



## امواج سالیتونی بار فضایی در باریکه‌های ذره باردار گرم در کانال‌های انتقال با دیواره مقاومتی

عبدالرسول اسفندیاری کلچاهی و طناز عدیل ماهر

دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز

پست الکترونیکی: Tannaz.adilmaher@gmail.com

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷)

### چکیده:

در این مقاله از یک مدل جنبشی تک بعدی برای به دست آوردن امواج سالیتونی بار فضایی در باریکه ذرات باردار گرم در یک کanal انتقال دهنده با دیواره مقاومتی به شعاع  $r_w$  استفاده شده است. میدان الکتریکی محوری به صورت  $\langle E_z \rangle = -\frac{g e_b \partial \lambda_b}{\partial z} - \frac{g e_b r_w \partial^3 \lambda_b}{\partial z^3}$  به دست می‌آید که در آن  $g_1$  و  $g_2$  ثابت‌های هندسی هستند. به علاوه به دلیل مقاومت دیواره، یک میدان الکتریکی  $E_w$  حاصل می‌شود. گشتاورهای معادله ولاسک برای تابع توزیع واتر بگ<sup>۱</sup> به معادلات سیالی تبدیل می‌شوند و این معادلات با استفاده از روش اختلال کاهشی به معادله KdV تقلیل می‌یابند. شکل امواج سالیتونی بار فضایی تند و کند ناشی از باریکه ذرات باردار گرم در حضور مقاومت دیواره با برسی عددی معادله KdV در زمان‌های مختلف به دست می‌آید. بالاخره مشاهده می‌شود که در امواج سالیتونی بار فضایی کند ناشی از باریکه‌های ذرات باردار، هرچقدر مقدار مقاومت دیواره بیشتر باشد سرعت رشد دامنه نسبی بیشتر است و در امواج سالیتونی بار فضایی تند ناشی از باریکه ذرات باردار گرم، هرچقدر مقدار مقاومت بیشتر باشد سرعت میرایی دامنه امواج سالیتونی بیشتر است. نهایتاً نشان داده می‌شود که با افزایش مقدار مقاومت دیواره، سرعت رشد (میرایی) دامنه نسبی امواج سالیتونی بار فضایی آهسته (سریع) ناشی از باریکه‌های ذرات باردار افزایش می‌یابد.

**واژه‌های کلیدی:** باریکه ذره، بار فضایی، موج سالیتونی، اختلال کاهشی، میرایی، مدل سیالی

باریکه ذرات باردار مشابه پلاسمای کاملاً غیرخنثی رفتار می‌کند،

### ۱. مقدمه

لذا امواج خطی می‌توانند در سامانه باریکه ذرات باردار منتشر

شوند. موج بار فضایی خطی یکی از انواع امواج خطی است. بار

فضایی عبارت است از بار الکتریکی اضافی که به صورت پیوسته

در یک منطقه از فضا (حجمی یا سطحی) توزیع می‌شود [۴] و

[۵].

اثر بار فضایی در باریکه ذرات باردار باعث پدید آمدن امواج

بار فضایی می‌شود [۶ و ۲]. اگر دامنه اختلال زیاد باشد امواج

باریکه‌ای از ذرات باردار عبارت است از گروهی از ذرات باردار که حدوداً انرژی جنبشی یکسان دارند و تقریباً در یک جهت حرکت می‌کنند. باریکه‌های ذرات باردار شدید توجه خیلی زیادی را به خاطر کاربردشان جلب کردند که می‌توان به برخورد کننده‌های درخشندگی بالا، تغییر ماهیت زیاله‌های هسته‌ای و تولید انرژی، منابع برون افکنی نوترونی، همچو شی لختی یون سنگین و... اشاره کرد [۳-۱]. از آنجایی که سامانه

کاهشی معادله KdV را برای باریکه ذرات باردار گرم به دست می‌آوریم.

## ۲. محاسبه میدان الکتریکی حاصل از باریکه ذرات باردار گرم در یک کانال هدایت کننده با دیواره رسانا

یک باریکه الکترونی به طول  $l_b$  و شعاع  $r_b$  با شرط  $l_b \gg r_b$  فرض می‌کنیم که متشكل از ذرات باردار با بار  $e_b$  و جرم  $m_b$  است و در یک کانال هدایت کننده استوانه‌ای شکل به شعاع  $r_w$  منتشر می‌شود. منظور از کانال هدایت کننده با دیواره مقاومتی اطلاقی این است که باریکه در یک کانال استوانه‌ای شکل به شعاع معین حرکت می‌کند و کانال در مقابل حرکت باریکه مقاومت اعمال می‌کند که به ناپایداری دیوار مقاومتی منجر می‌شود. انرژی جنبشی آن به صورت  $\gamma_b = \frac{1}{2} (1 - \beta_b) m_b c^2$  تعریف شده است که

$$V_b = c \beta_b \quad \text{سرعت متوسط ذرات باردار و} \\ \text{جرم نسبی} \quad \text{سرعت نور در خلا} \quad \text{است. فرض بر این است که باریکه توسط} \\ \text{لوله‌ای مستقیم و کاملاً رسانا به شعاع} \quad r_w \text{ منتشر می‌شود.} \\ \text{نیروی مرکزگرای عرضی} \quad F = -m_b \omega_\beta X_{\perp b} \quad \text{با} \quad \text{یسامد} \\ \text{است که} \quad X_{\perp} = cte \quad \text{مقدار جابه‌جایی از محور استوانه} \\ \text{را نشان می‌دهد.}$$

در چارچوب ذرات باردار  $V_b = c \beta_b = 1$  است و می‌توان از معادلات ماکسول-ولادوف باتابع توزیع  $f_b(X, P, t)$  استفاده کرد. میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی  $E^s(X, t)$  و  $B^s(X, t)$  توسط باریکه ذرات باردار ایجاد می‌شوند. در چارچوب ذرات باردار، این میدان‌ها رفتار الکترواستاتیکی خواهند داشت به عبارتی:

$$B^s = 0, \quad \nabla \times E^s = 0, \quad (2)$$

معادلات ولادوف-ماکسول به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\frac{\partial f_b}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial f_b}{\partial x} + (F_{foc}^{tr} + e_b E^s) \frac{\partial f_b}{\partial P} = 0, \quad (3)$$

غیرخطی از محیط باریکه منتشر می‌شود که به عنوان مثال می‌توان به امواج سالیتونی اشاره کرد.

سالیتون‌ها از امواج غیرخطی مهمی هستند که در بسیاری از زمینه‌های فیزیک مانند امواج آب، آکوستیک، اپتیک و فیزیک پلاسمایا کاربرد دارند [۷-۹].

یکی از معروف‌ترین معادلاتی که امواج غیرخطی سالیتونی را بیان می‌کند معادله کورته دی-وگ وری<sup>۱</sup> (به اختصار KdV) است و به صورت زیر است [۱۱ و ۱۰]:

$$U_t + U_{xxx} = 6UU_x, \quad (1)$$

که در آن شاخص  $t$  مشتق نسبت به زمان و شاخص  $x$  مشتق نسبت به مکان را نشان می‌دهد. باید خاطر نشان کرد که امواج سالیتونی به علت رقابت اثر پاشندگی (جمله سوم در معادله (۱)) و اثر غیرخطی (جمله دوم در معادله (۱)) به وجود می‌آید. امواج بار فضایی غیرخطی در سامانه‌های مختلف پلاسمایا موضوع با اهمیتی است که به صورت گسترده بررسی شده است

[۱۲-۲۴].

مطالعه در رژیم غیرخطی امواج بار فضایی در باریکه ذرات باردار سرد، برای نخستین بار توسط سوک<sup>۲</sup> و همکارانش با استفاده از مدل سیالی در یک کانال انتقال باریکه ذره باردار با دیواره مقاومتی اطلاقی انجام شده است. آنها نشان داده‌اند که دامنه امواج سالیتونی بار فضایی کند رشد می‌یابد، در حالی که امواج سالیتونی بار فضایی تند، دچار میرایی می‌شود

[۲۵].

در این مقاله، به بررسی شکل موج سالیتونی و دامنه امواج سالیتونی بار فضایی ناشی از باریکه ذرات باردار گرم که توسط یک کانال هدایت دهنده با دیواره مقاومتی منتشر می‌شود می‌پردازیم. میدان الکتریکی حاصل از باریکه ذرات باردار گرم منتشر شده در یک کانال هدایت دهنده با دیواره رسانا را محاسبه کرده و همچنین میدان حاصل از مقاومت دیواره کانال هدایت کننده را در نظر می‌گیریم. با استفاده از روابط اساسی تکانه و حرکت و به کار بردن روش اختلال

و

<sup>۱</sup>. Korteweg-de Vries  
<sup>۲</sup>. Suk

$$F_b(z, p_z, t) = \langle f_b(X, P, t) \rangle_{\perp} + \int dx dy \int dp_x dp_y f_b(X, P, t), \quad (12)$$

با ترکیب (۱۱) و (۱۲) داریم:

$$\frac{\partial \langle f_b(X, P, t) \rangle_{\perp}}{\partial t} + V_z \cdot \frac{\partial \langle f_b(X, P, t) \rangle_{\perp}}{\partial z} + V_{\perp} \cdot \frac{\partial \langle f_b(X, P, t) \rangle_{\perp}}{\partial x_{\perp}} + \left\langle (F_{foc}^{tr} + e_b E_{\perp}^s) \frac{\partial f_b}{\partial P_{\perp}} \right\rangle_{\perp} + e_b \left\langle E_z^s \frac{\partial f_b}{\partial P_z} \right\rangle_{\perp} = 0, \quad (13)$$

با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial F_b}{\partial t} + V_z \frac{\partial F_b}{\partial z} + e_b \left\langle E_z^s \frac{\partial f_b}{\partial P_z} \right\rangle_{\perp} = 0, \quad (14)$$

با استفاده از روابط (۴) و (۵) نتیجه می‌گیریم:

$$\nabla \cdot E = 4\pi e_b n_b, \quad (15)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۱۵) نسبت به  $z$  و با توجه به رابطه (۲)، معادله پواسون در مختصات استوانه‌ای به شکل زیر در می‌آید:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} E_z^s + \frac{\partial}{\partial z} E_z^s + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} E_z^s = 4\pi e_b \frac{\partial}{\partial z} n_b, \quad (16)$$

از رابطه (۱۲) داریم:

$$\lambda_b(z, t) = \int dx dy n_b = \int dx dy \int d^r P f_b(z, p_z, t), \quad (17)$$

با فرض این که دینامیک پرتو عرضی نسبتاً ساکن است، وابستگی  $f_b(X, P, t)$  به اندازه حرکت محوری  $p_z$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f_b(X, P, t) = G_b(X_{\perp}, P_{\perp}, t) F_b(z, p_z, t), \quad (18)$$

از ترکیب روابط (۱۷) و (۱۸) خواهیم داشت:

$$\int dp_x dp_y G_b(X_{\perp}, P_{\perp}, t) = \frac{n_b(X, t)}{\lambda_b(z, t)}, \quad (19)$$

با استفاده از روابط (۶)، (۵) و (۱۲) داریم:

$$e_b \left\langle E_z^s \frac{\partial f_b}{\partial p_z} \right\rangle_{\perp} = e_b \left\langle E_z^s \right\rangle_{\perp} (z, t) \frac{\partial F_b(z, p_z, t)}{\partial p_z}, \quad (20)$$

در نتیجه معادله (۱۴) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\nabla \cdot E = 4\pi e_b \int d^r P f_b, \quad (4)$$

$$V = \frac{P}{m_b} \quad \text{سرعت ذره بازدار در چارچوب پرتو به شکل}$$

تعريف می‌شود. همچنین چگالی عددی  $n_b(X, t)$  و چگالی خطی  $\lambda_b(z, t)$  به شکل زیر بیان می‌شوند:

$$n_b(X, t) = \int d^r P f(X, P, t), \quad (5)$$

$$\lambda_b(z, t) = \int dx dy n_b = \int dx dy \int d^r P f(X, P, t), \quad (6)$$

$$\text{در} \quad \text{معادلات} \quad \text{تمامی}$$

$$(X, P, t) = (x, y, z, p_x, p_y, p_z, t) \quad \text{و}$$

$$P_{\perp} = (x, y, p_x, p_y) \quad \text{است. به عبارتی} \quad X_{\perp}, P_{\perp} = (x, y, p_x, p_y)$$

سه بعد دارند. همچنین در تمامی معادلات، به جای استفاده از مختصات دکارتی می‌توان از مختصات استوانه‌ای استفاده کرد.

$$\int dx dy = \int_0^{r_w} r dr \int_0^{\pi} d\theta, \quad (7)$$

$$\int d^r P = \int_{-\infty}^{+\infty} dp_x \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \int_{-\infty}^{+\infty} dp_z, \quad (8)$$

باریکه در یک کanal هدایت‌کننده استوانه‌ای شکل با شعاع  $r_w$  منتشر می‌شود. با فرض کاملاً رسانا بودن دیواره کanal هدایت خواهیم داشت:

$$[E_z]_{r=r_w} = 0 = [E_{\theta}]_{r=r_w}, \quad (9)$$

در داخل کanal هدایت کننده یک ناحیه خلا در  $r < r \leq r_w$  داریم که چگالی عددی ذرات بازدار در آن صفر است.

$$f_b(X, P, t) = 0, \quad (10)$$

معادله ماکسول- ولسوف را با استفاده از

$$(X, P, t) = (X_{\perp}, z, P_{\perp}, p_z, t) \quad \text{به شکل گسترده‌تری}$$

می‌نویسیم:

$$(11)$$

$$\frac{\partial f_b}{\partial t} + V_z \cdot \frac{\partial f_b}{\partial z} + V_{\perp} \cdot \frac{\partial f_b}{\partial x_{\perp}} + (F_{foc}^{tr} + e_b E_{\perp}^s) \frac{\partial f_b}{\partial P_{\perp}} + e_b E_z^s \frac{\partial f_b}{\partial P_z} = 0,$$

که در آن  $P_{\perp} = p_x e_x + p_y e_y$  و  $X_{\perp} = x e_x + y e_y$  است.

عملگر به صورت  $\langle \dots \rangle_{\perp}$  را

$$\langle \dots \rangle_{\perp} = \int dx dy \int dp_x dp_y (\dots) \quad \text{تعریف می‌کنیم.}$$

$$\langle E_z^s \rangle = \langle E_z^s \rangle^{(1)} + \langle E_z^s \rangle^{(2)}, \quad (28)$$

با در نظر گرفتن تابع چگالی  $n_b(r, z, t)$  و حل انتگرال بالا، مقادیر زیر به دست می‌آید [۲۵]:

$$\langle E_z^s \rangle^{(1)} = -\frac{g_e e_b \partial \lambda_b}{\partial z}, \quad (29)$$

$$\langle E_z^s \rangle^{(2)} = -\frac{g_e e_b r_w \partial^r \lambda_b}{\partial z^r}, \quad (30)$$

$$g_e = 2 \int_{r_w}^{r_w} \frac{dr}{r} (2\pi \int_{r_w}^r rdr \frac{n_b}{\lambda_b}), \quad (31)$$

(32)

$$g_e = \frac{2}{r_w} \int_{r_w}^{r_w} \frac{dr}{r} \left( 2\pi \int_{r_w}^r rdr \frac{n_b}{\lambda_b} \right) \int_r^{r_w} rdr \int_{r_w}^r \frac{dr}{r} \left( 2\pi \int_{r_w}^r rdr \frac{n_b}{\lambda_b} \right),$$

که  $g_e$  و  $g_s$  ضرایب هندسی هستند. با استفاده از روابط (۲۷) و

(۲۸) و (۲۹) شکل کلی میدان الکتریکی محوری به دست می‌آید:

$$\langle E_z^s \rangle = -\frac{g_e e_b \partial \lambda_b}{\partial z} - \frac{g_s e_b r_w \partial^r \lambda_b}{\partial z^r}. \quad (33)$$

### ۳. معادله KdV برای اختلالات طولی در پرتوهای ذرات باردارگرم در کanal هدایت کننده با دیواره

#### مقاومنی

از یک مدل جنبشی یک بعدی برای بررسی دینامیک طولی غیرخطی یک باریکه متشکل از ذرات باردار گرم که از طریق یک لوله استوانه‌ای شکل به شعاع  $r_w$  منتشر می‌شود استفاده می‌کنیم.

با توجه به رابطه (۳۳)، میدان الکتریکی محوری به صورت

$$\langle E_z^s \rangle = -\frac{g_e e_b \partial \lambda_b}{\partial z} - \frac{g_s e_b r_w \partial^r \lambda_b}{\partial z^r} \quad \text{تعريف می‌شود که}$$

این میدان ناشی از ذرات بارداری است که در یک کanal هدایت کننده با دیواره رسانا منتشر می‌شود.  $g_e$  و  $g_s$  مقادیر ثابتی هستند. همچنین  $\lambda_b$  چگالی خطی است. اختلالات غیرخطی ضعیفی را که در نزدیکی سرعت صوت ایجاد می‌شوند می‌توان از طریق معادله کورته دی-وگ وری یا به اختصار معادله KdV بیان کرد.

معادلات اساسی اندازه حرکت و پیوستگی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\partial F_b}{\partial t} + V_z \frac{\partial F_b}{\partial z} + e_b \langle E_z^s \rangle_{\perp}(z, t) \frac{\partial F_b(z, p_z, t)}{\partial p_z} = 0, \quad (21)$$

$$\langle E_z^s \rangle = 2\pi \int_{r_w}^{r_w} dr r \frac{n_b}{\lambda_b} E_z^s(r, z, t), \quad (22)$$

معادله (۱۶) را با شرط  $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$  می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} E_z^s + \frac{\partial^r}{\partial z^r} E_z^s = 4\pi e_b \frac{\partial}{\partial z} n_b, \quad (23)$$

و یا

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} E_z^s = 4\pi e_b \frac{\partial}{\partial z} n_b - \frac{\partial^r}{\partial z^r} E_z^s, \quad (24)$$

با انتگرال‌گیری از طرفین رابطه (۲۱) داریم:

$$E_z^s = -4\pi e_b \int_r^{r_w} \frac{dr}{r} \int_r^r rdr \left( \frac{\partial}{\partial z} n_b + \frac{1}{4\pi e_b} \frac{\partial^r}{\partial z^r} E_z^s \right), \quad (25)$$

$$\frac{1}{4\pi e_b} \frac{\partial^r}{\partial z^r} E_z^s, \quad k_z r_w \ll 1 \quad k_z \sim \frac{\partial}{\partial z}$$

در رابطه (۲۵) نسبت به سایر جملات خیلی کوچک است. با جایگذاری رابطه (۲۵) در خودش خواهیم داشت:

$$E_z^s = -4\pi e_b \int_r^{r_w} \frac{dr}{r} \int_r^r rdr \left( \frac{\partial}{\partial z} n_b + \frac{1}{4\pi e_b} \frac{\partial^r}{\partial z^r} (-4\pi e_b \int_r^{r_w} \frac{dr}{r} \int_r^r rdr \left( \frac{\partial}{\partial z} n_b + \frac{1}{4\pi e_b} \frac{\partial^r}{\partial z^r} E_z^s \right)) \right) = 4\pi e_b \int_r^{r_w} \frac{dr}{r} \int_r^r rdr \left( \frac{\partial}{\partial z} n_b + \int_r^{r_w} \frac{dr}{r} \int_r^r rdr \frac{\partial^r}{\partial z^r} n_b \right), \quad (26)$$

با جایگذاری رابطه (۲۶) در (۲۲) خواهیم داشت:

$$\langle E_z^s \rangle =$$

$$2\pi e_b \int_{r_w}^{r_w} rdr \frac{n_b}{\lambda_b} \int_r^{r_w} \frac{dr}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (2\pi \int_r^r rdr n_b) + \frac{\partial^r}{\partial z^r} \int_r^{r_w} rdr \int_r^r \frac{dr}{r} (2\pi \int_r^r rdr n_b) \right] =$$

$$2e_b \int_{r_w}^{r_w} rdr (2\pi \int_r^{r_w} rdr \frac{n_b}{\lambda_b}) \left[ \frac{\partial}{\partial z} (2\pi \int_r^r rdr n_b) + \frac{\partial^r}{\partial z^r} \int_r^{r_w} rdr \int_r^r \frac{dr}{r} (2\pi \int_r^r rdr n_b) \right],$$

رابطه (۲۶) بیان می‌دارد میدان الکتریکی را می‌توان به صورت مجموع دو میدان نوشت؛ به عبارتی می‌توان گفت:

$$T = \left( \frac{U_{b^*} + U_{bT}}{U_{b^*}} \right) \frac{U_{b^*} t}{r_w}, \quad (44)$$

$$Z = \left( \frac{U_{b^*} + U_{bT}}{U_{b^*}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{z}{r_w}, \quad (45)$$

با استفاده از روابط بالا، معادلات اساسی پیوستگی و اندازه حرکت به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\frac{\partial}{\partial T} \eta + \frac{\partial}{\partial Z} (U + \eta U) = 0, \quad (46)$$

(47)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T} U + \frac{\partial}{\partial Z} (\eta + \frac{1}{2} U^* + \frac{1}{2} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} \eta^* + \frac{\partial}{\partial Z} \eta) + \\ r_w \lambda_{b^*} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} (\eta + 1) U R = 0, \end{aligned}$$

برای بررسی تأثیر مقدار مقاومت دیواره در رفتار موج سالیتوئی و به منظور کوچک در نظر گرفتن مقاومت دیواره از تعریف

$$r_w \lambda_{b^*} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} R = \varepsilon C_r \quad \text{استفاده می‌کنیم، بنابراین}$$

رابطه (47) به شکل زیر نوشته می‌شود:

(48)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T} U + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \eta + \frac{1}{2} U^* + \frac{1}{2} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} \eta^* + \frac{\partial}{\partial Z} \eta \right) + \\ C_r \varepsilon (\eta + 1) U = 0, \end{aligned}$$

برای استفاده از روش اختلال کاهشی، مقادیر  $\eta$  و  $U$  بر حسب عکس صورت زیر بسط داده می‌شوند:

$$\eta = \varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon^2 \eta^{(2)} + \dots, \quad (49)$$

$$U = \varepsilon U^{(1)} + \varepsilon^2 U^{(2)} + \dots, \quad (50)$$

متغیرهای جدید برای استفاده از روش اختلال کاهشی برای حل معادله کورته دی-وگ وری به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\xi = \varepsilon^{\frac{1}{2}} (Z - T), \quad (51)$$

$$\tau = \varepsilon^{\frac{1}{2}} T, \quad (52)$$

و روابط اصلی (46) و (48) با استفاده از (49)، (50)، (51) و (52) بازنویسی می‌شوند:

$$\frac{\partial}{\partial t} \lambda_b + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda_b v_b) = 0, \quad (34)$$

(35)

$$\begin{aligned} \lambda_b \left( \frac{\partial}{\partial t} v_b + v_b \frac{\partial}{\partial z} v_b \right) + \frac{1}{m_b} \frac{\partial}{\partial z} P_b = - \frac{\lambda_b e_b g_*}{m_b} \frac{\partial}{\partial z} \lambda_b - \\ \frac{\lambda_b e_b g_* r_w}{m_b} \frac{\partial}{\partial z} \lambda_b, \end{aligned}$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_b \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( \frac{P_b}{\lambda_b} \right) = 0, \quad (36)$$

به دلیل مقاومتی بودن دیواره کanal هدایت کننده، میدان

الکتریکی طولی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۷] :

این میدان باید به معادله (35) افزوده شود:

$$\begin{aligned} \lambda_b \left( \frac{\partial}{\partial t} v_b + v_b \frac{\partial}{\partial z} v_b \right) + \frac{1}{m_b} \frac{\partial}{\partial z} P_b = \\ - \frac{\lambda_b e_b g_*}{m_b} \frac{\partial}{\partial z} \lambda_b - \frac{\lambda_b e_b g_* r_w}{m_b} \frac{\partial}{\partial z} \lambda_b - \\ \lambda_b \frac{1}{m_b} \lambda_b v_b R, \end{aligned} \quad (37)$$

همچنین تغییر متغیرهای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$p_b(z, t) = \frac{P_{b^*}}{\lambda_{b^*}} \lambda_b^*(z, t), \quad (38)$$

$$U_{bT}^* = \frac{P_{b^*}}{\lambda_{b^*} m_b}, \quad (39)$$

$$U_{b^*}^* = \frac{\lambda_b e_b g_*}{m_b}, \quad (40)$$

$$U_{b^*}^* = \frac{\lambda_b e_b g_*}{m_b}, \quad (41)$$

که  $P_b(z, t)$  فشار و  $P_{b^*}$  فشار اولیه و  $\lambda_b$  چگالی اولیه و  $\lambda_{b^*}$  و  $P_{b^*}$  مقادیر ثابتی هستند.  $U_{bT}^*$  و  $U_{b^*}^*$  به ترتیب سرعت گرمایی و سرعت مؤثر صوت و سرعت مؤثرند.

مقادیر بهنجارشده سیال را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\eta = \frac{\lambda_b - \lambda_{b^*}}{\lambda_{b^*}}, \quad (42)$$

$$u = \frac{v_b}{(U_{b^*}^* + U_{bT}^*)^{\frac{1}{2}}}, \quad (43)$$

برای راحتی از متغیر زمانی  $T$  و متغیر فضایی  $Z$  که به صورت

زیر تعریف می‌شوند استفاده می‌کنیم:

معادله (۶۰) به دلیل حضور مقاومت دیواره است. در غیاب مقاومت دیواره ( $C_r = 0$ ) معادله (۶۰) به معادله KdV ساده تبدیل می‌شود که جواب آن موج سالیتونی تک قله‌ای است. در حضور دیواره مقاومتی، جمله اختلال ناشی از دیواره مقاومتی به معادله KdV افزوده می‌شود [۲۷ و ۲۸]. جواب معادله KdV اختلال یافته موج سالیتونی با چندین قله است که با حل عددی به دست می‌آید. در رابطه (۶۰)،  $C_r$  مثبت به موج کند (آهسته) در تقریب خطی مربوط می‌شود که در امتداد باریکه حرکت می‌کند؛ در حالی که  $C_r$  منفی به موج سریع در تقریب خطی که در خلاف جهت باریکه حرکت می‌کند مربوط می‌شود.

با فرض  $\tau/2 = 0$  و حل عددی معادله (۶۰)، موج سالیتونی بار فضایی حاصل از باریکه ذرات باردار گرم در یک کانال هدایت کننده با دیواره مقاومتی در زمان‌های مختلف به شکل زیر خواهد بود [۲۷ و ۲۸]:

شکل ۱ اغتشاش چگالی اولیه در زمان  $\tau = 0$  را نشان می‌دهد. شکل ۲ نشان می‌دهد که در زمان  $(s/\tau) = 1/2$  موجی با دامنه بزرگ‌تر و عرض باریک‌تر از اغتشاش اولیه پدیدار می‌شود. شکل ۳ مربوط به زمان  $(s/\tau) = 2/4$  است که در آن موج با دامنه بزرگ‌تر و عرض باریک‌تر نسبت به زمان  $(s/\tau) = 1/2$  پدیدار می‌شود.

با گذشت زمان، دامنه موج به دلیل اثر مقاومت دیواره افزایش می‌یابد. این موج یک موج سالیتونی بار فضایی در حال رشد است. باید توجه کرد که طبق تغییر متغیر (۶۰)، موج سالیتونی به سمت راست حرکت می‌کند.

#### ۴. محاسبه دامنه نسبی امواج سالیتونی بار فضایی باریکه ذرات باردار گرم مختلف و رسماً نمودار دامنه نسبی

برای بررسی تأثیر مقدار مقاومت در میزان رشد و میرایی دامنه امواج سالیتونی، مقادیر متفاوتی را که شامل مقادیر مثبت، منفی و صفر را برای  $C_r$  در نظر می‌گیریم. با استفاده از نرم افزار

$$(\varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial \xi})(\eta^{(1)} + \varepsilon \eta^{(2)} + \dots) + \frac{\partial}{\partial \xi}(U^{(1)} + \varepsilon U^{(2)} + \varepsilon \eta^{(1)} U^{(1)} + \dots) = 0, \quad (53)$$

$$(\varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial \xi})(U^{(1)} + \varepsilon U^{(2)} + \dots) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\eta^{(1)} + \varepsilon \eta^{(2)} + \dots + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi} \eta^{(1)} + \dots + \frac{1}{2} \varepsilon U^{(1)} + \frac{1}{2} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} \varepsilon \eta^{(1)} + \dots) + C_r ((\varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon \eta^{(2)} + \dots) + 1)(\varepsilon U^{(1)} + \varepsilon U^{(2)} + \dots) = 0, \quad (54)$$

$$(\varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial \xi})(U^{(1)} + \varepsilon U^{(2)} + \dots) + \frac{\partial}{\partial \xi}(\eta^{(1)} + \varepsilon \eta^{(2)} + \dots + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi} \eta^{(1)} + \dots + \frac{1}{2} \varepsilon U^{(1)} + \frac{1}{2} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} \varepsilon \eta^{(1)} + \dots) + C_r ((\varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon \eta^{(2)} + \dots) + 1)(\varepsilon U^{(1)} + \varepsilon U^{(2)} + \dots) = 0,$$

در دو معادله بالا جملات با ضرب  $\varepsilon$  و  $\varepsilon^2$  را تفکیک و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\eta^{(1)}(\xi, \tau) = U^{(1)}(\xi, \tau), \quad (55)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \eta^{(1)} - \frac{\partial}{\partial \xi} \eta^{(1)} + \frac{\partial}{\partial \xi} (U^{(1)} + \eta^{(1)} U^{(1)}) = 0, \quad (56)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} U^{(1)} - \frac{\partial}{\partial \xi} U^{(1)} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\eta^{(1)} + \frac{\partial}{\partial \xi} \eta^{(1)} + \frac{1}{2} U^{(1)} + \frac{1}{2} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} \eta^{(1)}) + C_r U^{(1)} = 0, \quad (57)$$

از ترکیب روابط (۵۵)، (۵۶) و (۵۷) معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \eta^{(1)} + \left[ \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} \right] \eta^{(1)} \frac{\partial}{\partial \xi} \eta^{(1)} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} \eta^{(1)} + C_r \eta^{(1)} = 0, \quad (58)$$

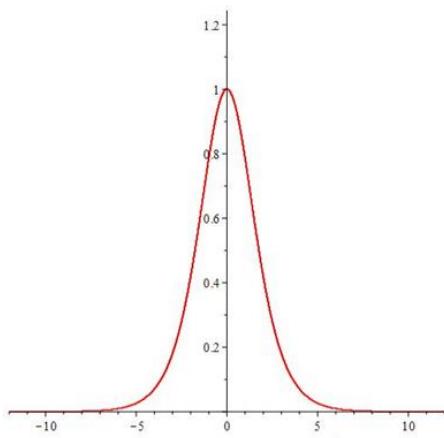
برای سادگی عبارت زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{\eta} = \left( \frac{3}{2} M + \frac{1}{2} \frac{U_{bT}}{U_{b^*} + U_{bT}} \right) \eta^{(1)}, \quad (59)$$

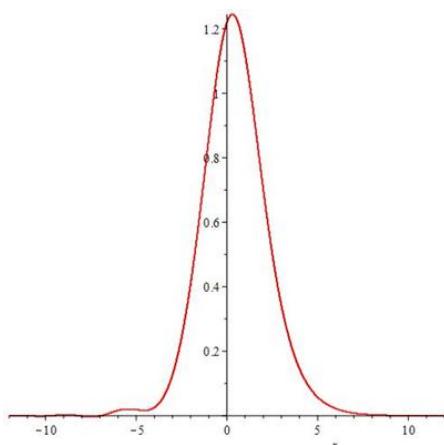
از ترکیب رابطه (۵۸) و (۵۹) معادله کورته دی-وگ وری یا به اختصار معادله KdV برای موج سالیتونی بار فضایی حاصل از باریکه ذرات باردار گرم به دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{\eta} + \tilde{\eta} \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{\eta} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{\eta} = C_r \tilde{\eta}, \quad (60)$$

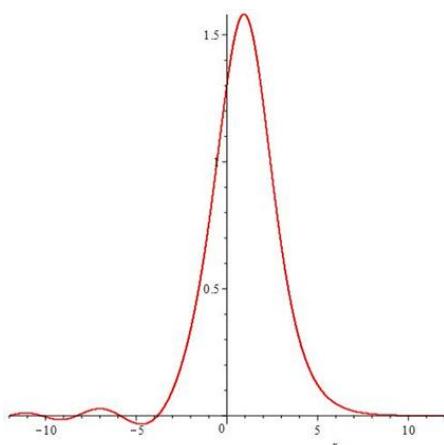
با توجه به رابطه به دست آمده برای معادله KdV، ضرایب پاشندگی و غیرخطیت به ترتیب  $\frac{1}{2}$  و ۱ است و جمله  $C_r \tilde{\eta}$  در



شکل ۱. امواج سالیتوئی بار فضایی کند باریکه ذرات بازدار گرم در یک کanal با دیواره مقاومتی در زمان  $\tau = 0$  محور افقی مکان و محور عمودی دامنه را نشان می‌دهد.



شکل ۲. امواج سالیتوئی بار فضایی کند باریکه ذرات بازدار گرم در یک کanal با دیواره مقاومتی در زمان  $\tau = 1/2$  محور افقی مکان و محور عمودی دامنه را نشان می‌دهد.



شکل ۳. امواج سالیتوئی بار فضایی کند باریکه ذرات بازدار گرم در یک کanal با دیواره مقاومتی در زمان  $\tau = 2/4$  محور افقی مکان و محور عمودی دامنه را نشان می‌دهد.

میپل برای هر  $C_3$  مشخص، شکل امواج سالیتوئی را در زمان-های مشخص به دست آورده و مقدار دامنه آن را در آن لحظه یادداشت می‌کنیم.

برای مقایسه میزان رشد و میرایی دامنه امواج سالیتوئی مختلف تند و کند بار فضایی، با استفاده از داده‌های جدول ۱ در زمان‌های مختلف، مقدار دامنه نسبی هر امواج را محاسبه می‌کنیم.

برای محاسبه دامنه نسبی برای یک امواج مشخص در یک زمان مشخص برای مثال برای امواج سالیتوئی با  $C_3 = 0/3$  در زمان  $T = 1/06666$  که با  $R_{relativeT=0,6666}^{c_r=0/3}$  مشخص می‌شود، مقدار بیشینه دامنه این امواج در این زمان مشخص را که در جدول ۱ درج شده است بر مقدار بیشینه دامنه امواج سالیتوئی با  $C_3 = 0$  در همان زمان مشخص تقسیم می‌کنیم:

$$R_{relativeT=0,6666}^{c_r=0/3} = \frac{1/3533016}{0/9746780} = 1/3873$$

با استفاده از داده‌های درج شده در جدول ۲، نمودار دامنه نسبی امواج سالیتوئی مختلف را نسبت به زمان، به کمک نرم‌افزار اکسل رسم می‌کنیم (شکل ۴).

## ۵. نتیجه‌گیری و بحث

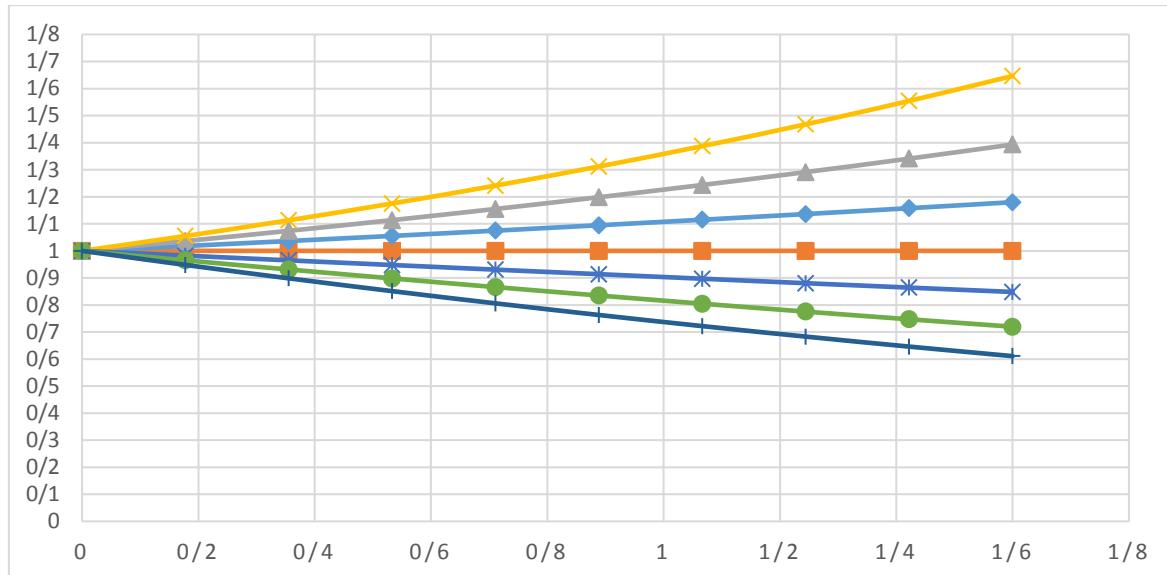
دیواره مقاومتی بیان کننده عدم رسانندگی کامل دیواره‌های کanal هدایت است. در اثر مقاومت حاصل از دیواره یک میدان الکتریکی به دلیل حضور مقاومت دیواره به رابطه اساسی حرکت افزوده می‌شود. روابط اساسی تکانه و پیوستگی و همچنین معادله پواسون با استفاده از روش اختلال کاهشی به معادله کورته و گ-دی وری تقلیل می‌باشد. ملاحظه می‌شود که معادله KdV با  $C_3 > 0$  نشان دهنده امواج سالیتوئی بار فضایی کند ناشی از ذرات بازدار گرم و معادله KdV با  $C_3 < 0$  نشان دهنده امواج سالیتوئی بار فضایی تند ناشی از ذرات بازدار گرم است. برای امواج  $C_3 = 0/2$  با بیشینه دامنه ۱ در زمان  $\tau = 0$ ، ملاحظه شد که با گذشت زمان در  $\tau = 1/2(s)$ ، نقطه بیشینه امواج اندکی به راست جایه‌جا شده و ارتفاع آن افزایش یافته است و با گذشت بیشتر زمان در  $\tau = 2/4(s)$ ، بیشینه دامنه امواج نسبت به زمان

جدول ۱. بیشینه دامنه امواج سالیتونی مختلف در زمان‌های مختلف. ( $C_r = -\infty / 3$  و  $T$  به ترتیب نمایشگر موج و زمان هستند).

| $T$          | $C_r = -\infty / 3$ | $C_r = -\infty / 2$ | $C_r = -\infty / 1$ | $C_r = \infty$ | $C_r = \infty / 1$ | $C_r = \infty / 2$ | $C_r = \infty / 3$ |
|--------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| ۰            | ۰/۹۹۸۵۱۵۵۴۸         | ۰/۹۹۸۵۶۷۷۶۵         | ۰/۹۹۸۵۶۷۱۶۲         | ۰/۹۹۸۵۵۶۳۸۳    | ۰/۹۹۸۵۵۳۵۸         | ۰/۹۹۸۵۶۱۴۳۴        | ۰/۹۹۸۵۷۹۴۷۸        |
| ۰/۱۷۷۷۷۷۷۷۷۸ | ۰/۹۴۴۵۶۳۵۲۴         | ۰/۹۶۱۵۲۲۱۶۵         | ۰/۹۷۸۷۹۲۱۴          | ۰/۹۹۶۳۸۰۴۶۶    | ۱/۰۱۴۲۸۹۹۸۴        | ۱/۰۳۲۴۷۹۰۰۶        | ۱/۰۵۱۰۷۴۵۸۴        |
| ۰/۳۵۵۵۵۵۵۵۶  | ۰/۸۹۱۴۵۵۸۴۲         | ۰/۹۲۳۸۶۸۷۲۷         | ۰/۹۵۷۴۶۰۶۷۹         | ۰/۹۹۲۲۴۸۹۰۵    | ۱/۰۲۸۳۸۹۲۶۶        | ۱/۰۶۵۷۶۱۳۶۴        | ۱/۱۰۴۵۴۷۹۱۱        |
| ۰/۵۳۳۳۳۳۳۳۳  | ۰/۸۴۰۶۱۷۴۰۸         | ۰/۸۸۷۰۳۲۸           | ۰/۹۲۶۰۱۶۷           | ۰/۹۸۷۷۲۴۱۱۶    | ۱/۰۴۲۳۸۴۴۱         | ۱/۰۹۹۹۷۴۴۴۱        | ۱/۱۶۰۷۹۹۴          |
| ۰/۷۱۱۱۱۱۱۱۱  | ۰/۷۹۲۳۹۵۳۷۹         | ۰/۸۵۱۴۵۹۹۷۴         | ۰/۹۱۴۹۵۶۲۲۲         | ۰/۹۸۳۲۲۷۰۱۹    | ۱/۰۵۶۶۰۴۵۱         | ۱/۱۳۵۶۰۶۵۹۶        | ۱/۲۲۰۵۲۴۰۶۳        |
| ۰/۸۸۸۸۸۸۸۹   | ۰/۷۴۶۷۵۶۸۰۱         | ۰/۸۱۷۱۹۱۵۷۳         | ۰/۸۹۴۳۳۷۷۴۵         | ۰/۹۷۸۷۷۶۰۷۳    | ۱/۰۷۱۴۶۶۹۰۴        | ۱/۱۷۲۹۵۰۱۹۲        | ۱/۲۸۴۱۸۷۲۵۸        |
| ۱/۰۶۶۶۶۶۶۶۷  | ۰/۷۰۳۵۱۶۷۱۸         | ۰/۷۸۴۲۴۴۷۷۱         | ۰/۸۷۴۲۳۶۰۴          | ۰/۹۷۴۶۷۸۴۹۲    | ۱/۰۸۶۸۶۴۷۵۲        | ۱/۲۱۲۱۳۶۲۰۸        | ۱/۳۰۲۲۰۱۵۸۷        |
| ۱/۲۴۴۴۴۴۴۴۴۴ | ۰/۶۶۲۹۸۶۶۰۱         | ۰/۷۵۲۶۶۵۳۴۱         | ۰/۸۵۴۶۵۶۸۰۳         | ۰/۹۷۰۷۰۴۷۷۴    | ۱/۰۲۸۴۵۶۷۴         | ۱/۲۵۳۳۴۶۳۷۵        | ۱/۴۲۴۹۳۳۴۷۵        |
| ۱/۴۲۲۲۲۲۲۲۲  | ۰/۶۲۴۶۳۰۸۹۲         | ۰/۷۲۲۳۱۲۴۳۸         | ۰/۸۳۵۵۵۱۳۰۴         | ۰/۹۶۶۹۰۵۴۸۸    | ۱/۱۱۹۴۲۱۸۱۲        | ۱/۲۹۶۶۴۴۰۱۶        | ۱/۵۰۲۸۲۰۵۰۱        |
| ۱/۶          | ۰/۵۸۸۴۸۸۸۶۹         | ۰/۸۹۳۲۲۹۸۰۶         | ۰/۸۱۶۹۷۱۳۳۴         | ۰/۹۶۳۳۵۶۵۷۱    | ۱/۱۳۶۶۹۱۴۳۶        | ۱/۳۴۲۱۸۰۳۴۵        | ۱/۵۸۶۳۳۴۲۴۳        |

جدول ۲. مقادیر دامنه نسبی برای امواج سالیتونی مختلف در زمان‌های مختلف.

| $T$         | $C_r = -\infty / 3$ | $C_r = -\infty / 2$ | $C_r = -\infty / 1$ | $C_r = \infty$ | $C_r = \infty / 1$ | $C_r = \infty / 2$ | $C_r = \infty / 3$ |
|-------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| ۰           | ۰/۹۹۹۹۰۹۲۰۶         | ۱/۰۰۰۰۱۱۴۹۹         | ۱/۰۰۰۰۱۰۸۹۵         | ۱              | ۰/۹۹۹۹۹۷۲۹۳        | ۱/۰۰۰۰۰۵۱۰۹        | ۱/۰۰۰۰۲۲۲۲۹        |
| ۰/۱۷۷۷۷۷۷۷۸ | ۰/۹۴۷۹۹۴۸۲۴         | ۰/۹۶۵۰۱۵۰۶۹         | ۰/۹۸۱۲۳۴۷۷۸۱        | ۱              | ۱/۰۱۷۹۷۴۵۷۸        | ۱/۰۳۶۲۲۹۶۷۵        | ۱/۰۵۴۸۹۲۸۰۴        |
| ۰/۳۵۵۵۵۵۵۵۶ | ۰/۸۹۸۴۱۹۵۷۷         | ۰/۹۳۱۰۸۵۶۶          | ۰/۹۶۴۹۴۰۰۲۱         | ۱              | ۱/۰۳۶۴۲۲۶۷۶        | ۱/۰۷۴۰۸۶۷۱۲        | ۱/۱۱۳۱۷۶۲۴۵        |
| ۰/۵۳۳۳۳۳۳۳۳ | ۰/۸۰۱۰۶۴۹۸۳         | ۰/۸۹۰۵۷۲۴۷          | ۰/۹۴۷۶۴۹۹۴          | ۱              | ۱/۰۵۵۳۰۳۲۲۱        | ۱/۱۱۳۶۴۵۴۲۲        | ۱/۱۷۵۲۴۶۳۴۴        |
| ۰/۷۱۱۱۱۱۱۱۱ | ۰/۸۰۵۹۱۲۹۴۲         | ۰/۸۶۵۹۸۵۱۲۶         | ۰/۹۳۰۵۶۴۵۷۴         | ۱              | ۱/۰۷۴۶۸۶۱۴۲        | ۱/۱۵۴۹۷۹۰۳۸        | ۱/۲۴۱۳۴۵۱۲۲        |
| ۰/۸۸۸۸۸۸۸۹  | ۰/۷۶۲۹۴۹۵۸۸         | ۰/۸۳۴۹۱۱۶۷۸         | ۰/۹۱۳۷۳۰۶۹۹         | ۱              | ۱/۰۹۴۷۰۰۷۵۳        | ۱/۱۹۸۳۸۴۶۲         | ۱/۳۱۲۰۳۳۷۹۵        |
| ۱/۰۶۶۶۶۶۶۶۷ | ۰/۷۲۱۷۹۳۶۲۱         | ۰/۸۰۴۶۱۸۹۳۶         | ۰/۸۶۹۹۵۵۸۷۹         | ۱              | ۱/۱۱۵۱۰۰۷۸۵        | ۱/۲۴۳۶۲۶۷۱۱        | ۱/۳۸۷۳۳۰۸۹۷        |
| ۱/۲۴۴۴۴۴۴۴۴ | ۰/۸۸۲۹۹۵۱۲۹         | ۰/۷۷۵۳۸۰۲۸۲         | ۰/۸۸۰۴۴۹۸۳          | ۱              | ۱/۱۳۶۱۲۸۲۴         | ۱/۲۹۱۱۷۱۵۳۸        | ۱/۴۸۷۹۳۷۰۲۳        |
| ۱/۴۲۲۲۲۲۲۲۲ | ۰/۶۴۶۰۱۰۲۸۷         | ۰/۷۴۷۰۳۵۲۰۳         | ۰/۸۶۴۱۴۹۹۲۴         | ۱              | ۱/۱۰۷۷۳۶۵۳۸        | ۱/۳۴۱۰۲۴۵۷         | ۱/۵۵۴۲۵۷۹۰۸        |
| ۱/۶         | ۰/۸۱۰۸۷۳۳۶۳         | ۰/۷۱۹۵۹۸۳۵۷         | ۰/۸۴۸۰۴۶۶۷۲         | ۱              | ۱/۱۷۹۹۲۸۰۴۶        | ۱/۳۹۳۲۲۳۱۸۷        | ۱/۶۴۶۶۷۴۰۲۶        |



شکل ۴. تغییرات دامنه نسبی چند نوع موج سالیتونی با گذشت زمان. محور افقی زمان و محور عمودی دامنه نسبی است. نمودارها به ترتیب از بالا به پایین برای امواج سالیتونی  $\beta = 0/2$ ,  $C_3 = 0/1$ ,  $C_2 = 0/2$ ,  $C_1 = 0/1$ ,  $C_0 = 0/2$ ,  $C_{-1} = 0/1$ ,  $C_{-2} = 0/2$ ,  $C_{-3} = 0/1$  است.

(سریع) ناشی از باریکه ذرات بازدار افزایش می‌یابد و در صورتی که دیواره کanal هدایت کننده فاقد مقاومت باشد به عبارتی  $C_3 = 0$  صفر باشد، دامنه نسبی امواج سالیتونی بار فضایی فاقد رشد و میرایی است.

$\tau = 1/2$  به راست جایه‌جا شده و دامنه آن افزایش یافته است. از طرفی دیگر تپ اولیه در زمان  $\tau = 0$  فقط یک قله داشت ولی با گذشت زمان ریزموج‌هایی در سمت چپ امواج اصلی به وجود آمد که تعداد این ریزموج‌ها با گذشت زمان روند افزایشی دارد.

مشاهده شد که با افزایش مقدار مقاومت دیواره، سرعت رشد(میرایی) دامنه نسبی امواج سالیتونی بار فضایی آهسته

## مراجع

1. M Nazmabadi et al., *Iran. J. of Phys. Res.* **15**, 129(2014)(In Persian)
2. M Reiser, “*Theory and Design of Charged Particle Beams*”, Wiley, New York (1994).
3. D B Williams and C B Carter, “*Transmission Electron Microscopy*”, Plenum, New York (1996).
4. M Reiser, “*Theory and Design of Charged Particle Beams*”, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, (2008).
5. Jr Stanley Humphries, “*Charged Particle Beams*”, John Wiley and Sons (2002).
6. Jr Stanley Humphries, *Charged Particle Beams*, John Wiley and Sons (2001).
7. Y S Kivshar, *Phys. Rev. A* **42**, 1757 (1990).
8. J S Russel, *Report of the Fourteenth Meeting of British Association for the Advancement of Science*, Murray, London, pp 311-390 (1844).
9. T Filippov, “*The Versatile Soliton*”, Springer Verlag (2000).
10. P G Drazin and R S Johnson, “*Solitons: An Introduction*”, Cambridge university press, Cambridge (1989).
11. R C Davidson, “*Methods in Nonlinear Plasma Theory*”, Academic, New York (1972).
12. S Banerjee, and B Ghosh, *Pramana* **90** (2018) 1.
13. Woo-Pyo Hong and Young-Dae Jung, *Zeitschrift für Naturforschung A*, **71**, 10 (2016) 971.
14. A Neogi and S Ghosh. *Physical Review B*, **44**, 23 (1991) 13074
15. B I Sturman, M Mann, and K H Ringhofer, *Optics letters* **17**, 22 (1992) 1620.
16. Langmuir, Irving. *Physical review* **33**, 6 (1929) 954.
17. H Schamel and R Fedele, *Physics of Plasmas* **7**, 8 (2000) 3421.
18. Bonilla, Luis L and JoséM Vega. *Physics Letters A* **156**, 3-4 (1991) 179.
19. Y Nakamura and K Ohtani, *Journal of Plasma Physics* **53**, 235 (1995)
20. H Suk, J G Wang, and M Reiser, *Phys. Plasma* **3**, 2 (1996).

21. R C Davidson and E A Startsev, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **7** (2004) 024401.
22. M Reiser, “*Theory and Design of Charged Particle Beams*”, Wiley, New York (1994).
23. H Suk, J G Wang, and M Reiser. *Physics of Plasmas* **3**, 2 (1996) 669.
24. Davidson, Ronald C , and Edward A Startsev, *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams* **7**, 2 (2004) 024401.