

ghanbari@phys.ui.ac.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۸/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۳/۱۰)

۱۸۰

(FWL)

FWL

برای خلاص شدن «زیرسیستم» از این میزان بزرگ انرژی است. شناخت طبیعت مکانیزم‌های غالب برای ربایش الکترون در سرعت‌های بالا هم از نظر تجربی و هم از دیدگاه نظری دارای اهمیت زیادی است. در نگاه اول، مکانیزمی که ممکن است انتظار داشته باشیم در سرعت‌های بالا غالب باشد، یک مکانیزم «تک‌پراکنی» است که در آن برهم‌کنش بین پرتابه و الکترون را به عنوان اختلال در نظر می‌گیریم و متناظر با اولین تقریب بورن است. در این تقریب برهم‌کنش بین هسته هدف و هسته پرتابه در محاسبات ظاهر نمی‌شود و بنابراین مانند آن است که پرتابه بر الکترون آزادی فرود آمده و آن را جذب کرده است. سطح مقطع محاسبه شده در تقریب اول بورن با نتایج تجربی توافق

یکی از فرآیندهایی که در برخوردهای یون- اتمی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، ربایش الکترون یا فرآیند بازچینی است. در بررسی ربایش الکترون در سرعت‌های بالا، ملاحظات سینماتیکی اهمیت ویژه‌ای دارند. علت این امر آن است که در چنین فرآیندی برای آن که الکترون ربوده شود، باید «زیرسیستم» دو ذره‌ای شامل الکترون و هسته پرتابه، انرژی جنبشی داخلی زیادی را از دست بدهد. به عبارت دیگر انرژی جنبشی «زیرسیستم» دوجرمی نسبت به مرکز جرم آن باید به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یابد. یکی از اولین مسائلی که در توضیحات نظری باید به آن پرداخت تعیین مکانیزم غالب

ندارد و بنابراین چنین مکانیزمی نمی‌تواند مکانیزم غالب باشد. این حقیقت از آنجا ناشی می‌شود که هسته‌ای که بر الکترون آزادی فرود می‌آید، نمی‌تواند آن را در یک فرآیند بدون تابش برآید. پس باید مکانیزم‌های دیگری را برای ربایش الکترون در نظر بگیریم. این مکانیزم‌ها غالباً پیچیدگی بیشتری نسبت به مکانیزم پراکندگی یگانه دارند. سه مکانیزم متفاوت که سهم مهمی در سطح مقطع جزئی ربایش الکترون در برخوردهای یون- اتمی در سرعت‌های بالا دارند برخورد رو در رو، فرآیند تابشی و پراکندگی‌های دوگانه هستند.

در مکانیزم اول هسته فرودی و هسته هدف بدون مختل کردن قابل ملاحظه الکترون جای خود را عوض می‌کنند، ولی این فرآیند فقط در صورتی اتفاق می‌افتد که دو هسته دارای جرم‌های مساوی یا تقریباً مساوی باشند. این فرآیند اولین بار توسط ماپلتون [۱] بررسی شد و اغلب به عنوان فرآیند رو در رو شناخته می‌شود. در این فرآیند انرژی زیر سیستم توسط هدف جذب می‌شود. توجه می‌کنیم که فرآیند رو در رو یک مکانیزم پراکندگی یگانه است که با اولین جمله بورن که در آن پتانسیل برهم‌کنش بین دو هسته به عنوان اختلال فرض می‌شود، توصیف می‌گردد. در این حالت الکترون توسط توابع موج اولیه و نهایی توصیف می‌گردد و پتانسیل برهم‌کنش پرتابه و الکترون در گذار به عنوان اختلال ظاهر نمی‌شود.

دومین مکانیزم ربایش تابشی است. گسیل تابش را می‌توان در اولین و سومین مکانیزم نادیده گرفت. در ربایش تابشی هسته هدف تقریباً نقشی ندارد. این فرآیند در واقع نوعی بازترکیب تابشی است که در آن انرژی داخلی «زیرسیستم» به فوتون منتقل می‌گردد. این فرآیند اولین بار توسط اپن‌هایمر [۲] بررسی گردیده است.

مکانیزم سوم شامل پراکندگی‌های دوگانه است. یکی از انواع این فرآیندها، ابتدا توسط توماس [۳] به صورت کلاسیکی و سپس توسط دریسکو [۴] به صورت کوانتومی تحلیل گردیده است. این فرآیند، فرآیندی دو مرحله‌ای است. الکترون ابتدا به وسیله پرتابه و سپس به وسیله هسته هدف پراکنده می‌شود، به گونه‌ای که پس از دو پراکندگی متوالی، الکترون هم‌سرعت با

پرتابه پراکنده خواهد شد. بعد از آنکه پراکندگی‌های دوگانه انجام شد، «زیرسیستم» بیشتر انرژی داخلی خود را از دست می‌دهد و الکترون و هسته پرتابه می‌توانند با جذب متقابل یکدیگر مقید شوند. پراکندگی دوگانه فوق را معمولاً به عنوان مکانیزم پراکندگی توماس می‌شناسند. در ربایش الکترون از اتم‌های جدول تناوبی، توسط پروتون‌های پرانرژی مکانیزم توماس به یک بیشینه موضعی در اطراف زاویه $0/47$ میلی‌رادیان منجر می‌شود [۵ - ۱۰]، در حالی که اگر پوزیترون‌های پرانرژی بر این اتم‌ها فرود آیند، این مکانیزم باعث ظهور یک بیشینه موضعی در اطراف زاویه 45 درجه می‌شود [۱۱-۱۵].

مکانیزم دوگانه دیگری که می‌تواند در سرعت‌های بالا حائز اهمیت باشد به این صورت است که در آن ابتدا الکترون توسط پرتابه پراکنده می‌شود، سپس در اثر برخورد پرتابه با هسته هدف، پرتابه نیز توسط هسته هدف پراکنده می‌شود. در نهایت راستای حرکت و بزرگی سرعت الکترون و یون پرتابه یکسان خواهد بود و بنابراین جذب یکدیگر شده یک سیستم مقید را تشکیل می‌دهند. برای برخورد پروتون با اتم‌های معمولی این مکانیزم نیز در سرعت‌های بالا منجر به بیشینه‌ای موضعی در اطراف زاویه 60 درجه می‌شود. ولی از آنجایی که در سرعت‌های پراکندگی بالا پراکندگی در زوایای بزرگ به ندرت انجام می‌گیرد، سطح مقطع پراکندگی در زوایای بزرگ به سرعت کاهش می‌یابد و به این ترتیب آشکارسازی این بیشینه از نظر تجربی بسیار دشوار است و تا کنون گزارش نشده است. در حالتی که پرتابه پوزیترون و هدف اتمی مانند هیدروژن باشد بین بیشینه ناشی از این مکانیزم در زاویه پراکندگی 45 درجه و بیشینه موضعی مربوط به فرآیند توماس در زاویه 45 درجه تداخل انجام می‌گیرد که بسته به پارامترهای اولیه و نهایی این تداخل ممکن است سازنده یا ویرانگر باشد.

سومین مکانیزمی که پراکندگی‌های دوگانه را شامل می‌شود، به این ترتیب است که ابتدا پرتابه در اثر برخورد با هدف پراکنده می‌شود و سپس هدف پس‌زده شده، با الکترون برخورد کرده و آن را در راستای پراکندگی پرتابه، پراکنده می‌سازد. برای پراکندگی پروتون توسط اتم‌های معمولی، زاویه پراکندگی نهایی

می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$A_{FWL} = \langle f | T_R | i \rangle \\ = \langle f | V_{12} + T_{12} + T_{12} G_0^{(+)} T_{12} + T_{12} G_0^{(+)} T_{12} \\ + T_{12} G_0^{(+)} T_{12} + \dots | i \rangle, \quad (1)$$

این دامنه در تقریب مرتبه دوم شامل پنج جمله است این جمله‌ها را می‌توان به صورت زیر نامگذاری کرد:

$$A^{(a)} = \langle f | V_{12} | i \rangle, \quad (2)$$

$$A^{(b)} = \langle f | T_{12} | i \rangle, \quad (3)$$

$$A^{(2a)} = \langle f | T_{12} G_0^{(+)} T_{12} | i \rangle, \quad (4)$$

$$A^{(2b)} = \langle f | T_{12} G_0^{(+)} T_{12} | i \rangle, \quad (5)$$

$$A^{(2c)} = \langle f | T_{12} G_0^{(+)} T_{12} | i \rangle. \quad (6)$$

برای محاسبه دامنه‌ها باید ماتریس‌های گذار دو جسمی را برای برهم‌کنش‌های مورد نظر داشته باشیم. برای برهم‌کنش‌های کوتاه برد می‌توان ماتریس‌های گذار دو جسمی را به طور دقیق حل کرد ولی به دلیل ماهیت بلندبرد بودن برهم‌کنش‌های کولنی این ماتریس‌ها را نمی‌توان به طور دقیق برای برهم‌کنش‌های اتمی محاسبه کرد و فقط شکل‌های تقریبی این ماتریس‌ها تحت شرایط خاص محاسبه شده‌اند. در ادامه شکل تقریبی ماتریس گذار دوجسمی برای برهم‌کنش کولنی، $V(r) = Z/r$ ، که توسط آلستون [۸] محاسبه شده‌است را برای محاسبه انتگرال‌ها در چهار دامنه آخر به کار می‌بریم. محاسبه شکل انتگرالی دامنه‌های پراکندگی همانند روشی است که برای برخورد پروتون با هیدروژن و اتم‌های چندالکترونی به کار رفته است. این جزئیات در مرجع [۷] آمده‌اند. در اینجا از ذکر این جزئیات خودداری می‌کنیم و پاسخ‌های تحلیلی را برای مسئله مورد نظر می‌آوریم. پارامترهایی که در ادامه بحث ظاهر می‌شوند در مرجع [۷] تعریف شده‌اند.

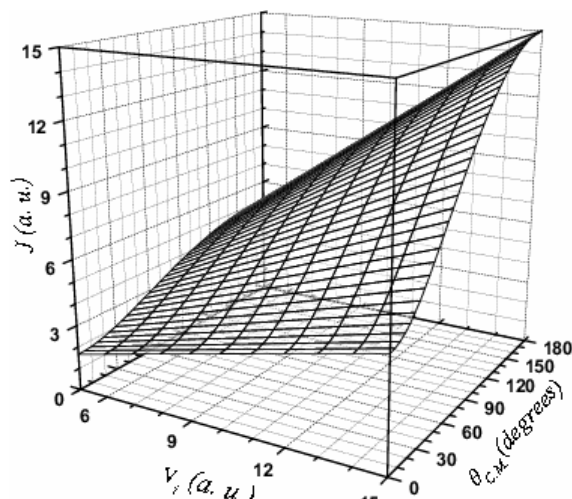
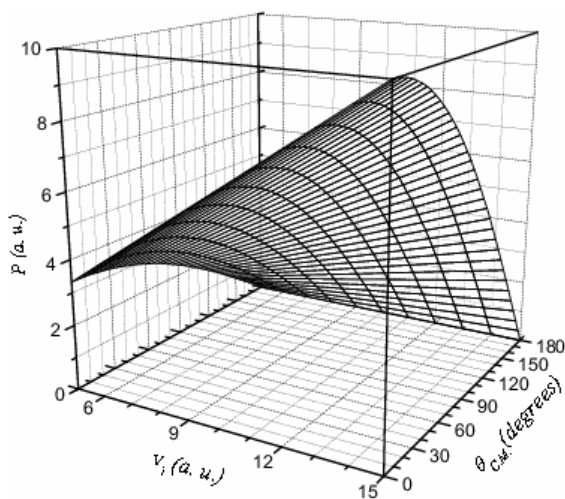
جمله اول دارای شکل بسته ساده و معینی است [۷]. برای محاسبه دومین دامنه مرتبه اول، $A^{(b)}$ ، ابتدا باید شکل ماتریس گذار T_{12} را محاسبه کنیم. با توجه به آن که برهم‌کنش‌های موجود بین ذرات را در خلال پراکندگی برهم‌کنش کولنی فرض کرده‌ایم، داریم:

در این فرآیند همان زاویه 60° درجه است ولی در پراکندگی پوزیترون با اتم‌های معمولی برابر 45° درجه است.

در واقع فرآیند بازچینی در برخورد پوزیترون و الکترون با اتم پوزیترونیم، در بین برخوردهای یون-اتمی، یک استثناء است. این امر از آنجا ناشی می‌شود که در چنین سیستمی جرم‌های هرسه ذره یکسان و بار هرسه ذره نیز از نظر قدرمطلق یکسان است. این امر باعث تداخل دینامیکی دامنه‌های مختلف متناظر با مکانیزم‌های فوق می‌شود. تداخل دینامیکی دامنه‌های پراکندگی نه تنها در برخوردهای یون-اتمی بلکه در پراکندگی‌های یون-مولکولی نیز حائز اهمیت است. به عنوان مثال هم محاسبات نظری و هم اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهند [۱۶ - ۲۰] که مولکول هیدروژن مانند یک دو شکافی یانگ برای پراکندگی پروتون و ربایش الکترون توسط این یون عمل می‌کند. در واقع فاز دامنه‌های پراکندگی ناشی از هر کدام از مرکزهای پراکنده‌ساز در هنگام برهم‌نهدش بر روی آشکارساز می‌تواند مساوی یا با دیگری متفاوت باشد. اگر این دامنه‌ها به صورت هم‌فاز به هم برسند تداخل سازنده و اگر در فاز مخالف به هم برسند تداخل ویرانگر را نشان خواهند. بنابراین انتظار می‌رود که الگویی تداخلی نظیر آنچه که در آزمایش یانگ برای امواج الکترومغناطیس رخ می‌دهد، برای پراکندگی پرتابه نمایش داده شود.

هدف این مقاله بررسی سهم دامنه‌های مرتبه دوم در سطح مقطع جزئی پراکندگی و نیز بررسی تداخل‌های سازنده و ویرانگر بین سه جمله مرتبه دوم و نقش آن در تعیین سطح مقطع پراکندگی است. به این منظور ابتدا سه جمله پراکندگی مرتبه دوم را به صورت تحلیلی محاسبه می‌کنیم، سپس به بررسی تداخل بین جملات می‌پردازیم. این کار را با محاسبه بزرگی دامنه‌های جزئی و نیز فاز این دامنه‌ها در نواحی مختلف از گستره زوایای پراکندگی انجام خواهیم داد.

واکنش انتقال بار $1 + (2+3) \rightarrow (1+3) + 2$ را در نظر می‌گیریم. با نمایش حالت‌های اولیه و نهایی کوانتمی کل سیستم با $|i\rangle$ یا $\langle f|$ دامنه گذار فادیف - واتسون - لاولیس A_{FWL} را



شکل ۱. بزرگی بردار تکانه انتقال یافته به پرتابه (یا هدف)، J (یا K) و بردار تکانه انتقال یافته به الکترون فعال، P ، بر حسب زاویه پراکندگی و سرعت ذره فرودی در گذار $1s \rightarrow 1s$.

اکنون دو حالت خاص را که بحث در مورد آنها جالب است در نظر می‌گیریم. حالت اول حالتی است که در آن $\epsilon_i = \epsilon_f$ و زاویه پراکندگی برابر $\theta = \pi$ باشد. در چنین حالتی $v_f = -v_i$ است و بنابراین $P = 0$ و $J = v_i$ است. لذا با توجه به این که تابع موج‌های اولیه و نهایی در اندازه حرکت $k = 0$ جایگزیده هستند، معادله فوق را می‌توان به صورت زیر تقلیل داد:

$$A^{(b)} = C_1^{(b)} \times \sum_s \sum_{s'} A_s A_{s'} \frac{\Gamma[(l_i + l_f + 3)/2]}{\Gamma(l_i + l_f + s + s' - 2iv_{12}^a + 4)} \times \frac{\Gamma(\frac{l_i + l_f + 1}{2} + s + s' - 2iv_{12}^a + 2)}{\Gamma(\frac{l_i + l_f + 1}{2} + s + s' - 2iv_{12}^a + 2)} \times \frac{1}{(-\epsilon_i)^2} \quad (8)$$

حالت خاص دیگر پراکندگی در زوایای مستقیم (در اطراف $\theta = 0$) است. در این حالت $v_i \approx v_f$ و تکانه انتقال یافته به الکترون بزرگ است. بنابراین $P = 2v_i/3$ و $J = -v_i/3$ است. در این حالت می‌توان سهم دو بیشینه موضعی را به صورت زیر در انتگرال از یکدیگر جدا کرد. شکل ۲ برای قسمت‌های شعاعی توابع موج اولیه و نهایی در گذار $1s \rightarrow 1s$ رسم شده است و نشان می‌دهد که رهیافت به کار گرفته شده در اینجا با تقریب بسیار خوبی معتبر است. با توجه به ملاحظات فوق،

$$A^{(b)} = -4\pi Z_1 Z_2 e^{-\pi v_{12}^a} \frac{\Gamma(1 - iv_{12}^a)^2 \Gamma(1 + iv_{12}^a)}{\Gamma(1 - iv_{12}^a)} \times \int dk_i \phi_i(k_i) \phi_f^*(k_i - P) \times (k_i^2 - \epsilon_i)^{iv_{12}^a} [4(\epsilon_i - k_i^2) + (v_i + k_i)^2]^{iv_{12}^a - 2iv_{12}^a} \times (k_i^2 - \epsilon_i - 2P \cdot [k_i + J])^{iv_{12}^a} |k_i + J|^{-2 - 2iv_{12}^a} \quad (9)$$

v ها پارامترهای زومرفلد، P تکانه انتقال یافته به الکترون، J تکانه انتقال یافته به پرتابه و K تکانه انتقال یافته به پوزیترون هدف است. تابع موج‌های اولیه و نهایی در اندازه حرکت $k = 0$ جایگزیده و دارای بیشینه در اطراف مبدا هستند، لذا $k_i = 0$ و $k_i = P$ دارند. همان‌گونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، به دلیل بالا بودن انرژی، در زوایای پراکندگی رو به جلو فاصله بین این دو بیشینه زیاد است و به همین دلیل می‌توان سهم هر یک از این دو ماکزیمم را در انتگرال از هم جدا کرد. ولی برای زوایای پراکندگی بزرگ این دو ماکزیمم بسیار به یکدیگر نزدیک می‌شوند به طوری که در زاویه پراکندگی 180° درجه این دو بیشینه بر یکدیگر منطبق هستند. به همین دلیل، در این حالت جدا کردن سهم بیشینه‌ها در انتگرال‌ها دیگر تقریب چندان خوبی نیست و باید انتگرال سه بعدی فوق را به صورت عددی حل کنیم.

که در آن $K_{\eta}(x)$ تابع بسل نوع سوم است. می‌توان شکل نهایی جمله مرتبه دوم هسته-الکترونی را به صورت زیر نوشت:

$$A^{(2a)} = \sum_{s_i=0}^{n_i-l_i-1} \sum_{s_f=0}^{n_f-l_f-1} \mathcal{D}_{n_i l_i \nu_{12}^a, n_f l_f \nu_{23}^a}(-\varepsilon_i, -\varepsilon_f) \mathcal{J}(\nu + l_i + l_f + s_i + s_f - 2i\nu_{12}^a - 2i\nu_{23}^a, a; -\frac{1}{2} - s_i - i\nu_{12}^a, -\frac{1}{2} - s_f - i\nu_{23}^a; \sqrt{-\varepsilon_i}, b\sqrt{-\varepsilon_f}) \quad (11)$$

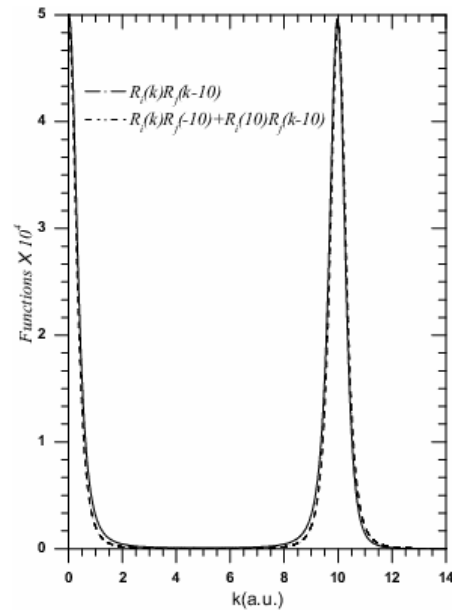
که در آن تمام عبارات مستقل از x را در ضرب جمع کرده‌ایم. بسته به انرژی ذره فرودی شکل‌های تحلیلی مختلفی برای انتگرال (۱۰) بر حسب توابع فوق هندسی تعمیم یافته در جای دیگری محاسبه شده و شرایط لازم برای معتبر بودن هر کدام از شکل‌های تحلیلی، با توجه به شرایط همگرایی توابع فوق هندسی تعمیم یافته، ارائه شده و به طور مفصل مورد بررسی قرار گرفته است که خواننده علاقمند را به آن ارجاع می‌دهیم [۷].

شکل تحلیلی $A^{(2b)}$ ، مشابه عبارت به دست آمده برای اولین جمله مرتبه دوم $A^{(2a)}$ است، با این تفاوت که پارامتر ν_{12} به جای ν_{23} قرار گرفته است، علامت بردار K در تابع گرین معکوس شده و یک جمله اضافی که تابع P است در تابع گرین ضرب شده است. چنین تقارنی به آن دلیل پذیرفتنی است که جرم هر سه ذره برهم کنش کننده با هم برابر است. نتیجه نهایی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$A^{(2b)} = \sum_{s_i=0}^{n_i-l_i-1} \sum_{s_f=0}^{n_f-l_f-1} \mathcal{D}_{n_i l_i \nu_{12}^a, n_f l_f \nu_{23}^a}(-\varepsilon_i, -\varepsilon_f) \mathcal{J}(\nu + l_i + l_f + s_i + s_f - 2i\nu_{12}^a - 2i\nu_{23}^a, a; -\frac{1}{2} - s_i - i\nu_{12}^a, -\frac{1}{2} - s_f - i\nu_{23}^a; \sqrt{-\varepsilon_i}, b\sqrt{-\varepsilon_f}), \quad (12)$$

که در آن مانند قبل $c = J/K$ است و تمام عبارات مستقل از x را در ضرب جمع کرده‌ایم.

به طور مشابه، عبارت مشابهی را می‌توان برای $A^{(2c)}$ تعیین کرد. این عبارت نیز مشابه عبارت به دست آمده برای اولین جمله مرتبه دو است، با این تفاوت که پارامتر ν_{23} به جای ν_{12} قرار گرفته است علامت بردار J در تابع گرین معکوس شده است و عبارتی که تابع P است در تابع گرین



شکل ۲. قسمت شعاعی توابع موج اولیه و نهایی دارای دو بیشینه کاملاً متمایز هستند که سهم هر کدام را به راحتی می‌توان جدا کرد.

محاسبه انتگرال به مقدار زیر منتهی می‌شود:

$$A^{(2b)} = -2\pi Z_1 Z_2 e^{-\pi\nu_{12}^a} \frac{\Gamma(1-i\nu_{12}^a)^2 \Gamma(1+i\nu_{12}^a)}{\Gamma(1-i\nu_{12}^a)} \times \sqrt{\varepsilon} \pi \left(\frac{1}{2} \nu_{12}^a - \varepsilon_i\right) i\nu_{12}^a (\varepsilon_i + \nu_{12}^a) i\nu_{12}^a - 2i\nu_{12}^a \times (J^{-\nu-2i\nu_{12}^a} \phi_f^*(-P) \delta_{l_i} \delta_{m_i} N_{n_i l_i} \sum_{s_i} A_{s_i} \frac{\Gamma[(l_i+3)/2]}{\Gamma(l_i+s_i-i\nu_{12}^a+2)} \times \frac{\Gamma(\frac{l_i+1}{2} + s_i - i\nu_{12}^a)}{(-\varepsilon_i)^{\frac{l_i+1}{2} + s_i - i\nu_{12}^a}} + K^{-\nu-2i\nu_{12}^a} \phi_i(P) \delta_{l_f} \delta_{m_f} N_{n_f l_f} \sum_{s_f} A_{s_f} \frac{\Gamma[(l_f+3)/2]}{\Gamma(l_f+s_f-i\nu_{12}^a+2)} \times \frac{\Gamma(\frac{l_f+1}{2} + s_f - i\nu_{12}^a)}{(-\varepsilon_f)^{\frac{l_f+1}{2} + s_f - i\nu_{12}^a}}), \quad (9)$$

در حالت کلی که هیچ یک از حالات خاص اشاره شده در بالا برقرار نیستند باید دامنه انتگرالی $A^{(2b)}$ را به صورت عددی حل کنیم. اکنون با معرفی انتگرال:

$$\mathcal{J}(\lambda, \beta; \xi, \eta; p, q) = \int_0^\infty dx x^\lambda e^{i\beta x} K_\xi(px) K_\eta(qx), \quad (10)$$

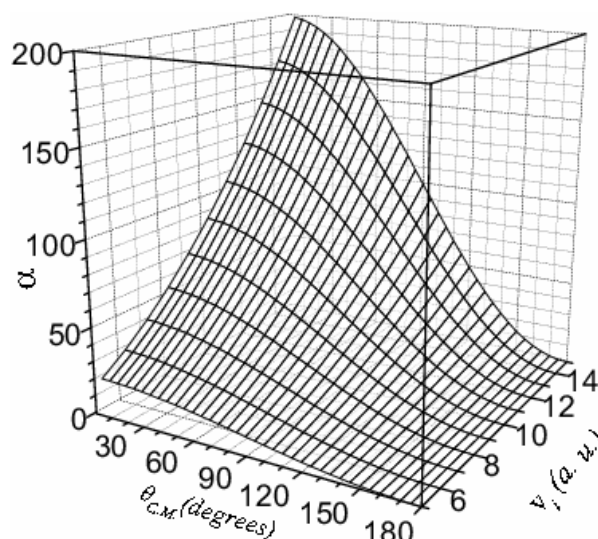
برای سایر گذارهای ممکن در فرآیند بازچینی نشان داد.

در این بخش، ضمن بررسی نحوه تداخل دینامیکی جملات مرتبه دو، سطح مقطع جزئی فرآیند بازچینی یا تشکیل پوزیترونیم را در چند حالت خاص به عنوان نمونه محاسبه می‌کنیم. اگر چه آنچه را که در بخش قبل ارائه داده‌ایم، برای تمام گذارهای ممکن ($n'l m \rightarrow n'm'l'$) در برخورد الکترون‌ها و پوزیترون‌های پرانرژی با اتم پوزیترونیم کاربرد دارد، ولی ما گذار الکترون به حالت پایه و چند حالت برانگیخته پوزیترونیم را به عنوان نمونه مورد بررسی قرار خواهیم داد. علت این کار آن است که با زیاد شدن n از یک سو سطح مقطع جزئی به شدت کاهش می‌یابد و از سوی دیگر الکترون تقریباً از قید هسته خارج شده و حالت پوزیترونیم به حالت‌های پیوسته اتم‌های ریدبرگی نزدیک می‌شود که ملاحظات خاص خود را می‌طلبد. بنابراین بیشتر توجه خود را به فرآیندهای بازچینی زیر معطوف می‌داریم:

$$e^+ + Ps(1s) \rightarrow Ps(nlm) + e^+, \quad (14)$$

$$e^- + Ps(1s) \rightarrow Ps(nlm) + e^-.$$

شکل ۴ فاز و قدرمطلق دامنه‌های جزئی فرآیند بازچینی را در برخورد پوزیترون با اتم پوزیترونیم، در انرژی فرودی 500 eV نشان می‌دهد. همان گونه که از شکل دیده می‌شود در زوایای کوچک پراکندگی تقریب اول بورن فرآیند غالب است. به عبارت دیگر در این زوایا، پارامتر برخورد پرتابه بسیار بزرگ است و به دلیل انرژی زیادی که دارد بدون آن که تغییر قابل ملاحظه‌ای در مسیر خود احساس کند الکترون هدف را روده و در زوایای کوچک پراکنده می‌شود. پس از این فرآیند، فرآیند دوگانه توماس نقش اساسی را ایفا می‌کند. دو فرآیند پراکندگی دوگانه دیگر که از نظر کلاسیکی مجاز نیستند در مرتبه سوم قرار دارند. نکته قابل توجه آن است که اگر چه این دو فرآیند با هم متفاوت بوده و دارای شکل ریاضی متفاوتی هستند ولی در تمام زوایای پراکندگی بزرگی یکسانی دارند. در نهایت پراکندگی رو در رو در این زوایا دارای کمترین احتمال یا کوچک‌ترین دامنه است. به تدریج که زاویه پراکندگی افزایش

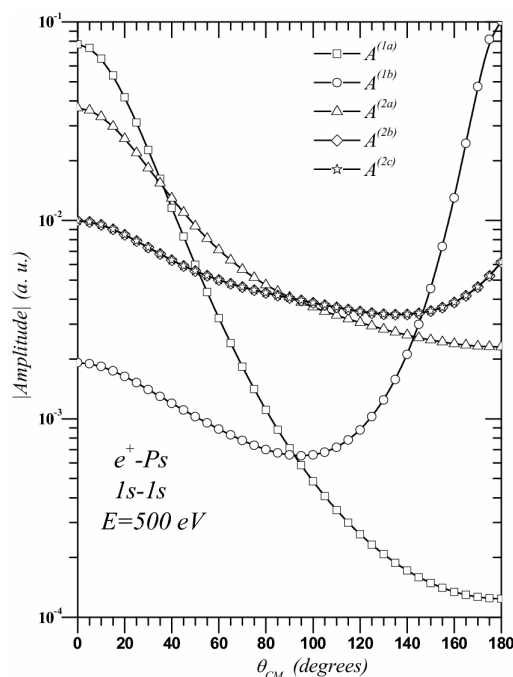
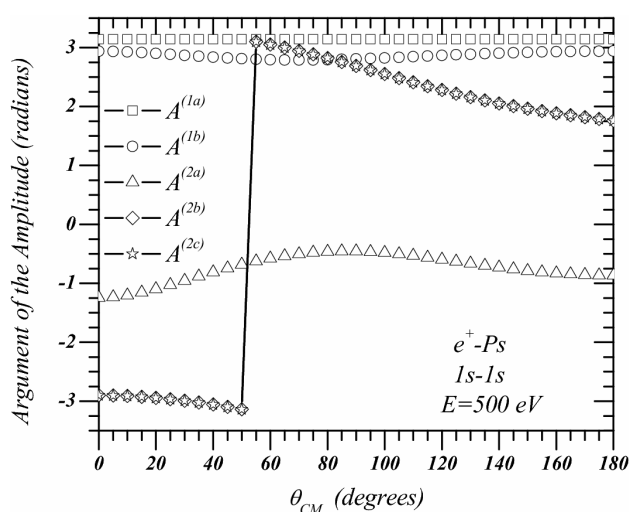


شکل ۳. تغییرات α برحسب زاویه پراکندگی و سرعت فرودی پرتابه برای گذار $1s \rightarrow 1s$.

ضرب شده است. نتیجه این تفاوت‌ها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$A(r_c) = \sum_{s_i=0}^{n_i-l_i-1} \sum_{s_f=0}^{n_f-l_f-1} \mathcal{D}_{n_i l_i \nu_{i\tau}^a, n_f l_f \nu_{f\tau}^a}(-\varepsilon_i, -\varepsilon_f) \mathcal{J}(1+l_i+l_f+s_i+s_f-2i\nu_{i\tau}^a-2i\nu_{f\tau}^a; a; -\frac{1}{2}-s_i-i\nu_{i\tau}^a, -\frac{1}{2}-s_f-i\nu_{f\tau}^a; \sqrt{-\varepsilon_i}, b\sqrt{-\varepsilon_f}) \quad (13)$$

همان گونه که از سه دامنه مرتبه دوم محاسبه شده در روابط فوق دیده می‌شود این دامنه‌ها بیشینه‌هایی را در $\alpha = 0$ خواهند داشت. در شکل ۳ نمودار تغییرات α بر حسب زوایای پراکندگی و نیز سرعت فرودی پرتابه بر حسب یکاهای اتمی و برای گذار $1s \rightarrow 1s$ رسم شده است. از این شکل دیده می‌شود مقدار α ، به ازای همه سرعت‌های فرودی، در زاویه π به صفر می‌گراید. بنابراین انتظار می‌رود که همه دامنه‌های مرتبه دوم علاوه بر بیشینه‌ای که در زوایای پراکندگی مستقیم دارند و به آن بیشینه سینماتیکی گفته می‌شود، دارای بیشینه دیگری در زاویه π باشند. علاوه بر این با افزایش سرعت فرودی پرتابه مقدار α نیز افزایش می‌یابد، که نشانگر آن است که با افزایش انرژی دامنه‌های مرتبه دوم کاهش یافته در نتیجه احتمال فرآیند بازچینی سه ذره‌ای و در نتیجه سطح مقطع‌های جزئی و کلی پراکندگی کاهش خواهند یافت. این مطلب را به راحتی می‌توان



شکل ۴. فاز و بزرگی دامنه‌های جزئی تشکیل پوزیترونیم در فرود پوزیترون با انرژی 500 eV بر روی پوزیترونیم در حالت پایه و گذار الکترون به حالت $1s$ پوزیترون فرودی.

با بررسی فاز این جملات در زوایای پراکندگی مختلف، می‌توان نحوه تداخل این جملات را در تعیین سطح مقطع پراکندگی تعیین کرد. از نمودار مربوط به تغییرات فازها در شکل ۴ نتایج زیر را می‌توان گرفت:

۱. فاز دامنه مرتبه اول بورن مقداری ثابت و برابر π است، به عبارت دیگر در این حالت $A^{(1a)}$ همواره حقیقی و منفی است.
۲. فاز دومین دامنه مرتبه اول، $A^{(1b)}$ ، اگرچه دقیقاً برابر π نیست ولی به π نزدیک است. پس قسمت موهومی این دامنه نسبت به قسمت حقیقی آن کوچک و قسمت حقیقی آن نیز منفی است. بنا بر این دو دامنه مرتبه اول در همه زوایا تقریباً هم‌فاز بوده و با هم تداخل سازنده دارند.
۳. فاز جمله متناظر با پراکندگی توماس، $A^{(2a)}$ ، از $2\pi/5$ آغاز و با تغییرات اندک و ملایمی در نهایت به $-\pi/3$ می‌رسد. به تقریب می‌توان گفت که این جمله با دامنه‌های مرتبه اول تداخل ویرانگر دارد.
۴. فاز دو جمله مرتبه دوم دیگر، $A^{(2b)}$ و $A^{(2c)}$ در ابتدا از

می‌یابد، ابتدا دامنه‌های $A^{(1a)}$ ، $A^{(2a)}$ و سپس دامنه‌های $A^{(1b)}$ ، $A^{(2b)}$ و $A^{(2c)}$ به یکدیگر نزدیک می‌شوند. در زوایای بین 35° تا 90° که بزرگی این دامنه‌ها تقریباً یکسان است اگر دامنه‌ها هم‌فاز باشند باید بیشینه‌ای را در سطح مقطع نشان دهند ولی اگر این دامنه‌ها در فاز مخالف تداخل کنند باید در این ناحیه کمینه‌ای را در سطح مقطع مشاهده کنیم. در زوایای پراکندگی بزرگ $A^{(1a)}$ بسیار کوچک خواهد شد که این نتیجه قابل انتظار و پیش‌بینی است. در زوایای پراکندگی بزرگ پارامتر برخورد بسیار کوچک است در نتیجه تأثیر هدف بر روی پرتابه بسیار زیاد است و بنا بر این طبیعی است که تقریب اول بورن باید ناچیز باشد. در این زوایا دامنه پراکندگی رو در رو بیشینه است. به این معنا که در این فرآیند با ضربه‌ای که پرتابه به یون هدف وارد می‌کند آن را به جلو می‌راند ولی الکترون در پشت سر هدف باقی می‌ماند و جذب پرتابه می‌شود. علاوه بر این در این زوایا، دامنه‌های پراکندگی $A^{(2b)}$ و $A^{(2c)}$ دارای بیشینه‌های موضعی هستند.

بزرگی دامنه‌های جزئی و در نتیجه سطح مقطع جزئی پراکندگی به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد و دیگر آن که با افزایش انرژی فرودی نیز احتمال جذب الکترون و در نتیجه سطح مقطع جزئی پراکندگی کاهش می‌یابد. دقت می‌کنیم که پارامتر توابع موج s زوج است و این وضعیت برای توابع موج با پارامتر زوج مشابه است.

با رسم نمودارهای مشابه برای گذار الکترون به حالت $2p$ پوزیترون فرودی می‌توان چند نکته حائز اهمیت را دریافت: الف) بیشینه دامنه $A^{(b)}$ در زاویه پراکندگی π به دلیل رخ دادن پراکندگی رودر رو به وضوح ظاهر و قابل مشاهده است.

ب) بیشینه ناشی از پراکندگی توماس نیز به راحتی برای چنین گذاری قابل مشاهده است. دامنه $A^{(a)}$ ابتدا به یک کمینه موضعی در اطراف زاویه پراکندگی 60° درجه و سپس به یک بیشینه موضعی در 180° درجه می‌رسد. این بیشینه به دلیل رخ دادن فرآیند پراکندگی دوگانه توماس ظاهر می‌شود.

پ) دو دامنه جزئی دیگر نیز دارای بیشینه‌ای در زاویه پراکندگی π هستند و همانند گذشته، در همه زوایای پراکندگی، دارای بزرگی یکسانی هستند.

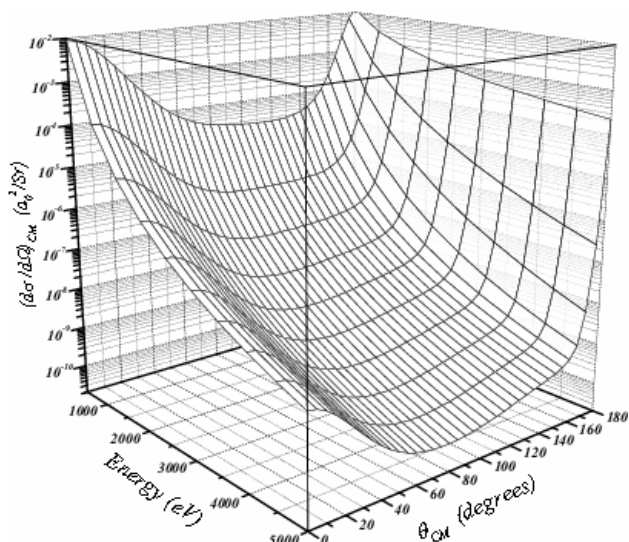
ت) دامنه‌های مرتبه اول تقریباً با یکدیگر هم‌فازند. در این حالت یک جهش ناگهانی فاز در زاویه 60° درجه برای جمله $A^{(a)}$ رخ می‌دهد. جملات $A^{(b)}$ و $A^{(c)}$ که در گذار به حالت‌های نهایی s در همه زوایا هم‌فاز بودند، در این حالت دیگر هم‌فاز نیستند بلکه تقریباً در تمام زوایا در فاز مخالف بر هم نهاده می‌شوند. چون بزرگی این دو دامنه جزئی در همه زوایای پراکندگی یکسان است و با هم تداخل ویرانگر دارند بنا بر این اثر یکدیگر را در سطح مقطع جزئی پراکندگی خنثی می‌کنند.

در شکل ۵ سطح مقطع‌های جزئی تشکیل پوزیترونوم در برخورد پوزیترون با اتم پوزیترونوم در انرژی 50°eV برای گذار الکترون از حالت زمینه اتم پوزیترونوم اولیه به حالت‌های $1s$ ، $2s$ ، $2p$ ، $2p_1$ و نیز $n=2$ پوزیترونوم تولید شده را نشان می‌دهند. از مجموعه نمودارهای موجود در این شکل نتایج زیر را می‌توان گرفت:

مقادیر π - آغاز می‌شود و تا زاویه 55° درجه به طور ملایم تغییر می‌یابد، به طوری که می‌توان گفت در این گستره زاویه‌ای این دامنه‌ها و دامنه‌های مرتبه اول با هم تداخل ویرانگر دارند. در زاویه 55° درجه این دامنه‌ها با یک جهش فاز ناگهانی مواجه می‌شوند. به طوری که فاز از π - به π تغییر می‌یابد. نکته جالب آن است که این تغییر فاز ناگهانی تأثیری در دامنه‌ها ندارد. علت آن است که فازهای π و π - در صفحه اعداد مختلط قسمت منفی محور حقیقی را نمایش می‌دهند ولی برای رسیدن به فاز π از قسمت بالای صفحه و برای فاز π - از قسمت پایین صفحه به بخش منفی محور حقیقی خواهیم رسید.

فاز و قدر مطلق دامنه‌های جزئی پراکندگی، برای گذار الکترون از حالت $1s$ پوزیترونوم اولیه به حالت $2s$ پوزیترونوم ثانویه، به ازای انرژی فرودی 50°eV ، را نیز به طور مشابه می‌توان بررسی کرد. چگونگی تغییرات دامنه‌ها در زوایای مختلف تقریباً شبیه چیزی است که در شکل ۴ آمده است با این تفاوت که بزرگی دامنه‌ها به نسبت قابل ملاحظه‌ای کمتر است. این کاهش به معنای آن است که سطح مقطع جزئی متناظر با گذار $1s \rightarrow 1s$ بسیار بزرگ‌تر از گذار $1s \rightarrow 2s$ است. در واقع سطح مقطع جزئی گذار $1s \rightarrow 1s$ نسبت به همه گذارها بیشتر است و به همین دلیل هم از نظر تجربی و هم از دیدگاه نظری کافی است که سطح مقطع این گذار را اندازه‌گیری یا محاسبه کنیم و آن را در عدد $1/202$ ضرب کنیم تا سطح مقطع جزئی متناظر با گذار از حالت پایه به همه گذارهای نهایی به دست آید.

تغییرات فاز در گذار $1s \rightarrow 2s$ نیز مشابه گذار $1s \rightarrow 1s$ است، با این تفاوت که در این حالت جهش فاز برای دامنه‌های مرتبه دوم در زاویه 90° درجه رخ می‌دهد. این وضعیت به گذار به سایر حالت‌های s قابل تعمیم است. یعنی برای گذار از حالت پایه به همه حالت‌های برانگیخته با عدد کوانتومی $l=0$ ، تغییرات بزرگی و فاز دامنه‌ها مشابه چیزی است که در شکل‌های ۴ نشان داده شده است. با این حال باید به دو نکته اساسی توجه داشت: اول آن که با افزایش عدد کوانتومی n



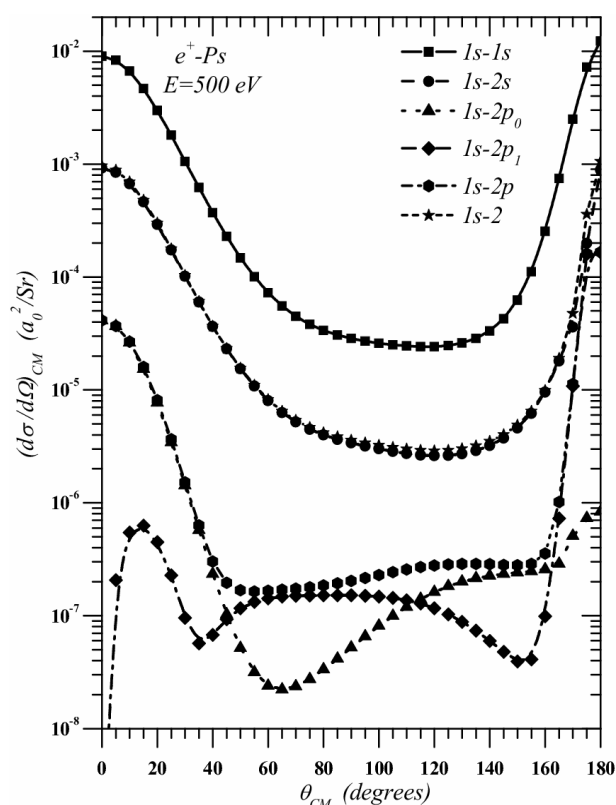
شکل ۶. سطح مقطع جزئی تشکیل پوزیترونیم در اثر برخورد پوزیترون با اتم پوزیترونیم و گذار $1s \rightarrow 1s$ به صورت تابعی از انرژی و زاویه پراکندگی.

گذارهای مورد نظر، اندازه سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی در اطراف بیشینه‌ها با شیب بزرگی تغییر می‌کند ولی در زوایای پراکندگی میانی (بین 60° تا 150° درجه) بزرگی سطح مقطع تقریباً ثابت است.

ت) به طور کلی برای گذارهای مختلف به حالت‌های نهائی با عدد کوانتومی اصلی یکسان گذار به حالت s گذار غالب است. و در واقع گذار به سایر حالت‌ها نسبت به گذار به حالت s ناچیز و قابل چشم‌پوشی است.

ث) از میان حالت‌های s ، گذار به حالت $1s$ محتمل‌ترین گذار است و سطح مقطع گذار به سایر حالت‌های s نسبت به حالت $1s$ قابل چشم‌پوشی است. در واقع سطح مقطع گذار $1s \rightarrow 1s$ مقدار 85 تا 100 درصد سطح مقطع کل ربایش الکترون را تشکیل می‌دهد. به همین دلیل معمولاً سطح مقطع جزئی مربوط به گذار $1s \rightarrow 1s$ را محاسبه و سپس با ضرب کردن آن در $1/202$ سطح مقطع کل را برای ربایش الکترون به دست می‌آورند.

در شکل ۶ سطح مقطع جزئی ربایش الکترون در اثر برخورد پوزیترون با اتم پوزیترونیم و گذار $1s \rightarrow 1s$ به صورت تابعی از انرژی و زاویه پراکندگی رسم شده است. همان گونه که در این شکل دیده می‌شود با افزایش انرژی



شکل ۵. سطح مقطع جزئی تشکیل پوزیترونیم در فرود پوزیترون با انرژی 500 eV بر روی پوزیترونیم در حالت پایه و گذار الکترون به حالت‌های نهائی $1s$ ، $2s$ ، $2p_0$ ، $2p_1$ ، $2p$ و $n=2$ پوزیترونیم ثانویه.

الف) در تمام زوایه‌ها، سطح مقطع جزئی گذار به حالت $1s$ سطح مقطع غالب است و سطح مقطع گذار به حالت $2p$ در برابر $2s$ قابل چشم‌پوشی است به طوری که نمودارهای مربوط به گذارهای $2s$ و $2s$ در تمام زوایا تقریباً برهم منطبق هستند و بیشترین تفاوت آنها در زوایای پراکندگی بین 60° تا 150° درجه است که این تفاوت نیز به سختی قابل تشخیص است.

ب) سطح مقطع‌های جزئی مربوط به گذار به حالت‌های نهائی $1s$ و $2s$ تقریباً دارای شکل مشابه هستند ولی اندازه‌های آنها در تمام زوایا با هم متفاوتند.

پ) شکل نمودارهای $2p$ به وضوح متفاوت با شکل نمودارهای $1s$ و $2s$ است. در همه گذارهای $1s$ ، $2s$ و $2p$ دو قله مشاهده می‌شود. قله اول در زوایای پراکندگی مستقیم و قله دوم در زوایای پراکندگی بزرگ رخ می‌دهد. اولی را قله سینماتیکی و دیگری را قله توماس می‌نامند. برای همه

در این مقاله جملات پراکندگی مختلف سهم در سطح مقطع فرآیند بازچینی در برخورد پوزیترون و الکترون با اتم پوزیترونیوم، در تقریب مرتبه دوم مورد بررسی قرار گرفته است. بزرگی و فاز این جملات و نحوه تداخل آنها با یکدیگر باعث اثرات قابل ملاحظه‌ای در سطح مقطع پراکندگی می‌شود. در کل، سطح مقطع دارای دو بیشینه موضعی در زوایای پراکندگی صفر و ۱۸۰ درجه است. بیشینه اول را بیشینه سینماتیکی و بیشینه دوم را بیشینه توماس می‌نامند. اگر در این دو بیشینه دامنه‌ها به صورت هم‌فاز به هم افزوده شوند این بیشینه‌ها را تقویت و اگر در فاز مخالف به هم افزوده شوند آنها را تضعیف می‌کنند. پاریته حالت‌های اولیه و نهایی تعیین می‌کند که دامنه‌ها به چه صورتی برهم نهاده می‌شوند.

سطح مقطع جزئی فرآیند بازچینی به شدت کاهش می‌یابد به طوری که به عنوان مثال بیشینه سینماتیکی در انرژی فرودی ۵۰۰ eV تقریباً برابر 10^{-2} و در انرژی ۵۰۰۰ eV برابر 10^{-9} است. این کاهش سطح مقطع در سایر زوایای پراکندگی به جز زوایای پراکندگی بزرگ نیز وجود دارد. ولی در زوایای پراکندگی بزرگ، به ازای انرژی فرودی ۵۰۰ eV بیشینه موضعی تقریباً برابر 10^{-2} و در انرژی ۵۰۰۰ eV برابر 2×10^{-4} است. در پایان یادآور می‌شویم که به دلیل تقارنی که بارها و جرم‌های ذرات برهم‌کنش‌کننده دارند سطح مقطع جزئی گذارهای: $e^+ + Ps(n'l'm) \rightarrow Ps(n'l'm') + e^+$ و $e^- + Ps(n'l'm) \rightarrow Ps(n'l'm') + e^-$ در تمام زوایا و انرژی‌ها با هم برابر است و بنابراین نتایجی که در این بخش برای برخورد پوزیترون و اتم پوزیترونیوم به دست آمده‌اند برای برخورد الکترون و اتم پوزیترونیوم نیز درستند.

12. J H McGuire, N C Sil and N C Deb, *Phys. Rev. A* **34** (1986) 685.
13. S J Ward and J H Macek, *Hyperfine Interactions* **89** (1994) 546.
14. M A Bolorizadeh, M J Brunger, T Maddern and E Ghanbari Adivi, *J. Math. Phys.* **48** (2007) 033506.
15. R Shakeshaft and L Spruch, *Rev. Mod. Phys.* **51** (1979) 369.
16. K Stöckel, et al., *Phys. Rev. A* **72** (2005) 050703.
17. D Fischer, et al., *J. Phys.: Conf. Ser.* **88** (2007) 012021.
18. E Ghanbari Adivi, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **42** (2009) 095207.
19. E Ghanbari-Adivi, *Nucl. Instrum. Methods B* **267** (2009) 3319.
20. E Ghanbari Adivi, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43** (2010) 065202.
1. R A Mapleton, *Proc. Phys. Soc. London* **83** (1964) 895.
2. J R Oppenheimer, *Phys. Rev.* **31** (1927) 349.
3. L H Thomas, *Proc. Roy. Soc. London A* **114** (1927) 561.
4. R M Drisko, Ph. D. Thesis, Carnegie Institute of Technology (1955).
5. E Ghanbari Adivi, and M A Bolorizadeh, *J. Phys. B* **37** (2004) 3321.
6. E Ghanbari Adivi, and M A Bolorizadeh, *Few-Body Sys.* **39** (2006) 11.
7. E Ghanbari Adivi, M J Brunger, M A Bolorizadeh and L. Campbell, *Phys. Rev. A* (2007) 022704.
8. S Alston, *Phys. Rev. A* **42** (1990) 331.
9. S Alston, *Phys. Rev. A* **54** (1996) 2011.
10. S Alston, *Nucl. Instrum. Methods B* **43** (1989) 19.
11. S J Ward, *Nucl. Instrum. Methods B* **99** (1995) 368.