مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۲۳، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۴۰۲
DOI: 10.47176/ijpr.23.3.91574

# یافتن کران بالای بزرگ‌تر برای نسبت اختلال تانسوری به نرده‌ای در چارچوب حدس سانسور فراپلانکی

**امجد عشوریون* و عبدالرضا یوسفی سوستانی**

پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران، ایران

پست الکترونیکی: amjad@ipm.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱ /۰۶/۱۹ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۴۰۱/۰۸ /۲۱)

**چکیده**

حدس سانسور فراپلانکی اجازهٔ کلاسیک شدن به طول موج های فراپلانکی را در زمان تورم نمی‌دهد. این باعث می‌شود که در سناریوی استاندارد، با فرض‌های معمول، سرعت انتشار اختلالات نرده‌ای و تانسوری کمیت‌های زمان تورم را سرعت نور اختیار می‌کنند. از این‌رو کران بالای بسیار پایینی برای این نسبت پیش‌بینی می‌شود. در نتیجه کشف اختلالات تانسوری در تابش پس‌زمینه‌ای کیهانی را تقریباً ناممکن می‌کند. در مقالهٔ حاضر، نشان می‌دهیم که این امکان وجود دارد که نسبت فوق را با کم کردن سرعت اختلالات تانسوری به مقدار مشاهده پذیر افزایش داد، بدون آن که نظریهٔ میدان مؤثر تورم را بی‌اعتبار کنیم.

**واژه‌های کلیدی:** حدس سانسور فراپلانکی، نسبت اختلالات تانسوری به نرده‌ای، سرعت اختلالات تانسوری

## ۱. مقدمه

در کیهان‌شناسی نوین، مسائل باز گوناگونی وجود دارد که شاید بتوان گفت در کانون آن، مسائل معطوف به کیهان اولیه قرارگرفته است. به‌طور ویژه‌تر در چارچوب رایج کیهان‌شناسی که برپایهٔ مدل مه‌بانگ داغ و ΛCDM بنا شده، مقصود از دوران اولیهٔ کیهان، دورهٔ تورمی و پیشامه‌بانگ داغ است. بیشتر مدل‌های جدی‌ای که برای تبیین این دوران ارائه شده، در چارچوب نظریه‌های میدان نرده‌ای تک‌میدانهٔ $\phi$ می‌گنجد.

$$S = \int \mathrm{d}^{۴}x \sqrt{-g}\left(\tfrac{۱}{۲}\left(\partial_\mu \phi\right)^{۲} - V(\phi)\right), \qquad (۱)$$

این مدل‌ها، از دیدگاه‌های مختلف فیزیک نظری برآمده است و در اندیشهٔ اصلی خود غیر از مسائل اصلی تورمی، قصد توجیه و تبیین مشکلات و پدیده‌های دیگری را نیز دارد [۱ و ۲].

در این جنگل مدل‌ها می‌توان گفت چارچوب اساسی درک رایج، نظریهٔ میدان مؤثر است. درواقع، این نظریه‌های مؤثر می‌توانند نشانه‌هایی از نظریهٔ مادر و اصلی اما ناشناخته داشته باشند یا این که از نظریه‌های فراگیرتر یا همه‌چیز موجود – به‌رغم ناتمامی– برآمده باشند. اما بهره‌گیری از نظریهٔ میدان مؤثر با این که برای مسائل کیهان‌شناسی کاراست ولی با نظریه‌های بالادستی و فراگیرتر در مرتبهٔ فرابنفش سر سازگاری ندارد و مسئله‌آفرین است. این امر یعنی، در صورتی‌که این نظریه‌ها برای حل مسائل کیهان‌شناسی مناسب باشند و تثبیت شوند، به‌معنی شکست و بی‌اعتباری نظریه‌های فراگیر مادر خواهد بود یا از باطل‌نماهای جدی پرده برمی‌دارد.

هرچند مأموریت‌هایی مثل پلانک، بسیاری از مدل‌ها را رد کرده، با این‌حال هنوز قضیه یا نظریهٔ بنیادی، شواهد رصدی یا آزمایشگاهی محکمی وجود ندارد که مشخص کند که چه

دسته‌ای از مدل‌ها و نظریه‌های مؤثرِ ارائه شده، باید کنار گذاشته شوند.

مورد توجه‌ترین نظریهٔ فراگیر فیزیک نظری از اواخر قرن بیستم تاکنون «نظریهٔ ریسمان» است. پایه‌های نظری و ریاضیاتی مستحکمی برای نظریهٔ ریسمان از سوی فیزیکدانان ارائه شده، و امید می‌رود نظریهٔ گرانش کوانتومی و متحدکنندهٔ همهٔ نیروهای طبیعت باشد؛ از این‌رو همواره تلاش شده است که با کیهان‌شناسی سازگار شود [۳ و ۴].

اما مسئلهٔ اساسی چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر در کیهان‌شناسی با فیزیک بنیادی یا به عبارت دقیق‌تر زمانی‌که با فیزیک در ابعاد پلانک سروکار داریم، چیست؟ بر پایهٔ همهٔ شواهد رصدی سدهٔ اخیر، کیهان ما در حال انبساط است. نتیجهٔ این پدیدهٔ کیهانی، افزایش طول موج فیزیکی همهٔ مدهای افت‌وخیز کیهانی خواهد بود. افت‌وخیزهایی که از اختلال‌های کیهان اولیه به‌جا مانده است. در چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر ضرورت دارد که در محدودهٔ فرابنفش یک آستانهٔ قطع ثابت در نظر بگیریم. این بدان معناست که فضای هیلبرت میدان‌های کوانتومی و اختلالات متناظر با آن، به زمان وابسته نباشد. در همین‌جاست که مشکل نمایان می‌شود؛ افزایش طول موج اختلالات کیهانی در اثر انبساط عالم، به معنی آن است که فضای هلیبرت متناظر با این اختلالات نیز، با گذشت زمان حتما بزرگ و بزرگ‌تر خواهد شد یا به عبارتی تابعی از زمان است؛ این موضوع تعارضی جدی با وجود آستانه قطع است.

در عمل باید گفت، قسمت حاد مسئله ریشه از دورهٔ تورمی (و به طور عام، از هر فاز انبساط شتابدار کیهان) می‌گیرد؛ چرا که در این دوره است که نوسان‌های اختلالات در مقیاس زیرهابلی است، اما یخ می‌زنند (Freeze-Out) و در مقیاس فراهابلی، دامنهٔ آنها ثابت می‌شوند و کلاسیک خواهند شد. در نظریهٔ ریسمان و بیشتر نظریه‌های مشابه، مقیاس مورد نظر طول پلانک است، از همین‌رو این مسئله و تبعات آن را مسائل فراپلانکی می‌نامند [۵].

اخیرا وفا و بدرویا حدسی ارائه دادند [۶] که مشکلات فراپلانکی را حل کند یا به بیان بهتر، از نظریهٔ ریسمان در برابر آنها حفاظت کند. آنها حدس خود را «حدس سانسور فراپلانکی» می‌نامند. این حدس در ادامهٔ حدس‌های مرداب[1] است که وفا آن را ارائه داده است [۷]. همچنین در ادامه، نیز اثرات و پیامدهای کیهان‌شناختی این حدس نیز بررسی و ارائه شده است [۸]. در حدس مرداب وجود خلأهای شبه‌پایدار در فضای دوسیته ممنوع است و یکی از پیامدهای آن، قیودِ روی پتانسیل‌های نرده‌ای خواهد بود،

$$\left|\frac{d\,V(\phi)}{d\,\phi}\right| \geq cV(\phi), \qquad (۲)$$

که ضریب $c$ برای جفت‌شدگی‌های کوچک یک ثابت از مرتبهٔ‌یک است. این حدس می‌توانست نظریه‌های گرانش کوانتومی را با یک طول کمینهٔ مشخص نجات دهد.

اما مسئله اینجا بود که مسائلی مثل دینامیک سیاه‌چاله‌ها، و آنچه پیشتر اشاره شد، یعنی مشکلات فراپلانکی را در بر نمی‌گرفت. به‌عبارت دیگر، همچنان پی‌ریزی یک چارچوب سازگار مشکلاتی داشت. حدس اخیر که تاکنون بیان آن را به تأخیر انداختیم، چنین بیان می‌کند: «در فیزیک بنیادی (گرانش کوانتومی) شرایط و قوانینی وجود دارد که موجب می‌شود افت‌وخیزها و اختلالات کوانتومی زیر-پلانکی تحت وضعیت‌های مختلف همچنان کوانتومی بمانند».

حدس سانسور فراپلانکی شباهت بسیاری به حدس پنروز دارد. حدس پنروز بیان می‌کند که هر تکینگی برهنه‌ای پشت یک افق پنهان شده است و به این صورت، شکست یکانی بودنِ پدیده‌ها در فرایندهای فیزیکی در افق علّی ناظران کیهانی دیده نمی‌شود. به همین شکل، اگر قانونی وجود داشته باشد که آستانهٔ قطع فرابنفش نظریهٔ میدان مؤثر را مستقل از زمان نگه دارد، آنگاه یکانی بودن در این چارچوب حفظ می‌شود.

این حدس بر پایهٔ فرض‌هایی بنا شده است که با کنار گذاشتن‌شان یا تغییراتی در آنها، محتمل است مسائل و مشکلات مطرح را تا حدودی کنار زد؛ اما بهای آن کنار گذاشتن سادگی‌های سناریوهای فعلی برای انرژی تاریک و تورم کیهانی است. سازوکارهای پیچیده‌تر می‌تواند چاره‌ساز باشد، با این‌حال در بیشتر موارد بستری برای پرسش پیچیده‌تر یا از دست رفتن سادگی استدلال و عدم درک پدیده‌شناسانهٔ مناسب می‌شود. از

۱. Swampland

طرف دیگر، اگر به هر دلیل پدیده‌شناختی یا نظری، فرض‌ها را کم یا زیاد کنیم، یا چارچوب دیگری را جانشین کنیم، آنگاه نتایج و پیامدها به‌دست‌آمده از حدس‌های وفا و بدرویا و دیگران می‌تواند متفاوت باشد یا دست‌کم کران‌ها و قیدها به لحاظ کمی و عددی تغییرات قابل توجهی کند.

برای دورۀ اخیر کیهان، فرض شده که از انتقال‌به‌سرخ مشخصی به بالا ($z \gtrsim ۰.۳$) اثری از انبساط شتاب‌دار دیده نمی‌شود و در شعاع هابلی جهانمان، با بهره‌گیری مادۀ تاریک سرد و مفروضات مدل استاندارد کیهان‌شناختی می‌توان تحول کیهان را توصیف کرد و همچنین برای آیندۀ کیهان، وجود مستمر انبساط شتابدار در نظر گرفته شده است. برای دورۀ تورمی کیهان نخستین، فرض‌های دیگری در میان است:

- در نظرگیری یک جهان تابش‌غالب منبسط‌شونده پیش از دورۀ تورمی،
- پارامتر هابل تقریباً ثابت در طول دورۀ تورمی،
- مه‌بانگ داغ استاندارد پس از تورم،
- عدد درجات آزادی اسپینی در یک حمام گرمایی یعنی $g_*$، از مرتبۀ یک باشد،
- سازوکارهای استانداردی که افت‌وخیزهای تقریباً مقیاس–ناورداریی می‌سازند.

این حدس نتایج مشخصی را باتوجه فرض‌های بالا، برای فازهای تورمی عالم در پی دارد. برای نمونه، حدس سانسور فراپلانکی، برای فاز تورمی کیهان اخیر، می‌تواند کران بالایی برای عمر کیهان معین کند که مقدار آن حدود ۲ تریلیون سال است [۶]. برای فاز تورم ابتدای عالم نیز، این حدس پیامدهایی را پیش‌بینی می‌کند. مهم‌ترین آنها، قیدهای مشخصی روی مشاهده‌پذیرهای کیهان‌شناختی می‌گذارد. از جمله آن که مقیاس انرژی‌ای که می‌توان به تورم نسبت داد، همواره کوچک‌تر $۱۰^۹$ گیگاالکترون ولت خواهد بود که معادل

$$V^{۱/۴} < ۳ \times ۱۰^{-۱۰} M_{\mathrm{Pl}} , \qquad (۳)$$

است. بنابراین، بدیهی است که می‌توان روی بزرگی دامنۀ اختلالات اولیۀ کیهان، قیدهای مشخصی تعیین کرد. مهم‌ترین پارامتر شاهد تورم نسبت اختلالات تانسوری به نرده‌ای $r$ است که از راه آزمایش‌ها و رصدهای تابش پس‌زمینه‌ای کیهانی (CMB) کران مقدار مجاز آن مشخص می‌شود. از این‌رو، باتوجه به مقیاس انرژی یاد شده در چارچوب حدس وفا–بدرویا کران بالای این نسبت

$$r < ۱۰^{-۳۰}, \qquad (۴)$$

خواهد بود [۹].

آخرین داده‌های مأموریت پلانک کران بالای بسیار بزرگ‌تری را معین کرده که حدود ۰/۱ است [۱۰][۱]. این مقدار در آزمایش‌های آینده می‌تواند کوچک‌تر شود یا این امید وجود دارد که به‌طور دقیق با رصد مدهای B تعیین شود [۱۱].

اما مانند همۀ حدس‌های این‌چنینی، همیشه این پرسش مطرح است که آیا مقدار کران‌های پیش‌بینی‌شده، چقدر منعطف هستند. همان طور که پیش‌تر گفته شد، با تغییر فرض‌هایی می‌توان تخمین‌های جدیدی، به‌دست آورد. این موضوع در چارچوب حدس اخیر هم صادق است. کران‌های دیگری نیز برای نسبت $r$ تخمین زده‌اند که برای نمونه می‌توان به [۱۲ و ۱۳] نگریست.

در اینجا می‌توان به این واقعیت اشاره کرد که دامنۀ افت‌وخیزهای تورمی به سرعت صوت اختلالات در این دوره ($c_{s,\gamma}$ مقصود از s نرده‌ای و از $\gamma$ تانسور است) وابسته است. این مقدار می‌تواند $۰ \leq c_{s,\gamma} \leq ۱$ باشد؛ از این‌رو، بدون آن که از چارچوب حدس سانسور فراپلانکی خارج شویم و فرض‌های اساسی را دستکاری کنیم، می‌توان کران جدیدی برای $r$ به‌دست آورد.

در ادامه با بررسی سرعت اختلالات تانسوری $c_\gamma$ در چارچوب نظریۀ میدان مؤثر تورمی [۱۶] نشان می‌دهیم، که می‌توان کران بالای بزرگ‌تری را برای نسبت اختلالات تانسوری به نرده‌ای معرفی کرد.

از آنجایی‌که محاسبات مربوط سرعت صوت اختلالات، ناگوسیت و دیگر موارد از این دست در چارچوب نظریۀ میدان مؤثر روشن‌تر است از آن بهره می‌بریم. به کمک این رویکرد می‌توانیم مدل‌های تورمی کیهان اولیه را به‌مدد اعملگرهای هندسی‌ای بازنویسی و متحد کنیم که بخش زمانی تقارن

۱. گفتنی است که اگر داده‌های BICEP2/Keck افزوده شود رقم پایین‌تری برای کران بالا حدود ۰/۰۷ برای r به‌دست می‌آید.

دیفیومورفیزم چهاربعدی‌شان شکسته است؛ یعنی کنش عمومی‌ای به‌کمک اشیای ریاضی‌ای با این تقارن شکسته بسازیم و محاسبات مرتبط را انجام دهیم. در چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر تورم، اختلالات انحنای نخستین $\zeta = -H\,\pi$ با مدهای گلدستون-نامبو $\pi$ تقارن شکستهٔ مورد نظر داده می‌شوند.

برای این منظور، از متریک تخت فریدمن-لومتر-رابرتسون-واکر (FLRW) با نشانگان بیش منفی بهره می‌بریم:

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}t^2 - a(t)^2\delta_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j, \qquad (۵)$$

که مقصود از $a(t)$ ضریب مقیاس است و پارامتر هابل، به‌صورت $H(t) = \dot{a}/a$ تعریف می‌شود. به‌طور عمومی متریک در سراسر متن با نماد $g_{\mu\nu}$ و دترمینان آن با $g$ نشان داده می‌شود. همچنین دیگر تانسورهایی که در متن به کار خواهیم برد، به شرح زیر است:

- مؤلفهٔ زمان-زمان متریک $g^{00}$
- نرده‌ای ریچی $R = g_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ (که $R^{\mu\nu}$ تانسور ریچی است)،
- بردار واحد عمود بر سطح زمان-ثابت با تعریف $n_\mu = -\frac{\delta_\mu^0}{\sqrt{g^{00}}}$
- متریک القایی فضایی با تعریف $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + n_\mu n_\nu$
- تانسور انحنای بیرونی $K_{\mu\nu} = h_\mu^\lambda \nabla_\lambda n_\nu$
- بخش تانسوری اختلالی متریک $\gamma_{ij}$ که بدون رد و دیورژانس است.

همچنین مقصود از $\delta g^{00}$، $\delta K_{\mu\nu}$ و غیره شکل اختلال‌یافتهٔ عملگرهاست. تعریف عملگرهای اختلال‌یافته نیز به صورت زیر است:

- $K_{\mu\nu} = K_{\mu\nu} - Hh_{\mu\nu}$
- $\delta K = \delta(K_\alpha^\alpha)$
- $\delta g^{00} = -1 + g^{00}$.

## ۲. چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر برای تورم

به‌طور اجمالی نگاهی به نظریهٔ میدان مؤثر برای تورم می‌اندازیم. در این چارچوب، ما در پیمانهٔ یکانی کار می‌کنیم. نتیجه این که به‌جای مختل کردنِ میدان تورمی $\phi$ و یافتن حل آن، درجهٔ آزادی را میدان متریک $g_{\mu\nu}$ اختیار می‌کنیم. سپس توابع و عملگرهایی را در نظر می‌گیریم که تقارن دیفومورریزم فضایی را حفظ می‌کنند و وابسته به زمان هستند و با بهره‌گیری از آنها، کنش عمومی و مناسب را برای اختلالات اولیهٔ کیهانی می‌سازیم.

کنش کلی ما، به صورت

$$S = \int \mathrm{d}^4x\,\sqrt{-g}\,\Big[\frac{M_{Pl}{}^2}{2}R - c(t)\,g^{00} - \Lambda(t) + \frac{M_2(t)^4}{2}(\delta g^{00})^2 - \frac{\bar{M}_1(t)^3}{2}\delta g^{00}\delta K - \frac{\bar{M}_1(t)^2}{2}\delta K^2 - \frac{\bar{M}_3(t)^2}{2}\delta K^\nu{}_\mu\delta K^\mu{}_\nu + \cdots\Big], \qquad (۶)$$

خواهد بود. منظور از $M_{\rm Pl}$ در کنش بالا، جرم کاهیدهٔ پلانک است. خط اول کنش (۶) پایین‌ترین مرتبهٔ اختلالی است. به‌مدد معادلات پس‌زمینه (معادلات فریدمان)، می‌توان آنها را مشخص کرد که این‌چنین خواهیم داشت:

$$S = \int \mathrm{d}^4x\,\sqrt{-g}\,\Big[M_{Pl}{}^2\left(\frac{R}{2} - \dot{H}g^{00} - \left(3H^2 - \dot{H}\right)\right) + \frac{M_2(t)^4}{2}\left(\delta g^{00}\right)^2 - \frac{\bar{M}_1(t)^3}{2}\delta g^{00}\delta K - \frac{\bar{M}_1(t)^2}{2}\delta K^2 - \frac{\bar{M}_3(t)^2}{2}\delta K^\nu{}_\mu\delta K^\mu{}_\nu + \cdots\Big], \qquad (۷)$$

خط دوم کنش (۷) شامل عملگرهایی است که در حد واجفتیدگی با رابطهٔ پاشندگی اختلالات اولیه متناسب خواهد بود. عملگرهای $\delta K^2$ و $\delta K^\nu{}_\mu\delta K^\mu{}_\nu$ به نظریه‌های تورم شبح منتسب است [۱۴]. البته لازم به ذکر است که این موضوع مبتنی بر نسخهٔ اصلی نظریهٔ میدان مؤثر تورم [۱۵] است. در نظریهٔ میدان مؤثر تعمیم‌یافته تورم [۱۶] عملگرهای دیگری نیز می‌توان افزود که مرتبهٔ رابطهٔ واپاشیدگی را بالا می‌برند.

## ۳. رابطهٔ میدان سرعت صورت اختلالات تانسوری و نسبت اختلالات تانسوری به نرده‌ای

در چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر تورم، ساده‌ترین عبارتی که به کنش پایهٔ اینشتین-هیلبرت اختلال تانسوری از مرتبه دو می‌افزاید، عبارت $\delta K^\nu{}_\mu\delta K^\mu{}_\nu$ است. بنابراین می‌توان بخش اختلال تانسوریِ کنش را به صورت زیر نوشت:

$$S_\gamma = S_{EH} + S_{\bar{M}_3} = \frac{1}{8}\int \mathrm{d}t\,\mathrm{d}^3x\,a^3\Big[M_{Pl}^2\Big(c_\gamma^{-2}(\partial_t\gamma_{ij})^2 - a^{-2}(\partial_k\gamma_{ij})^2\Big) - \bar{M}_3(t)^2(\partial_t\gamma_{ij})^2\Big]. \qquad (۸)$$

از این‌رو سرعت صوت اختلالات تانسوری به‌دست می‌آید:

$$c_\gamma^2 = \left(1 - \frac{\bar{M}_3^2}{M_{Pl}^2}\right)^{-1} \qquad (۹)$$

در صورتی‌که بخواهیم از مدهایی از امواج گرانشی با سرعت فراتر از نور پرهیز کنیم باید

$$\bar{M}_3^2 < 0. \qquad (۱۰)$$

باشد.

حال به‌سراغ محاسبهٔ طیف توان $\gamma_{ij}$ می‌رویم. $\gamma_{ij}$ را برپایهٔ مدهای هلیستی گراویتون بسط می‌دهیم:

$$\gamma_{ij} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sum_{q=\pm} \epsilon^q_{ij}(\vec{k})\, \gamma^q_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\cdot\vec{x}), \qquad (۱۱)$$

که $q=\pm$ شاخص هلیستی، $\epsilon^q_{ij}$ تانسور قطبش و $\gamma^q_k$ تابع متناظر $\gamma_{ij}$ در فضای فوریه است. شرایط بهنجارش چنین حکم می‌کند:

$$\sum_{i,j} \frac{1}{2}\, \epsilon^q_{ij} \epsilon^{q'}_{ij} = \delta^{qq'}, \qquad (۱۲)$$

و حقیقی بودن مقادیر تانسور قطبش نیز منجر به

$$\epsilon^q_{ij}(\vec{k})^* = \epsilon^q_{ij}(-\vec{k}), \qquad (۱۳)$$

می‌شود. حال  با شرایط کوانتش

$$\left[ b^q_{\vec{k}}, b^{q'\dagger}_{-\vec{k}'} \right] = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \delta^{qq'}, \qquad (۱۴)$$

و با در نظرگیری تابع مد $v_k(t)$ می‌توان چنین نوشت:

$$\gamma^q_{\vec{k}} = b^q_{\vec{k}} v_k(t) + b^{q'\dagger}_{\vec{k}'} v^*_k. \qquad (۱۵)$$

زمانی‌که بر کنش (۸) تبدیل فوریه را اثر دهیم، به مدد زمان همدیس (با تعریف $a d\tau = dt$ و مشتق نسبت به آن را با $'$ نشان می‌دهیم) آن را بازنویسی کنیم و نسبت به $\tau$ وردش‌گیری کنیم، معادلهٔ حرکت زیر به‌دست می‌آید:

$$\gamma''(\tau) - \frac{2a'(\tau)\gamma'(\tau)}{a(\tau)} + \Big((c_\gamma k)^2 + \frac{2a'(\tau)^2}{a(\tau)^2} - \frac{2a''(\tau)}{a(\tau)}\Big)\gamma(\tau) = 0, \qquad (۱۶)$$

با درنظرگرفتن خلأ بانچ–دیویس و تابع ضریب مقیاس برای فضازمان دوسیته $a(\tau) = -(H\tau)^{-1}$ و قرار دادن بسط (۱۵) در معادلهٔ (۷)، و حل کردن آن، آنگاه تابع مد به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$v_k = \frac{H}{M_{\rm Pl}} \sqrt{\frac{c_\gamma}{k^3}} \left(1 + i c_\gamma k \tau\right) \exp(-i c_\gamma k \tau). \qquad (۱۷)$$

حال می‌توان تابع دو–نقطه‌ای تانسوری را در فضای تکانه محاسبه کرد که طیف توان مدهای تانسوری $\widetilde{P}_\gamma(k)$ (منظور ~ به دست آمده از طریق نظریهٔ میدان مؤثر است) به دست خواهد آمد:

$$<\gamma^q_{\vec{k}} \gamma^{q'}_{\vec{k}'}> = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} - \vec{k}') \delta^{qq'} \frac{\pi^2}{2k^3} \left(\frac{2H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2 c_\gamma}\right), \qquad (۱۸)$$

که در رابطهٔ بالا داریم:

$$\widetilde{P}_\gamma(k) = \frac{1}{c_\gamma} \frac{2H^2}{\pi^2 M_{\rm Pl}^2}, \qquad (۱۹)$$

بنابر محاسبات نشان دادیم که رابطهٔ میان سرعت صوت اختلالات تانسوری و طیف توان متناظرش چگونه تعریف می‌شود. بنابراین نسبت اختلالات تانسوری به نرده‌ای

$$\tilde{r} = \frac{\widetilde{P}_\gamma}{P_\zeta} = \frac{\frac{1}{c_\gamma} P_\gamma}{P_\zeta} = \frac{r}{c_\gamma}, \qquad (۲۰)$$

خواهد شد. اما ملاحظاتی در میان است که می‌بایست آنها در نظر گرفت. پس از آن می‌توان نظر داد که آیا می‌توان سرعت صوت اختلالات تانسوری را تغییر داد یا خیر. در بخش بعدی این ملاحظات را بررسی می‌کنیم.

## ۴. ملاحظاتی پیرامون سرعت صوت اختلالات تانسوری

از معادلهٔ (۲۰) می‌توان دید که با تغییر مقدار سرعت اختلالات تانسوری می‌توان بزرگی $r$ را کنترل کرد.

می‌توان مقدار ثابت و نابرابر با ۱ و کوچک برای $c_\gamma$ تعیین کرد تا $r$ تقویت شود. اما مسئلهٔ مهمی در میان است. زمانی که تابع سه‌نقطه‌ای یا به عبارت دیگر دوطیفی اختلالات تانسوری در فضای مکان$<\gamma\gamma\gamma>$ و همچنین $h_{\rm NL}$ ناگوسیت مدهای تانسوری را محاسبه کنیم، درمی‌یابیم که هر دو کمیت به سرعت انتشار اختلالات تانسوری وابسته‌اند. در نتیجه  این نگرانی به وجود می‌آید که با کم کردن سرعت اختلالات تانسوری، معیارهای نظریهٔ میدان مؤثر را نقض کنیم. معیار اصلی برای معتبر ماندن نظریهٔ میدان مؤثر این است که رابطهٔ

$$h_{\rm NL} \ll \frac{1}{|\gamma|}, \qquad (۲۱)$$

همواره برقرار بماند. در صورتی که این رابطه نقض شود، اعتبار نظریهٔ مؤثر به کار رفته برای تورم نقض خواهد شد. بنابراین به مدد رابطهٔ (۲۱) می‌توان دریافت که چه مقدار تغییر مقدار در مرتبهٔ $c_\gamma$ مجاز است؛ یا این که اساساً تغییرات مجازند یا ممنوع. مقدار تابع سه نقطه‌ای $\gamma$ در فضای مکان را از رأس مکعبی برآمده از کنش اینشتین–هیلبرت

$$\frac{a}{4}\left(\gamma_{ik}\gamma_{jl} - \frac{1}{2}\gamma_{ij}\gamma_{kl}\right) \partial_k \partial_l \gamma_{ij}, \qquad (۲۲)$$

محاسبه خواهیم کرد که برابر است با:

$$<\gamma\gamma\gamma> \sim \left(\frac{M_{\rm Pl}^2}{H^2} \frac{1}{c_\gamma^2}\right)^3 \left(\frac{H^2}{M_{\rm Pl}^2} c_\gamma^2\right)^3 \sim c_\gamma^4. \qquad (۲۳)$$

این تابعیت می‌تواند مشکل‌ساز باشد، اما از طرف دیگر تابع دو نقطه‌ای $\gamma$ در فضای مکان متناسب با $c_\gamma^2$ است، بنابراین همان‌طور که در مرجع [۱۷] نشان داده شده است:

$$h_{\mathrm{NL}} \sim \frac{<\gamma\gamma\gamma>}{<\gamma\gamma><\gamma\gamma>} \sim \mathcal{O}\left(c_\gamma^0\right), \qquad (۲۴)$$

بنابراین تغییرات سرعت مد تانسوری بر $h_{\mathrm{NL}}$ بی‌اثر است. همچنین از آنجایی که $|\gamma| \sim c_\gamma$ مقدار نابرابری (۲۱) همواره برقرار می‌ماند. بنابراین بدون هر گونه نگرانی مجاز هستیم که با تغییر سرعت انتشار امواج گرانشی در دورهٔ تورمی، مقدار $r$ را معین کنیم.

## ۵. کاستن کران بالای $r$

با محاسبات و ملاحظاتی که داشتیم، حال می‌توان در چارچوب سانسور فراپلانکی کران بالای تعیین شده برای $r$ را تغییر دهیم. پیش‌بینی اصلی حدس سانسور فراپلانکی همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، از مرتبهٔ $10^{-30}$ و کوچک‌تر است. بنابر رابطهٔ (۲۰) اگر $c_\gamma \ll 1$ باشد، مقدار نسبت اختلالات تانسوری به نرده‌ای، افزوده می‌شود. در حالت کلی خواهیم داشت:

$$c_\gamma^2 = \frac{1}{1-(\frac{\overline{M_3}}{M_{\mathrm{Pl}}})^2} \Rightarrow -(\frac{\overline{M_3}}{M_{\mathrm{Pl}}})^2 = c_\gamma^{-2} - 1 \xRightarrow{c_\gamma^{-2} \gg 1} c_\gamma^{-2} \simeq -(\frac{\overline{M_3}}{M_{\mathrm{Pl}}})^2 \Rightarrow -\overline{M_3}^2 \simeq c_\gamma^{-2} M_{Pl}^2. \qquad (۲۵)$$

اگر بخواهیم مقدار کران بالای $r$ را تا مرتبهٔ $10^{-3}$ افزایش دهیم، آنگاه خواهیم داشت:

$$r \lesssim 10^{-3} \Leftrightarrow c_\gamma = 10^{-27} \Leftrightarrow -\overline{M_3}^2 \simeq 10^{-54} M_{Pl}^2. \qquad (۲۶)$$

## ۶. جمع‌بندی

حدس سانسور فراپلانکی چارچوب جالبی را برای بحث و بررسی پیرامون نظریهٔ میدان مؤثر، کیهان اولیه و انبساط شتابدار عالم اخیر در اختیار ما می‌گذارد. اما همان‌طور که در این مقاله نشان دادیم، می‌توان قیدهای پیشنهاد شده در چارچوب سانسور فراپلانکی بر کران بالا برای نسبت اختلالات نرده‌ای به تانسوری را با کاهش سرعت اختلالات تانسوری افزایش داد، بی‌آن که لازم باشد از چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر برای تورم خارج شویم.

## مراجع


1. R H Brandenberger, *PoS* **ICFI2010** (2010) 001.
2. R Allahverdi, et al., *Open J. Astrophys.* **4** (2021).
3. S B Giddings, S Kachru and J Polchinski, *Phys. Rev. D.* **66** (2002) 106006.
4. S Kachru, R Kallosh, A Linde, and S P Trivedi, *Phys. Rev. D* **68** (2004) 046005.
5. R H Brandenberger and J Martin, *Class. Quant. Grav.* **30** (2013) 113001.
6. C Vafa, (2005), arXiv:hep-th/0509212 [hep-th].
7. P Agrawal, G Obied, P J Steinhardt and C Vafa, *Phys. Lett. B* **784** (2018) 271.
8. A Bedroya and C Vafa , *JHEP* **09** (2020) 123.
9. A Bedroya, R Brandenberger, M Loverde and C Vafa, *Phys. Rev. D* **101** (2020) 103502.
10. T. Akrami, et al., [Planck], *Astron. Astrophys.* **641** (2020) 61.
11. https://cmb-s4.org, https://litebird.isas.jaxa.jp, https://science.jpl.nasa.gov/projects/bicep3.
12. R Brandenberger and E Wilson-Ewing, *JCAP* **03** (2020) 047.
13. V Kamali and R Brandenberger, *Eur. Phys. J. C* **80 no.4** (2020) 339.
14. N Arkani-Hamed, P. Creminelli, S Mukohyama, and M Zaldarriaga, *JCAP* **04** (2004) 001.
15. C Cheung, P Creminelli, A L Fitzpatrick, J Kaplan, and L Senatore, *JHEP* **0803** (2004) 014.
16. A Ashoorioon, R Casadio, M Cicoli, G Geshnizjani, and J H Kim, *JHEP* **02** (2018) 172.
17. T Noumi and M Yamaguchi (2014) arXiv:1403.6065 [hep-th].