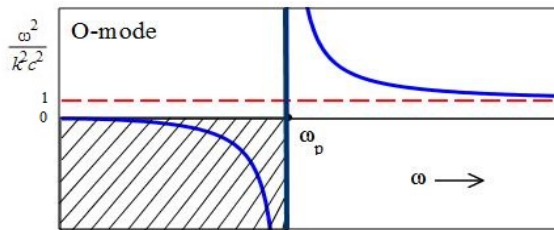
میدان الکتریکی پالس لیزری با قطبش دایروی به شکل  $\mathbf{E} = E(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t} + c.c$  است. با توجه به رابطه پاشندگی

۱. Ordinary wave

۲. Extraordinary wave



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات  $\beta_g^2$  نسبت به  $X_{lc}$  با مقادیر ثابت  $X_{pc}$  (الف)  $\sigma = +1$  و (ب)  $\sigma = -1$ .



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) منحنی پاشندگی امواج X و O.

سرعت گروه پالس لیزر را می توان با سرعت نور در خلأ و بسامدهای آمیخته بالا، بسامد سیکلوترونی و بسامد پلاسما را می توان با بسامد موج لیزر بدون بعد کرد. در شکل ۴، اثر میدان مغناطیسی خارجی و چگالی پلاسما بر سرعت گروه پالس لیزر به ترتیب در مقادیر ثابت بسامد پلاسما و مقادیر ثابت بسامد سیکلوترونی نشان داده شده است.

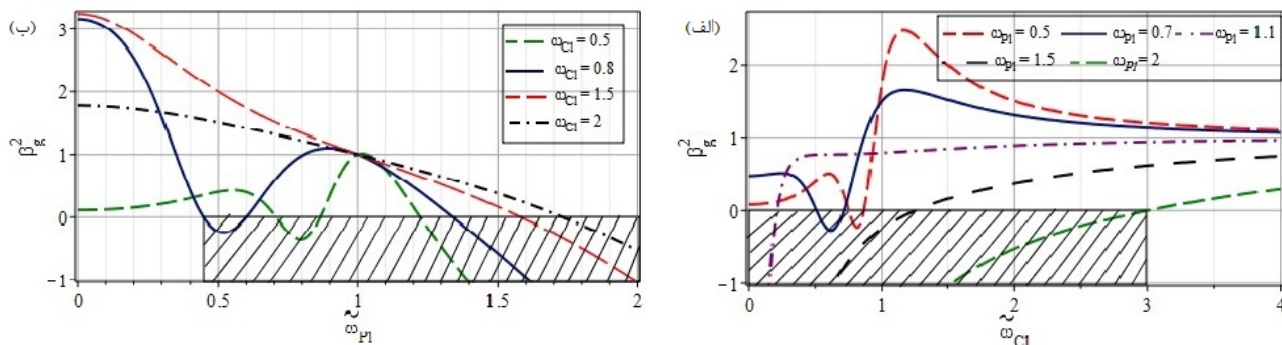
در شکل ۴. (الف) تغییرات سرعت گروه پالس لیزر به گونه ای است که با افزایش  $\tilde{\omega}_{cl}$ ، سرعت گروه برای تمامی مقادیر به سمت یک میل می کند و بیشترین سرعت گروه مربوط به کمترین مقدار چگالی پلاسما یعنی  $\tilde{\omega}_{pl} = 0.5$ ، است. در شکل (ب) نواحی انتشار برای  $\tilde{\omega}_{cl}$  مختلف، متفاوت است. به عنوان مثال برای  $\tilde{\omega}_{cl} = 0.5$  به ازای  $0.78 < \tilde{\omega}_{pl} < 0.7$  و  $1.22 > \tilde{\omega}_{pl}$  موج با مد X اجازه انتشار ندارد، این درحالی است که به ازای  $\tilde{\omega}_{cl} = 2$ ، ناحیه عدم انتشار به نواحی  $1.75 > \tilde{\omega}_{pl}$  محدود می شود. همچنین می توان گفت با افزایش چگالی پلاسما در هر دو شکل، سرعت گروه پالس لیزر کاهش می یابد که چنین نتیجه ای برای پالس لیزر با قطبش دایروی نیز دیده می شود. این رفتارها با توجه به پاشندگی این موج در پلاسما، که بیشتر

(شکل ۱) با توجه به قطعها، تشدیدها، نواحی غیر قابل انتشار و نواحی ای که موج مقداری برابر، کمتر یا بیشتر از سرعت نور دارد، قابل توجیه است.

### ۲.۲. پاشندگی و سرعت گروه پالس لیزر با قطبش بیضوی و خطی

میدان الکتریکی پالس لیزر با قطبش خطی و بیضوی به ترتیب  $E = E_x \hat{x} \cos(kz - \omega t)$  و  $E = (E_x \hat{x} + E_y \hat{y}) e^{ik \cdot x - i\omega t} + c.c$  است. با توجه به رابطه پاشندگی مد X و O، منحنی پاشندگی هر کدام از این مدها بر حسب بسامد لیزر در شکل ۳ نشان داده شده است. با توجه به منحنی مد X، مشاهده می شود که این مد دارای دو ناحیه انتشار و دو نقطه قطع در بسامد چپ  $\omega_L$  و بسامد راست  $\omega_R$  است. همچنین مد O، تنها زمانی قابلیت انتشار دارند که بسامدی بیشتر از بسامد پلاسما داشته باشند. سرعت گروه پالس لیزر با قطبش بیضوی با استفاده از رابطه پاشندگی اش به شکل زیر نوشته می شود:

$$v_g = \frac{c\omega_{uh} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_{uh}^2}\right)}}{\left(k^2 c^2 + 2\omega_p^2 + \omega_c^2\right) - 2\omega^2} \quad (8)$$



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات  $\beta_g^z$  بر حسب (الف)  $\tilde{\omega}_{p1}$  و (ب)  $\tilde{\omega}_{C1}$ ، برای مد X

### ۱.۳.۲. میدان دنباله حاصل از پالس لیزر قطبیده دایروی

(مد R و L)

با حل همزمان معادلات (۹-۱۱)، معادله‌ای حاکم بر پتانسیل الکترواستاتیک دنباله به دست می‌آید که برای پالس لیزری با مد R یا L که در طول میدان مغناطیسی خارجی  $B_0 \hat{z}$  منتشر شده‌اند، به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۷].

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_p^2 \right) \frac{\partial}{\partial z} \varphi = \left[ \frac{\partial}{\partial z} - \frac{k\omega_c}{\omega(\omega - \omega_c)} \frac{\partial}{\partial t} \right] \frac{e\omega_p}{m\omega(\omega - \omega_c)} |E|^2, \quad (12)$$

با استفاده از تغییر متغیر  $\xi = z - v_g t$ ، معادله (۱۲) را در چارچوب متحرک همراه با موج به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = -\frac{\omega_p^2}{v_g^2} \varphi + \left[ 1 + \frac{k v_g \omega_c}{\omega(\omega - \omega_c)} \right] \frac{e\omega_p}{m\omega(\omega - \omega_c) v_g} |E|^2, \quad (13)$$

با توجه به این که میدان الکترواستاتیک دنباله با  $E_w = -\nabla \varphi$  تعیین می‌شود، معادله (۱۳) را می‌توان به شکل دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول برای مد R یا L نوشت. برای حل عددی این معادلات، کمیت‌ها بر اساس جدول ۱، بدون بعد شده است و همچنین با توجه به این که تمایل داریم تغییرات  $E_w$  را برای حالت‌های مختلف داشته باشیم، بسامدها را یک بار با بسامد لیزر ( $\omega$ ) و بار دیگر با بسامد سیکلوترونی ( $\omega_c$ ) بدون بعد می‌کنیم. بدین ترتیب، معادله (۱۳) به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول

مورد بررسی قرار گرفت، قابل توجه است. در نهایت، از آنجایی که سرعت گروه مد O ( $v_g = c\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}/\omega$ ) به میدان مغناطیسی وابسته نیست، در اینجا بررسی نشده است.

### ۳.۲. معادلات مگنتوهیدودینامیک

با توجه به این که چگونگی پاشندگی و سرعت گروه مدهای R، L، X و O در پلاسما با یکدیگر تفاوت اساسی دارد، پیش‌بینی می‌شود هر یک از این مدها در برانگیزش میدان دنباله در پلاسما متفاوت عمل کنند. به منظور بررسی برهم‌کنش پالس لیزر با پلاسما سرد و محاسبه میدان دنباله، از مجموعه معادلات نظریه سیالی شامل معادله حرکت، پیوستگی و پواسون استفاده می‌کنیم که به ترتیب زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \frac{e}{m} \left[ \nabla \varphi + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} - \frac{\mathbf{v}}{c} \times (\nabla \times \mathbf{A} + \mathbf{B}_0) \right], \quad (9)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{v}) = 0, \quad (10)$$

$$\nabla^2 \varphi = -4 \pi e (n_e - n_0), \quad (11)$$

در روابط بالا،  $m$  و  $\mathbf{v}$  جرم سکون و سرعت الکترون،  $n_0$  و  $n_e$  چگالی تعادلی پلاسما و چگالی الکترون،  $\mathbf{B}_0$  میدان مغناطیسی خارجی،  $\varphi$  پتانسیل نرده‌ای الکترواستاتیک (دنباله) و  $\mathbf{A}$  پتانسیل برداری لیزر است که با  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  و  $\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / c \partial t - \nabla \varphi$  به میدان مغناطیسی و الکتریکی مرتبط می‌شوند.

جدول ۱. بدون بعدسازی کمیت‌ها.

$v_{gr}$	$\xi$	$E$	$\varphi$	$B$
$c\beta_g$	$c\tilde{\xi}/\omega_p$	$m\omega a/e$	$mc^2\tilde{\varphi}/e$	$m\omega\tilde{B}/e$

بدون بعد زیر تبدیل می‌شود:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \omega_{uh}\right)\varphi = \frac{m\omega^2 c^2 \omega_c}{v(e\omega_p B_p)} \quad (14)$$

$$\left\{ 1 + \left[ 1 + \frac{\omega_c \omega_p}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{uh})} \right] \frac{(\omega^2 - \omega_{uh})^2}{(\omega^2 - \omega_c) \omega_c} \right\} |E|^2, \quad (15)$$

که با استفاده از تغییر متغیر  $\xi = x - v_g t$ ، به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = -\frac{\omega_{uh}}{v_g} \varphi + \frac{m\omega^2 c^2 \omega_c}{v(e\omega_p B_p v_g)} \quad (16)$$

$$\left\{ 1 + \left[ 1 + \frac{\omega_c \omega_p}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{uh})} \right] \frac{(\omega^2 - \omega_{uh})^2}{(\omega^2 - \omega_c) \omega_c} \right\} |E|^2, \quad (17)$$

به همان ترتیب قبل، با هریک از دو روش بدون بعدسازی، به ترتیب به معادلات زیر برای  $E_w$  دست می‌یابیم،

$$\frac{\partial \tilde{E}_w}{\partial \tilde{\xi}} = \frac{\tilde{\varphi} \tilde{\omega}_{uh}}{\tilde{\omega}_p \beta_g} - \frac{1}{v \tilde{\omega}_p \beta_g} \quad (18)$$

$$\left\{ 1 + \left[ 1 + \frac{\tilde{\omega}_p \tilde{\omega}_c}{1 - \tilde{\omega}_{uh}} \right] \frac{(1 - \tilde{\omega}_{uh})^2}{(1 - \tilde{\omega}_c) \tilde{\omega}_c} \right\} |a|^2,$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_w}{\partial \tilde{\xi}} = \frac{\tilde{\varphi} \tilde{\omega}_{uh}}{\tilde{\omega}_p \beta_g} - \frac{\tilde{\omega}^2}{v \tilde{\omega}_p \beta_g} \quad (19)$$

$$\left\{ 1 + \left[ 1 + \frac{\tilde{\omega}_p}{\tilde{\omega} (\tilde{\omega}^2 - \tilde{\omega}_{uh})} \right] \frac{(\tilde{\omega}^2 - \tilde{\omega}_{uh})^2}{(\tilde{\omega}^2 - 1)} \right\} |a|^2, \quad (20)$$

که باید همراه با معادله (۱۴) به طور همزمان حل شوند.

### ۳.۳.۲. میدان دنباله حاصل از پالس لیزر قطبیده خطی (مد O)

مانند بخش‌های گذشته، در اینجا نیز با حل همزمان معادلات (۹) تا (۱۱)، معادله حاکم بر پتانسیل دنباله تولید شده توسط مد

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} = -E_w, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_w}{\partial \tilde{\xi}} = \tilde{\varphi} - \left[ 1 \mp \frac{\beta_g \tilde{\omega}_c \sqrt{1 - \tilde{\omega}_p^2 / (1 \pm \tilde{\omega}_c)}}{1 \pm \tilde{\omega}_c} \right] \frac{|a|^2}{1 \pm \tilde{\omega}_c}, \quad (15)$$

که در معادله (۱۵)، بسامدهای مختلف با بسامد لیزر بدون بعد شده است و با بدون بعدسازی بر اساس بسامد سیکلوترونی، به جای معادله (۱۵) معادله زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \tilde{E}_w}{\partial \tilde{\xi}} = \frac{\tilde{\varphi}}{\beta_g} - \left[ 1 \mp \frac{\beta_g \sqrt{1 - \tilde{\omega}_p^2 / \tilde{\omega} (\tilde{\omega} \pm 1)}}{\tilde{\omega} \pm 1} \right] \frac{\tilde{\omega} |a|^2}{\beta_g^2 (\tilde{\omega} \pm 1)}, \quad (16)$$

لازم به ذکر است معادلات بالا برای مد R بوده و صرفاً با قرار دادن  $\omega_c = -\omega_c$ ، معادلات برای مد L معتبر هستند. علاوه بر این در این محاسبات، شکل پالس لیزر به صورت گوسی با پروفایل زمانی  $a = a_0 \exp(-\xi^2 / L^2)$  در نظر گرفته شده است که در آن  $a$ ، دامنه بدون بعد میدان الکتریکی لیزر و  $L$  طول پالس است. ضمن این که در این کار، باریکه لیزر در راستای عرضی، پهن در نظر گرفته شده است، به طوری که  $k_p r_0 \gg 1$  که  $k_p$  عدد موج پلازما و  $r_0$  اندازه لکه لیزر است. در این صورت، نیروی پاندرماتیو عرضی کنار گذاشته شده و برانگیزش میدان عقبه تنها در یک بعد (بعد طولی) مورد تحلیل قرار گرفته است. تعمیم این حالت به حالت دو بعدی و در نظر گرفتن پروفایل فضایی لیزر، سراسر است.

### ۲.۳.۲. میدان دنباله حاصل از پالس لیزر قطبیده بیضوی

(مد X)

اگر معادلات نظریه سیالی (معادلات ۹-۱۱) را برای مد X حل کنیم، به معادله زیر می‌رسیم [۲۹]:

به ترتیب  $\omega_c = 0.3\omega_p$ ،  $\omega_c = \omega_p$  و  $\omega_c = 1.5\omega_p$  انتخاب شده و در هر یک از این سه شکل، چهار مقدار  $\omega = 0.1\omega_p$ ،  $\omega = \omega_c/2$ ،  $\omega = 2/2\omega_p$  و  $\omega = 4\omega_p$  برای بسامد لیزر در نظر گرفته‌ایم. با توجه به این شکل‌ها، مشخص می‌شود که دامنه میدان دنباله شدیداً به مقادیر مختلف بسامد لیزر، سیکلوترونی، و بسامد پلاسما حساس است. مشاهده می‌شود، در سه شکل (الف) تا (ج)، تا زمانی که بسامد لیزر کمتر از بسامد سیکلوترونی است (قبل از ناحیه قطع اول در مد R (شکل ۱))، دامنه میدان دنباله با افزایش بسامد لیزر افزایش یافته (رنگ قرمز)، در حالی که برای مقادیر بسامد لیزر بزرگ‌تر از  $\omega_R$  (بعد از ناحیه قطع دوم)، با افزایش بسامد لیزر از  $\omega = 2/2\omega_p$  به  $\omega = 4\omega_p$  میدان دنباله کاهش می‌یابد (رنگ آبی). لازم به ذکر است، هنگامی که  $\omega = \omega_c/2$  است (الف) تا (ج، خط قرمز)، مستقل از این که نسبت  $\omega_c/\omega_p$  و  $\omega/\omega_p$  چه باشد، میدان دنباله دامنه یکسانی دارد. در شکل (د) نشان داده شده است که برای مقادیر  $\omega < \omega_p$ ، افزایش بسامد سیکلوترونی که به معنی افزایش میدان مغناطیسی است، سبب کاهش دامنه میدان دنباله می‌شود، در صورتی که این فرایند برای  $\omega > \omega_p$  (شکل هـ)) بر عکس بوده و افزایش میدان مغناطیسی، افزایش دامنه میدان دنباله را به دنبال دارد. شکل ۶، تغییرات میدان دنباله حاصل از مُد L را بر حسب  $\xi$  در  $\omega_c = 0.3\omega_p$ ،  $\omega_c = \omega_p$  و  $\omega_c = 2\omega_p$  نشان می‌دهد. با توجه به این که این مُد تنها در مقادیر  $\omega$  بزرگ‌تر از  $\omega_L$  در پلاسما منتشر می‌شود، مقادیر منتخب بسامد لیزر برابر با  $\omega_p$ ،  $2\omega_p$  و  $4\omega_p$  هستند. در هر سه شکل (الف)، (ب) و (ج)، با افزایش بسامد لیزر دامنه میدان دنباله افزایش یافته، در حالی که با افزایش بسامد سیکلوترونی از (الف) تا (ج)، این دامنه کاهش یافته است. قابل ذکر است بسامد برای یک لیزر Ti:Sapphire با طول موجی از مرتبه ۱ میکرومتر، برابر  $\omega = 1.78 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  است. در این صورت، در حالت  $\omega = 4\omega_p$ ، چگالی پلاسما  $n_0 = 6.9 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  است و میدان مغناطیسی خارجی به ازای  $\omega_c = 0.3\omega_p$  از مرتبه  $10^2 \text{ T}$  خواهد بود. بدین ترتیب، غیر از این که همه بسامدهای

O، به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\omega_{uh}^2 \varphi + \frac{\omega_p^2}{4\omega^2} \frac{e}{m} |E|^2, \quad (21)$$

همان طور که مشاهده می‌شود، با این که میدان مغناطیسی خارجی بر پاشندگی و سرعت گروه این مُد اثری نداشت، از طریق  $\tilde{\omega}_{uh}$ ، می‌تواند بر پتانسیل و میدان دنباله تأثیر گذار باشد. معادله (۲۱) با استفاده از تغییر متغیر  $\xi = x - v_g t$ ، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = -\frac{\omega_{uh}^2}{v_g^2} \varphi + \frac{\omega_p^2}{4v_g^2 \omega^2} \frac{e}{m} |E|^2, \quad (22)$$

همانند قبل، این معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل می‌شود. در اینجا، بدون بعدسازی رابطه (۲۲) به هر دو روش ذکر شده در بخش قبل، به رابطه زیر می‌رسد:

$$\frac{\partial \tilde{E}_w}{\partial \xi} = \frac{\tilde{\omega}_{uh}}{\tilde{\omega}_p \beta_g^2} \tilde{\varphi} - \frac{1}{4\beta_g^2} |a|^2, \quad (23)$$

قابل ذکر است که اینجا نیز  $a$ ، به صورت گوسی انتخاب شده است.

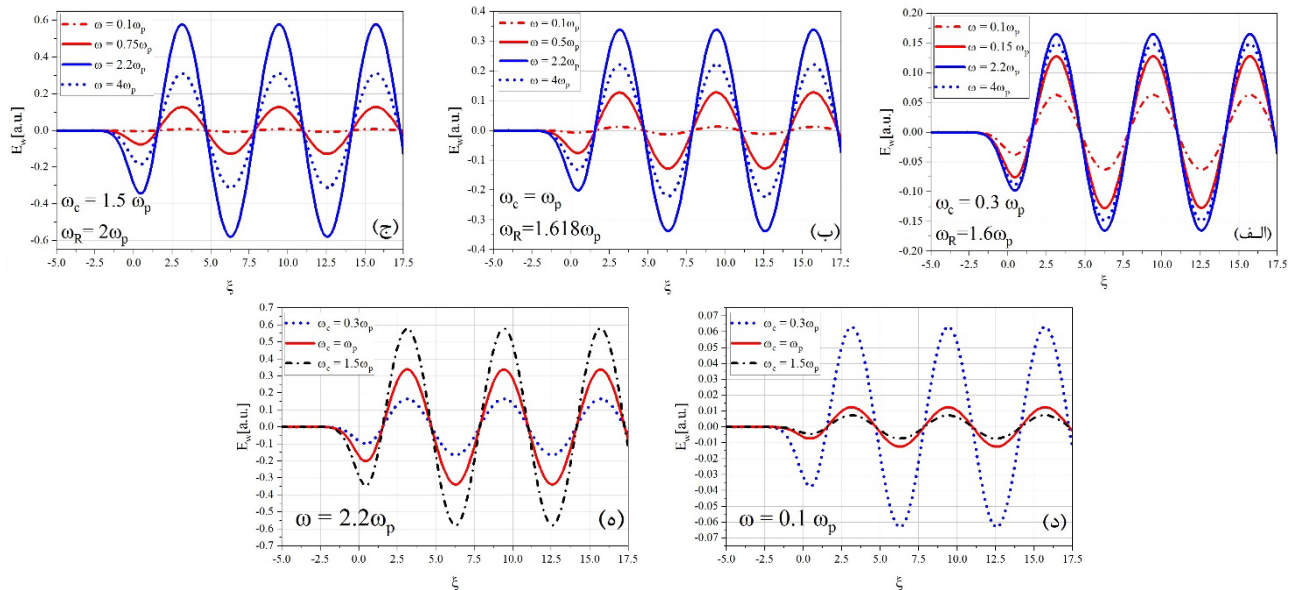
### ۳. نتایج شبیه‌سازی عددی

برای حل عددی معادلات حاکم بر پتانسیل و میدان دنباله که برای مدهای مختلف ارائه شد، از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار استفاده شده است. با توجه به این که در لحظه  $\xi = 0$ ، یعنی هنگام ورود پالس لیزر به محیط پلاسما، هنوز جدایی باری رخ نداده است، پتانسیل و میدان دنباله صفر است. بدین ترتیب برای شرایط اولیه، می‌توان نوشت:  $E_w(\xi=0) = \varphi(\xi=0) = 0$ . در این محاسبات، شدت بدون بعد لیزر  $a_0 = 0.3$  و دوام زمانی آن  $\tau_p = 24 \text{ fs}$  انتخاب شده است و برای سایر مشخصات لیزر و پلاسما، از جمله، بسامد لیزر، میدان مغناطیسی خارجی و چگالی پلاسما، مقادیر مختلفی در نظر گرفته شده است.

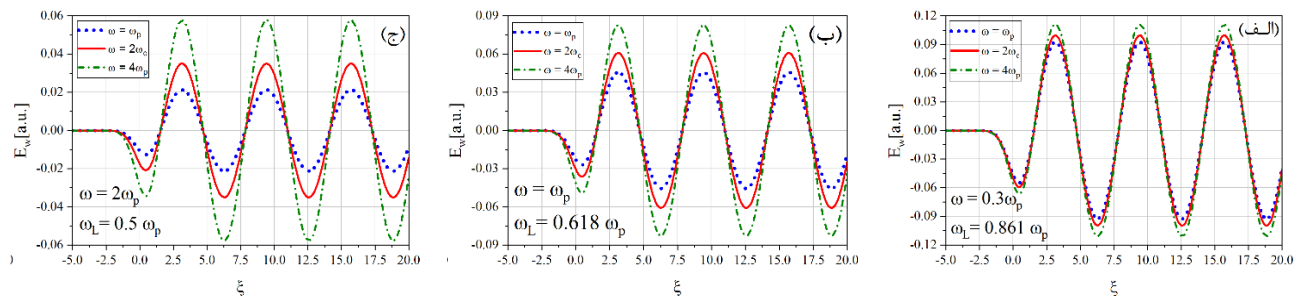
#### ۱.۳. پالس لیزر قطبیده دایروی

در شکل ۵ تغییرات دامنه میدان دنباله حاصل از مُد R بر حسب  $\xi$  نشان داده شده است. در شکل (الف)، (ب) و (ج)،





شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) دامنه میدان دنباله برای مُد R به ازای (الف)  $\omega_c = 0.3\omega_p$ ، (ب)  $\omega_c = \omega_p$ ، (ج)  $\omega_c = 1.5\omega_p$ ، (د)  $\omega = 0.1\omega_p$  و (ه)  $\omega = 2.2\omega_p$ .

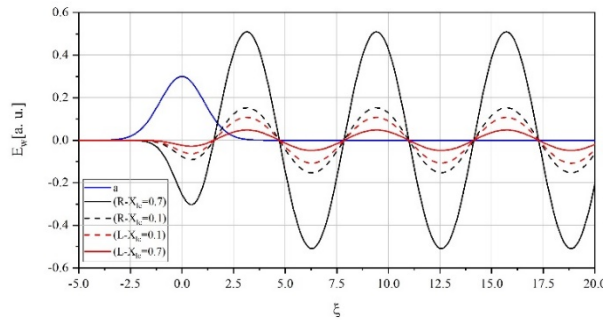


شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) دامنه میدان دنباله برای مُد L به ازای (الف)  $\omega_c = 0.3\omega_p$ ، (ب)  $\omega_c = \omega_p$  و (ج)  $\omega_c = 2\omega_p$ .

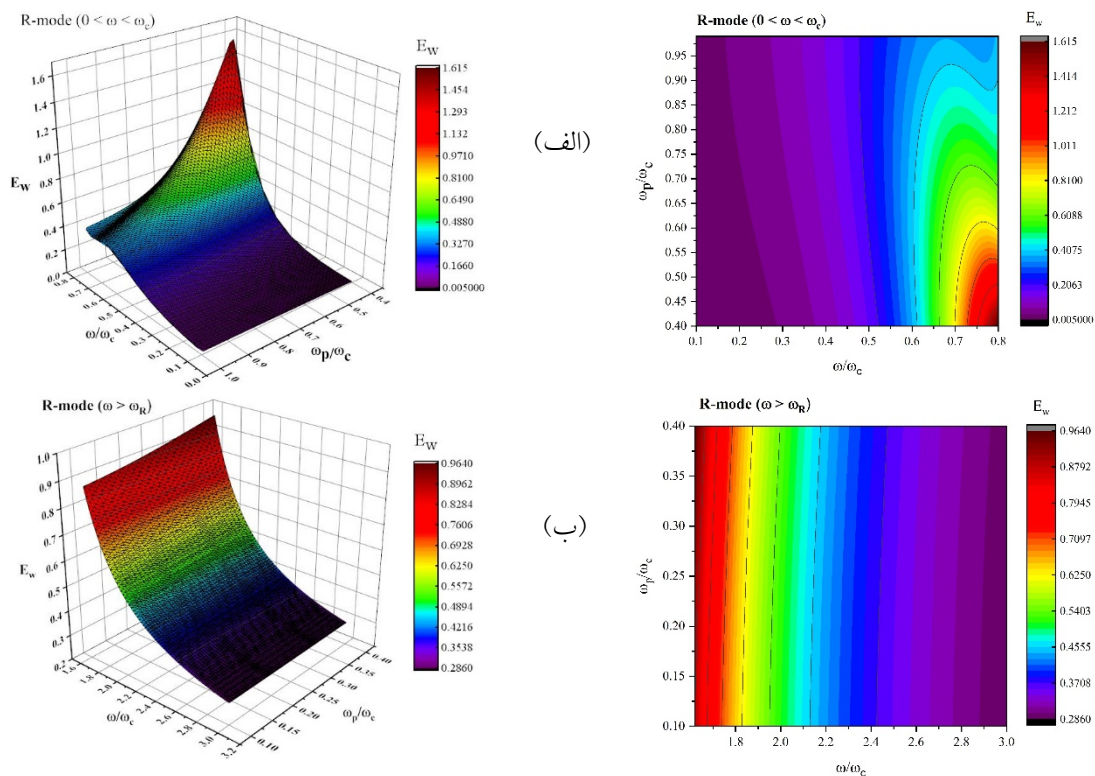
لیزری در این مقاله، در محدوده لیزرهای قابل دسترس هستند، میدان‌های مغناطیسی از این مرتبه‌ها اکنون قابل تولید می‌باشند. امروزه میدان‌های مغناطیسی پر قدرتی از مرتبه کیلو تسلا به صورت پالس‌هایی کوتاه قابل تولید هستند [۳۴، ۳۵] و از آنجایی که زمان برهم‌کنش لیزر و پلاسما در تولید میدان دنباله از مرتبه میکروثانیه است، می‌توان از چنین میدان‌هایی استفاده کرد. علاوه بر این، شایان ذکر است که در این شبیه‌سازی، از لیزرهایی با شدت نسبی ضعیف با دامنه بدون بعد از مرتبه  $a_0 = 0.3$  استفاده شده است.

برای مقایسه نتایج دو مُد R و L، شکل ۷ آورده شده است. در این شکل،  $E_{\parallel}$  بر حسب  $\xi$  به ازای دو مقدار  $X_{lc} = 0.1$  و  $X_{lc} = 0.7$  برای دو مُد R و L، نشان داده شده که مشاهده می‌شود در حالتی که قطبش موج لیزر دایروی راستگرد است، با افزایش  $X_{lc}$  دامنه میدان دنباله بزرگ‌تر می‌شود که این روند برای مُد L، دقیقاً بر عکس است. ضمن این که در حالت میدان مغناطیسی مساوی، مُد R، میدان دنباله بزرگ‌تری تولید می‌کند. با یادآوری این که در شکل‌های ۵ تا ۷، میدان مغناطیسی در جهت مثبت  $\hat{z}$  فرض شده است ( $\sigma = +1$ )، شکل ۷ را می‌توان به صورت زیر توجیه کرد. برای مد R هنگامی که در راستای انتشار موج به نوک پیکان میدان الکتریکی آن نگاه کنیم، دایره‌ای را به صورت ساعتگرد جاروب خواهد کرد که این

لیزری در این مقاله، در محدوده لیزرهای قابل دسترس هستند، میدان‌های مغناطیسی از این مرتبه‌ها اکنون قابل تولید می‌باشند. امروزه میدان‌های مغناطیسی پر قدرتی از مرتبه کیلو تسلا به صورت پالس‌هایی کوتاه قابل تولید هستند [۳۴، ۳۵] و از آنجایی که زمان برهم‌کنش لیزر و پلاسما در تولید میدان دنباله از مرتبه میکروثانیه است، می‌توان از چنین میدان‌هایی استفاده کرد. علاوه بر این، شایان ذکر است که در این شبیه‌سازی، از لیزرهایی با شدت نسبی ضعیف با دامنه بدون بعد از مرتبه  $a_0 = 0.3$  استفاده شده است. برای مقایسه نتایج دو مُد R و L، شکل ۷ آورده شده است. در این شکل،  $E_{\parallel}$  بر حسب  $\xi$  به ازای دو مقدار  $X_{lc} = 0.1$  و  $X_{lc} = 0.7$



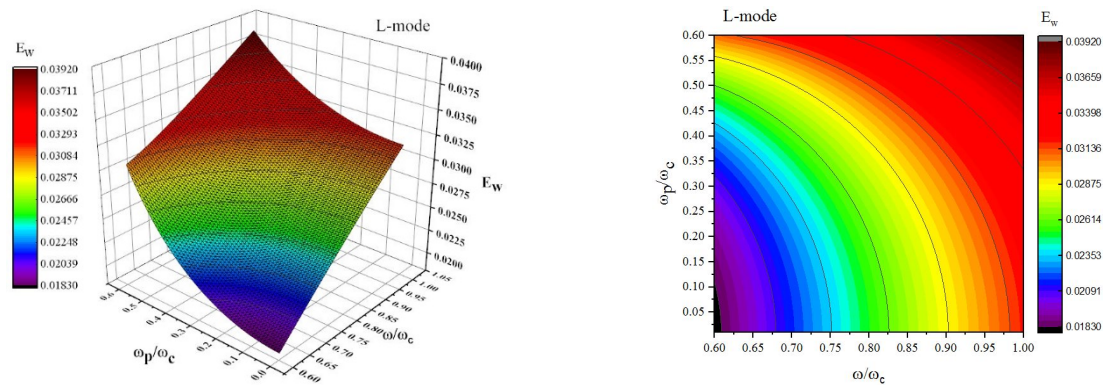
شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه دامنه میدان دنباله برای مُد R و L به ازای  $X_{IC} = 0.7$  و  $X_{IC} = 0.1$ .



شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) بیشینه میدان دنباله تولید شده توسط مُد R بر حسب  $\omega/\omega_c$  و  $\omega_p/\omega_c$ . (الف) ناحیه انتشار اول و (ب) ناحیه انتشار دوم.

در جهت یکسانی کرده و تشدید رخ می‌دهد و در نتیجه دامنه موج الکترواستاتیک بلندتر از شرایط مشابه برای مُد L است. پیش‌بینی می‌شود در حالت  $\sigma = -1$ ، مُد L میدان دنباله بزرگ‌تری نسبت به مُد R برانگیخته کند. در شکل ۸، بیشینه میدان دنباله تولید شده توسط مُد R بر حسب بسامد پلاسما و بسامد لیزر در هر دو ناحیه مجاز انتشار  $\omega < \omega_c$  و  $\omega > \omega_c$  نشان داده شده است. دیده می‌شود که در ناحیه انتشار اول (شکل الف)، با افزایش بسامد لیزر به ازای یک مقدار ثابت بسامد پلاسما، دامنه میدان دنباله

چرخش برای مُد L دقیقاً برعکس است. بدین ترتیب بردار نیروی الکتریکی وارد بر هر الکترون در پلاسما ( $F_e = -eE$ ) در این حالت، بر روی چنین دایره‌ای در راستای شعاعی به سمت مرکز بوده و برای مُد R ساعتگرد و برای مُد L پادساعتگرد خواهد چرخید. با اعمال میدان مغناطیسی، نیروی لورنتز ( $F_B = qv \times B$ ) نیز به الکترون‌ها اعمال می‌شود. قانون دست راست نشان می‌دهد که در مُد R و  $\sigma = +1$ ، هم میدان الکتریکی موج و هم میدان مغناطیسی خارجی، الکترون را وادار به حرکت



شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) بیشینه میدان دنباله تولید شده توسط مد L بر حسب  $\omega/\omega_c$  و  $\omega_p/\omega_c$ .

دوم، نتیجه مخالف ناحیه اول است و با افزایش بسامد لیزر دامنه نیز افزایش یافته است.

شکل ۱۱، دامنه میدان دنباله برانگیخته شده توسط مد X را در حالتی که بسامد سیکلوترونی و بسامد پلاسما با هم برابر هستند را در شش مقدار مختلف بسامد لیزر نشان می‌دهد. شکل (الف) و (ب) به ترتیب مربوط به ناحیه انتشار اول و دوم هستند. روند تغییرات میدان دنباله در شکل ۱۱ (مربوط به حالت  $\omega_c = \omega_p$ ) اساساً متفاوت از شکل ۱۰ ( $\omega_c < \omega_p$ ) است؛ به طوری که شکل (الف) در  $\omega = \omega_p$  کمترین میدان دنباله را دارد و به ازای  $\omega < \omega_p$  یا  $\omega > \omega_p$ ، دامنه میدان دنباله بزرگ‌تر می‌شود. لازم به ذکر است در حالتی که  $\omega < \omega_p$  باشد، با افزایش  $\omega$ ، دامنه افزایش می‌یابد و برای  $\omega > \omega_p$ ، با افزایش  $\omega$ ، دامنه کاهش می‌یابد. می‌توان نتیجه گرفت که وقتی بسامد لیزر، بسامد پلاسما و بسامد سیکلوترونی با هم برابرند، ( $v_\phi = c$ )، افتی ناگهانی در دامنه میدان دنباله رخ می‌دهد به طوری که قبل و بعد از آن میدان دنباله دامنه بزرگ‌تری دارد. همچنین شکل ۱۱ (ب)، رفتاری عکس شکل ۱۰ (ب) را نشان می‌دهد که در آن با افزایش بسامد لیزر، دامنه میدان دنباله کاهش می‌یابد.

حالت بعدی، مربوط به مقادیر بسامد سیکلوترونی بزرگ‌تر از بسامد پلاسما ( $\omega_c > \omega_p$ ) است که نتایج آن در شکل ۱۲، آمده است. با توجه به این شکل، افزایش  $\omega_c$  از  $1/4\omega_p$  به  $1/8\omega_p$ ، در ناحیه  $\omega_L < \omega < \omega_{uh}$ ، باعث کاهش میدان دنباله شده است که نشان دهنده رفتاری برخلاف رفتار

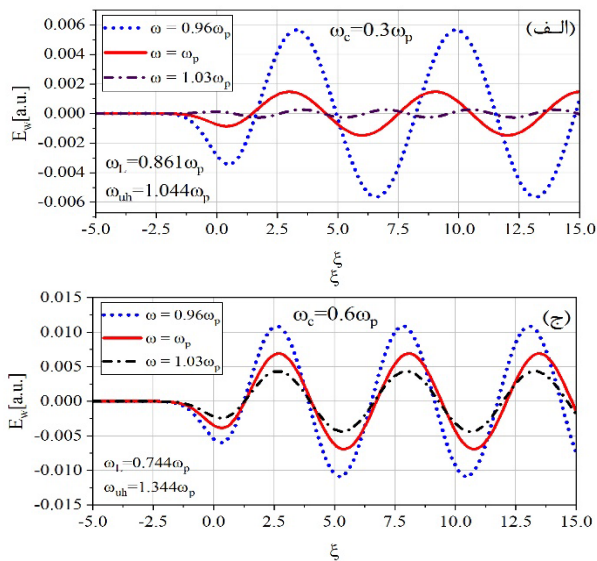
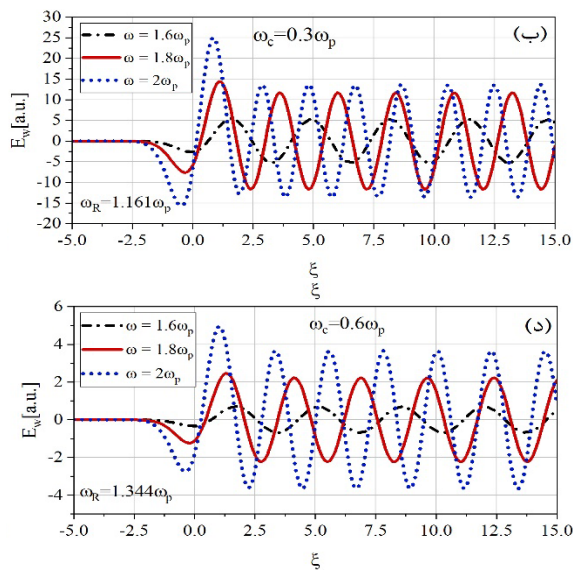
افزایش می‌یابد و افزایش بسامد پلاسما در  $\omega$  ثابت، کاهش  $E_w$  را به دنبال دارد. در این شکل‌ها،  $\omega$  و  $\omega_p$  با  $\omega_c$  بدون بعد شده‌اند. در ناحیه انتشار دوم (شکل ب)، برخلاف ناحیه اول، با افزایش بسامد لیزر به ازای هر  $\omega_p$ ،  $E_w$  کاهش می‌یابد.

به طور مشابه، در شکل ۹ میدان دنباله بیشینه در مد L بر حسب  $\omega_p$  و  $\omega$  نشان داده شده است. با توجه به این شکل، افزایش در  $\omega_p$  و  $\omega$ ، سبب افزایش دامنه میدان دنباله شده است. در واقع در این مد، هر چه محیط پلاسما چگالی بیشتری داشته باشد و میدان مغناطیسی خارجی کمتر باشد، دامنه میدان دنباله حاصل بزرگ‌تر است.

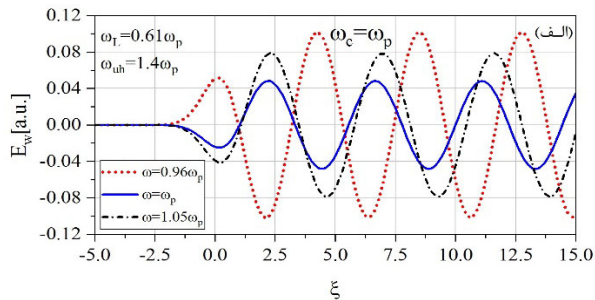
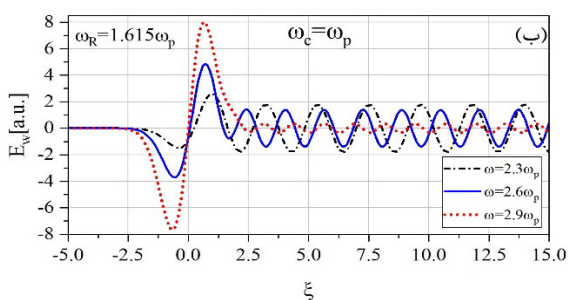
### ۲.۳. پالس لیزر قطبیده بیضوی

در ابتدا دو معادله (۱۹) و  $\partial\tilde{\varphi}/\partial t^2 = -E_w$  را برای بررسی دامنه میدان دنباله برانگیخته شده توسط مد X، با استفاده از روش ذکر شده به صورت عددی حل کرده و دامنه میدان دنباله را در شرایط گوناگون بسامدی مورد بحث قرار می‌دهیم. شکل ۱۰، دامنه میدان دنباله بر حسب  $\omega$  را با در نظر گرفتن دو مقدار  $\omega_c = 0.6\omega_p$  و  $\omega_c = 0.3\omega_p$  می‌دهد. شکل‌های (الف) و (ج) مربوط به ناحیه مجاز انتشار اول،  $\omega_L < \omega < \omega_{uh}$ ، (با توجه به شکل ۳) و شکل‌های (ب) و (د) مربوط به ناحیه مجاز دوم،  $\omega > \omega_R$ ، است. برای هر دو مقدار  $\omega_c$  در ناحیه انتشار اول، افزایش بسامد لیزر، دامنه میدان دنباله را کاهش می‌دهد. در صورتی که برای ناحیه انتشار

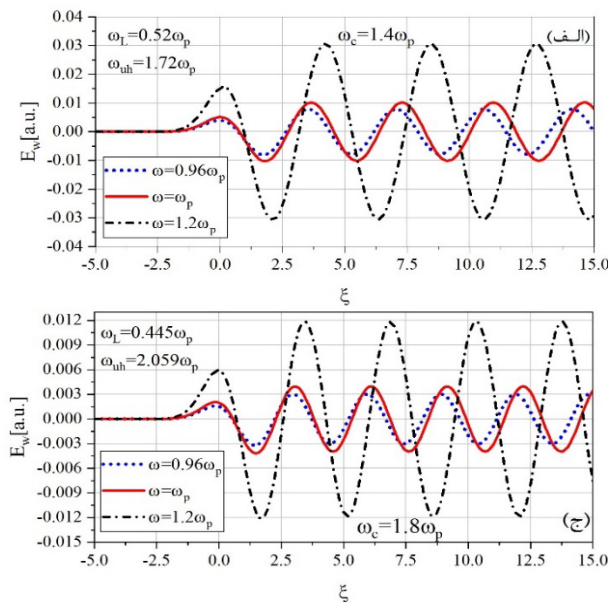
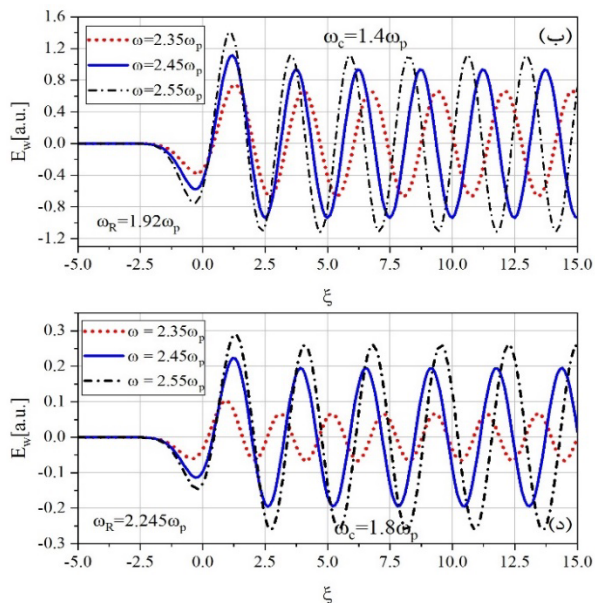




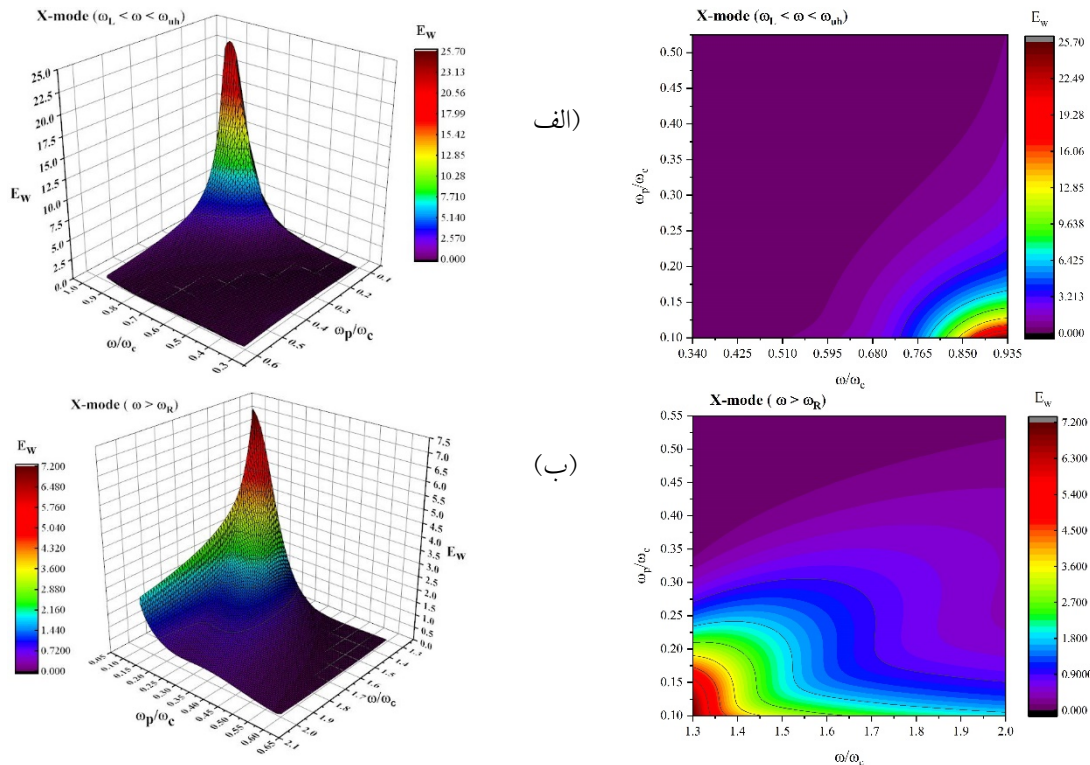
شکل ۱۰. (رنگی در نسخه الکترونیکی) دامنه میدان دنباله برای مُد X به ازای  $\omega_c = \frac{1}{3}\omega_p$  و  $\omega_c = \frac{1}{6}\omega_p$ . (الف و ج) ناحیه انتشار اول و (ب و د) ناحیه انتشار دوم.



شکل ۱۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) دامنه میدان دنباله برای مُد X به ازای  $\omega_c = \omega_p$ . (الف) ناحیه انتشار اول و (ب) ناحیه انتشار دوم.



شکل ۱۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) دامنه میدان دنباله برای مُد X به ازای  $\omega_c = \frac{1}{4}\omega_p$  و  $\omega_c = \frac{1}{8}\omega_p$ . (الف و ج) ناحیه انتشار اول و (ب و د) ناحیه انتشار دوم.



شکل ۱۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) بیشینه مقادیر میدان دنباله تولید شده توسط مد X (الف) ناحیه انتشار اول و (ب) ناحیه انتشار دوم.

۳.۳. پالس لیزر قطبیده خطی

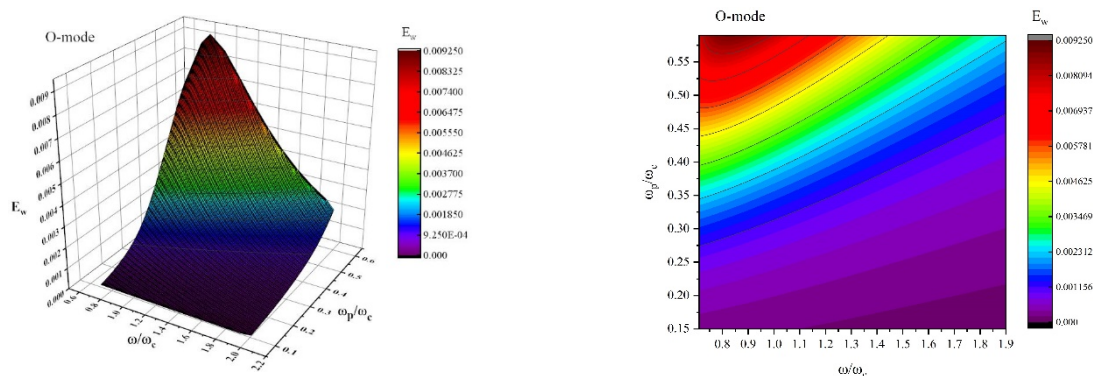
آخرین مد برای بررسی اثر قطبش موج لیزر بر برانگیزش میدان دنباله در پلاسمای مغناطیده، مد O یا موج قطبیده خطی است. با حل عددی معادلات (۱۴) و (۲۳)، نتایج به صورت زیر به دست آمده است. در شکل ۱۴ تغییرات بیشینه دامنه میدان دنباله نسبت به بسامد لیزر و بسامد پلاسما نشان داده شده است. یادآوری می‌شود که برای این مد، ناحیه مجاز انتشار به ازای  $\omega > \omega_p$  است، و  $\omega$ هایی که در این ناحیه هستند، در نظر گرفته شده‌اند. افزایش بسامد پلاسما سبب افزایش دامنه میدان دنباله شده است و در واقع هر چه چگالی پلاسما بیشتر باشد، میدان دنباله بزرگ‌تر خواهد شد؛ در صورتی که افزایش بسامد لیزر میدان دنباله را کم می‌کند.

۴. نتیجه گیری

در این پژوهش، اثر قطبش پالس لیزر بر دامنه میدان دنباله در پلاسمای مغناطیده مورد بررسی قرار گرفته است. پالس‌های لیزری که موجب برانگیختگی امواج پلاسمایی و در نتیجه تولید

شکل ۱۰. الف و ج است. همچنین برای ناحیه انتشار  $\omega > \omega_R$ ، با افزایش بسامد سیکلوترونی دامنه همچون شکل ۱۰. ب و د، کاهش یافته است. لازم به ذکر است برای هر دو مقدار  $\omega_c$ ، افزایش بسامد لیزر دامنه میدان دنباله را افزایش می‌دهد.

در شکل ۱۳ بیشینه میدان دنباله بر حسب  $\omega_p$  و  $\omega$  برای مد X در دو ناحیه انتشار (الف)  $\omega_L < \omega < \omega_{uh}$  و (ب)  $\omega > \omega_R$  نشان داده شده است. در ناحیه اول انتشار، با افزایش بسامد لیزر، مقدار بیشینه دامنه میدان نیز افزایش می‌یابد، در صورتی که هر چه بر مقدار بسامد پلاسما افزوده شود،  $E_w$  کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، افزایش در چگالی پلاسما در حالتی که موج با قطبش بیضوی مسبب برانگیزش میدان دنباله باشد، باعث کاهش دامنه  $E_w$  می‌شود. در حالی که در شکل ۱۳. ب مشاهده می‌شود که با افزایش بسامد لیزر و بسامد پلاسما، دامنه میدان دنباله کاهش می‌یابد. مقدار بیشینه میدان دنباله تولید شده در ناحیه اول  $E_w = 275.3 \text{ GV/m}$  و در ناحیه دوم مقدار  $E_w = 77.1 \text{ GV/m}$  است.



شکل ۱۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) بیشینه مقادیر میدان دنباله تولید شده توسط مُد O.

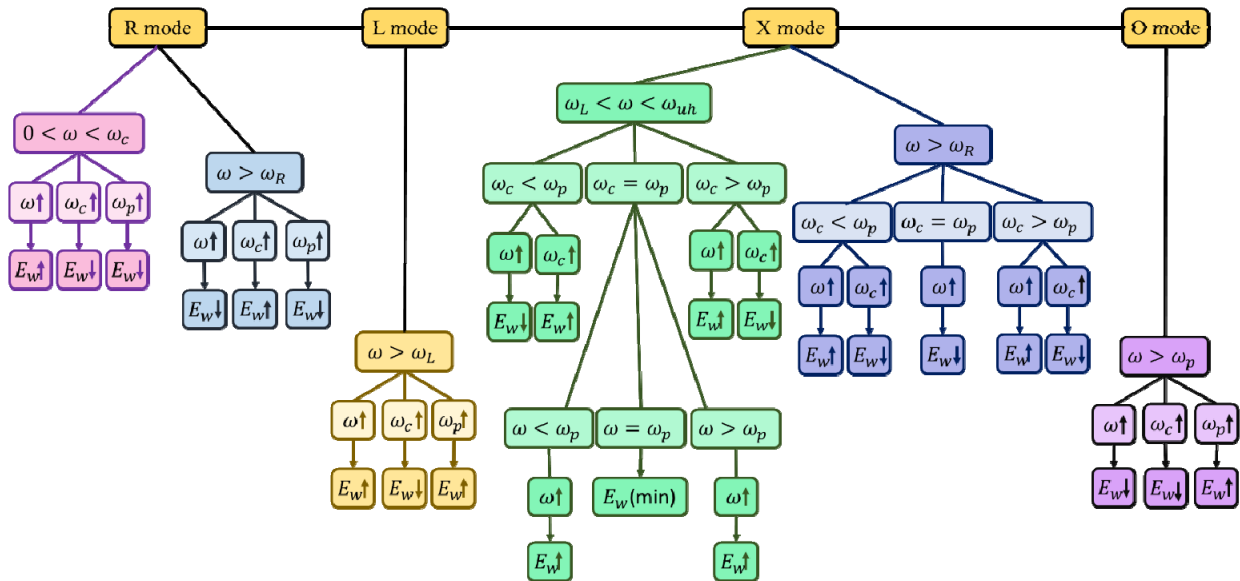
جدول ۳. مقادیر میدان دنباله به دست آمده بر حسب GV/m.

$\omega = 2\omega_p$	$\omega = 0.8\omega_p$	مُد
$3.786 \text{ GV/m}$	$6.54 \text{ GV/m}$	$E_w^R$
$0.7 \text{ GV/m}$	$0.57 \text{ GV/m}$	$E_w^L$
$1.764 \text{ GV/m}$	$2.76 \text{ GV/m}$	$E_w^X$
$0.34 \text{ GV/m}$	-	$E_w^O$

نگرفته است. در این مقایسه، بیشترین میدان دنباله تولید شده مربوط به مُد R است. اما در حالت  $\omega = 2\omega_p$ ، که دو مُد R و X در ناحیه انتشاری دوم خود قرار دارند، بیشترین مقدار میدان دنباله تولید شده مربوط به مُد X است. مقدار بسامد لیزری در نظر گرفته شده  $\omega = 18.84 \times 10^{14} \text{ Hz}$  است.

به منظور جمع‌بندی و مقایسه رفتار میدان دنباله در برانگیزش با مُدهای لیزری مختلفی که بررسی شد، درخت واره رفتار میدان دنباله برای هر چهار مُد با توجه به حالت‌هایی که برای هر کدام وجود دارد در شکل ۱۵ آورده شده است. به طور خلاصه، پالس‌های لیزری با مُدهای R، L، X و O با توجه به گستره بسامد لیزری قابل انتشاری که در پلاسما دارند، مورد بررسی قرار گرفتند. افزایش مقادیر بسامد سیکلوترونی، بسامد پلاسمایی و همچنین بسامد لیزری گوناگون همان طور که گفته شد، می‌تواند سبب کاهش یا افزایش دامنه میدان دنباله شود. به طور مثال، با توجه به نمودار ۱، مُد R، دارای دو ناحیه انتشار در  $\omega_c > \omega > \omega_R$  و  $0 < \omega < \omega_c$  است. در ناحیه انتشاری اول، با افزایش بسامد لیزر، میدان دنباله افزایش داشته در صورتی که با افزایش

میدان دنباله شدند، به ترتیب قطبش‌های دایروی راستگرد (مُد R)، دایروی چپگرد (مُد L)، بیضوی (مُد X) و خطی (مُد O) داشتند. انتشار هر کدام از این مُدها را به طور جداگانه در نظر گرفته و با استفاده از معادله پاشندگی، نواحی مجاز انتشار به ازای بسامد لیزر و همچنین سرعت گروه هر یک از آنها به ازای  $\omega_p$  و  $\omega_c$  مختلف بررسی شد. سپس با استفاده از معادلات نظریه سیالی، معادله حاکم بر پتانسیل دنباله به دست آمده و به صورت عددی حل شد. نتایج به ما نشان می‌دهد که مقدار دامنه میدان دنباله در هر مُد به عوامل متعددی وابسته است؛ عواملی همچون  $\omega_c$  که مقدار میدان مغناطیسی اعمالی را بیان می‌کند،  $\omega_p$  که بیانگر چگالی پلاسما است و  $\omega$  که بسامد لیزر است. ضمن این که در این مطالعه، طول پالس و شدت آن ثابت در نظر گرفته شده است. در جدول ۳، مقادیر میدان دنباله برانگیخته شده در دو مقدار بسامد لیزری  $\omega = 2\omega_p$  و  $\omega = 0.8\omega_p$  در حالتی که  $\omega_c = \omega_p$  باشد، برای هر چهار مُد آورده شده است. چون مُد O تنها برای  $\omega > \omega_p$  قابلیت انتشار در محیط پلاسما را دارد، در حالت  $\omega = 0.8\omega_p$  مورد مقایسه با دیگر مُدها قرار



شکل ۱۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) رفتار میدان دنباله تولید شده توسط مدهای گوناگون.

### سپاس‌گزاری

نویسندگان مقاله مراتب قدردانی خود را از حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل از طریق اعتبار پژوهشی شماره BNUT/۳۹۱۰۴۰/۹۸ اعلام می‌دارند.

بسامد سیکلوترونی و بسامد پلاسمایی، دامنه میدان دنباله کاهش یافته است. واضح است که این نتیجه برای ناحیه دوم انتشار متفاوت است. به همین ترتیب، رفتار مدهای دیگر با توجه به این نمودار قابل توضیح است.

### مراجع

1. E Esarey, P Sprangle, J Krall, and A Ting, *IEEE T Plasma Sci.* **24** (1996) 252.
2. E A Peralta, K Soong, R J England, E R Colby, Z Wu, B Montazeri, C McGuinness, J McNeur, K J Leedle, D Wals, E B Sozer, B Cowan, B Schwartz, G Travish, and R L Byer, *Nature* **503** (2013) 91.
3. J Breuer and P Hommelhoff, *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 134803.
4. T Andre et al., *Nat. Commun.* **9** (2018) 1334.
5. M Wen, Y I Salamin, and C H Keitel, *Opt. Express* **27** (2019) 557.
6. V Malka, *Phys. Plasmas* **19** (2012) 055501.
7. م لامعی رشتی، ف قاسمی، س زارعی، ح سیار، ح آبراهیم، م خسروانی، م انصاری، م یاحقی، امیردامادی و ش مدنی، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۵**، ۲ (۱۳۹۴) ۱۱۹.
8. K Shimoda, *Appl. Opt.* **1** (1962) 33.
9. F Sohbzadeh, S Mirzanejad, and M Ghasemi, *Phys. Plasmas* **13** (2006) 123108.
10. F V Hartemann, E C Landahl, A L Troha Jr., J R Van Meter, H A Baldis, R R Freeman, N C Luhmann Jr., L Song, A K Kerman, and D U L Yu, *Phys. Plasmas* **6** (1999) 4104.
11. م اخیانی، م رضایی پندری، ف جهانگیری، ع نیکنام و ر مسعودی، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۷**، ۲ (۱۳۹۶) ۲۹۳.
12. A Sadeghipanah, K Sarhadi, J Rahighi, A H Feghhi, and H Ghasem, *Iranian J. Phys. Res.* **17**, 2 (2017) 233.
13. J B Rosenzweig, P Schoessow, B Cole, W Gai, R Konecny, J Norem, and J Simpson, *Phys. Rev. A* **39** (1989) 1576.
14. M J Hogan, C D Barnes, F J Clayton, C E Decker, S Deng, P Emma, C Hung, H Iverson, D K Johnson, C Joshi, T Katsouleas, P Krejcik, W Lu, K A Marsh, W B Mori, P Muggli, C L O'Connell, E Oz, R H Siemann, and D Walz, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 054802.
15. T Tajima, and J M Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 267.
16. M Everett, A Lal, D Gordon, C E Clayton, K A Marsh and C Joshi, *Nature* **368** (1994) 527.

27. P K Shukla, *Phys. Scr.* T **52** (1994) 73.
28. P Jha, A Saroach, R K Mishra, and A K Upadhyay, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **15** (2012) 081301.
29. P K Shukla, *Phys. Plasmas* **6** (1999) 1363.
۳۰. آکارگریان، ح مهدیان و ع حسن بیگی، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۴**، ۱ (۱۳۹۳) ۸۳.
30. A Kargarian, H Mehdiان, and A Hasanbeigi, *Iranian J. Phys. Res.* **14**, 1 (2014) 83.
31. B Zohuri, “*Plasma physics and Controlled Thermonuclear Reactions Driven Fusion Energy*”, Springer (2016).
32. R Fitzpatrick, “*Plasma Physics: An Introduction*”, CRC Press (2015).
33. A Piel, “*Plasma physics: An Introduction to Laboratory, Space, and Fusion Plasmas*”, Springer (2017).
34. K F F Law, M Bailly-Grandvaux, A Morace, S Sakata, K Matsuo, S Kojima, S Lee, X Vaisseau, Y Arikawa, A Yogo, K Kondo, Z Zhang, C Bellei, J J Santos, S Fujioka and H Azechi, *Appl. Phys. Lett.* **108**, 091104 (2016).
35. V Kaymak, A Pukhov, V N Shlyaptsev and J J Rocca, *Phys. Rev. Lett.* **117** (2016) 035004; <http://www.lanl.gov/mst/nhm/magnets.shtml>.
16. H Hamster, A Sullivan, S Gordon, W White, and R W Falcone, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 2725.
17. C A Coverdale, C B Darrow, C D Decker, W B Mori, K Tzeng, K A Marsh, C E Clayton, and C Joshi, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 4659.
18. K Nakajima, D Fisher, T Kawakubo, H Nakanishi, A Ogata, Y Kato, Y Kitagawa, R Kodama, K Mima, H Shiraga, K Suzuki, K Yamakawa, T Zhang, Y Sakawa, T Shoji, Y Nishida, N Yugami, M Downer, and T Tajima, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 4428.
۱۹. ح آکو، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۶**، ۲ (۱۳۹۵) ۲۳۱.
19. H Akou, *Iranian J. Phys. Res.* **16**, 2 (2016) 231.
20. F Sohbatzadeh and H Akou, *Phys. Plasmas* **20** (2013) 043101.
21. T P Coffey, *Phys. Fluids* **14** (1971) 1402.
22. P Sprangle, B Hafizi, and J R Penano, *Phys. Rev. E* **61** (2000) 4381.
23. Y I Salamin, and N M Jisrawi, *J. Phys. B: At. Mo; Opt. Phys.* **47** (2014) 025601.
24. F V Hartmann, E C Landahl, A L Troha Jr., J R Van Meter, H A Baldis, R R Freeman, N C Luhmann Jr., L Song, A K Kerman, and D U L Yu, *Phys. Plasmas* **6** (1999) 4104.
25. H Akou, and M Asri, *Phys. Lett. A* **380**, (2016) 1729.
۲۶. م عصری، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۸**، ۲ (۱۳۹۷) ۲۸۳.
26. M Asri, *Iranian J. Phys. Res.* **18**, 2 (2018) 283.