

## خواص فازی یک شبه بلور دو دوره‌ای متشکل از مواد تک منفی

### آرزو رشیدی و صمد روشن انتظار

دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۵/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۹/۲)

#### چکیده

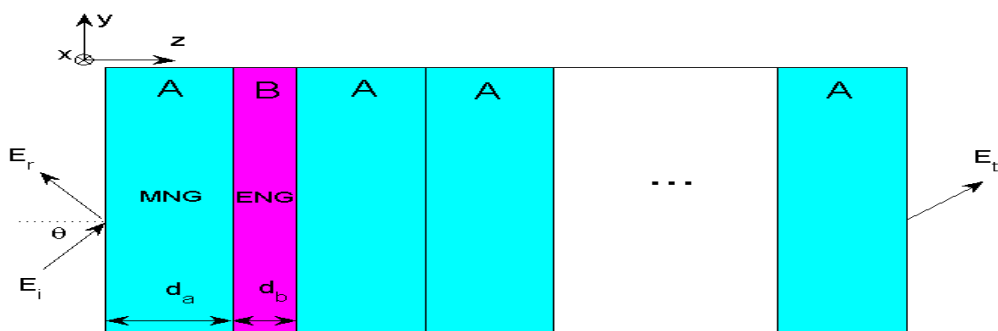
در این مقاله، خواص فازی امواج بازتابی از شبه بلورهای دو دوره‌ای یک بعدی متشکل از مواد تک منفی، با استفاده از روش ماتریس انتقال بررسی شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش شمارنده مولد دو دوره‌ای، گاف باند همه سویه بزرگی در محدوده بسامدی تک منفی، تشکیل می‌شود. ما مطالعاتمان را به محدوده بسامدی این گاف باند پهن، محدود می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که مقدار اختلاف فاز بین دو موج قطبیده الکتریکی عرضی و مغناطیسی عرضی بازتابی از این گاف باند، در محدوده بسامدی پهن باندی، مستقل از شمارنده مولد است. همچنین، اختلاف فاز بازتابی با افزایش زاویه تابش، افزایش می‌یابد و در قسمت‌های مرکزی گاف باند، تقریباً ثابت باقی می‌ماند. به علاوه، مقدار اختلاف فاز در دو نقطه در نزدیکی لبه‌های گاف باند، علی‌رغم تغییر زاویه تابش، تقریباً به صفر می‌رسد. با توجه به این ویژگی‌ها، این ساختار می‌تواند به عنوان جبران کننده فاز پهن باند، بازتابگر همگام همه سویه و قطبشگر به کار رود.

**واژه‌های کلیدی:** فاز، شبه بلور دو دوره‌ای، تک منفی، جبران کننده فاز، بازتابگر همگام همه سویه، قطبشگر

#### ۱. مقدمه

تناوبی از مواد دو منفی و مواد عادی منجر به ایجاد گاف باند ضریب شکست متوسط (حجمی) صفر می‌شود [۲، ۳، ۷]. فرامواد تک منفی نیز شامل محیط‌هایی هستند که در آنها یکی از پارامترهای گذردهی الکتریکی و پذیرفتاری مغناطیسی علامت منفی دارند و بنابراین به دو نوع اپسیلون-منفی و میو-منفی تقسیم‌بندی می‌شوند [۸]. گاف باندی که در ساختارهای شامل لایه‌های متناوب تک منفی ظاهر می‌شود، گاف باند فاز مؤثر صفر نامیده می‌شود [۹-۱۱]. گاف باند ضریب شکست متوسط صفر و گاف باند فاز مؤثر صفر دارای خواص متمایزی

بلورهای فوتونی ساختارهای دی‌الکتریک متناوبی هستند که در چند دهه اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته‌اند [۱]. این توجه، مرهون ظهور و گسترش نوع جدیدی از مواد، تحت عنوان فرا مواد است که به صورت مصنوعی ساخته می‌شوند و شامل مواد دو منفی و تک منفی می‌باشند. فرامواد دو منفی، محیط‌هایی هستند که در آنها هر دو پارامتر گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی به طور همزمان در یک گستره بسامدی منفی هستند [۲-۶]. نشان داده شده است که ترکیب لایه‌های



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایش شماتیک شبه بلور دو دوره‌ای. A و B به ترتیب بیانگر ماده  $\mu$ -منفی و  $\epsilon$ -منفی می‌باشند.

است. مطالعات بسیار اندکی نیز که در مورد فاز انجام شده است، محدود به بلورهای فوتونی هستند [۲۶-۲۸]. از آنجایی که خواص فاز، نمایشگر ویژگی‌های نور است و به دست آوردن اطلاعات فازی و کنترل آن، می‌تواند در سیستم‌های اپتیکی نقش به‌سزایی را ایفا کند، لذا ما در این مقاله، برای اولین بار به بررسی این موضوع در شبه بلور دو دوره‌ای متشکل از مواد تک منفی می‌پردازیم.

## ۲. فرمول‌بندی مسئله

یک ساختار فوتونی شبه متناوب دو دوره‌ای، متشکل از لایه‌های A و B را که به ترتیب نشانگر مواد میو-منفی و اپسیلون-منفی، با ضخامت‌های  $d_A$  و  $d_B$  هستند در نظر می‌گیریم. در شکل ۱، شماتیکی از ساختار ارائه شده است که در آن لایه‌های A و B مطابق با قاعدهٔ جانشینی به صورت  $A \rightarrow AB$  و  $B \rightarrow AA$  چیده شده‌اند. به عبارت دیگر، اگر  $S_N$  مولد دو دوره‌ای باشد که  $N$  شمارندهٔ مولد دو دوره‌ای است، با در نظر گرفتن  $S_0 = A$ ، پایین‌ترین مراتب این ساختارها عبارت خواهند بود از:  $S_1 = AB$ ،  $S_2 = ABAA$ ،  $S_3 = ABAAABAB$  و .... به وضوح، تعداد لایه‌های مولد  $S_N$  برابر است با  $2^N$  [۲۴، ۲۵]. گذردهی الکتریکی نسبی و تراوایی مغناطیسی نسبی لایه‌های A و B را به ترتیب به شرح زیر انتخاب می‌کنیم [۱۱]:

$$\epsilon_A = \epsilon, \mu_A = 1 - \frac{\omega_{mp}^2}{\omega^2}, \quad (1)$$

$$\epsilon_B = 1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega^2}, \mu_B = 1/2, \quad (2)$$

با گاف باندهای براگ هستند [۲، ۱۱]. علاوه بر بلورهای فوتونی متناوب، ساختارهای فوتونی شبه متناوب که حد مابین ساختارهای متناوب منظم و ساختارهای تصادفی نامنظم هستند، به خاطر ویژگی‌های جالبی که دارند از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشند [۱۲، ۱۳]. کشف تجربی این شبه بلورها توسط شچمن<sup>۱</sup> و همکارانش [۱۴] و لوین<sup>۲</sup> و استینه‌هارت<sup>۳</sup> [۱۵] صورت گرفت. این ساختارها به وسیلهٔ یک قاعدهٔ ریاضی ساده تعریف می‌شوند. یک سیستم شبه متناوب، به خاطر نظم دور برد، می‌تواند نواحی بسامدی ممنوعه‌ای مشابه با گاف باندهای بلور فوتونی، تشکیل دهد که شبه گاف باندها<sup>۴</sup> نامیده می‌شوند و در عین حال، به خاطر بی‌نظمی کوتاه برد، همانند یک محیط بی‌نظم دارای حالت‌های جایگزیده می‌باشد [۱۶]. از نمونه‌های معروف شبه بلورهای یک بعدی می‌توان به ساختارهای فیبوناچی<sup>۵</sup>، دو دوره<sup>۶</sup> و تو-مورس<sup>۷</sup> اشاره کرد. چندین مطالعهٔ نظری در مورد ساختارهای شبه متناوب فیبوناچی و تو-مورس صورت گرفته است [۱۳، ۱۷-۲۳]، اما مطالعاتی که راجع به ساختار شبه متناوب دو دوره‌ای انجام شده است، بسیار اندک می‌باشند [۲۴، ۲۵]. از طرف دیگر، این بررسی‌ها، محدود به دامنه‌های بازتاب و عبور است و تاکنون، در مورد خواص فاز ساختارهای شبه متناوب، هیچ‌گونه مطالعه‌ای صورت نگرفته

۱. Shechtman

۲. Levine

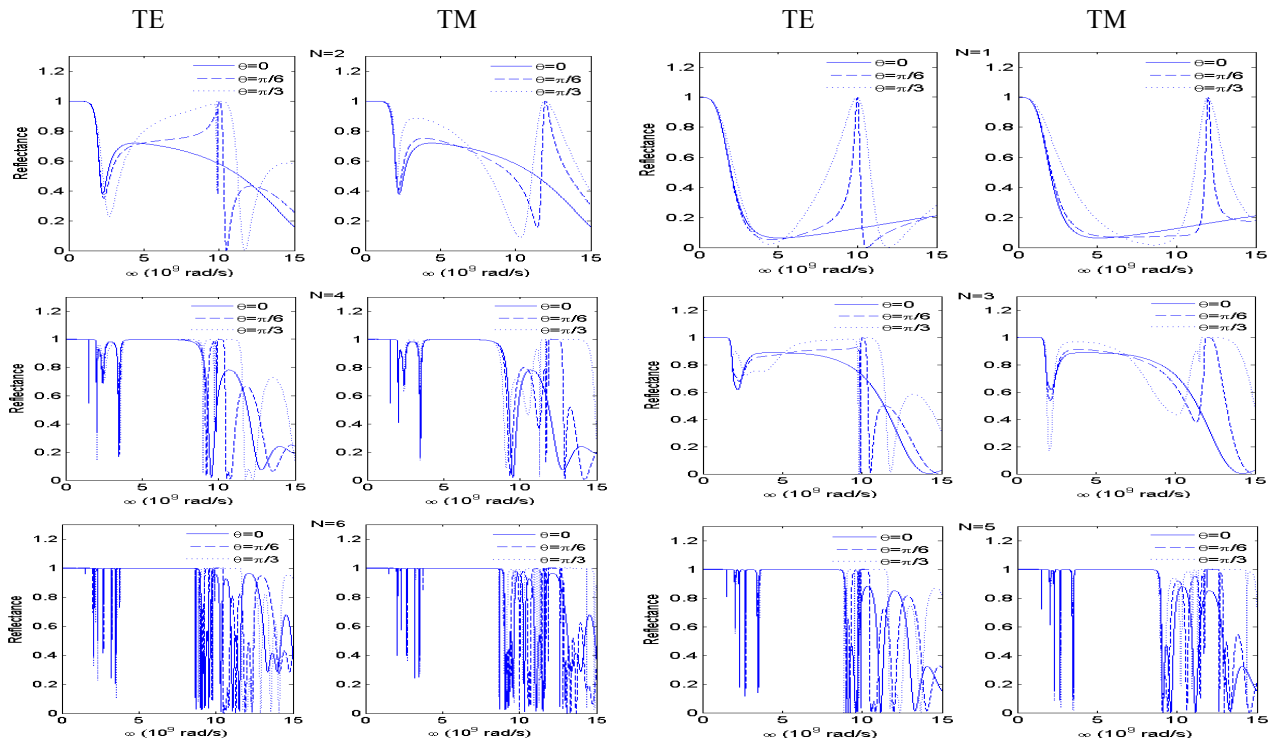
۳. Steinhardt

۴. pseudo band gap

۵. Fibonacci (FB)

۶. double-periodic (d-p)

۷. Thue-Morse (T-M)



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی طیف بازتابندگی شبه بلور دو دوره‌ای با شماره‌های مولد  $N=1, 2, 3, \dots, 6$  به بسامد، تحت زوایای تابشی مختلف، برای امواج با قطبش‌های TE و TM. در اینجا  $d_A=10 \text{ mm}$  و  $d_B=5 \text{ mm}$  انتخاب شده‌اند.

ماتریس انتقال کل (X) نیز از حاصلضرب ماتریس‌های انتقال تک تک لایه‌ها به دست می‌آید. با فرض این که  $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$  است و با ارتباط دادن میدان‌های الکترومغناطیسی در ابتدا و انتهای بلور، ضریب بازتاب به صورت زیر به دست می‌آید:

$$r(\omega) = \frac{(x_{22} + x_{12} \cos \theta) \cos \theta - (x_{21} + x_{11} \cos \theta)}{(x_{22} + x_{12} \cos \theta) \cos \theta + (x_{21} + x_{11} \cos \theta)} \quad (4)$$

با معلوم بودن  $r$ ، فاز  $\varphi$  نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(r)}{\text{Re}(r)} \pm m\pi, \quad (5)$$

که در آن  $m$  یک عدد صحیح است و با توجه به اینکه  $\varphi$  تابع یکنواختی از بسامد است، تعیین می‌شود [۳۰]. پس با استفاده از این فازها اختلاف فاز  $\Delta\varphi = \varphi_{TM} - \varphi_{TE}$  را به دست می‌آوریم. لازم به ذکر است که برای ترسیم نمودارها از نرم‌افزار متلب استفاده کرده‌ایم.

### ۳. بحث‌ها و نتایج محاسبات

شکل ۲ بازتابندگی این ساختار، با شماره‌های مولد  $N=1, 2, 3, \dots, 6$  را، برای امواج الکترومغناطیسی با قطبش‌های TE

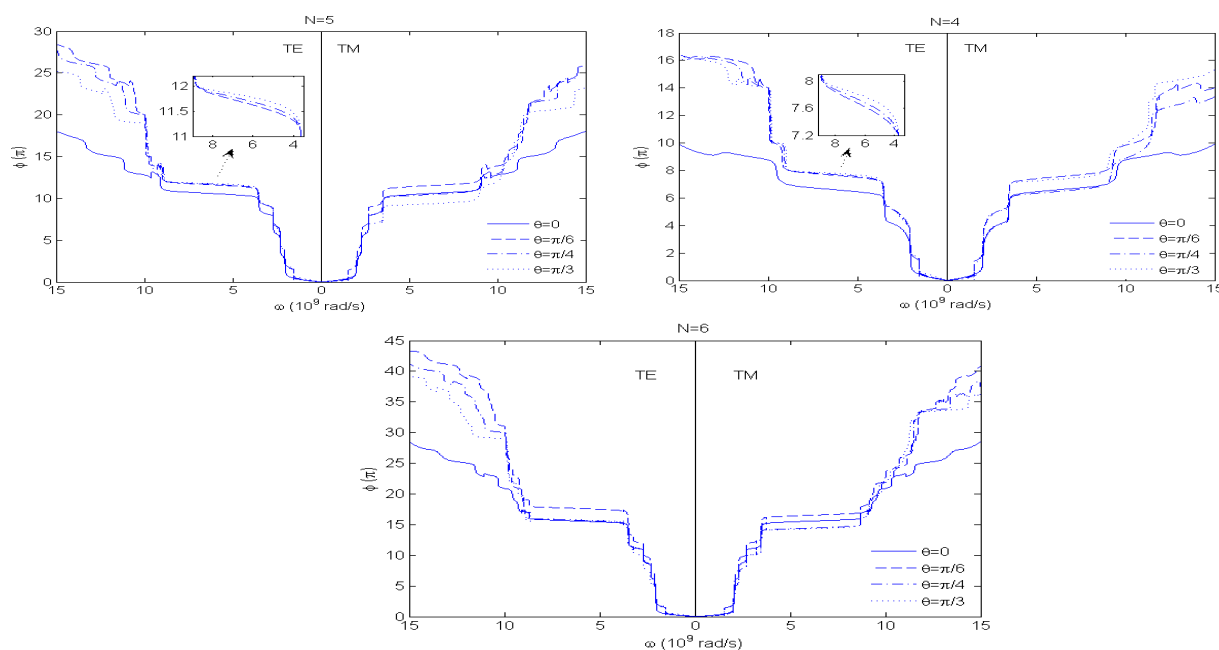
که در اینجا بسامد پلاسما مغناطیسی و الکتریکی به ترتیب  $\omega_{ep} = 12 \times 10^9 \text{ rad/s}$  و  $\omega_{mp} = 10 \times 10^9 \text{ rad/s}$  می‌باشند. بنابراین، محدوده بسامدی تک منفی برای هر دو ماده A و B به ترتیب عبارتند از:  $\omega < 10 \times 10^9 \text{ rad/s}$  و  $\omega < 12 \times 10^9 \text{ rad/s}$ . برای محاسبه ضریب بازتاب از روش ماتریس انتقال استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم که نور از هوا تحت زاویه تابش  $\theta$  بر ساختارمان فرود می‌آید. در حالت کلی، ماتریس انتقالی که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را در دو نقطه  $z$  و  $z+\Delta z$  در همان لایه به هم ارتباط می‌دهند، به صورت زیر بیان می‌شود [۲۹]:

$$M_j(\Delta z, \omega) = \begin{pmatrix} \cos(k_z^j \Delta z) & -\frac{i}{p_j} \sin(k_z^j \Delta z) \\ -ip_j \sin(k_z^j \Delta z) & \cos(k_z^j \Delta z) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$j = (A \text{ or } B)$ ,

که در آن  $k_z^j = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_j} \sqrt{\mu_j} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_j \mu_j}}$  مولفه  $z$  ام بردار موج در لایه

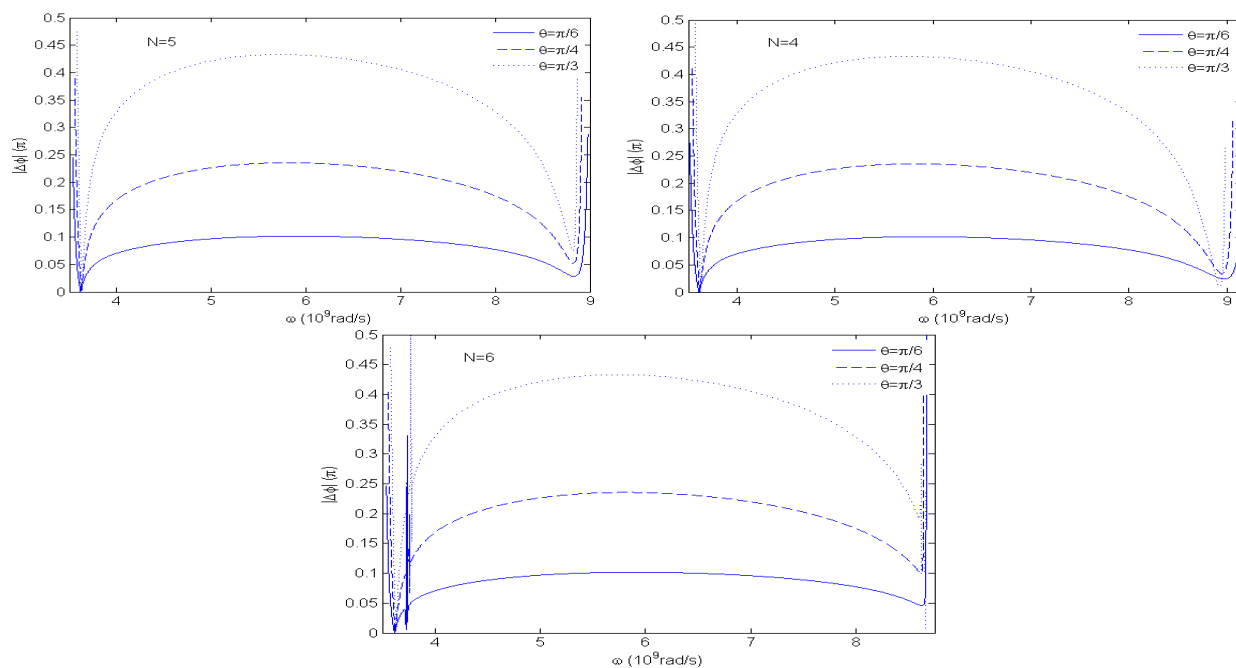
ام و  $c$  تندی نور در خلا می‌باشد. برای موج با قطبش TE،  $p_j = \frac{c}{\omega \epsilon_j} k_z^j$  و برای موج با قطبش TM،  $p_j = \frac{c}{\omega \mu_j} k_z^j$  می‌باشد.



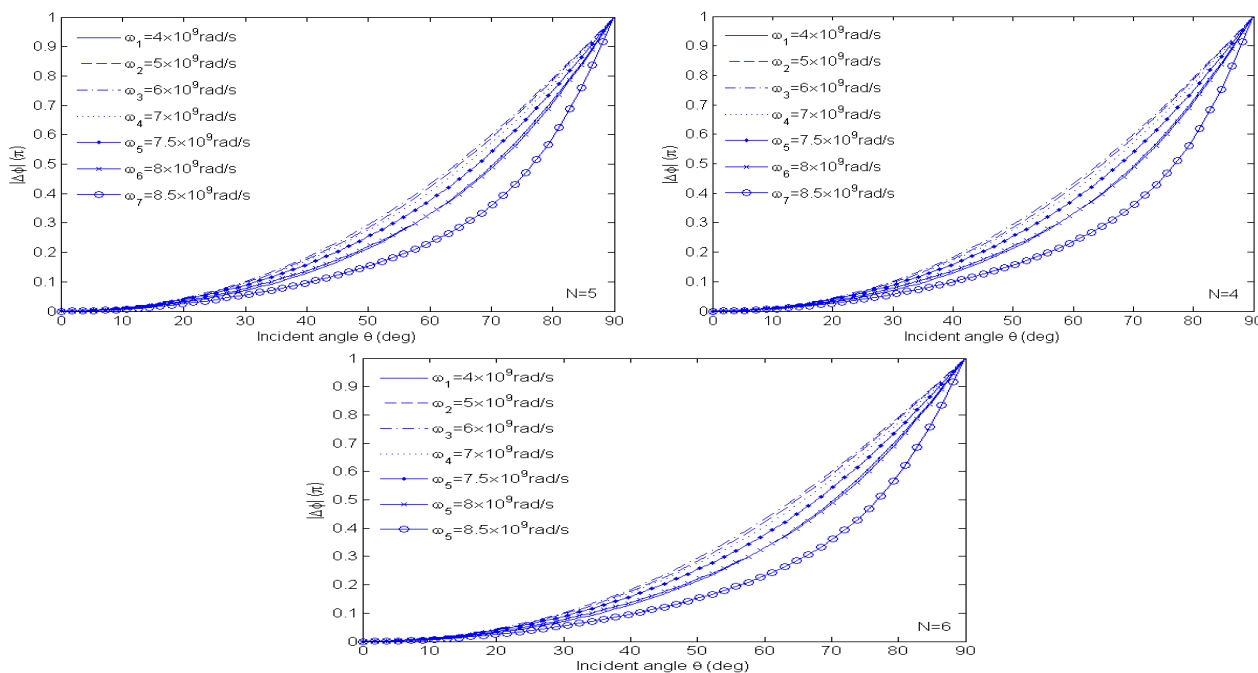
شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی فاز  $\varphi$  امواج بازتابی به بسامد برای قطبش‌های TE و TM، تحت زوایای تابشی مختلف در شبه بلور دو دوره‌ای با شمارنده‌های مولد  $N=6, 5, 4$ . پارامترهای ساختاری مانند شکل ۲ انتخاب شده‌اند.

تغییرات منظمی نسبت به زوایای فرودی مشاهده نمی‌شود. لازم به ذکر است که با افزایش شمارنده مولد ( $N$ )، تغییرات فاز  $\varphi$  افزایش می‌یابد. حال، با توجه به شکل‌های بالا می‌توان وابستگی اختلاف فاز ( $\Delta\varphi = \varphi_{TM} - \varphi_{TE}$ ) به بسامد را در زوایای تابشی مختلف رسم کرد (شکل ۴ ملاحظه شود). در شکل ۴ بسامدها در ناحیه گاف باند همه سویه بزرگی که پیشتر اشاره شد، متمرکز هستند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش زاویه تابش، مقدار  $\Delta\varphi$  افزایش می‌یابد. همچنین، در قسمت‌های مرکزی گاف باند، مقدار  $\Delta\varphi$ ، مستقل از  $N$  است و در هر یک از زوایای تابشی، تقریباً ثابت باقی می‌ماند. به علاوه ملاحظه می‌شود که در بسامدهای مربوط به لبه‌های گاف باند، مقدار اختلاف فاز بین دو مولفه، مستقل از زاویه تابش بوده و تقریباً به صفر می‌رسد. لذا، در این بسامدها قطبش نور بازتابیده از ساختار بدون تغییر باقی می‌ماند. با توجه به این ویژگی‌ها، از این ساختار می‌توان در  $N \geq 4$  به عنوان جبران‌کننده‌های فاز پهن باند و بازتابگر همگام همه سویه و کنترلگر قطبش بهره برد. برای بررسی بیشتر، وابستگی اختلاف فاز به زاویه تابش را در بسامدهای مختلف در ناحیه بسامدی این گاف باند همه سویه

و TM، تحت چند زاویه مختلف تابشی  $\theta$  نشان می‌دهد. در این شکل  $d_B = 5 \text{ mm}$  و  $d_A = 10 \text{ mm}$  انتخاب شده است. با توجه به این شکل مشاهده می‌کنیم که با افزایش شمارنده مولد ( $N=4, 5, 6$ )، گاف باند بزرگی در محدوده بسامدی تقریبی  $1/5 \times 10^9 \text{ rad/s} < \omega < 3/8 \times 10^9 \text{ rad/s}$  تشکیل می‌شود که همه سویه است و نسبت به زوایای فرودی و نوع قطبش حساسیت نشان نمی‌دهد. بنابراین، برای بررسی خواص فازی پرتوهای الکتریکی و مغناطیسی عرضی بازتابی از شبه بلور دو دوره‌ای مان، مطابق با شکل ۳ وابستگی فاز  $\varphi$  امواج بازتابی به بسامد را در دو مد قطبش TE و TM، تحت زوایای تابشی مختلف، برای شمارنده‌های مولد  $N=4, 5, 6$  رسم می‌کنیم. چنانچه در شکل مشاهده می‌شود، در محدوده‌هایی که گاف باندها تشکیل می‌شود، فاز  $\varphi$  تغییرات آرام‌تری دارد. همچنین، اگر به محدوده بسامدی که گاف باند همه سویه پهن مذکور تشکیل می‌شود دقت کنیم، متوجه خواهیم شد که در  $N=4, 5$ ، فاز  $\varphi$  در مد قطبش TE با افزایش زاویه تابش، افزایش می‌یابد؛ حال آنکه در مد قطبش TM نسبت به زوایای تابشی، تغییرات منظمی وجود ندارد. برای  $N=6$  نیز در هر دو مد قطبش،



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی مقدار اختلاف فاز  $|\Delta\varphi|$  به بسامد، در زوایای مختلف تابشی در شبه بلور دو دوره‌ای با شماره‌های مولد  $N=4, 5, 6$ . پارامترهای ساختاری مانند شکل ۲ انتخاب شده‌اند.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی مقدار اختلاف فاز  $|\Delta\varphi|$  به زوایای تابشی، در شبه بلور دو دوره‌ای با شماره‌های مولد  $N=4, 5, 6$ . پارامترهای ساختاری مانند شکل ۲ انتخاب شده‌اند.

پهن در شکل ۵ رسم می‌کنیم. از این شکل آشکار است که مقدار اختلاف فاز، مستقل از شماره‌ی مولد است. همچنین، منحنی‌های اختلاف فاز، در بازه بسامدی  $5 \times 10^9 \text{ rad/s} < \omega < 7/5 \times 10^9 \text{ rad/s}$  تقریباً هم‌پوشانی می‌کنند که به این معنی است که مقدار  $\Delta\varphi$  در این محدوده، تقریباً مستقل از بسامد است و تنها با تغییر زوایای تابشی، تغییر

می‌کنند. از این شکل آشکار است که مقدار اختلاف فاز، مستقل از شماره‌ی مولد است. همچنین، منحنی‌های اختلاف فاز، در بازه بسامدی  $5 \times 10^9 \text{ rad/s} < \omega < 7/5 \times 10^9 \text{ rad/s}$  تقریباً هم‌پوشانی می‌کنند که به این معنی است که مقدار  $\Delta\varphi$  در این محدوده، تقریباً مستقل از بسامد است و تنها با تغییر زوایای تابشی، تغییر

پهنی که در محدوده بسامدی تک منفی تشکیل می‌شود، مشاهده می‌شود که مقدار اختلاف فاز، مستقل از شمارنده مولد است، با افزایش زاویه تابش، افزایش پیدا می‌کند و در قسمت‌های مرکزی گاف باند، تقریباً ثابت باقی می‌ماند. همچنین، این مقدار در لبه‌های گاف باند، مستقل از زاویه تابش است و تقریباً به صفر می‌رسد. این ویژگی‌ها می‌تواند برای طراحی جبران کننده فاز پهن باند، بازتابگر همگام همه سویه و کنترلگر فاز در سیستم‌های اپتیکی نقش به‌سزایی را ایفا کند.

می‌یابد. بنابراین، همان طور که در بالا نیز اشاره شد، این ساختارها می‌توانند برای طراحی جبران کننده‌های فاز پهن باند و بازتابگرهای همگام همه سویه و همچنین، کنترلگر فاز به کار روند.

#### ۴. نتیجه‌گیری

با بررسی مقدار اختلاف فاز ما بین دو پرتو بازتابیده با قطبش الکتریکی و مغناطیسی عرضی از گاف باند همه سویه نسبتاً

#### مراجع

1. E Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* **58**, (1987) 2059.
2. J Li, L Zhou, C T Chen, and P Sheng, *Phys. Rev. Lett.* **90**, (2003) 083901.
3. V Shadrivov, A A Sukhorukor, and Y S Kivshar, *Appl. Phys. Lett.* **82**, (2003) 3820.
4. D R Smith and N Kroll, *Phys. Rev. Lett.* **85**, (2000) 2933.
5. D R Smith, W J Padilla, D C Vier, S C Nemat-Nasser, and S Schultz, *Phys. Rev. Lett.* **84**, (2000) 4184.
6. V G Veselago, *Sov. Phys. Usp.* **10**, (1968) 509.
7. H Jiang, H Chen, H Li, and Y Zhang, *Appl. Phys. Lett.* **83**, (2003) 5386.
8. D Fredkin and A Ron, *Appl. Phys. Lett.* **81**, (2002) 1753.
9. Alù and N Engheta, *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **51**, (2003) 2558.
10. H Jiang, H Chen, H Li, Y Zhang, J Zi, and S Zhu, *Phys. Rev. E* **69**, (2004) 066607.
11. L -G Wang, H Chen, and S Zhu, *Phys. Rev. B* **70**, (2004) 245102.
12. C Jin, B Cheng, B Man, and Z Li, D Zhang, *Phys. Rev. B* **61** (2000) 10762.
13. M Kohmoto, B Sutherland, K Iguchi, *Phys. Rev. Lett.* **58**, (1987) 2436.
14. D Shechtman, I Blech, D Gratias, and J W Cahn, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 1951.
15. D Levine, and P J Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 2477.
16. P Sheng, "Scattering and localization of classical waves in random media", World Scientific, **8** (1990).
17. H He, and W Y Zhang, *Phys. Lett. A* **351** (2006) 198.
18. J Li, D Zhao, and Z Liu, *Phys. Lett. A* **332** (2004) 461.
19. W J Hsuesh, C T Chen, C H Chen, *phys. Rev. A* **78** (2008) 013836.
20. H Y Zhang, Y P Zhang, T Y Shang, Y Zheng, G J Ren, P Wang, and J Q Yao, *Eur. Phys. J. B* **52** (2006) 37.
21. E Livioti, *J. Phys. Condens. Matter* **8** (1996) 5007.
22. R Riklund, M Severin, and L Youyan, *Int. J. Mod. Phys. B* **1** (1987) 121.
23. V V Grigoriev, and F Biancalana, *Photon. Nanostructure. Fundam. Appl.* **8** (2010) 285.
24. S Roshan Entezar, and H. Rahimi, *Opt. Commun.* **284** (2011) 5833.
25. H Rahimi, and S Roshan Entezar, *Physica B* **406** (2011) 3322.
26. K S Wu, J W. Dong, and H Z Wang, *Appl. Phys. B* **91** (2008) 30.
27. K S Wu, D H Chen, X N Luo, and H Z Wang *Opt. Commun.* **283**, (2010) 4911.
28. Y T Fang and Z C Liang, *Eur. Phys. J. D* **61** (2011) 725.
29. M Born, and E Wolf, "Principles of optics", Cambridge University Press. Chap. **1**, (1999) 54.
30. M Centini, C Sibilina, M Scalora, G D'Aguzzo, M Bertolotti, M J Bloemer, C M Bowden, and I Nefedov, *Phys. Rev. E* **60** (1999) 4891.