



اتم چهار ترازی محصور در یک کاواک اپتیکی با گذار چند فوتونی در رژیم حالت پایا

بابک پروین

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه مراغه، مراغه

پست الکترونیکی: parvin@maragheh.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۵/۳۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۱۰/۰۳)

چکیده

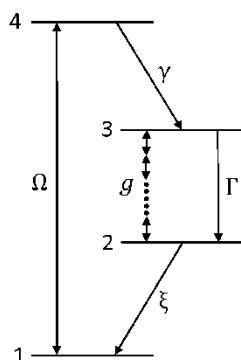
سازوکار یک اتم چهار ترازی محصور شده در یک کاواک اپتیکی تک مد با گذار چند فوتونی از لحاظ تئوری در حالت پایا بررسی شده است. رفتار سامانه اتم- کاواک بر حسب معادله اصلی بیان شده است که برای حل این معادله، از مجموعه‌ای از مقادیر چشمداشتی یک سری عملگر استفاده شده است. روش کسرهای دنباله‌دار ماتریسی برای حل عددی این دسته از مقادیر چشمداشتی جفت شده به کار رفته است. نحوه تغییرات کمیت‌های فیزیکی وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع همبستگی مرتبه دوم به ازای هر گذار مطالعه شده است. در نهایت فرایند تبدیل اتم چهار ترازی به یک اتم سه ترازی تحت چندین شرط خاص برای هر گذاری، مورد بحث قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: اتم چهار ترازی، کاواک اپتیکی، معادله اصلی، کسرهای دنباله‌دار ماتریسی، لیزینگ

۱. مقدمه

برای مطالعه اثرات کوانتومی در برهمکنش میدان‌های الکترومغناطیسی با ماده است [۲]. یک لیزر تک اتمی، وسیله‌ای که یک اتم به دام افتاده را برای تقویت میدان لیزری مورد استفاده قرار می‌دهد، یک سامانه مورد توجه در اپتیک کوانتومی است. در دهه اخیر، کارهای آزمایشگاهی و نظری زیادی برای تحقق چنین وسیله‌ای انجام شده است [۳-۴]. موضوع بسیار جالب توجه در اپتیک کوانتومی با برهمکنش اتم‌ها و میدان‌های کوانتیده سر و کار دارد [۵]. در کارهای قبلی، اتم‌های سه ترازی مجزا با پیکربندی‌های V و Λ به دام افتاده در یک کاواک اپتیکی تک مد با گذار چند فوتونی بررسی شده

مدل جینز- کامینگ، ساده‌ترین مدلی است که برای توصیف برهمکنش‌های تک فوتونی بین مد تابش الکترومغناطیسی و یک اتم دو ترازی، مناسب است. این مدل به شکل غیر خطی که در زمینه فرایندهای چند فوتونی به کار می‌رود، تعمیم یافته است. علاوه بر این، این مدل به مسائلی که در آن فوتون‌ها از سامانه نشت پیدا می‌کنند، با اضافه کردن یک جمله واپاشی که در روش معادله اصلی به دست می‌آید، ادامه پیدا کرده است [۱]. یک لیزر تک اتمی که در آن بیشتر از یک اتم در مشدد اپتیکی وجود ندارد، یکی از سیستم‌های کلیدی



شکل ۱. ترازهای انرژی یک اتم چهار تراز با گذار چند فوتونی بین ترازهای ۲ و ۳ را نشان می‌دهد که در یک کاواک اپتیکی تک مد به دام افتاده است.

گرفته است. در بخش ۳، نمودار تعدادی از کمیت‌های فیزیکی و نتایج حاصل از آنها نشان داده شده است. در بخش ۴، نحوه تبدیل اتم چهار تراز محصور در کاواک به یک اتم سه تراز در حالت گذار سه فوتونی به همراه منحنی‌های مربوطه نشان داده شده است. در بخش نهایی هم نتایج به دست آمده نگاشته شده است.

۲. معرفی مدل

یک اتم چهار تراز مطابق شکل ۱ در یک کاواک اپتیکی تک مد با آهنگ واپاشی κ محصور شده است. گذار ۱-۴ اتم با یک میدان کلاسیکی با بسامد ω_l در حالت تشدید، تحریک می‌شود. بسامد رابی میدان کلاسیکی اعمالی Ω است و برای سادگی آن را حقیقی در نظر می‌گیریم. نرخ‌های واپاشی خودبه‌خودی از ترازهای ۴ به ۳، ۳ به ۲ و ۲ به ۱ به ترتیب γ ، Γ و ξ هستند. ضریب جفت‌شدگی بین گذار ۳-۲ اتم و کاواک g است. فرض بر این است که گذار بین دو تراز ۲ و ۳ از طریق q فوتون در حالت تشدید صورت می‌پذیرد. هامیلتونی کل این سامانه در تقریب‌های موج چرخان و دو قطبی به صورت زیر نوشته می‌شود [۹]:

$$H = \hbar\omega a^\dagger a + \hbar \sum_{i=1}^4 \omega_i \hat{A}_{ii} + \hbar g \left(a^q \hat{A}_{32} + a^{\dagger q} \hat{A}_{23} \right) + \frac{\hbar\Omega}{\gamma} \left(\hat{A}_{12} e^{i\omega_l t} + \hat{A}_{21} e^{-i\omega_l t} \right), \quad (1)$$

بودند [۶-۷]. در این مقاله، این سازوکار در یک اتم چهار تراز مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در مقایسه با بحث‌های [۶-۷]، نتایج آورده شده در اینجا حاکی از آن است که در یک اتم چهار تراز با وجود واپاشی‌های قابل ملاحظه کاواک اپتیکی، امکان پدیده لیزینگ در سامانه با افزایش تعداد گذارهای اتمی امکان‌پذیر است. همچنین می‌توان اتم چهار تراز مورد مطالعه در این بحث را همان اتم چهار تراز ارائه شده در [۸] در نظر گرفت، که در آن به جای گذار تک فوتونی بین ترازهای ۲ و ۳ اتم از گذار چند فوتونی بین این دو تراز استفاده شده است. کمیت‌های فیزیکی بررسی شده در این بحث شامل وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع همدوسی مرتبه دوم با تأخیر زمانی صفر است. نتایج نشان می‌دهند که برای هر گذاری، وارونی جمعیت اتمی مثبت بوده و پدیده اشباع در منحنی‌های تعداد فوتون میانگین قابل مشاهده است. با افزایش تعداد گذارها، تعداد فوتون میانگین افزایش پیدا کرده و امکان فرایند لیزینگ و ایجاد نور همدوس فراهم می‌شود. برای بررسی رفتار نور گسیل شده از سامانه، از تابع همدوسی مرتبه دوم با تأخیر زمانی صفر، $G^{(2)}(0)$ استفاده شده است. در نهایت امکان تبدیل اتم چهار تراز محصور در کاواک به یک اتم سه تراز با اعمال شرایط مختلف به ازای هر گذاری بررسی شده است. مقایسه نتایج رسم شده از الگوی اتم سه تراز با شبیه‌سازی‌های منتج از اتم چهار تراز برای گذارهای متفاوت، نشان می‌دهد که در حد میدان ضعیف، اتم چهار تراز را می‌توان با تقریب خوبی با یک اتم سه تراز جایگزین کرد.

مطالب بحث شده در این کار، به صورت زیر ارائه شده اند. در بخش ۲، ساختار کلی اتم چهار تراز محصور در کاواک به همراه هامیلتونی و معادله اصلی سامانه اتم- کاواک بیان شده است. روش حل معادله اصلی در حالت پایا در همین بخش مورد بررسی قرار

زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{C}_n = g \sum_{m=1}^q \binom{q}{m} \frac{n!}{(n-m)!} D_{n-m+1} - \kappa n C_n, \quad (13)$$

$$\dot{H}_n = -\frac{\Omega}{r} L_n - (\gamma + \kappa n) H_n, \quad (14)$$

$$\dot{J}_n = -g D_{n+1} + \gamma H_n - (\Gamma + \kappa n) J_n, \quad (15)$$

$$\dot{F}_n = g \sum_{m=0}^q \binom{q}{m} \frac{n!}{(n-m)!} D_{n-m+1} + \Gamma J_n - (\xi + \kappa n) F_n, \quad (16)$$

$$\dot{L}_n = r \Omega H_n - \Omega C_n + \Omega F_n + \Omega J_n - \left(\frac{\gamma}{r} + \kappa n \right) L_n, \quad (17)$$

$$\dot{D}_n = -r g F_{n+q-1} + r g \sum_{m=0}^q \binom{q}{m} \frac{(n+q-1)!}{(n+q-m-1)!} J_{n+q-m-1} - \frac{1}{r} (\Gamma + \xi + \kappa(rn+q-r)) D_n. \quad (18)$$

مجموعه معادلات جفت شده (۱۳)-(۱۸) برای مقادیر مختلف q -ی طبیعی برقرارند، ولی در اینجا برای سادگی، محاسبات خود را به گذارهای تک فوتونی، $q=1$ ، تا سه فوتونی، $q=3$ ، محدود می‌کنیم. چون مراحل انجام محاسبات در این حالت به ازای هر q مشابه هم است، بنابراین فقط معادلات مربوط به حالت گذار سه فوتونی را باز می‌کنیم. در گذار سه فوتونی، معادلات (۷)-(۱۲) به شکل زیر در می‌آیند:

$$C_n = \langle a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (19)$$

$$H_n = \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (20)$$

$$J_n = \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (21)$$

$$F_n = \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (22)$$

$$L_n = i \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n - \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (23)$$

$$D_n = i \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n-1} a^{n+r} - \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n+r} a^{n-1} \rangle, \quad (24)$$

که در اینجا هم معادلات (۱۹) تا (۲۳) به ازای $n \geq 0$ و معادله دیگر هم برای $n \geq 1$ برقرار هستند. وابستگی زمانی این معادلات هم با جایگذاری $q=3$ در معادلات (۱۳)-(۱۸) به دست می‌آید:

که در آن a عملگر فنا (خلق) مد میدان کواک با بسامد ω است. \hat{A}_{ij} ها عملگرهای مربوط به جمعیت تراز i -ام اتم با بسامد ω_i هستند. عملگرهای بالابرنده و پایین آورنده اتمی بین ترازهای i و j هم \hat{A}_{ij} ها هستند. برای این که سهم جملات مربوط به واپاشی‌های اتم و کواک را در محاسبات وارد کنیم، می‌توان برای تحول سامانه اتم-کواک از معادله اصلی استفاده کرد که فرم آن به شکل زیر نوشته می‌شود [۱۰-۱۱]:

$$\dot{\rho} = -i \left[g \left(a^q \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} + a^{\dagger q} \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \right) + \frac{\Omega}{r} \left(\hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} + \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \right), \rho \right] + \ell_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho + \ell_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho + \ell_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho + \ell_c \rho, \quad (2)$$

که در آن داریم:

$$\ell_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho = \frac{\gamma}{r} \left(r \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} - \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho - \rho \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \right), \quad (3)$$

$$\ell_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho = \frac{\Gamma}{r} \left(r \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} - \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho - \rho \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \right), \quad (4)$$

$$\ell_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho = \frac{\xi}{r} \left(r \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} - \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \rho - \rho \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} \right), \quad (5)$$

$$\ell_c \rho = \frac{\kappa}{r} \left(r a \rho a^{\dagger} - a^{\dagger} a \rho - \rho a^{\dagger} a \right). \quad (6)$$

که جملات (۳) تا (۵) به ترتیب مربوط به آهنگ‌های گسیل خودبه‌خودی از ترازهای ۴ به ۳، ۳ به ۲ و ۲ به ۱ هستند و معادله (۶) -م هم واپاشی کواک را توصیف می‌کند. برای حل عددی معادله اصلی (۲) می‌توان از مقادیر چشمداشتی کمیت‌های زیرین برای حالت کلی گذار q -فوتونی استفاده کرد [۱۲]:

$$C_n = \langle a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (7)$$

$$H_n = \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (8)$$

$$J_n = \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (9)$$

$$F_n = \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (10)$$

$$L_n = i \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n - \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n} a^n \rangle, \quad (11)$$

$$D_n = i \langle \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n-1} a^{n+q-1} - \hat{A}_{\mathcal{F}\mathcal{F}} a^{\dagger n+q-1} a^{n-1} \rangle, \quad (12)$$

که معادلات (۷) تا (۱۱) برای $n \geq 0$ و معادله (۱۲) به ازای $n \geq 1$ برقرار هستند. تحول زمانی معادلات (۷)-(۱۲) از رویط

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= rgn(n-1), \\
 \lambda_r &= gn(n-1)(n-r), \\
 \lambda_\gamma &= -(\gamma + \kappa n), \\
 \lambda_\Gamma &= -(\Gamma + \kappa n), \\
 \lambda_\xi &= -(\xi + \kappa n), \\
 \lambda_\epsilon &= -\left(\frac{\gamma}{r} + \kappa n\right), \\
 \lambda_\nu &= \epsilon g(n+r), \\
 \lambda_\lambda &= \epsilon g(n+1)(n+r), \\
 \lambda_q &= rgn(n+1)(n+r), \\
 \lambda_{10} &= -\frac{1}{r}(\Gamma + \xi + \kappa(rn+1)).
 \end{aligned}
 \tag{38}$$

چون در معادله (۳۱)، ϕ_i ها با پنج شاخص مختلف با هم جفت شده‌اند، برای حل آن باید در ابتدا آن را به یک رابطه بازگشتی سه شاخصی تبدیل کرد. بدین منظور از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\psi_n = (\phi_n \ \phi_{n+1})^T, \tag{39}$$

با انجام این تبدیل، معادله (۳۱) برای $n \geq 1$ به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{\psi}_n = X_n \psi_{n+1} + Y_n \psi_n + Z_n \psi_{n-1}, \tag{40}$$

که در آن داریم:

$$X_n = \begin{pmatrix} A & \circ \\ B_{rn+1} & A \end{pmatrix}, \tag{41}$$

$$Y_n = \begin{pmatrix} E_{rn} & B_{rn} \\ Q_{rn+1} & E_{rn+1} \end{pmatrix}, \tag{42}$$

$$Z_n = \begin{pmatrix} R_{rn} & Q_{rn} \\ \circ & R_{rn+1} \end{pmatrix}, \tag{43}$$

در ماتریس‌های (۴۱) و (۴۳) منظور از \circ ها، ماتریس‌های صفر 6×6 هستند. برای حل معادله (۴۰) در حالت پایا می‌توان از روش کسرهای دنباله‌دار ماتریسی استفاده کرد که در ادامه به آن می‌پردازیم [۱۳]. با جایگذاری $\psi_n = S_n \psi_{n-1}$ در معادله (۴۰) در حالت پایا، خواهیم داشت:

$$S_n = -(X_n S_{n+1} + Y_n)^{-1} Z_n, \tag{44}$$

برای حل عددی معادله (۴۰) در حالت پایا، چون n به طور نامحدود افزایش می‌یابد، در ابتدا لازم است که آن را در یک n قطع کنیم و از بقیه معادلات بعدی صرف‌نظر کنیم. پس در یک n به اندازه کافی بزرگ مثل N فرض می‌کنیم که $S_N = \circ$ باشد، در این حالت تمامی ψ_n ها به ازای $n \geq N$ صفر خواهند شد. بدین ترتیب می‌توان تمامی S_n ها را

$$\begin{aligned}
 \dot{C}_n &= rgnD_n + \\
 rgn(n-1)D_{n-1} &+ gn(n-1)(n-r)D_{n-r} - \kappa nC_n,
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

$$\dot{H}_n = -\frac{\Omega}{r}L_n - (\gamma + \kappa n)H_n, \tag{26}$$

$$\dot{J}_n = -gD_{n+1} + \gamma H_n - (\Gamma + \kappa n)J_n, \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{F}_n &= gD_{n+1} + rgnD_n + rgn(n-1)D_{n-1} + \\
 gn(n-1)(n-r)D_{n-r} &+ \Gamma J_n - (\xi + \kappa n)F_n,
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

$$\dot{L}_n = r\Omega H_n - \Omega C_n + \Omega F_n + \Omega J_n - \left(\frac{\gamma}{r} + \kappa n\right)L_n, \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{D}_n &= -rgF_{n+r} + rgJ_{n+r} + \epsilon g(n+r)J_{n+1} + \\
 \epsilon g(n+1)(n+r)J_n &+ rgn(n+1)(n+r)J_{n-1} - \\
 \frac{1}{r}(\Gamma + \xi + \kappa(rn+1))D_n.
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

می‌توان معادلات (۲۵)-(۳۰) را به ازای $n \geq 1$ به شکل بسته ماتریسی زیر نوشت:

$$\dot{\phi}_n = A\phi_{n+r} + B_n\phi_{n+1} + E_n\phi_n + Q_n\phi_{n-1} + R_n\phi_{n-r}, \tag{31}$$

که در آن بردار ستونی ϕ_n به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi_n = (C_n \ H_n \ J_n \ F_n \ L_n \ D_n)^T, \tag{32}$$

همچنین داریم:

$$A = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & rg & -rg & \circ & \circ & \circ \end{pmatrix}, \tag{33}$$

$$B_n = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & -g & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & g & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \lambda_\nu & \circ & \circ & \circ \end{pmatrix}, \tag{34}$$

$$E_n = \begin{pmatrix} -\kappa n & \circ & \circ & \circ & -\Omega/r & rgn \\ \circ & \lambda_\gamma & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \gamma & \Gamma & \circ & \circ & rgn \\ -\Omega & r\Omega & \Omega & \Omega & \lambda_\epsilon & \circ \\ \circ & \circ & \lambda_\lambda & \circ & \circ & \lambda_{10} \end{pmatrix}, \tag{35}$$

$$Q_n = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \lambda_1 \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \lambda_2 \\ \circ & \circ & \lambda_q & \circ & \circ \end{pmatrix}, \tag{36}$$

$$R_n = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \lambda_r \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \lambda_\Gamma \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \end{pmatrix}, \tag{37}$$

در ماتریس‌های (۳۴)-(۳۷)، مقادیر λ_i ها به صورت زیر هستند:

حال از رابطه $\psi_1 = S_1 \psi_0$ ، ψ_1 به دست می‌آید، با جایگذاری در معادله (۳۹) خواهیم داشت:

$$\psi_1 = (\phi_1 \ \phi_2)^T, \quad (58)$$

که با جایگذاری از معادله (۳۲) داریم:

$$\psi_1 = (C_2 \ H_2 \ J_2 \ F_2 \ L_2 \ D_2 \ C_3 \ H_3 \ J_3 \ F_3 \ L_3 \ D_3)^T, \quad (59)$$

پس در نهایت از معادله (۱۹) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\langle a^{\dagger r} a^r \rangle = C_2 = \psi_1(1), \quad (60)$$

از نتایج معادلات (۵۱) تا (۶۰) در رسم منحنی‌های بخش ۳ و ۴ استفاده شده است. در محاسبات عددی، در حالت گذارهای تک فوتونی و دو فوتونی $N=1000$ و در حالت گذار سه فوتونی $N=500$ در نظر گرفته شده‌اند که در تمامی حالت‌ها معادل پیدا کردن ϕ تا ϕ_{qqq} است. در شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. کمیت‌های فیزیکی مطالعه شده شامل وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع هم‌مدوسی مرتبه دوم با تأخیر زمانی صفر هستند که به ترتیب از روابط زیر به دست می‌آیند که در بخش بعدی، نمودارهایشان در حالات مختلف رسم شده است:

$$A_{33} - A_{22} = J_0 - F_0, \quad (61)$$

$$n = \langle a^{\dagger} a \rangle = C_1, \quad (62)$$

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^{\dagger r} a^r \rangle}{\langle a^{\dagger} a \rangle^r} = \frac{C_2}{C_1^r}. \quad (63)$$

مرسوم است که اثرات غیر کلاسیکی از جمله فوتون پادخوشه‌ای^۱ زمانی اتفاق می‌افتد که $g^{(2)}(0) < 1$ باشد و اثرات کلاسیکی فوتون خوشه‌ای^۲ هنگامی رخ می‌دهد که $g^{(2)}(0) > 1$ باشد. بنابراین $g^{(2)}(0)$ اغلب برای متمایز کردن رفتار کلاسیکی از غیر کلاسیکی به کار می‌رود [۱۴]. به نوری که برای آن $g^{(2)}(0) = 1$ باشد، نور هم‌مدوس می‌گویند [۱۵].

محاسبه کرد. حال نوبت تعیین ψ_0 است. در حالت $n=0$ می‌توان نوشت:

$$\psi_0 = X\psi_1 + Y\psi_0, \quad (45)$$

که در آن:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ B_1 & A \end{pmatrix}, \quad (46)$$

$$Y = \begin{pmatrix} E & B \\ Q & E_1 \end{pmatrix}, \quad (47)$$

که منظور از ψ_0 ‌های موجود در ماتریس X ، ماتریس‌های صفر 6×6 هستند و همچنین:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (48)$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega/2 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -\Gamma & 0 & 0 & 0 \\ -\Omega/2 & 0 & 0 & \Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (49)$$

در حالت پایا، معادله (۴۵) به صورت زیر در می‌آید:

$$(XS_1 + Y)\psi_0 = 0, \quad (50)$$

اگر ماتریس $XS_1 + Y$ تکین باشد، ψ_0 به دست می‌آید. با معلوم شدن ψ_0 بقیه ψ_i ‌ها هم تعیین می‌شوند و بدین ترتیب مسئله حل می‌شود و می‌توان کمیت‌های فیزیکی مورد نظر را به دست آورد. بعد از محاسبه ψ_0 ، به ازای $n=0$ از معادله (۳۹) داریم:

$$\psi_0 = (\phi_0 \ \phi_1)^T, \quad (51)$$

با جایگذاری معادله (۳۲) در رابطه (۵۱) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\psi_0 = (C_0 \ H_0 \ J_0 \ F_0 \ L_0 \ D_0 \ C_1 \ H_1 \ J_1 \ F_1 \ L_1 \ D_1)^T, \quad (52)$$

حال با استفاده از تعاریف (۱۹) تا (۲۲)، می‌توان نوشت:

$$A_{44} = \langle \hat{A}_{44} \rangle = H_0 = \psi_0(2), \quad (53)$$

منظور از $\psi_0(2)$ ، مؤلفه دوم ψ_0 است، به همین ترتیب داریم:

$$A_{33} = \langle \hat{A}_{33} \rangle = J_0 = \psi_0(3), \quad (54)$$

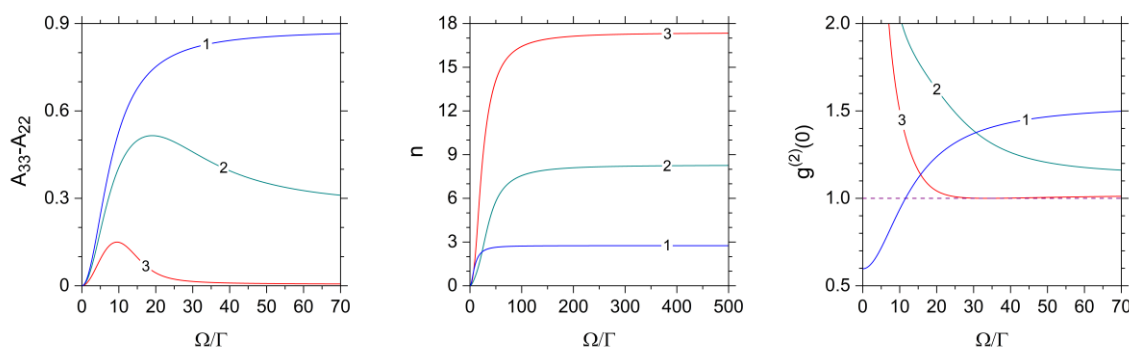
$$A_{22} = \langle \hat{A}_{22} \rangle = F_0 = \psi_0(4), \quad (55)$$

$$A_{11} = 1 - A_{22} - A_{33} - A_{44}, \quad (56)$$

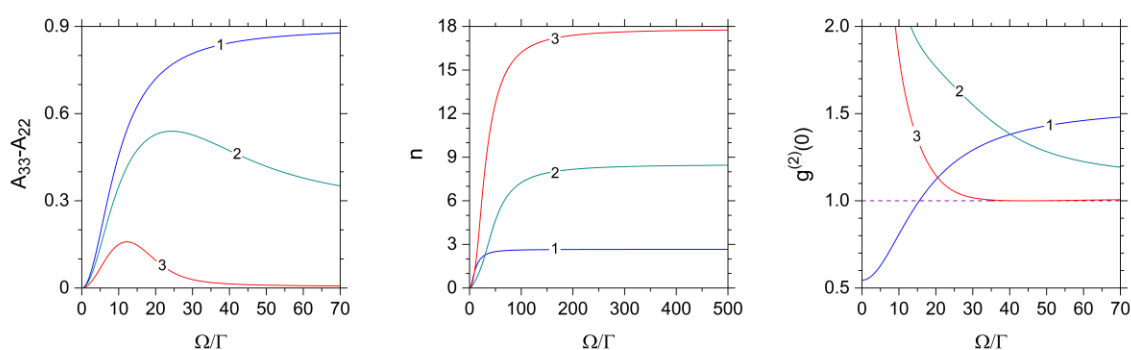
$$\langle a^{\dagger} a \rangle = C_1 = \psi_0(7), \quad (57)$$

۱. Antibunching

۲. Bunching



شکل ۲. نمودارهای وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع همدوسی مرتبه دوم به ازای $\kappa/\Gamma=2$ ، $\sigma/\Gamma=2/5$ ، $\gamma/\Gamma=48$ و $\xi/\Gamma=47/2$ بر حسب Ω/Γ در گذارهای تک فوتونی تا سه فوتونی. (در گذار تک فوتونی $q=1$ ، منحنی $1 \rightarrow n$ به جای n رسم شده است.)

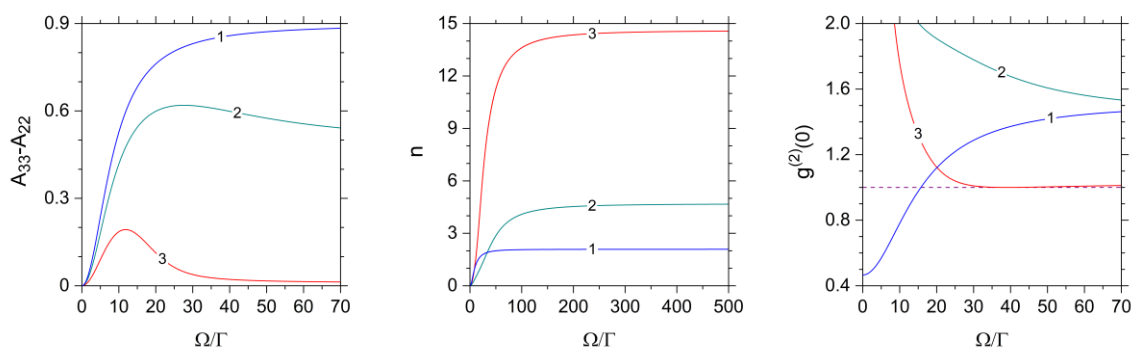


شکل ۳. منحنی‌های وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع همدوسی مرتبه دوم برای $\kappa/\Gamma=2/5$ ، $\sigma/\Gamma=3$ ، $\gamma/\Gamma=65$ و $\xi/\Gamma=57/1$ بر حسب Ω/Γ در گذارهای تک فوتونی تا سه فوتونی. (در گذار تک فوتونی $q=1$ ، نمودار $1 \rightarrow n$ به جای n ترسیم شده است.)

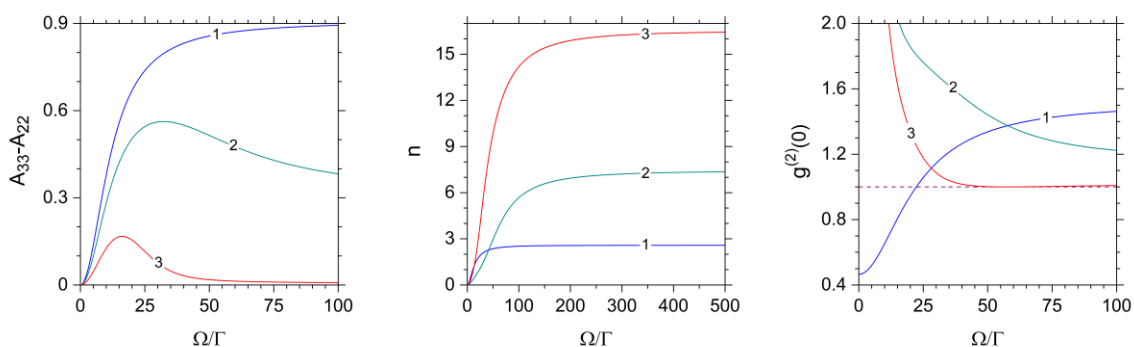
می‌دهیم. در هر شکل، در حالت گذار تک فوتونی با افزایش بسامد رابی بهنجار شده، وارونی جمعیت اتمی مثبت افزایش می‌یابد، تعداد فوتون میانگین افزایش یافته تا به مقدار ثابتی می‌رسد و خاصیت نور از پادخوشه‌ای به خوشه‌ای تغییر می‌کند. نور پادخوشه‌ای یک نور کوانتومی است که همسان کلاسیکی ندارد. لازم به ذکر است که در گذار تک فوتونی $q=1$ ، در منحنی‌های تعداد فوتون میانگین، نمودارهای $1 \rightarrow n$ به جای n رسم شده‌اند، بنابراین در این حالت تعداد فوتون میانگین تابش شده خیلی کم است. در گذار تک فوتونی، پدیده اشباع مشاهده شده در تعداد فوتون میانگین با نتایج [۸ و ۱۶] همخوانی دارد. در شکل‌های ۲-۵، در حالت $q=2$ ، با افزایش بسامد رابی بهنجار شده، وارونی جمعیت مثبت افزایش یافته و سپس افت

۳. نتایج عددی

در این بخش، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های بخش قبلی به صورت منحنی‌هایی برای گذارهای تک فوتونی $q=1$ ، تا سه فوتونی $q=3$ نشان داده شده است. در شکل‌های ۲-۵، نمودارهای مربوط به وارونی جمعیت اتمی $A_{33} - A_{22}$ ، تعداد فوتون میانگین n ، و تابع همدوسی مرتبه دوم با تأخیر زمانی صفر $g^{(2)}(0)$ در شرایط مختلف به ازای پارامترهای بی‌بعد مجزا بر حسب بسامد رابی بهنجار شده Ω/Γ ، رسم شده‌اند. وارونی جمعیت اتمی به عنوان ساده‌ترین کمیت، مربوط به اختلاف بین احتمال‌های یافتن اتم در تراز سوم و تراز دوم است. اکنون رفتار سامانه را به ازای هر گذار مجزا توضیح



شکل ۴. نمودارهای وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع همدوسی مرتبه دوم به ازای $\kappa/\Gamma=3$ ، $\sigma/\Gamma=3/5$ ، $\gamma/\Gamma=48$ و $\xi/\Gamma=14/4$ بر حسب Ω/Γ در گذارهای تک فوتونی تا سه فوتونی. (در گذار تک فوتونی $q=1$ ، منحنی $1 \rightarrow n$ به جای n رسم شده است.)

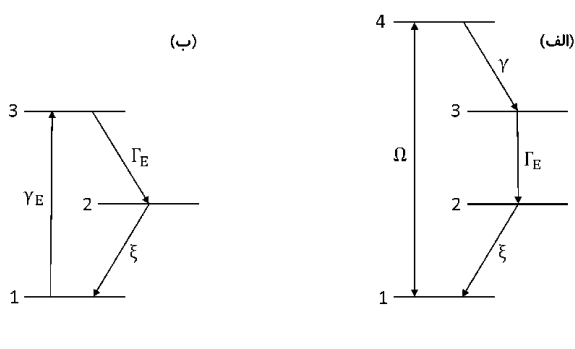


شکل ۵. منحنی‌های وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع همدوسی مرتبه دوم برای $\kappa/\Gamma=3/5$ ، $\sigma/\Gamma=4$ ، $\gamma/\Gamma=13$ و $\xi/\Gamma=14/4$ بر حسب Ω/Γ در گذارهای تک فوتونی تا سه فوتونی. (در گذار تک فوتونی $q=1$ ، نمودار $1 \rightarrow n$ به جای n رسم شده است.)

شکل‌ها، اعداد نوشته شده ۱ تا ۳ بر روی منحنی‌ها به مفهوم گذارهای $q=1$ تا $q=3$ است.

حال اثر افزایش تعداد گذارها را در شکل‌های ۲-۵ بررسی می‌کنیم. با افزایش تعداد گذارها در هر شکل، وارونی جمعیت اتمی کمتر می‌شود و با رسم نمودار می‌توان دریافت که جمعیت تراز سوم کاهش می‌یابد و جمعیت تراز دوم افزایش می‌یابد. این بدان معنی است که احتمال یافتن الکترون در تراز لیزینگ افزایش پیدا می‌کند، همچنین تعداد فوتون میانگین داخل کاواکی بیشتر می‌شود و نور گسیل شده از سامانه همدوس می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تعداد گذارها تا گذار سه فوتونی در یک اتم چهار تراز حتی با نرخ

پیدا می‌کند، تعداد فوتون میانگین با روند افزایشی در نهایت به یک مقدار اشباع می‌رسد و نور گسیل شده خوشه‌ای است. در هر شکل، در حالت گذار سه فوتونی، با افزایش Ω/Γ ، وارونی جمعیت اتمی مثبت بعد از افزایش شروع به کاهش می‌کند، تعداد فوتون میانگین افزایش می‌یابد تا به مقدار ثابتی می‌رسد و آمار فوتونی نور گسیل شده از خوشه‌ای به همدوس و سپس با شیب ملایمی از نور همدوس به نور خوشه‌ای تبدیل می‌شود. بنابراین در این حالت می‌توان گفت که سیستم در بازه‌ای، لیز می‌دهد و نور همدوس تابش می‌کند. در شکل‌های ۲-۵، منحنی‌های $g^{(2)}(0)=1$ به منظور تشخیص نور همدوس، به صورت خط چین رسم شده است. در تمامی



شکل ۷. مراحل تبدیل اتم چهار ترازى محصور در کاواک شکل ۱ به یک اتم سه ترازى. (الف) تحت شرایط $\Gamma \ll \Gamma_E$ و $\kappa \gg \gamma$ (ب) با اعمال قید $\Omega \ll \gamma$.

بررسی می‌کنیم. محاسبات این بخش مربوط به گذار سه فوتونی است. در ابتدا فرض می‌کنیم که $\kappa \gg \gamma$ باشد، در این حالت گذار از تراز ۳ به تراز ۲ با آهنگ Γ_E رخ می‌دهد

$$\Gamma_E = \frac{\gamma \kappa^2}{\kappa}, \quad (64)$$

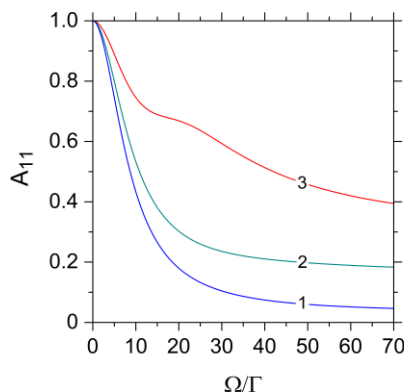
حال فرض می‌کنیم که $\Gamma \ll \Gamma_E$ باشد، در این صورت می‌توان از Γ در مقابل Γ_E صرف‌نظر کرد، با اعمال این شرایط، اتم چهار ترازى شکل ۱ به اتم چهار ترازى شکل ۷. الف تبدیل می‌شود. همچنین می‌توان اتم چهار ترازى حاصل را در حد میدان ضعیف، باز هم ساده‌تر کرد. در حد میدان ضعیف، $\Omega \ll \gamma$ ، جمعیت اتمی تراز چهارم در حالت پایا از رابطه زیر قابل حصول است:

$$A_{44} = \left(\frac{\Omega}{\gamma} \right)^2, \quad (65)$$

چون در حد میدان ضعیف $\Omega \ll \gamma$ است، پس می‌توان از جمعیت تراز چهارم صرف‌نظر کرد. با حذف تراز چهارم، گذار از تراز ۱ به تراز ۳ با آهنگ γ_E به وقوع می‌پیوندد

$$\gamma_E = \frac{\Omega^2}{\gamma}, \quad (66)$$

بدین ترتیب اتم چهار ترازى شکل ۷. الف به اتم سه ترازى شکل ۷. ب تبدیل می‌شود. حال با حل معادله اصلی در حالت پایا، می‌توان جمعیت تراز سوم اتمی و تعداد فوتون میانگین را از روابط زیر به دست آورد:



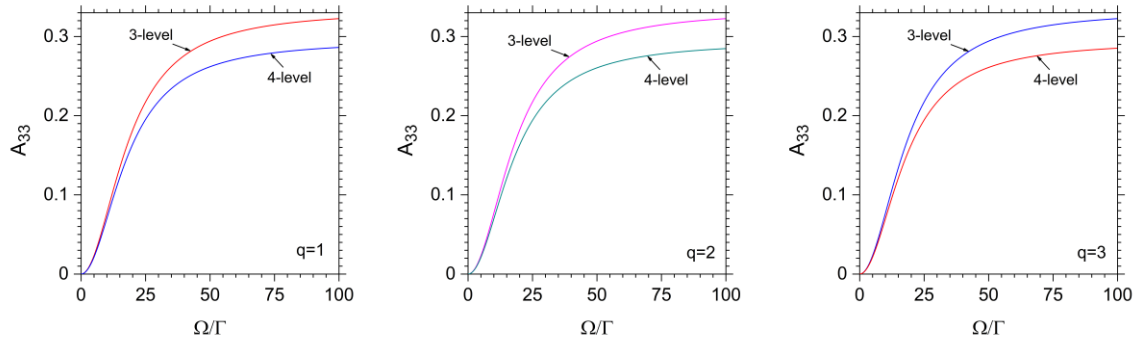
شکل ۶. نمودارهای جمعیت اولین تراز اتمی به ازای $\kappa/\Gamma = 3$ ، $\gamma/\Gamma = 41$ ، $g/\Gamma = 3/5$ و $\xi/\Gamma = 19/4$ بر حسب Ω/Γ در گذارهای تک فوتونی تا سه فوتونی.

وایشی چشمگیر کاواک هم که به حالت یک کاواک واقعی نزدیک‌تر است، پدیده لیزینگ قابل مشاهده است.

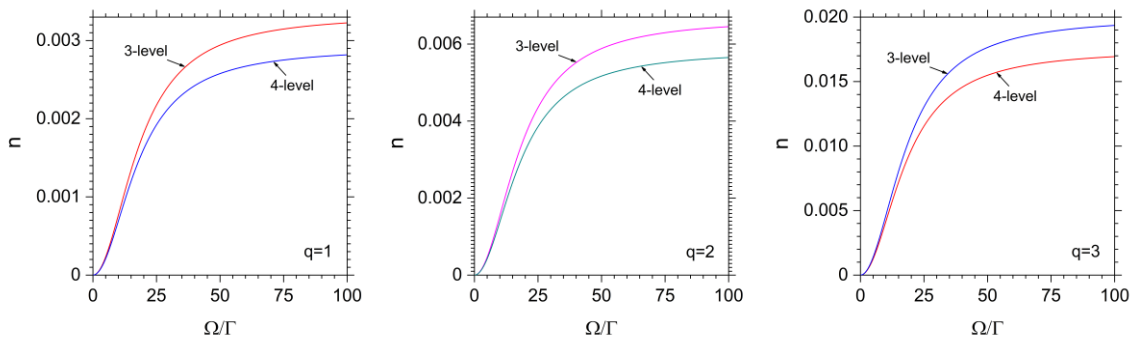
برای توجیه فیزیکی این که چرا با افزایش تعداد گذارها چنین فرایندی در سامانه مذکور اتفاق می‌افتد، در شکل ۶ که دقیقاً متناظر با داده‌های شکل ۴ است، جمعیت تراز اول اتمی برای هر سه گذار مجزا بر حسب بسامد رابی بهنجار شده رسم شده است. در این شکل واضح است که با افزایش تعداد گذارها، جمعیت تراز اول افزایش می‌یابد، بنابراین می‌توان گفت که فرایند پمپاژ بهتر صورت می‌گیرد، چون هر چه احتمال حضور الکترون در تراز اول بیشتر باشد، انتظار می‌رود که فرایند پمپاژ راحت‌تر انجام شود. پس در حالتی که پمپاژ بهتری وجود دارد، انتظار افزایش تعداد فوتون‌های میانگین و پدیده لیزینگ وجود دارد و این همان چیزی است که نتایج ترسیم شده در شکل‌های ۲-۵ نشان می‌دهند. با رسم نمودارها می‌توان اطمینان حاصل کرد که تغییرات جمعیت تراز اول بر حسب بسامد رابی بهنجار شده، متناظر با داده‌های شکل‌های ۲، ۳ و ۵ هم دقیقاً مشابه الگوی رسم شده در شکل ۶ است.

۴. تبدیل اتم چهار ترازى به اتم سه ترازى

در این قسمت چگونگی تبدیل اتم چهار ترازى محصور در کاواک را به یک اتم سه ترازى تحت چندین شرط خاص



شکل ۸. نمودارهای جمعیت سومین تراز اتمی در گذارهای تک فوتونی و دو فوتونی برای $\kappa/\Gamma=1000$ ، $g/\Gamma=50$ ، $\gamma/\Gamma=100$ و $\xi/\Gamma=5$ و همچنین در گذار سه فوتونی به ازای $\kappa/\Gamma=500$ ، $g/\Gamma=25$ ، $\gamma/\Gamma=100$ ، $\xi/\Gamma=5$ بر حسب Ω/Γ .



شکل ۹. منحنی‌های تعداد فوتون میانگین در گذارهای تک فوتونی و دو فوتونی به ازای $\kappa/\Gamma=1000$ ، $g/\Gamma=50$ ، $\gamma/\Gamma=100$ و همچنین در گذار سه فوتونی به ازای $\kappa/\Gamma=500$ ، $g/\Gamma=25$ ، $\gamma/\Gamma=100$ ، $\xi/\Gamma=5$ بر حسب Ω/Γ .

هر چه $\frac{\Omega}{\Gamma} \ll \frac{\gamma}{\Gamma} = 100$ باشد، منحنی‌ها با برآورده شدن این شرط به هم نزدیک و نزدیک‌تر می‌شوند و این تأییدی بر تقریب‌های به کار رفته در الگوی اتم سه ترازى است. این نتایج نشان می‌دهد که تحت شرایط اعمالی، اتم چهار ترازى محصور در کاواک می‌تواند رفتارهای نزدیک به یک اتم سه ترازى را از خود نشان دهد.

۵. نتیجه‌گیری

آمار فوتونی یک اتم چهار ترازى با گذارهای تک فوتونی تا سه فوتونی که در یک کاواک اپتیکی تک مد محاط شده است، مورد بحث قرار گرفته است. یک سری معادلات جفت شده در حالت پایا که با روش کسرهای دنباله‌دار ماتریسی حل شده‌اند برای حل معادله اصلی اتم- کاواک به کار رفتند. سازوکارهای

$$A_{pp} = \frac{\xi\gamma_E}{\xi\Gamma_E + \gamma_E\Gamma_E + \xi\gamma_E}, \tag{۶۷}$$

$$n = \frac{r\Gamma_E\xi\gamma_E}{\kappa(\xi\Gamma_E + \gamma_E\Gamma_E + \xi\gamma_E)}. \tag{۶۸}$$

اکنون برای این که از صحت و سقم شرایط به کار رفته در الگوی اتم سه ترازى مطمئن شویم، می‌توان منحنی‌های جمعیت اتمی تراز سوم و تعداد فوتون میانگین به دست آمده در این بخش را با نتایج شبیه‌سازی‌های اتم چهار ترازى بخش ۳ توأمآ رسم کرد. نمودارهای مربوطه به ازای پارامترهای بی‌بعدی که در شرایط بالا صدق می‌کنند در شکل‌های ۸ و ۹ برای گذارهای تک فوتونی تا سه فوتونی رسم شده‌اند. در هر شکل، نمودارهای مربوط به اتم چهار ترازى و اتم سه ترازى با فلش‌هایی از هم متمایز شده‌اند؛ همچنین به تعداد گذارها هم بر اساس مقادیر مختلف q اشاره شده است. شرط اعمال شده توسط حد میدان ضعیف در شکل‌های ۸ و ۹ ایجاب می‌کند که

همچنین مشخصه نور تابشی از پادخوشه‌ای به خوشه‌ای و در نهایت به همدوس می‌گراید. اتم چهار ترازوی محصور در کاواک می‌تواند تحت شرایط خاصی رفتارهای شبیه به یک اتم سه ترازوی را از خود بروز دهد که منحنی‌های رسم شده به خوبی این نتیجه را تأیید می‌کنند. نتایج این تحقیق پیش‌بینی می‌کند که حتی در حضور کاواک‌های واقعی هم می‌توان با افزایش تعداد گذارها در یک اتم چهار ترازوی، پدیده لیزینگ را تجربه کرد.

اتفاق افتاده در سامانه مورد بحث بر اساس کمیت‌های وارونی جمعیت اتمی، تعداد فوتون میانگین و تابع همبستگی مرتبه دوم بررسی شده‌اند. منحنی‌های وارونی جمعیت مثبت برای گذار تک فوتونی حالت افزایشی و برای گذارهای دو فوتونی و سه فوتونی روند افزایشی - کاهشی را نشان می‌دهند. تعداد فوتون میانگین برای هر گذار، رو به افزایش بوده و سپس به حالت اشباع می‌رسد. با افزایش تعداد گذارها، از وارونی جمعیت اتمی کاسته می‌شود و به تعداد فوتون میانگین افزوده می‌شود و

مراجع

- Optics 1: Master Equations and Fokker-Planck Equations*, Springer (1999).
11. H J Carmichael, "Statistical Methods in Quantum Optics 2: Non-Classical Fields", Springer (2008.)
 12. G S Agarwal and S D Gupta, *Phys. Rev. A* **42** (1990) 1737.
 13. H Risken, "The Fokker-Planck Equation, Methods of Solution and Applications", Springer (1989).
 14. F X Sun, Q He, Q Gong, R Y Teh, M D Ried and P D Drummod, *Phys. Rev. A* **100** (2019) 033827.
 15. M Orszag, "Quantum Optics: Including Noise Reduction, Trapped Ions, Quantum Trajectories, and Decoherence", Springer (2008).
 16. T C Ralph, C M Savage, *Phys. Rev. A* **44** (1991) 7809.
 1. A Rosenhouse and J Katriel, *Phys. Rev. A* **41** (1990) 531.
 2. R Tan, G X Li, and Z Ficek, *Phys. Rev. A* **78** (2008) 023833.
 3. H J., Kim, A H Khosa, H W Lee, and M S Zubairy, *Phys. Rev. A* **77** (2008) 023817.
 4. A D Boozer, *Phys. Rev. A* **78** (2008) 053814.
 5. S D Du and C D Gong, *Phys. Rev. A* **50** (1994) 779.
 6. B Parvin, *Opt. Quant. Electron* **52** (2020) 100.
 7. B Parvin, *Eur. Phys. J. Plus* **132** (2017) 180.
 8. B Jones, S Ghose, J P Clemens, P R Rice, and L M Pedrotti, *Phys. Rev. A* **60** (1999) 3267 .
 9. C C Gerry and P L Knight, "Introductory Quantum Optics", Cambridge University Press (2005.)
 10. H J Carmichael, "Statistical Methods in Quantum