مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران
مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۲۰، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۳۹۹
DOI: 10.47176/ijpr.20.4.37311

تورم کیهانی میانی و لگاریتمی گرم با ضریب اتلاف ثابت در گرانش کوانتومی حلقه‌ای

آروین روان‌پاک[۱] و محمدرضا ستاره[۲]

۱. گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، رفسنجان

۲. گروه علوم، پردیس بیجار، دانشگاه کردستان، بیجار

پست الکترونیکی: a.ravanpak@vru.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۱/۰۲ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۹/۰۸/۰۳)

چکیده

مدل تورمی گرم در قالب مدل کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور دو حالت تورم میانی و تورم لگاریتمی را درنظر می‌گیریم. در هر دو حالت، با فرض ضریب اتلاف ثابت، مدل مدنظر را هم در ناحیهٔ اتلاف ضعیف و هم در ناحیهٔ اتلاف قوی مطالعه می‌کنیم. در هر یک از این موارد، پارامترهای مختلفی از جمله تابع پتانسیل میدان نرده‌ای تورمی و پارامترهای کند غلتش را به دست می‌آوریم. نظریهٔ اختلال و یافتن روابط میان پارامترهای اختلالی نیز مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: تورم گرم، میانی، لگاریتمی، کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای، اختلال

۱. مقدمه

مشاهدات نشان می‌دهند که عالم امروز، در حال انبساط شتاب‌دار است [۱]. ولی عالم، یک دورهٔ انبساط شتاب‌دار دیگر را هم از سر گذرانده است که به دورهٔ تورمی معروف است. این دوره که به لحظات بسیار آغازین عمر عالم مربوط می‌شود، بسیار کوتاه ولی در عین حال بر تحول عالم بسیار تأثیرگذار بوده است. بسیاری از ایرادات نظریهٔ انفجار بزرگ، توسط سناریوی تورمی برطرف شدند که از جمله مهم‌ترین آنها باید به مسئلهٔ همواری و مسئلهٔ افق اشاره کرد [۲ و ۳]. لازم به ذکر است که سناریوی تورمی به عنوان جزو مکمل نظریه انفجار بزرگ به آن اضافه شده است و نظریهٔ مستقلی نیست. پس از مدتی معلوم شد که سناریوی تورمی خود با مشکلاتی مواجه است که از آن جمله باید به مسئلهٔ اتصال پایان دورهٔ تورم به عالم قابل مشاهده اشاره کرد. برای رفع مسائلی از این دست پیشنهادات مختلفی ارائه شد. یکی از مهم‌ترین این پیشنهادات سناریوی تورم گرم (در مقابل سناریوی اولیه که تورم سرد خوانده می‌شود) است [۴]. در مدل تورمی گرم، اثرات اتلافی نقش بسزایی دارند. ایدهٔ اصلی این است که میدان نرده‌ای تورمی در طول دورهٔ تورم به واسطهٔ وجود یک جملهٔ اصطکاک، با حمام گرمایی برهم‌کنش می‌کند و همزمان با تورم

عالم، تابش نیز به تدریج تولید می‌شود. یکی از پارامترهای مهم در این نوع مدل تورمی، ضریب اتلاف Υ است که در ساده‌ترین موارد به صورت ثابت اتخاذ می‌شود، ولی در موارد کلی‌تر می‌تواند تابعی از میدان نرده‌ای، دما و یا حتی هر دوی آنها به طور همزمان باشد.

صرف‌نظر از عامل پیش‌برندهٔ تورم که معمولاً یکی از انواع میدان‌های نرده‌ای است، نحوهٔ تغییرات ضریب مقیاس نسبت به زمان در سناریوهای تورمی مختلف، متفاوت است که از جمله ابتدایی‌ترین آنها می‌توان به تورم توانی [۵] و تورم نمایی [۲] اشاره کرد. در این میان، تورم بینابینی یا میانی [۶] که در آن رفتار ضریب مقیاس ترکیبی از رفتار توانی و نمایی است از اهمیت بالایی برخوردار است به ویژه به این خاطر که به نوعی ریشه در نظریهٔ ریسمان دارد. از سایر مدل‌های تورمی که توجهات بسیاری را به خود جلب کرده‌اند باید به تورم لگاریتمی [۷] اشاره کرد که از برخی نظریات نرده‌ای- تانسوری به دست می‌آید.

از طرف دیگر یکی از مهم‌ترین مباحث روز فیزیک، یافتن راهی برای تلفیق نظریهٔ گرانش و نظریهٔ کوانتوم است. گرانش کوانتومی حلقه‌ای، یکی از نامزدهای این نظریهٔ ترکیبی است که مستقل از پس‌زمینه و غیر اختلالی است [۸ و ۹]. بر اساس این نظریه، پیوستار فضا- زمان کلاسیکی در مرتبهٔ کوانتومی به یک هندسهٔ گسسته تبدیل می‌شود که عملگرهای تعریف شده در آن، از قبیل طول یک منحنی، مساحت یک ناحیه و حجم یک منطقه محصور، ویژهٔ مقادیری گسسته خواهند داشت. بدین ترتیب کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای مطرح شد [۱۰] که به نوبهٔ خود توانست برخی از مسائل دیرینه مربوط به طبیعت کوانتومی نظریهٔ انفجار بزرگ را در قالب یک عالم همگن و همسانگرد و در حضور یک میدان نرده‌ای، حل کند. پاره‌ای از بررسی‌ها نشان داده‌اند که تحول کوانتومی گسسته می‌تواند با تقریب بسیار خوبی توسط یک معادلهٔ فریدمان تصحیح یافته موثر نشان داده شود [۱۱].

در مقالهٔ حاضر برآنیم تا به بررسی مدل‌های تورمی میانی و لگاریتمی در قالب کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای بپردازیم. مدل‌های تورمی سرد و گرم میانی و لگاریتمی در قالب مدل‌های کیهان‌شناسی مختلف و با میدان‌های نرده‌ای تورمی متفاوت بررسی شده‌اند [۱۲-۲۵]. از طرف دیگر بررسی سناریوهای تورمی مختلف در کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای نیز به تفصیل مورد بحث قرار گرفته است [۲۶-۳۱]. به طور خاص در مقالهٔ [۳۰]، مدل تورمی میانی در قالب کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای با ضریب اتلاف وابسته به دما (T) و میدان نرده‌ای (ϕ) به صورت $\Upsilon = CT^{m}/\phi^{m-1}$ مورد مطالعه قرار گرفته است. در این رابطه، C با تحول میکروسکوپی اتلاف مرتبط است و m ضریبی ثابت است. با نگاهی دقیق‌تر متوجه می‌شویم که به ازای مقادیر مختلف m، پارامتر Υ یا به دما، یا به میدان نرده‌ای و یا به هر دوی آنها وابسته است و در واقع، حالت خاص ضریب اتلاف ثابت را پوشش نمی‌دهد. البته همان طور که نویسندگان این مقاله نیز ذکر کرده‌اند این رابطه برای ضریب اتلاف، اولین بار توسط مدل‌های ابرتقارنی پیشنهاد داده شده است و بر اساس این مدل‌ها، ضریب اتلاف نمی‌تواند مقداری ثابت باشد [۳۲]. ولی طبق نظریهٔ میدان‌های کوانتومی، میدان تورمی می‌تواند با میدان‌های سنگینی که قابلیت تجزیه به میدان‌های بدون جرم و تابش و نقش کاتالیزور را دارند برهم‌کنش کند. بر اساس این مدل‌ها، ضریب اتلاف، علاوه بر وابستگی به دما و میدان نرده‌ای، می‌تواند کمیتی ثابت نیز باشد که البته بر اساس قانون دوم ترمودینامیک، لزوما یک ثابت مثبت است. از این‌رو در صدد برآمدیم تا حالت خاص ضریب اتلاف ثابت را بررسی کرده و نتایج حاصل را با نتایج به دست آمده در مقالهٔ [۳۰] مقایسه کنیم. همچنین مدل تورم لگاریتمی در قالب کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای نیز برای حالت ضریب اتلاف ثابت برای تکمیل بحث مورد نظر به مقالهٔ حاضر افزوده شده است.

۲. معرفی مدل

معادلهٔ فریدمان موثر در کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای (LQC) به صورت زیر بیان می‌شود [۱۱]:

$$H^{2} = \frac{\kappa}{3}\rho\left(1-\frac{\rho}{\rho_c}\right), \qquad (1)$$

که در آن $\kappa = 8\pi G = 8\pi/m_p^2$ و $\rho_c = \sqrt{3}/16\pi^2 G^2 \xi^3$، که G ثابت گرانشی، m_p جرم پلانک و $\xi \approx 0/2375$ پارامتر بدون بعد باربرو- ایمیزی است. به علاوه پارامتر چگالی انرژی کل نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho = \rho_r + \rho_\phi, \tag{2}$$

که در آن ρ_ϕ چگالی انرژی یک میدان نرده‌ای خود برهم‌کنشی و ρ_r چگالی انرژی میدان تابشی است. معادلات دینامیکی ρ_ϕ و ρ_r در دورهٔ تورم کیهانی گرم به صورت زیرند.

$$\dot{\rho}_\phi + 3H\left(\rho_\phi + p_\phi\right) = -\Upsilon\dot{\phi}^2, \tag{3}$$

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = \Upsilon\dot{\phi}^2, \tag{4}$$

که در آن Υ ضریب اتلاف است که باعث زوال چگالی انرژی میدان نرده‌ای در تابش می‌شود. در اینجا این ضریب را ثابت در نظر می‌گیریم ولی به طور کلی می‌تواند تابعی از میدان نرده‌ای، دما و یا هر دو باشد. چگالی انرژی و فشار میدان نرده‌ای به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \tag{5}$$

معادلهٔ حرکت میدان نرده‌ای نیز به صورت زیر است:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V' = -\Upsilon\dot{\phi}, \tag{6}$$

که در آن $V' = dV/d\phi$. در دورهٔ تورم گرم کندغلتش، نه تنها چگالی انرژی مرتبط با میدان نرده‌ای هم مرتبه با پتانسیل است $(\rho_\phi \sim V)$، بلکه بر چگالی انرژی تابش نیز غالب است، یعنی $\rho_\phi > \rho_r$. پس با در نظر گرفتن شرایط کندغلتش، یعنی $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ و $\ddot{\phi} \ll (3H + \Upsilon)\dot{\phi}$، معادلهٔ فریدمان (۱) و معادلهٔ حرکت (۶) به ترتیب به صورت‌های زیر بازنویسی می‌شوند:

$$H^2 \approx \frac{\kappa}{3}V\left(1 - \frac{V}{\rho_c}\right), \tag{7}$$

$$3H\left(1+R\right)\dot{\phi} \approx -V', \tag{8}$$

که در آن $R = \frac{\Upsilon}{3H}$ است. به علاوه با استفاده از معادلهٔ (۷) رابطه‌ای به صورت زیر برای پتانسیل میدان نرده‌ای به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{\rho_c}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{12H^2}{\kappa\rho_c}}\right), \tag{9}$$

و همچنین رابطه‌ای برای $\dot{\phi}$ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{-2\dot{H}}{\kappa\left(1+R\right)}}\left(1 - \frac{12H^2}{\kappa\rho_c}\right)^{-1/4}, \tag{10}$$

به علاوه فرض می‌کنیم که تولید تابش در دورهٔ تورم گرم شبه پایدار باشد، یعنی $\dot{\rho}_r \ll 4H\rho_r$ و $\dot{\rho}_r \ll \Upsilon\dot{\phi}^2$. سپس چگالی انرژی تابش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_r = \frac{\Upsilon\dot{\phi}^2}{4H} = \frac{-\Upsilon\dot{H}}{2\kappa\left(1+R\right)H}\left(1 - \frac{12H^2}{\kappa\rho_c}\right)^{-1/2}, \tag{11}$$

که در آن از معادلهٔ (۱۰) استفاده کرده‌ایم. تحت شرط بی‌دررو داریم $\rho_r = \sigma T_r^4$، که در آن σ ثابت استفان بولتزمن و T_r دمای حمام گرمایی است. سپس رابطه‌ای برای دما به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$T_r = \left[\frac{-\Upsilon\dot{H}}{2\kappa\left(1+R\right)\sigma H}\right]^{1/4}\left(1 - \frac{12H^2}{\kappa\rho_c}\right)^{-1/8}, \tag{12}$$

حال به بررسی اختلالات نرده‌ای و تانسوری در مدل مورد نظر می‌پردازیم. توجه کنید که برای اختلالات نرده‌ای، میدان‌های تابش و نرده‌ای با یکدیگر برهم‌کنش دارند. بنابراین در کنار اختلالات بی‌دررو، اختلالات با خمش ثابت (آنتروپی) نیز به وجود می‌آیند. دلیل این اتفاق این است که تورم گرم می‌تواند به صورت یک مدل تورمی با دو میدان بنیادی در نظر گرفته شود. همان طور که در [۲۶] ذکر شده، برای LQC اختلالات چگالی می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\mathrm{P}_R = \left(\frac{H}{\dot{\phi}}\right)^2 \left(\delta\phi\right)^2, \tag{13}$$

رابطهٔ شاخص طیفی نرده‌ای n_s به صورت زیر است

$$n_s - 1 = \frac{d\ln P_R}{d\ln k}, \tag{14}$$

که در آن بازهٔ عدد موج با تعداد e- لایه‌ها رابطه‌ای به صورت $d\ln k = dN = Hdt$ دارد. همچنین، یکی از ویژگی‌های جالب داده‌های هفت سالهٔ WMAP این است که به تغییرات قابل توجهی در شاخص طیفی نرده‌ای اشاره می‌کند:

$$n_{run} = \frac{dn_s}{d\ln k}, \tag{15}$$

از طرف دیگر، اختلالات تانسوری، قویاً به پس‌زمینهٔ گرمایی جفت نشده‌اند. از این رو امواج گرانشی تنها توسط افت و خیزهای کوانتومی ایجاد می‌شوند [۳۲]. طیف متناظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_g = 8\kappa\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2, \tag{۱۶}$$

با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۶)، نسبت تانسور- نرده‌ای برابر است با

$$r = \frac{P_g}{P_R}, \tag{۱۷}$$

۳. تورم کیهانی میانی

اگر ضریب مقیاس را به صورت $a(t) = exp\left(At^f\right)$ در نظر بگیریم، می‌توانیم جوابی برای عالم تورمی میانی گرم بیابیم. با استفاده از معادلات (۹) و (۱۰) روابط زیر را به ترتیب به دست می‌آوریم.

$$V = \frac{\rho_c}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{12A^2 f^2 t^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}}\right), \tag{۱۸}$$

و

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{2Af(1-f)}{\kappa(1+R)}t^{f-2}}\left(1 - \frac{12A^2 f^2 t^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right)^{-1/4}, \tag{۱۹}$$

با معرفی پارامترهای بدون بعد کندغلتش داریم:

$$\eta = -\frac{\ddot{H}}{H\dot{H}} = \frac{(2-f)t^{-f}}{Af}, \tag{۲۰}$$

$$\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{(1-f)t^{-f}}{Af},$$

همچنین تعداد ای-تا ها با رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$N = \int_{t_1}^{t_2} H dt = A\left(t_2^f - t_1^f\right), \tag{۲۱}$$

که در آن $t_2 > t_1$.

۳. ۱. ناحیهٔ اتلاف ضعیف

با این فرض که اگر زمانی سیستم مطابق با ناحیهٔ اتلاف ضعیف، یعنی $\Upsilon < 3H$ گسترش یابد، در ادامهٔ تحولش در همین حد باقی می‌ماند و با اعمال این شرط در رابطهٔ (۱۹) داریم:

$$\phi(t) = \alpha F[t], \tag{۲۲}$$

که در آن $\alpha = \sqrt{\frac{8A(1-f)}{\kappa f}}$ و

$$F[t] = t^{\frac{f(f-1)}{2f-2}}\, {}_2F_1\left[\frac{1}{4}, \frac{f}{4f-4}; \frac{5f-4}{4f-4}; \frac{12A^2 f^2}{\kappa\rho_c}t^{2f-2}\right], \tag{۲۳}$$

در این رابطه ${}_2F_1$ یک تابع فوق هندسی است و همچنین بدون از دست دادن کلیت مسئله، فرض کرده‌ایم $\phi(t=0) = \phi_0 = 0$. با توجه به روابط قبلی، معادلات (۱۸)، (۲۰) و (۲۱) به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$V(\phi) = \frac{\rho_c}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{12A^2 f^2}{\kappa\rho_c}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2(f-1)}}\right), \tag{۲۴}$$

$$\varepsilon = \frac{(1-f)}{Af}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{-f}, \tag{۲۵}$$

$$\eta = \frac{(2-f)}{Af}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{-f}, \tag{۲۶}$$

$$N = A\left(\left(F^{-1}[\phi_2/\alpha]\right)^f - \left(F^{-1}[\phi_1/\alpha]\right)^f\right), \tag{۲۷}$$

در این حالت می‌توانیم $\varepsilon = 1$ را به عنوان شرط ابتدای تورم کیهانی در نظر بگیریم. بنابراین با توجه به معادلهٔ (۲۵) داریم $\phi_1 = \alpha F\left[\left(\frac{1-f}{Af}\right)^{1/f}\right]$. در حد اتلاف ضعیف، داریم $\delta_\phi^2 \simeq HT_r$ [۲۳]. سپس با توجه به شرط $R < 1$ معادلهٔ (۱۳) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$P_R = \left(\frac{\kappa^3 \Upsilon A^8 f^8}{32\sigma(1-f)^3}\right)^{1/4}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2f-\frac{5}{4}} \left[1 - \frac{12A^2 f^2\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right]^{3/8}, \tag{۲۸}$$

در این حالت شاخص طیفی نرده‌ای و تغییرات آن به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$n_s = 1-\frac{(5-8f)}{4Af}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{-f} + \frac{9Af(1-f)}{\kappa\rho_c}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{f-2}\left[1-\frac{12A^2 f^2\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right]^{-1}, \qquad (۲۹)$$

$$n_{run} = \frac{(5-8f)}{4A^2 f}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{-2f} - \frac{9(2-f)(1-f)}{\kappa\rho_c}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{-2}\left[1-\frac{12A^2f^2\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right] - \frac{216A^2f^2(1-f)^2\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2f-4}}{\kappa^2\rho_c^2}\left[1-\frac{12A^2f^2\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right]^{-2}, \qquad (۳۰)$$

اختلالات تانسوری یعنی معادلهٔ (۱۶) در این حالت به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$P_g = \frac{2\kappa}{\pi^2} A^2 f^2 \left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2(f-1)}, \qquad (۳۱)$$

همچنین نسبت تانسور- نرده‌ای در این حالت به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$r = \left[\frac{512\kappa\sigma(1-f)^3}{\Upsilon\pi^8}\right]^{1/4}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{-3/4}\left[1-\frac{12A^2 f^2}{\kappa\rho_c}\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)^{2f-2}\right]^{-3/8}, \qquad (۳۲)$$

هنگامی که نتایج به دست آمده را با نتایج ذکرشده در مقالهٔ [۳۰] مقایسه می‌کنیم به این نکته پی می‌بریم که روابط (۲۸)، (۲۹) و (۳۲)، شباهت زیادی با روابط مشابه در مقالهٔ مذکور دارند؛ اگر در رابطهٔ مربوط به ضریب اتلاف در مقاله [۳۰] قرار دهیم $m=0$، به طوری که به عنوان مثال در هر دو مقاله داریم $r \propto \Upsilon^{-1/4}$. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که مطابق روش‌های به کار گرفته شده در نظریهٔ میدان‌های کوانتومی، مدل تحت بررسی با ضریب اتلاف ثابت، با نتایج حاصل از مدل‌های ابرتقارنی مربوط به حالت $m=0$ که در آن $\Upsilon \propto \phi$، قابل مقایسه است و می‌توان وابستگی برخی از پارامترهای اختلالی به ضریب اتلاف را در دو مدل یکسان درنظر گرفت.

۳. ۲. ناحیهٔ اتلاف قوی

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که در آن Υ به اندازهٔ کافی بزرگ است که سیستم تا پایان دوره تورمی در حالت اتلاف قوی یعنی $R>1$ باقی بماند. با انتگرال‌گیری از رابطهٔ (۱۹) داریم:

$$\phi(t) = \beta G[t], \qquad (۳۳)$$

که در آن $\beta = \sqrt{\frac{24A^2 f^2(1-f)}{\kappa\Upsilon(2f-1)^2}}$ و

$$G[t] = t^{\frac{2f^2-3f+1}{2f-2}}\, {}_2F_1\left[\frac{1}{4},\frac{2f-1}{4f-4};\frac{6f-5}{4f-4};\frac{12A^2 f^2}{\kappa\rho_c}t^{2f-2}\right], \qquad (۳۴)$$

و البته مجدداً فرض کرده‌ایم که $\phi(t=0)=\phi_0=0$. همچنین می‌توانیم با جایگزینی $\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)$ با $\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)$، معادلات (۲۴)، (۲۵)، (۲۶) و (۲۷) را بازنویسی کنیم.

در حالت اتلاف قوی، $R>1$ و با توجه به [۳۳] داریم $\delta_\phi^2 = \frac{k_F T_r}{2\pi^2}$، که در آن عدد موج k_F به صورت $k_F = \sqrt{\Upsilon H} = H\sqrt{3R} \geq H$ تعریف می‌شود و متناظر با مقیاس حذف است که در آن اتلاف به افت و خیزهای برانگیخته گرمایی تقلیل می‌یابد. سپس

$$P_R = \left(\frac{\kappa^3\Upsilon^6 A^3 f^3}{(16)(864)\sigma\pi^8(1-f)^3}\right)^{1/4}\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{\frac{3f}{4}}\left[1-\frac{12A^2 f^2\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right]^{3/8}, \qquad (۳۵)$$

$$n_s = 1+\frac{3}{4A}\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{-f} + \frac{9Af(1-f)}{\kappa\rho_c}\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{f-2}\left[1-\frac{12A^2 f^2\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right]^{-1}, \qquad (۳۶)$$

$$n_{run} = \frac{-3}{4A^2}\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{-2f} - \frac{9(2-f)(1-f)}{\kappa\rho_c}\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{-2}\left[1-\frac{12A^2 f^2\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right]^{-1} - \frac{216A^2 f^2(1-f)^2\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{2f-4}}{\kappa^2\rho_c^2}\left[1-\frac{12A^2 f^2\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{2(f-1)}}{\kappa\rho_c}\right]^{-2}, \quad (۳۷)$$

با جانشانی $\left(F^{-1}[\phi/\alpha]\right)$ با $\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)$ در معادلهٔ (۳۱)، رابطهٔ مربوط به P_g در حالت اتلاف قوی حاصل می‌شود و سپس

$$r = \left[\frac{(256)(864)\kappa\sigma A^5 f^5(1-f)^3}{\Upsilon^6}\right]^{1/4} \left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{(5f-8)/4}\left[1-\frac{12A^2 f^2}{\kappa\rho_c}\left(G^{-1}[\phi/\beta]\right)^{2f-2}\right]^{-3/8}, \quad (۳۸)$$

بار دیگر با مقایسهٔ نتایج مدل تحت بررسی با روابط مشابه مربوط در مقالهٔ [۳۰]، در می‌یابیم که حالت ضریب اتلاف ثابت با حالت ضریب اتلاف متناسب با توان اول میدان نرده‌ای در مدل‌های ابرتقارنی، مشابهت‌هایی دارد که از آن جمله می‌توان به $r \propto \Upsilon^{-3/2}$ اشاره کرد.

۴. تورم کیهانی لگاریتمی

در این مدل با درنظرگرفتن ضریب مقیاس به صورت

$$a(t) = exp\left(A(lnt)^\lambda\right), \quad (۳۹)$$

و با کمک معادلات (۹) و (۱۰)، روابط زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$V = \frac{\rho_c}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{12A^2\lambda^2(lnt)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c t^2}}\right), \quad (۴۰)$$

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{2A\lambda(1-\lambda+lnt)}{\kappa(1+R)}}\left(\frac{(lnt)^{\frac{\lambda-2}{2}}}{t}\right)\left(1-\frac{12A^2\lambda^2(lnt)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c t^2}\right)^{-1/4}, \quad (۴۱)$$

همچنین پارامترهای بدون بعد کند غلتش عبارت خواهند بود از:

$$\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{1-\lambda+lnt}{A\lambda(lnt)^\lambda}, \quad (۴۲)$$

$$\eta = -\frac{\ddot{H}}{H\dot{H}} = \frac{(\lambda-1)(\lambda-2)-3(\lambda-1)lnt+2(lnt)^2}{A\lambda(lnt)^\lambda(1-\lambda+lnt)}, \quad (۴۳)$$

جملهٔ آخر در سمت راست معادلات (۴۰) و (۴۱) شامل دو تابع بر حسب t، در صورت و مخرج است. می‌توانیم بررسی کنیم که برای $1 \le \lambda < 4$، این کسر در حد زمان حال، یعنی $t \gg 1$، به صفر نزدیک می‌شود، درحالی که برای $\lambda \ge 4$ در زمان حال، جملهٔ صورت بر مخرج غالب می‌شود که یک پتانسیل و یا $\dot{\phi}$ موهومی را نتیجه می‌دهد که غیر فیزیکی است. بنابراین حد زمان حال می‌تواند یک قید قوی برای پارامتر λ ایجاد کند. از طرف دیگر اگر حد زمان حال را در معادلات (۴۱) و (۴۲) اعمال کنیم، می‌توان از $1-\lambda$ در مقابل lnt صرف‌نظر کرد. همچنین در حد زمان حال، تنها جملهٔ سوم در معادلهٔ (۴۳) باقی می‌ماند. بنابراین با استفاده از این ساده‌سازی‌ها خواهیم داشت:

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{2A\lambda}{\kappa(1+R)}}\left(\frac{(lnt)^{\frac{\lambda-1}{2}}}{t}\right)\left(1-\frac{12A^2\lambda^2(lnt)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c t^2}\right)^{-1/4}, \quad (۴۴)$$

$$\varepsilon = \frac{(lnt)^{1-\lambda}}{A\lambda}, \quad (۴۵)$$

$$\eta = \frac{2(lnt)^{1-\lambda}}{A\lambda}, \quad (۴۶)$$

$$N = \int_{t_1}^{t_2} Hdt = A\left[(lnt_2)^\lambda - (lnt_1)^\lambda\right], \quad (۴۷)$$

۴. ۱. ناحیهٔ اتلاف ضعیف

با اعمال شرط اتلاف ضعیف در معادلهٔ (۴۴) می‌توانیم $\phi(t)$ را محاسبه کنیم. ولی برای یافتن یک جواب تحلیلی، ابتدا جملهٔ آخر در این معادله را با استفاده از قضیهٔ دوجمله‌ای بسط می‌دهیم. بنابراین به رابطهٔ زیر می‌رسیم:

$$\phi(t) = \gamma W[t], \quad (۴۸)$$

که در آن $\gamma = \sqrt{\frac{2A\lambda}{\kappa}}$ و

$$W[t]=\frac{2(\ln t)^{\frac{\lambda+1}{2}}}{\lambda+1}-\frac{3A^2\lambda^2}{\kappa\rho_c}2^{\frac{3-5\lambda}{2}}\Gamma\left[\frac{5\lambda-3}{2},2\ln t\right], \quad (۴۹)$$

در این رابطه Γ تابع ناکامل گاما است و همچنین فرض کرده‌ایم که $\phi_0=0$. با کمک این روابط، معادلات (۴۰)، (۴۵)، (۴۶) و (۴۷) به ترتیب به صورت‌های زیر تبدیل می‌شوند:

$$V(\phi)=\frac{\rho_c}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{12A^2\lambda^2\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}}\right), \quad (۵۰)$$

$$\varepsilon=\frac{\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{1-\lambda}}{A\lambda}, \quad (۵۱)$$

$$\eta=\frac{2\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{1-\lambda}}{A\lambda}, \quad (۵۲)$$

$$N=A\left[\left(\ln\left(W^{-1}[\phi_e/\gamma]\right)\right)^{\lambda}-\left(\ln\left(W^{-1}[\phi_1/\gamma]\right)\right)^{\lambda}\right], \quad (۵۳)$$

با در نظر گرفتن $\varepsilon=1$ به عنوان شرط آغازین تورم کیهانی و با توجه به معادلهٔ (۵۱) داریم $\phi_1=\gamma W\left[\exp(A\lambda)^{\frac{1}{1-\lambda}}\right]$. در حد اتلاف ضعیف داریم $\delta_\phi^2\simeq HT_r$. پس با توجه به شرط $R<1$ معادلهٔ (۱۳) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$P_R=\left(\frac{\kappa^3\Upsilon A^8\lambda^8}{32\sigma}\right)^{1/4}\frac{\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2\lambda-2}}{\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^{5/4}}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2\lambda-2}}{\kappa\rho_c\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}\right]^{3/8}, \quad (۵۴)$$

در این حالت شاخص طیفی نرده‌ای و تغییرات آن نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$n_s=1-\frac{13}{4A\lambda}\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{1-\lambda}+\frac{9A\lambda\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{\lambda-1}}{\kappa\rho_c\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}\right]^{-1}, \quad (۵۵)$$

$$n_{run}=\frac{13(\lambda-1)}{4A^2\lambda^2}\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{1-2\lambda}-\frac{18}{\kappa\rho_c}\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^{-2}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}\right]^{-1}$$
$$-\frac{216A^2\lambda^2\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2\lambda-2}}{\kappa^2\rho_c^2\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^4}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}\right]^{-2}, \quad (۵۶)$$

اختلالات تانسوری، معادلهٔ (۱۶) نیز به شکل زیر تعیین می‌شود:

$$P_g=\frac{2\kappa}{\pi^2}A^2\lambda^2\frac{\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}, \quad (۵۷)$$

همچنین نسبت تانسور- نرده‌ای برابر خواهد بود با:

$$r=\left[\frac{512\kappa\sigma}{\Upsilon\pi^8}\right]^{1/4}\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^{-3/4}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2}{\kappa\rho_c}\frac{\left(\ln\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)\right)^{2\lambda-2}}{\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)^2}\right]^{-3/8}, \quad (۵۸)$$

۴. ۲. ناحیهٔ اتلاف قوی

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که در آن Υ به اندازهٔ کافی بزرگ است که سامانه تا پایان تورم کیهانی، در اتلاف قوی یعنی $R>1$ باقی می‌ماند. با انتگرال‌گیری از رابطهٔ (۴۴) داریم:

$$\phi(t)=\delta Z[t], \quad (۵۹)$$

که در آن $\delta=-\sqrt{\frac{6A^2\lambda^2}{\kappa\Upsilon}}$ و

$$Z[t]=2^{\lambda}\Gamma\left[\lambda,\frac{ln\,t}{2}\right]+\frac{3A^2\lambda^2}{\kappa\rho_c}\left(\frac{5}{2}\right)^{2-3\lambda}\Gamma\left[3\lambda-2,\frac{5}{2}ln\,t\right], \qquad (۶۰)$$

که مجددا فرض کرده‌ایم $\phi(t=0)=\phi_0=0$. بنابراین می‌توانیم معادلات (۵۰)، (۵۱)، (۵۲) و (۵۳) را با جایگزینی $\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)$ به جای $\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)$ بازنویسی کنیم.

بار دیگر مطابق مطالب بیان شده در بخش ۲.۳، به محاسبهٔ کمیت‌های زیر می‌پردازیم.

$$P_R=\left(\frac{\kappa^3\Upsilon^6A^3\lambda^3}{(16)(864)\sigma\pi^8}\right)^{1/4}\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{(3\lambda-3)/4}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{2\lambda-2}}{\kappa\rho_c\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^2}\right]^{3/8}, \qquad (۶۱)$$

$$n_s=1-\frac{3(1-\lambda)}{4A\lambda}\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{-\lambda}+\frac{24A\lambda\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{\lambda-1}}{\kappa\rho_c\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^2}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^2}\right]^{-1}, \qquad (۶۲)$$

$$n_{run}=\frac{3(1-\lambda)}{4A^2\lambda}\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{-2\lambda}-\frac{48}{\kappa\rho_c}\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^{-2}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^2}\right]^{-1}-\frac{576A^2\lambda^2\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{2\lambda-2}}{\kappa^2\rho_c^2\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^4}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{2(\lambda-1)}}{\kappa\rho_c\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^2}\right]^{-2}, \qquad (۶۳)$$

با جایگذاری $\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)$ به جای $\left(W^{-1}[\phi/\gamma]\right)$ در معادلهٔ (۵۷)، رابطه‌ای برای P_g در حد اتلاف قوی به دست می‌آید. سپس خواهیم داشت:

$$r=\left[\frac{(256)(864)\kappa\sigma A^5\lambda^5}{\Upsilon^6}\right]^{1/4}\frac{\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{(5\lambda-5)/4}}{\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^2}\left[1-\frac{12A^2\lambda^2}{\kappa\rho_c}\frac{\left(ln\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)\right)^{2\lambda-2}}{\left(Z^{-1}[\phi/\delta]\right)^2}\right]^{-3/8}, \qquad (۶۴)$$

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی مدل تورم گرم کیهانی در قالب نظریهٔ کیهان‌شناسی کوانتومی حلقه‌ای پرداختیم. ضریب اتلاف موجود در مدل را به صورت یک کمیت ثابت در نظر گرفتیم. با انتخاب ضریب مقیاس به دو شکل مختلف، تورم میانی و لگاریتمی را بررسی کردیم. پس از تعیین پارامترهای کندغلتش، بررسی را در دو ناحیهٔ اتلاف ضعیف و قوی ادامه دادیم. مشاهده کردیم که رفتار میدان نرده‌ای تورمی در حالت تورم میانی، وابسته به یک تابع فوق هندسی و در حالت تورم لگاریتمی، وابسته به تابع گاما است. اختلالات نرده‌ای و تانسوری نیز در هر یک از چهار حالت مورد مطالعه قرار گرفت. طیف توانی اختلالات نرده‌ای و تانسوری، شاخص طیفی نرده‌ای و تغییرات آن و در نهایت، پارامتر نسبت تانسور- نرده‌ای را در هر حالت تعیین کردیم.

مراجع

1. D Larson, et al., *Astrophys. J. Suppl*. **192** (2011) 16.
2. A Guth, *Phys. Rev. D* 23 (1981) 347.
3. A Albrecht and P J Steinhardt, *Phys. Rev. Lett*. **48** (1982) 1220.
4. A Berera, *Phys. Rev. Lett*. **75** (1995) 3218.
5. F Lucchin and S. Matarrese, *Phys. Rev. D* **32** (1985)

1316.

6. J D Barrow, *Phys. Lett. B* **235** (1990) 40.
7. J D Barrow, *Phys. Rev. D* **51** (1995) 2729.
8. T Thiemann, *Lect. Notes Phys*. **631** (2003) 41.
9. A Ashtekar and J Lewandowski, *Class. Quant. Grav.* **21** (2004) R53.
10. M Bojowald, *Living Rev. Rel*. **8** (2005) 11.
11. P Singh, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 063508.
12. A D Rendall, *Class. Quant. Grav*. **22** (2005) 1655.
13. S del Campo and R. Herrera, *Phys. Lett. B* **670** (2009) 266.
14. S del Campo, R. Herrera and A. Toloza, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 083507.
15. M R Setare and V Kamali, *J. High Energy Phys*. **03** (2013) 066.
16. M R Setare and V Kamali, J Cosmol, *Astropart. Phys*. **08** (2012) 034.
17. M R Setare and V Kamali, *Phys. Rev. D* **87** (2013) 083524.
18. H Farajollahi and A Ravanpak, *Phys. Rev. D* **84** (2011) 084017.
19. A Ravanpak, H Farajollahi, and G F Fadakar, *Astrophys. Space Sci*. **361** (2016) 43.
20. J D Barrow and N J Nunes, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 043501.
21. A Ravanpak and F Salmeh, *Phys. Rev. D* **89** (2014) 063504.
22. V Kamali and E N Nik, *Eur. Phys. J. C* **77** (2017) 449.
23. A Berera, *Contemp. Phys.* **47** (2006) 33.
24. M A Cid, S. del Campo and R Herrera, *J Cosmol. Astropart. Phys.* **0710** (2007) 005.
25. R Herrera, S del Campo and C Campuzano, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **0610** (2006) 009.
26. X Zhang and Y Ling, *J Cosmol. Astropart. Phys*. **0708** (2007) 012.
27. R Herera, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 123511.
28. K Xiao and J Y Zhu, *Phys. Lett. B* **699** (2011) 217.
29. X M Zhang and J Y Zhu, *Phys. Rev. D* **87** (2013) 043522.
30. R Herera, M Olivares and N Videla, *Int. J. Mod. Phys. D* **23,** 10 (2014) 1450080.
31. M R Setare and V Kamali, *Phys. Lett. B* **739** (2014) 68.
32. Y Zhang, *J. Cosmol. Astropart. Phys*. **0903** (2009) 023.
33. A N Taylor and A Berrera, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 083517.