مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۲۰، شمارهٔ ۱، بهار ۱۳۹۹

سیمای فاز کلاسیکی مدل راشبا- هابارد در حد همبستگی قوی روی شبکهٔ مربعی

زهره مرتضوی‌زاده[1]، حمید مصدق[1] و محمدحسین زارع[2]

۱. گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۲. گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم، دانشگاه صنعتی قم، قم

پست الکترونیکی: mosadegh@sku.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۲۳ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۹/۰۱/۱۹)

چکیده

در این مقاله، به مطالعهٔ رفتار الکترون‌های برهم‌کنشی روی شبکهٔ مربعی در حضور برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا و در حد همبستهٔ قوی می‌پردازیم. ابتدا با استفاده از نظریهٔ اختلال مرتبهٔ دو، مدل اسپینی موثر برای مدل راشبا- هابارد را در این حد به‌دست می‌آوریم. مدل اسپینی مؤثر شامل برهم‌کنش‌های همسانگرد، هایزنبرگ همسایهٔ اول و دوم و همچنین جملات ناهمسانگرد کین- مل و ژیالوشینسکی- موریا است. در ادامه، اثر برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا را در پایداری فازهای مغناطیسی مدل هایزنبرگ همسانگرد با استفاده از روش‌های کلاسیکی لاتینجر- تیزا و کمینه‌سازی وردشی بررسی می‌کنیم. محاسبات کلاسیکی مؤید آن است که وجود جملات تبادلی ناهمسانگرد در هامیلتونی مؤثر، باعث ناپایداری فازهای نل، واگن کلاسیکی و ستونی مدل هایزنبرگ همسانگرد به فاز پیچشی درون صفحه‌ای xz وyz می‌شود. قابل ذکر است که اثر افت و خیزهای کوانتومی می‌تواند منجر به پایداری فاز مایع اسپین کوانتومی در این سامانه‌های ناکام با نظم پیچشی شود. در ساختارهای لایه‌ای که شامل ماده ابررسانایی تک‌تایی در تماس با ماده مغناطیسی با نظم پیچشی است، جفت‌های کوپر تک‌تایی، به خاطر شکست تقارن دورانی اسپین، به جفت‌های کوپر ابررسانایی از نوع موج- p تبدیل می‌شوند. ابررساناهای نامتعارف نوع موج- p، سامانه‌های مناسب برای مطالعهٔ ابررسانایی توپولوژی و مایوران‌های فرمیونی هستند.

واژه‌های کلیدی: برهم‌کنش اسپین- مدار، نظم پیچشی درون صفحه‌ای، روش‌های لاتینجر- تیزا و وردشی

۱. مقدمه

فیزیکدانان در گرایش فیزیک ماده چگال، علاقه شدیدی به مطالعهٔ فاز مایع اسپین کوانتومی در مواد مغناطیسی کوانتومی ناکام شده دارند. وجود فاز مایع اسپین کوانتومی در مواد همبستهٔ قوی با نوارهای نیمه پر، که به عنوان عایق مات شناخته می‌شوند، محتمل‌تر است. برهم‌کنش کولنی قوی در عایق‌های مات، باعث یخ‌زدگی درجات آزادی بار الکترون‌ها می‌شود. بنابراین تنها درجه آزادی مؤثر برای توصیف رفتار فیزیکی الکترون‌ها در این دسته از مواد، درجهٔ آزادی اسپینی است. در این شرایط انرژی سامانهٔ اسپین‌ها با تشکیل حالت‌های میانی که در اثر وجود افت و خیزهای مجازی به وجود می‌آید، کاهش می‌یابد. به بیان دیگر، افت و خیزهای مجازی اسپین‌ها

منجر به برهم‌کنش تبادلی بین اسپین‌ها می‌شود [۱]. در بعضی از سامانه‌های مغناطیسی، حتی در دماهای خیلی کم که افت و خیزهای گرمایی سهمی در بی‌نظمی مغناطیسی ندارند، اسپین‌ها نمی‌توانند طوری نسبت به هم جهت‌گیری کنند که نظم بلند برد مغناطیسی در سامانه به وجود آید. عدم نظم بلند برد در این سامانه‌ها، به وجود افت و خیزهای کوانتومی برمی‌گردد که مانع از نظم‌های بلند برد اسپینی می‌شوند. بزرگی اندازهٔ اسپین‌های شبکه و همچنین عدد هم‌آرایی شبکه، عوامل مؤثر در تشدید افت و خیزهای کوانتومی هستند [۱]. هر چه اندازهٔ اسپین و عدد هم‌آرایی کوچک‌تر باشد، بزرگی افت و خیزهای کوانتومی در یک سامانهٔ مغناطیسی افزایش خواهد یافت. علاوه بر افت و خیز کوانتومی که باعث بی‌نظمی مغناطیسی سامانه‌های اسپینی می‌شود، عواملی نظیر هندسهٔ شبکه و برهم‌کنش‌های رقابتی در هامیلتونی مورد مطالعه هم می‌توانند نقش به‌سزایی در پایداری فازهای بی‌نظمی مغناطیسی داشته باشند [۲].

قابل ذکر است که نمی‌توان پارامتر نظم مناسبی برای بررسی فاز مایع اسپینی کوانتومی تعریف کرد، زیرا هیچ گونه شکست تقارنی خود به خودی در فاز مایع اسپینی رخ نمی‌دهد. بنابراین فاز مایع اسپینی کوانتومی، یک حالت غیربدیهی از سامانه‌های همبستهٔ قوی است که در فهم روند تشکیل جفت‌های کوپر در ابررساناهای دمای بالا اهمیت دارد. اولین بار اندرسون در توجیه نظری وجود ابررساناهای دمای بالا در اکسیدهای مس (کوپرات‌ها) آلاییده شده، ادعا کرد که در آلایش‌های کم، ابتدا حالت‌های تک‌تایی با اسپین صفر در کوپرات‌ها به وجود می-آیند؛ سپس با آلایش بیشتر، حالت‌های تک‌تایی باردار می‌شوند که در نتیجه منجر به تشکیل فاز ابررسانایی دمای بالا می‌شود [۳ و ۴]. مطالعهٔ فاز اسپین مایع کوانتومی از جنبه‌های دیگری نیز قابل اهمیت است. اسپین‌ها در فاز مایع اسپینی کوانتومی، در یک گسترهٔ بلندبردی در هم‌تنیده شده‌اند. درهم‌تنیدگی اسپین‌ها، یکی از مؤلفه‌های مهم در ارتباطات کوانتومی به حساب می‌آید [۵]. ویژگی بارز مایع اسپین کوانتومی با درهم‌تنیدگی‌های بلند-برد، وجود برانگیختگی‌های اسپینی کسری است. این برانگیختگی‌های کسری در مایع اسپینی کوانتومی کیتائو به عنوان مایوران‌های فرمیونی شناخته می‌شوند که همانند آنیون‌ها از آمار غیرآبلی پیروی می‌کنند. اهیمت مایوران‌های فرمیونی در محاسبات کوانتومی توپولوژی است [۶ و ۷]. مواد تجربی که به عنوان گزینه‌های احتمال وجود مایع اسپینی کوانتومی مطرح شده‌اند، به دو دسته تقسیم می‌شوند. یک دسته از این مواد، مواد ناکام مغناطیسی نظیر $Na_4Ir_3O_8$ و $YbMgG$ هستند که با مدل پیوند ظرفیتی تشدیدی توصیف می‌شوند. دستهٔ دیگر از این مواد مثل Na_2IrO_3، $\alpha-RuCl_3$ و $\beta-Li_2IrO_3$ [۸-۱۲] مواد کیتائو نامیده می‌شوند. حالت پایهٔ مدل کیتائو روی شبکهٔ لانه زنبوری حل دقیق دارد و حالت پایهٔ آن فاز مایع اسپینی کوانتومی است [۷].

انگیزهٔ بررسی سیمای فاز کلاسیکی مدل راشبا- هابارد روی شبکهٔ مربعی در این مقاله، وجود فاز ابررسانایی نامتعارف در فصل مشترک $LaAlO_3$ و $SrTiO_3$ و همچنین در فصل مشترک Au و $YBCO$ است [۱۳ و ۱۴]. در این گونه سامانه‌ها به خاطر شکست تقارن وارونی، برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا قوی به وجود می‌آید. بزرگی برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا در فصل مشترک $YBCO / Au$ در حدود $0.3\,eV$ است. اهمیت وجود برهم‌کنش اسپین- مدار، به ایجاد ابررسانایی توپولوژی گاف‌دار است؛ زیرا بسته شدن گاف در سطح فرمی ابررسانا، حتی به صورت نقطه‌ایی، موجب ناپایداری مایوران‌های فرمیونی می‌شود. همان طور که می‌دانیم گاف ابررسانایی پایدار در کوپرات‌ها از نوع موج- d است که شامل تعدادی نقاط بدون گاف در سطح فرمی است. غالباً در آزمایشگاه‌ها، لایه‌های نازک ابررساناهای کوپرات روی یک ماده رشد داده می‌شوند که در نتیجه منجر به شکست تقارن وارونی در لایه‌های نازک کوپرات‌ها می‌شود. بنابراین، برای بررسی فهم فیزیک فصول مشترک بین مواد مختلف و کوپرات‌هایی که روی زیر لایه‌ها رشد داده می‌شوند، باید از هامیلتونی راشبا- هابارد برای بررسی فهم فیزیک این سامانه‌ها استفاده کرد.

۲. هامیلتونی مؤثر اسپینی

برای بررسی سیمای فاز مغناطیسی لایه‌های نازک کوپرات‌ها، از

مدل هابارد تک نواری روی شبکهٔ مربعی در حضور برهم‌کنش اسپین- مدار مطابق زیر شروع می‌کنیم.

$$H = H_T + H_R + H_U = -t \sum_{<ij>,\sigma} c^{\dagger}_{i,\sigma} c_{j\sigma} + i\lambda_R \sum_{<i,j>,\sigma\sigma'} c^{\dagger}_{i\sigma} \hat{e}_z.(\vec{\sigma} \times \vec{d}_{ij}) c_{j\sigma'} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}, \quad (۱)$$

جملهٔ اول در هامیلتونی، پرش به نزدیک‌ترین همسایه با بزرگی t، جملهٔ دوم برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا بین نزدیک‌ترین همسایه‌ها با بزرگی λ_R و جملهٔ سوم برهم‌کنش کولنی روی جایگاهی است. همچنین $c^{\dagger}_{i\sigma}(c_{i\sigma})$ عملگر خلق (نابودی) الکترون با اسپین σ در جایگاه i است.

در حد همبستهٔ قوی که شدت برهم‌کنش روی جایگاهی در مقایسه با جملات انرژی جنبشی و برهم‌کنش اسپین- مدار، خیلی بزرگ است، می‌توان با استفاده از نظریهٔ اختلال مرتبه دوم، مدل اسپینی مؤثر را برای مدل راشبا- هابارد به دست آورد. در واقع، در حد همبسته قوی با جملات پرش و برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا به صورت اختلالی رفتار می‌کنیم. هامیلتونی مؤثر برای حالت نیمه پر عبارت است از:

$$\begin{aligned} H_{eff} = (-۲/U)[&(H_T)_{ij}(H_T)_{ji} \\ &+ (H_R)_{ij}(H_T)_{ji} + (H_T)_{ij}(H_R)_{ji} \\ &+ (H_R)_{ij}(H_R)_{ji}], \end{aligned} \quad (۲)$$

با استفاده از تعریف مؤلفه‌های اسپینی در زبان کوانتش دوم با عبارت‌های

$$\begin{aligned} S_i^x &= \frac{۱}{۲}(c^{\dagger}_{i\uparrow} c_{i\downarrow} + c^{\dagger}_{i\downarrow} c_{i\uparrow}), \\ S_i^y &= \frac{-i}{۲}(c^{\dagger}_{i\uparrow} c_{i\downarrow} - c^{\dagger}_{i\downarrow} c_{i\uparrow}), \\ S_i^z &= \frac{۱}{۲}(c^{\dagger}_{i\uparrow} c_{i\uparrow} - c^{\dagger}_{i\downarrow} c_{i\downarrow}), \end{aligned} \quad (۳)$$

مدل اسپینی مؤثر مدل مدل راشبا-هابارد در حد همبستهٔ قوی به صورت

$$H = J_۱ \sum_{<ij>} \vec{S}_i.\vec{S}_j + J_۲ \sum_{<<ij>>} \vec{S}_i.\vec{S}_j + H_x + H_y, \quad (۴)$$

داده می‌شود که در آن

$$\begin{aligned} H_x = \sum_{<i,j=i+\hat{x}>} [&J_R(-S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y \\ &- S_i^z S_j^z) + J_D(\vec{S}_i \times \vec{S}_j).\hat{e}_y], \end{aligned} \quad (۵)$$

و

$$\begin{aligned} H_y = \sum_{<i,j=i+\hat{y}>} [&J_R(S_i^x S_j^x - S_i^y S_j^y - S_i^z S_j^z) \\ &- J_D(\vec{S}_i \times \vec{S}_j).\hat{e}_x], \end{aligned} \quad (۶)$$

است و ثابت‌های جفت شدگی در هامیلتونی مؤثر به صورت:

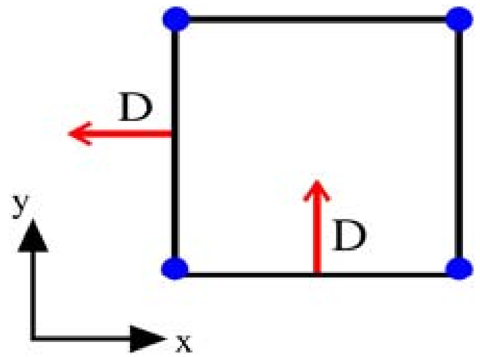
$$\begin{aligned} J_۱ &= \frac{۴t^۲}{U} - ۱۶\frac{t^۴}{U^۳}, \; J_۲ = \frac{۴t^۴}{U^۳}, \\ J_R &= \frac{۴\lambda_R^۲}{U}, \; J_D = \frac{۸t\lambda_R}{U} = ۲\sqrt{J_۱ J_R}, \end{aligned} \quad (۷)$$

تعریف شده‌اند. هامیلتونی مؤثر، شامل جملات کین- ملِ، برهم‌کنش ژیالوشینسکی- موریا (DM) نزدیک‌ترین همسایه و برهم‌کنش تبادلی هایزنبرگ همسانگرد همسایهٔ دوم است. جملات ناهمسانگرد کین- ملِ و ژیالوشینسکی- موریا از برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا در معادلهٔ (۱) ناشی می‌شوند. هامیلتونی نشان می‌دهد که به خاطر ماهیت فرومغناطیس برهم‌کنش ناهمسانگرد کین- ملِ در راستای z اسپین‌ها، در هر دو راستای x و y شبکهٔ مربعی ناکامی مدل کاهش می‌یابد. جهت بردار برهم‌کنش DM در جهت عمود بر راستای نزدیک‌ترین همسایه است (شکل ۱).

۳. روش لاتینجر- تیزا

روش لاتینجر- تیزا برای پیدا کردن حالت پایهٔ کلاسیکی هامیلتونی اسپینی مربعی مناسب است [۱۵ و ۱۶]. با تبدیلات فوریه از اسپین‌ها و ثابت‌های جفت‌شدگی، می‌توان یک نمایش ماتریسی برای هامیلتونی اسپینی مربعی به دست آورد. کمترین ویژه مقدار ماتریس هامیلتونی و ویژه بردار متناظر با این ویژه مقدار، به ترتیب انرژی حالت پایه و ساختار اسپینی پایدار را به ازای هر مقدار از شدت برهم‌کنش‌های تبادلی مشخص می‌کنند. شبکهٔ مربعی از یاخته‌های واحد تک اتمی تشکیل شده است، بنابراین تبدیل فوریه اسپین جایگاه iام عبارت است از:

$$\vec{S}(\vec{r}_i) = \frac{۱}{\sqrt{N}} \sum_q \vec{S}_q e^{-i\vec{q}.\vec{r}_i}, \quad (۸)$$



شکل ۱. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) جهت بردار برهم‌کنش ژیالوشینسکی- موریا در راستاهای مختلف شبکهٔ مربعی.

که $\vec{r_i}$ بردارهای انتقال شبکهٔ مربعی و N تعداد یاخته‌های واحد را نشان می‌دهند. با جایگذاری تبدیل فوریه اسپین در هامیلتونی مؤثر معادلهٔ (۴)، با تعریف $\vec{S}^T_{-q} = [S^x_{-q}, S^y_{-q}, S^z_{-q}]$ می‌توان هامیلتونی را به شکل ماتریسی همانند زیر بازنویسی کرد:

$$H = \sum_q \vec{S}^T_{-q}.M_q.\vec{S}_q, \qquad (۹)$$

ماتریس M_q به صورت زیر داده می‌شود:

$$M_q = \begin{pmatrix} A_q & ۰ & -iD_q \\ ۰ & B_q & -iF_q \\ iD_q & iF_q & C_q \end{pmatrix}, \qquad (۱۰)$$

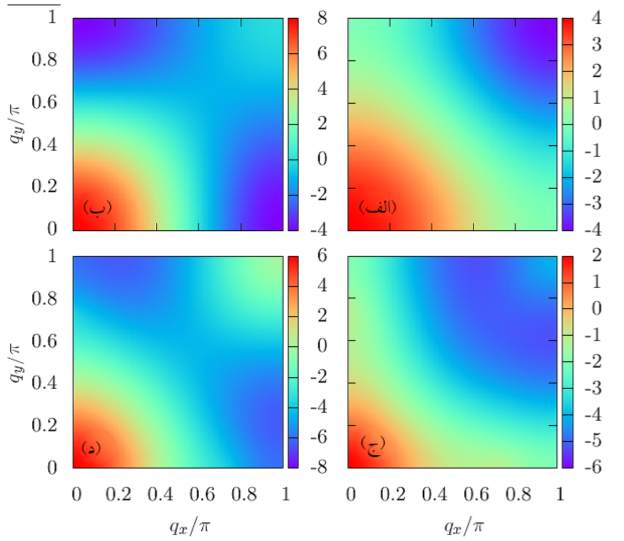
عناصر ماتریسی عبارتند از:

$$\begin{aligned} A_q &= ۲[\cos(q_x)+\cos(q_y)]+۴J_۲ \\ &[\cos(q_x)\cos(q_y)]-۲J_R[\cos(q_x)-\cos(q_y)], \\ B_q &= ۲[\cos(q_x)+\cos(q_y)]+۴J_۲ \\ &[\cos(q_x)\cos(q_y)]+۲J_R[\cos(q_x)-\cos(q_y)], \\ C_q &= ۲[\cos(q_x)+\cos(q_y)]+۴J_۲ \\ &[\cos(q_x)\cos(q_y)]-۲J_R[\cos(q_x)+\cos(q_y)], \\ D_q &= ۴\sqrt{J_R}\sin(q_x), \\ F_q &= ۴\sqrt{J_R}\sin(q_y), \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

برای سادگی، در محاسبات $J_۱$ برابر با مقدار واحد در نظر گرفته شده است. برای کمینه‌سازی ماتریس هامیلتونی در منطقهٔ اول بریلوئن به ازای $۰ \le J_۲ \le ۱$ و $۰ \le J_R \le ۱$، از روش عددی ژاکوبی استفاده کرده‌ایم. بردار موجی که به ازای آن ویژه مقدار ماتریس هامیلتونی برای مقادیر معین پارامترهای هامیلتونی مؤثر کمینه می‌شود، معرف بردار موج حالت پایهٔ مغناطیسی سامانهٔ اسپینی در این مقادیر پارامترهای هامیلتونی است.

در ابتدا سعی می‌کنیم فازهای مغناطیسی پایدار مدل هایزنبرگ همسایهٔ اول و دوم را در غیاب جملات ناهمسانگرد بررسی کنیم ($J_R = ۰$). اگر تنها برهم‌کنش هایزنبرگ نزدیک ترین همسایه‌ها در هامیلتونی اسپینی در نظر گرفته شود، انرژی در نقطهٔ $q = (\pi, \pi)$ کمینه می‌شود (شکل ۲. الف) که بیانگر نظم مغناطیسی نل روی شبکهٔ مربعی است. جهت‌گیری اسپین‌ها در نظم نل به گونه‌ای است که هر اسپین در جهت مخالف با نزدیک‌ترین اسپین‌های همسایه‌اش جفت شده است (شکل ۳. الف). واضح است که یاختهٔ واحد مغناطیسی در این حالت شامل دو اسپین با جهت‌های مخالف است. با اضافه کردن برهم‌کنش همسانگرد همسایهٔ دوم ($J_۲ \neq ۰$) در هامیلتونی مؤثر اسپینی، نظم نل تا $J_۲ < ۱/۲$ پایدار باقی می‌ماند. دقیقاً در $J_۲ = ۱/۲$، انرژی به ازای qهای روی مرز ناحیه اول بریلوئن کمینه می‌شود. یعنی حالت پایهٔ کلاسیکی به ازای $J_۲ = ۱/۲$، واگنی بی نهایت دارد و سامانهٔ اسپینی نمی‌تواند یک آرایشی با نظم بلند برد مغناطیسی را انتخاب کند. به ازای $J_۲ > ۱/۲$، کمینه انرژی در نقاط $q = (۰, \pi)$ و $q = (\pi, ۰)$ قرار می‌گیرد (شکل ۲. ب). نظم مغناطیسی متناظر با این بردار موج‌ها، به ترتیب نظم مغناطیسی ستونی و سطری است. آرایش اسپینی در این حالت به گونه‌ای است که اسپین‌ها در یک راستای شبکهٔ مربعی به صورت فرومغناطیس مرتب شده‌اند و در راستای دیگر آرایش پادفرومغناطیس دارند (شکل ۳ .ب). تغییرات انرژی کمینه بر حسب $J_۲$ به ازای مقادیر مختلف J_R در شکل ۴ نشان داده شده است. ناپیوستگی مشتق مرتبهٔ اول انرژی در $J_۲ = ۱/۲$ به ازای $J_R = ۰$، بیانگر گذار فاز مرتبهٔ اول بین نظم‌های بلند برد مغناطیسی نل و ستونی است.

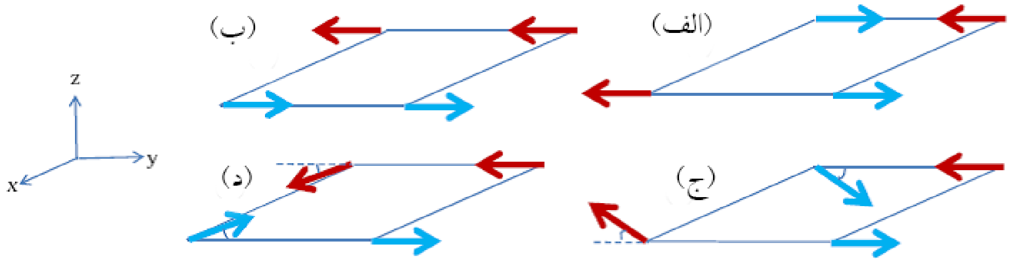
قبلاً توضیح داده شد که با اضافه کردن برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا به هامیلتونی هابارد، هامیلتونی مؤثر در حد همبستگی قوی شامل جملات ناهمسانگرد کین- ملِ و ژیالوشینسیکی- موریا خواهد بود (معادلهٔ ۴). به ازای مقادیر



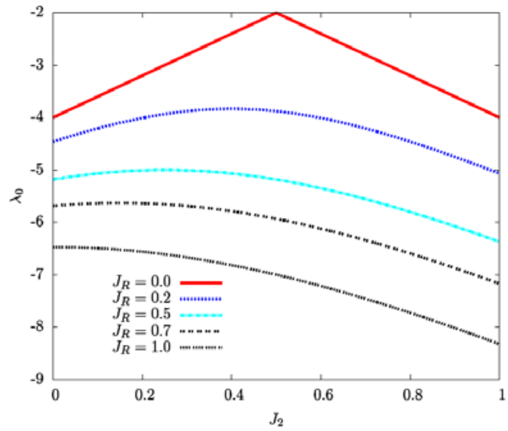
شکل ۲. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) ویژه مقدار کمینهٔ مدل مؤثر در صفحهٔ (q_x,q_y) به ازای مقادیری از ثابت‌های جفت‌شدگی.
(الف) $J_R=۰/۰$، $J_۲=۰/۰$، (ب) $J_R=۰/۰$، $J_۲=۱/۰$، (ج) $J_R=۰/۵$، $J_۲=۰/۰$ و (د) $J_R=۰/۵$، $J_۲=۱/۰$.

غیر صفر J_R، نظم مغناطیسی پیچشی درون صفحه‌ای با بردار موج‌های $q=(\pi,q_{inc})$ و $q=(q_{inc},\pi)$ به ترتیب در صفحات yz و xz برای همهٔ مقادیر $J_۲$ پایدار می‌شود (شکل ۲. ج و ۲. د). مؤلفهٔ q_{inc}، معرف این نکته است که بردار موج اسپینی، ضریب گویایی از بردار شبکهٔ وارون نیست؛ یعنی اگر $\vec{G}$ بردار شبکه وارون باشد، $q_{inc}\neq \frac{m}{n}G$ که m و n اعداد صحیح هستند. حالت‌های پایهٔ مغناطیسی با بردار موج q_{inc}، معرف نظم مغناطیسی ناجور هستند.

در این حالت به خاطر وجود ناهمسانگردی در راستاهای مختلف، کمینه انرژی به ازای سمت‌گیری اسپین‌ها در صفحات xz و yz اتفاق می‌افتد. سمت‌گیری اسپین‌ها در صفحات مختلف با انرژی یکسان، بیانگر تبهگنی حالت پایهٔ با نظم مغناطیسی پیچشی درون صفحه‌ای است. آرایش اسپینی فاز پیچشی درون صفحه‌ای در شکل‌های ۳. ج و ۳. د نمایش داده شده است. اسپین‌ها در یک راستا آرایش پادفرومغناطیس دارند و در راستای دیگر، اسپین‌ها به صورت پیچشی روی جایگاه‌های شبکهٔ مربعی مرتب شده‌اند. برای فهم پایداری فاز پیچشی درون صفحه‌ای در حضور برهم‌کنش اسپین- مدار راشبا، فرض می‌کنیم که بردار اسپین در جایگاه مرجع فقط مؤلفهٔ y دارد. با این فرض، جمله برهم‌کنشی ژیالوشینسکی- موریا در راستای محور x شبکهٔ مربعی معادلهٔ (۵) سهمی در آرایش نهایی اسپین‌ها نخواهد داشت. بنابراین در این حالت، جملات ناهمسانگرد باعث آرایش اسپین‌ها به صورت پادفرومغناطیس ($q_x=\pi$) در راستای x شبکهٔ مربعی می‌شوند. برای این حالت خاص، اسپین‌ها در راستای y شبکهٔ مربعی می‌توانند با برهم‌کنش ژیالوشینکی- موریا همانند $-۲\sqrt{J_R}S_i^yS_j^z$، به هم جفت شوند. این جفت‌شدگی، باعث منظم شدن اسپین‌ها در صفحهٔ yz می‌شود. واضح است که آرایش اسپینی در راستای y شبکهٔ مربعی، در صورتی کمینه خواهد شد که اسپین‌ها در راستای $+z$ مؤلفه داشته باشند. یعنی بردار موج $q_y=q_{inc}$ باید در بازهٔ $[۰,\pi]$ باشد. به عنوان نتیجه، اسپین‌ها در راستای محور x به صورت پادفرومغناطیس جهت‌گیری می‌کنند، ولی در راستای محور y، اسپین‌ها نسبت به یکدیگر به اندازهٔ $\vec{q}_{inc}.\vec{r}$ حول محور x و در جهت خلاف عقربه‌های ساعت می‌چرخند (۳. ج). با استدلالی مشابه، در صورتی که فقط مؤلفهٔ x اسپین در جایگاه مرجع غیر صفر باشد، اسپین‌ها در راستای محور x شبکهٔ مربعی با آرایش نظم پیچشی در صفحهٔ xz انرژی‌شان را کمینه می‌کنند و در راستای محور y شبکه به صورت پادفرومغناطیس مرتب می‌شوند. به طور کلی می‌توان این طور بیان کرد که مؤلفه‌های x و y برهم‌کنش تبادلی ژیالوشینسکی- موریا باعث پایداری فازهای مغناطیسی درون صفحه‌ای ناجور می‌شوند. در شکل ۴ دیده می‌شود که به ازای J_R های غیرصفر، انرژی حالت پایه بر حسب $J_۲$ هیچ گونه ناپیوستگی که معرف گذار فاز مغناطیسی باشد، ندارد. بنابراین، فاز پیچشی درون صفحه‌ای برای همهٔ مقادیر J_R پایدار باقی می‌ماند. تغییرات q_{inc} بر حسب $J_۲$ برای J_R های متفاوت در شکل (۵ سمت راست) نشان داده شده است. برای حالت $J_R=۰$، بردار موج در $J_۲=۰٫۵$ از مقدار π به صفر پرش می‌کند که معرف گذار مرتبهٔ اول از



شکل ۳. (الف) نظم نل با بردار موج $q=(\pi,\pi)$، (ب) نظم ستونی با بردار موج $q=(\pi,0)$، (ج) نظم پیچشی درون صفحه‌ای yz با بردار موج $q=(\pi,q_{inc})$ و (د) نظم پیچشی درون صفحه‌ای yz با بردار موج $q=(\pi,q_{inc})$.



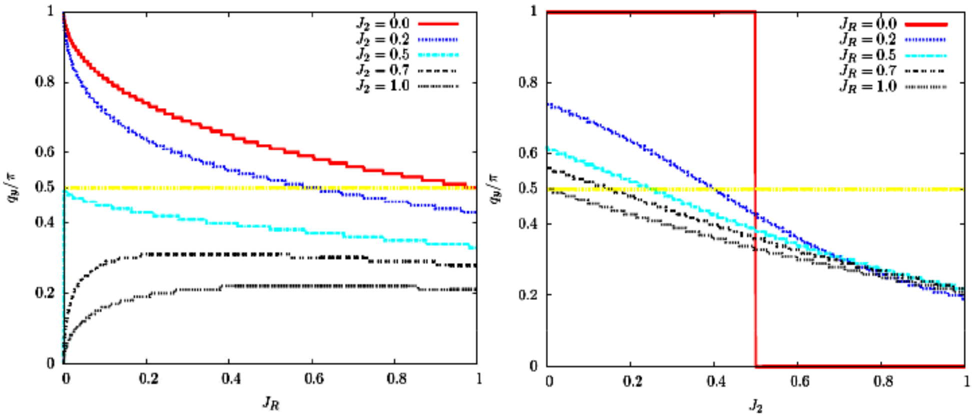
شکل ۴. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) تغییرات کمینه انرژی بر حسب J_2 برای مقادیر مختلف برهم‌کنش ناهمسانگرد J_R.

اول از فاز نل به فاز ستونی است. با روشن شدن برهم‌کنش J_R، بردار موج با افزایش J_2 کاهش می‌یابد و بر روی خط $J_R=-2J_2+1$ به مقدار $q_{inc}=\pi/2$ می‌رسد. به ازای $q_{inc}=\pi/2$، انرژی حالت پایه بیشترین مقدارش را خواهد داشت (شکل ۴). با افزایش بیشتر مقدار J_R، q_{inc} به یک مقدار حدی کاهش می‌یابد. شکل ۵ سمت چپ، تغییرات q_{inc} بر حسب J_R برای J_2های مختلف را نشان می‌دهد. پس به ازای هر مقدار J_R، برای همه مقادیر J_2 نظم پیچشی پایدار خواهد شد. قابل توجه است که به محض روشن شدن برهم‌کنش J_R، تبهگنی کلاسیکی در $J_2=1/2$ از بین خواهد رفت و انرژی سامانه با انتخاب بردار موج‌هایی بر روی خط‌های $q_x=\pi$ و $q_y=\pi$ کمینه می‌شود.

علت وجود قله در نمودار انرژی حالت پایه بر حسب برهم‌کنش همسایهٔ دوم شکل ۴ برهم‌کنش‌های تبادلی کین- ملِ در معادلات (۵) و (۶) هامیلتونی مؤثر است. وجود برهم‌کنش‌های ناهمسانگرد وابسته به راستای شبکه، باعث نظم اسپین‌ها به صورت سطری و یا ستونی می‌شوند. به عنوان مثال اگر اسپین مرجع در راستای y جهت‌گیری کند، حالت پایهٔ برهم‌کنش کین- ملِ در هامیلتونی مؤثر در راستای محور x پادفرومغناطیس است، اما در راستای محور y فرومغناطیس است. پس در حضور برهم‌کنش پادفرومغناطیس همسایهٔ دوم، افزایش شدت J_R تا مقدار یک می‌تواند باعث غلبه برهم‌کنش پادفرومغناطیس همسایهٔ اول و گذار از فاز نل به فاز ستونی می‌شود. از آنجایی که اسپین‌ها در حضور برهم‌کنش ژیالوشینسکی- موریا مؤلفهٔ z دارند. حالت پایهٔ هامیلتونی مدل در حضور هر دو جمله ژیالوشینسکی- موریا و کین- ملِ، بر حسب شدت برهم‌کنش همسایهٔ دوم، دارای مؤلفه S_y نل و یا ستونی است. بنابراین برای $J_R<-2J_2+1$، مؤلفه‌های S_y در شبکه نظم نل ایجاد می‌کنند ولی با افزایش J_R و بعد از خط $J_R=-2J_2+1$ مؤلفه‌های اسپین به صورت ستونی منظم خواهند شد.

۴. روش کمینه‌سازی وردشی

در این روش، ما اسپین‌ها را به گونه‌ای پارامتری می‌کنیم که اندازهٔ هر اسپین در هر جایگاه شبکه برابر با واحد باشد. یعنی قید قوی، همان بهنجارش اسپین‌ها، در هر جایگاه برقرار باشد.



شکل ۵. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) راست: تغییرات q_{inc} بر حسب J_2 برای J_Rهای متفاوت، چپ: تغییرات q_{inc} به عنوان تابعی از J_R برای J_2های متفاوت.

برای این که بتوانیم همهٔ حالت‌های مغناطیسی پایدار را به ازای شدت ثابت‌های جفت‌شدگی مختلف مطالعه کنیم نیاز است هر سه مؤلفهٔ اسپین را در نظر بگیریم. هر یاختهٔ واحد شبکهٔ مربعی، شامل یک اسپین است. بنابراین اسپین در هرجایگاه را می‌توان همانند زیر پارامتری کرد:

$$\begin{aligned} S_i^x &= S\sin(\theta_i)\cos(\phi_i), \\ S_i^y &= S\sin(\theta_i)\sin(\phi_i), \\ S_i^z &= S\cos(\theta_i), \end{aligned} \tag{۱۲}$$

که در آن

$$\begin{aligned} \theta_i &= \vec{q}'.\vec{r}_i+\varphi, \\ \phi_i &= \vec{q}.\vec{r}_i. \end{aligned} \tag{۱۳}$$

با جایگذاری روابط فوق در هامیلتونی مؤثر معادله (۴) و کمینه‌سازی انرژی کلاسیکی نسبت به هفت متغییر $\vec{q},\vec{q}',\phi$ می‌توان حالت‌های پایه مختلف و آرایش‌های اسپینی متناظر با آنها را به‌دست آورد. برای کمینه‌سازی عددی انرژی کلاسیکی، از روش گرمایش و سرمایش که در بسته بهینه‌سازی متمتیکا شبیه‌سازی شده است، استفاده کرده‌ایم. فازهای نل و ستونی که به ترتیب برای $J_2<1/2$ و $J_2>1/2$ مدل هایزنبرگ همسایهٔ دوم مطرح شده‌اند به آسانی می‌توان با استفاده از این روش به دست آورد. نتایج عددی، حالت پایهٔ تبهگن کلاسیکی را به ازای $J_2=1/2$ نشان می‌دهد. اینجا می‌خواهیم درستی پایداری فاز پیچشی مغناطیسی را که به ازای $J_R\neq 0$ و با استفاده از روش لاتینجر- تیزا به دست آوردیم، بررسی کنیم. انرژی کلاسیکی در فاز پیچشی به ازای هر اسپین به صورت زیر داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{E_{cl}}{S^2} &= \frac{J_1}{2}[\cos(q_x)\cos(q_x')+\cos(q_y)\cos(q_y') \\ &+\cos(q_x')+\cos(q_y')]+\frac{J_2}{2}[\cos(q_x+q_y)\cos(q_x'+q_y') \\ &+\cos(q_x-q_y)\cos(q_x'-q_y')+\cos(q_x'+q_y') \\ &+\cos(q_x'-q_y')]-\frac{J_R}{2}[\cos(q_x)\cos(q_x') \\ &+\cos(q_x')]+\frac{J_R}{2}[\cos(q_y)\cos(q_y')-\cos(q_y')], \end{aligned} \tag{۱۴}$$

با کیمنه‌سازی این انرژی، محاسبات عددی ما فاز مغناطیسی پیچشی درون صفحه‌ای ناجور، همانند فازی که با روش لاتینجر- تیزا برای $J_R\neq 0$ به‌دست آمده بود را نشان می‌دهد.

۵. نتیجه گیری

در سامانه‌هایی که تقارن وارونی را می‌شکنند، مانند سامانه‌هایی که روی یک زیرلایه رشد داده شده‌اند یا سامانه‌های دوبعدی که در فصل مشترک دو ماده مختلف تشکیل می‌شوند، نیاز است که برای بررسی فیزیک این گونه سامانه‌ها جفت‌شدگی اسپین- مدار راشبا در نظر گرفته شود. هامیلتونی مؤثر مدل راشبا- هابارد در حد همبستهٔ قوی شامل برهم‌کنش ژیالوشینسکی- موریا است. نتایج نشان می‌دهد که این برهم‌کنش ناهمسانگرد، نقش به‌سزایی در پایداری فاز پیچشی درون صفحه‌ای روی

شبکه مربعی دارد. قابل ذکر است که وجود این برهم‌کنش ناهمسانگرد، واگنی کلاسیکی بی نهایت در $J_2 = 1/2$ را هم از بین می‌برد. بنابراین اثر افت و خیزهای کوانتومی می‌تواند منجر به پایداری فاز مایع اسپین کوانتومی در این سامانه‌های ناکام با نظم پیچشی شود. پایداری فاز پیچشی ناشی از برهم‌کنش ژیالوشینسکی- موریا در سیستم‌های مختلف مورد تأیید قرار گرفته است [۱۷ و ۱۸]. مطالعات تجربی موادی با ساختار لایه‌ای نشان می‌دهد که جفت‌های کوپر در مادۀ ابررسانای تک‌تایی که در تماس با ماده مغناطیسی با نظم پیچشی است به جفت‌های کوپر سه‌تایی تبدیل می‌شوند [۱۹-۲۱]. بنابراین ابررساناهای نامتعارف نوع موج p- که به عنوان ابررساناهای توپولوژی با حالت‌های مرزی شناخته می‌شود را می‌توان با داده‌اند که افت و خیزهای اسپینی نقش مهمی را در جفت‌شدگی الکترون‌ها برای تشکیل زوج‌های کوپر بازی می‌کنند [۲۴]. اخیراً مطالعات نظری زیادی برای مطالعۀ نوع گاف ابررسانایی و عامل تشکیل زوج‌های کوپر در مدل راشبا- هابارد آلایش یافته با حفره اختصاص یافته است [۲۴-۲۷]. گرکو و همچنین نتایج ایشان بیانگر این است که با افزایش استفاده از مواد مغناطیسی با نظم پیچشی ساخت. اهمیت مطالعۀ ابررساناهای توپولوژی، به خاطر وجود مایوران‌های فرمیونی که از آمار غیرآبلی پیروی می‌کنند، است [۲۲ و ۲۳]. همچنین، همکاران نشان برهم‌کنش کولنی هابارد، افت و خیزهای مغناطیسی افزایش می‌یابد و سیستم از فاز ابررسانایی به فاز مغناطیسی منظم گذار فاز انجام می‌دهد. تعدادی از پژوهشگران با محاسبۀ پذیرفتاری مغناطیسی نشان داده‌اند که در حالت نیمه پر، یعنی $n = 1$، افت و خیزهای مغناطیسی به ازای بردار موج‌های ناجور، بیشینه مقدار را دارد که این نتیجه، مشابه نتیجه‌ای است که ما در این مقاله به‌دست آورده‌ایم [۲۴ و ۲۷]. قصد داریم در کارهای بعدی، پایداری فاز مغناطیسی پیچشی را در برابر افت و خیزهای کوانتومی با استفاده از روش‌های موج اسپینی و گروه بازبهنجارش ماتریس چگالی مورد بررسی قرار دهیم.

مراجع

1. P Fazekas, "*Lecture note on electron correlation and magnetism"*, London, World Scientific (1999).
2. L Balents, *Nature* **464** (2010) 199.
3. P W Anderson, *Science,* **235** (1987) 1196.
4. P A Lee, N Nagaosa, X -G Wen, *Rev. Mod. Phys.* **78** (2006) 17.
5. H C Jiang, Z Wang, and L Balents, *Nature Phys.* **8** (2012) 902.
6. AY Kitaev, *Annals of Phys.* **303** (2003) 2.
7. A Y Kitaev, *Annals of Phys.* **321** (2006) 2.
8. M Sasaki, K Hukushima, H Yoshino, and H Takayama, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 137202.
9. Y Li and *et. al*., *Sci. Rep.* **5** (2015) 16419.
10. Y Singh and P Gegenwart, *Phys. Rev.* B **82** (2010) 064412.
11. J A Sears and *et. al*., *Phys. Rev.* B **91** (2015) 144420.
12. A Biffin and *et. al*., *Phys. Rev.* B **90** (2014) 205116.
13. N Reyre and *et. al*., *Science* **317** (2007) 1169.
14. C Chang Tsuei, arXiv:cond-mat/1306.0652.
15. J M Luttinger and L Tisza, *Phys. Rev.* B **70** (1946) 954.
16. D H Lyons, and T A Kaplan, *Phys. Rev.* **120** (1960) 1580.
17. B Doucot, D L Kovrizhin, and R Moessner, *Annals of Phys.* **399** (2018) 239.
18. O I Utesov, AV Sizanov, and AV Syromyatnikov, *Phys. Rev.* B **92** (2015) 125110.
19. R S Keizer, and *et al*., *Nature* **439** (2006) 825.
20. T S Khaire and *et. al*,. *Phys. Rev. Letter.* **104** (2010) 137002.
21. J W A Robinson, J Witt, and M Blamire. *Sience.* **329** (2010) 59.
22. A F Volkov, A Anishchanka, and K B Efetov, *Phys. Rev.* B **73** (2015) 104412.
23. C W J Beenakker, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **4** (2013) 113.
24. A Greco, and A P Schnyder, *Phys. Rev. Letter.* **120** (2018) 177002.
25. R Ghadimi, M Kargarian, and S A Jafari, *Phys. Rev.* B **99** (2019) 115122.
26. X Lu, and D Senechal, *Phys. Rev.* B **98** (2018) 245118.
27. A Greco, M Bejas, and A P Schnyder, arXiv:cond-mat/1910.14621.