

مطالعه مولفه $\varphi\theta$ تانسور تنش در قرص های پیش سیاره‌ای

مهدی نژاد کهنوجی و مریم قاسم نژاد بافنده

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

پست الکترونیکی: m.ghasemnezhad@uk.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۱۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۰۶/۰۸)

چکیده:

شواهد رصدی و محاسبات عددی نشان می‌دهد که قرص‌های پیش سیاره‌ای اطراف اجسام ستاره‌ای جوان (YSOs) از لحاظ گرانشی ناپایدار هستند و خودگرانش در چنین قرص‌هایی حائز اهمیت است. ناپایداری گرانشی و کاهش جرم از قرص به شکل باد در نواحی سرد میانی این قرص‌ها، مکانیزم غالب در انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون و برافزایش در چنین قرص‌هایی می‌باشد. ساختار چنین قرص‌هایی به اهنگ سرد شدن آنها وابسته است. در این تحقیق با استفاده از جواب‌های نیمه تحلیلی خودمشابهی در مختصات کروی و با فرضیات حالت پایا و تقارن محوری، معادلات هیدرودینامیکی قرص را با حضور مولفه تانسور تنش در راستای عمودی ($t_{\varphi\theta}$) مطالعه کرده‌ایم. این مولفه مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون ناشی از باد می‌باشد. نتایج ما نشان می‌دهد که قرص از لحاظ گرانشی ناپایدار است. ناپایداری گرانشی به عنوان منبع وشکسانی سبب گرم شدن قرص می‌شود و نتایج ما نشان می‌دهد با افزایش سرمایه‌های مقدار پارامتر Q کاهش می‌یابد زیرا گرمایش ناشی از ناپایداری گرانشی نمی‌تواند با سرمایه‌های مقابله کند و در نتیجه قرص کپه می‌شود و سیارات شکل می‌گیرند. نتایج نشان می‌دهد که مولفه عمودی تانسور تنش سبب می‌شود تا قرص نازک‌تر و سردتر شده و باد با شدت بیشتر در عرض‌های کوچکتر شکل بگیرد. ما نشان داده‌ایم تاثیر مولفه عمودی تانسور تنش در بدنه قرص از وشکسانی تلاطمی بیشتر می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: برافزایش، قرص‌های برافزایشی، خودگرانش، قرص‌های پیش سیاره‌ای، شکل‌گیری سیستم‌های سیاره‌ای.

۱. مقدمه

باشد. لذا شکل‌گیری قرص‌های برافزایشی اطراف جسم مرکزی به عنوان یکی از جذاب‌ترین اجرام نجومی در عالم، توجه اخترشناسان را به خود جلب کرد. مطالعه گسترده قرص‌های برافزایشی از این واقعیت نشأت می‌گیرد که این سیستم‌ها منبع اصلی تابش دریافتی از بسیاری از اجسام جالب اخترفیزیکی نظیر کوازارها، فوران‌های پرتوی گاما و دوتایی‌های پرتوی ایکس می‌باشند و می‌توانند گستره وسیعی از پدیده‌ها همچون تحول سیاه‌چاله‌های پرجرم در هسته‌های فعال کهکشانی تا شکل‌گیری ستاره‌ها و سیارات در قرص‌های پیش سیاره‌ای را توضیح دهند. مواد برافزایشی چرخان در سیستم‌های برافزایشی که عمدتاً از گازهای هیدروژن تشکیل شده‌اند تحت تأثیر میدان

ظهور نجوم رادیویی در نیم قرن گذشته منجر به کشف اختروش‌ها شد. تابندگی بسیار بالای این منابع نقطه گونه با قرمزگرایی بالا باعث حیرت اخترشناسان در آن زمان بود. انرژی هسته‌ای که تا آن زمان به عنوان منبع قوی انرژی در عالم شناخته شده بود نمی‌توانست مقادیر عظیم انرژی آزاد شده توسط این اجرام را تامین کند [۱]. مرجع [۲] راه حلی را ارائه دادند که در آن، انرژی پتانسیل گرانشی آزاد شده ناشی از سقوط مواد از یک قرص برافزایشی در حال چرخش بر روی جسم مرکزی متراکم در مرکز دیسک می‌تواند منبع اصلی انرژی این اجرام

گرانش جسم مرکزی به آرامی و به صورت مارپیچی بر روی جسم مرکزی فروریزش می‌کنند و تحت عامل وشکسانی انرژی و تکانه زاویه‌ای را از دست می‌دهد. همراه با فروریزش گازها بر روی جسم مرکزی، انرژی بستگی گرانشی آزاد شده تبدیل به تابش می‌شود و این تابش در گستره وسیعی از طول موج‌های الکترومغناطیسی قابل آشکارسازی خواهد بود. در این چهار دهه گذشته مقالات بی‌شماری در زمینه قرص‌های برافزایشی با ارائه مدل‌های متنوع و گوناگونی همچون مدل قرص‌های نازک استاندارد شاکورا و سانیوف (SSD)، قرص‌های برافزایشی با پهن‌رفت غالب (ADAF)، قرص‌های باریک (Slim Disk) و قرص‌های پف کرده (Puffy Disk) توسط محققین نوشته شده است [۳-۸]. مقالات مروری مراجع [۹] و [۱۰] به تفصیل در مورد ساختار انواع قرص‌ها و ویژگی‌های آنها می‌پردازد. هر کدام از این مدل‌ها موفقیتها و شکست‌هایی داشته‌اند. مدل استاندارد شاکورا و سانیوف نخستین مدل نظری موفق در توصیف قرص‌های اطراف هسته‌های فعال کهکشانی با تابندگی معمولی و قرص‌های پیش‌سیاره‌ای می‌باشد اما همراه با شکست‌هایی در توجیه تابندگی‌های بالا و پایین است. مدل استاندارد موسوم به مدل آلفا یک قرص سرد و از لحاظ هندسی نازک و نوری غلیظ را بیان می‌کند بطوریکه تمام انرژی اتلاف شده در اثر وشکسانی تلاطمی بلافاصله پس از تولید، بطور موثری تابش می‌شود. زمانی نه چندان دور می‌پنداشتیم پیدایش سیارات فرایند نادری است. اما کشف بیش از ۵۰۰۰ سیاره فراخورشیدی، نشان داد که چنین نیست. اما هنوز به درستی مشخص نیست چگونه از قرص متشکل از ذرات گاز و گرد و غبار، سیارات بوجود می‌آیند بویژه آن که به لحاظ درصدی مطالعه مراحل اولیه تکوین و پیدایش سیارات یک چالش جدی است. از همین روست که چندی است فناوری‌های نوین امکان تصویربرداری مستقیم از قرص‌های پیش‌سیاره‌ای را فراهم آورده‌اند. امروزه می‌توانیم در طول موج‌های فروسرخ نظاره‌گر چنین قرص‌هایی باشیم. قرص‌هایی که در آنها سیارات در حال تولد هستند. رصد چنین سامانه‌هایی امکانی منحصر به فرد برای درک فرایندهای نحوه تشکیل سیارات نظیر همان فرایندهایی که احتمالاً به پیدایش منظومه شمسی منجر شد، می‌باشد.

قرص‌های پیش‌سیاره‌ای هم به لحاظ تئوری و هم به لحاظ مشاهدات رصدی مورد توجه محققین قرار گرفته است. تصویر برداری‌ها با وضوح بالا توسط پروژه آکما از قرص‌های پیش‌سیاره‌ای نشان می‌دهد که آنها دارای ساختارهایی نظیر حلقه‌های روشن و تاریک، ساختارهای مارپیچی، شکافها و توده‌ها و سیارات جوان می‌باشند [۱۱]. در این قرص پیش‌سیاره‌ای، متانول درحالت گازی به عنوان یکی اجزای سازنده حیات و ترکیبات آلی یافت شده است [۱۳-۱۲]. لذا این داده‌های رصدی سبب افزایش علاقه‌مندی به مطالعه این نوع از قرص‌ها شده است.

در همه انواع قرص‌های برافزایشی سازو کار اصلی که نقش عمده در انتقال تکانه زاویه‌ای و در نتیجه برافزایش در قرص بازی می‌کند، وشکسانی است. این تلاطم تولید شده در قرص‌ها بسته به شرایط قرص و نوع آن می‌تواند شامل فرایندهایی چون ناپایداری مغناطی دورانی (MRI)، ناپایداری گرانشی، ناپایداری همرفتی و باد باشد. اگرچه هنوز ابهاماتی درباره ماهیت تلاطم وجود دارد. ناپایداری مغناطی دورانی در نواحی داغ درونی قرص‌های پیش‌سیاره‌ای سازوکار غالب در انتقال تکانه زاویه‌ای است. شواهد رصدی و محاسبات عددی نشان می‌دهد که قرص‌های پیش‌سیاره‌ای اطراف اجسام ستاره‌ای جوان (YSOs) از لحاظ گرانشی ناپایدار هستند و خودگرانش در چنین قرص‌هایی حائز اهمیت است. ناپایداری گرانشی و خروج جرم از قرص به شکل باد در نواحی سرد میانی این قرص‌ها مسئول انتقال تکانه زاویه‌ای و برافزایش در چنین قرص‌هایی می‌باشند [۲۲-۱۴]. ناپایداری گرانشی در قرص‌های برافزایشی را با معیار تومره $Q = \frac{c_s \Omega}{\pi G \Sigma}$ که نسبت جرم ستاره مرکزی به جرم قرص اطراف آن است بیان می‌شود. در رابطه پارامتر بدون بعد تومره، c_s سرعت صوت، Ω سرعت زاویه‌ای کپلری و Σ چگالی سطحی قرص است. زمانی که جرم قرص اطراف ستاره مرکزی قابل مقایسه با جرم ستاره مرکزی باشد اثر خودگرانش مهم می‌شود. شرط تومره برای رشد ناپایداری و تکه تکه شدن این است که باید $Q \leq 1$ باشد. شبیه سازی‌های عددی نشان می‌دهد که با گذشت زمان، مقدار پارامتر تومره به مقدار بحرانی خودش نزدیک می‌شود لذا این معیار تومره به منظور تضمین تکه تکه

شدن و تشکیل شدن سیارات کافی نیست و معیار دومی برای ناپایداری گرانشی توسط گامی در سال ۲۰۰۱ ارائه شد که نشان داد علاوه بر معیار ناپایداری تومره برای وجود ناپایداری گرانشی و تکه تکه شدن، قرص باید با یک آهننگ نسبتاً سریع سرد شود. گامی، مقیاس زمانی سرمایش را به صورت $\beta = \frac{t_{cooling}}{t_{dyn}}$ تعریف کرد و نشان داد برای تکه تکه شدن قرص و تشکیل سیارات باید مقیاس زمانی سرمایش از مضربی از مقیاس دینامیکی قرص کمتر باشد ($\beta \approx 3$) تا سیستم از نظر گرانشی ناپایدار شود [۲۲-۲۴]. قرص های نازک به دلیل کوچک بودن ضخامت قرص به شعاع آن، آهننگ سرمایش باعث تغییرات دما می شود. هرچه آهننگ سرد شدن در این قرص های نازک سریعتر باشد شرایط تکه تکه بیشتر فراهم می شود بنابراین از مدل استاندارد یا الگوی وشکسانی آلفا برای بررسی ساختار قرص های پیش سیاره ای استفاده می کنیم. برای مطالعه ساختار قرص های برافزایشی انتخاب بهترین الگو وشکسانی دارای اهمیت است. محققین زیادی تنها مولفه سمتی شعاعی تانسور وشکسانی تلاطمی ($t_{r\phi}$) که مربوط به تنش برافزایشی می باشد را به عنوان تنها مسئول انتقال تکانه زاویه ای در مدل های خود در نظر گرفته اند و فرض کردند این مولفه متناسب با فشار گاز می باشد و پارامتر بدون بعد وشکسانی α را در این رابطه معرفی کردند که کلیه عوامل ناشناخته درباره ماهیت تلاطم در این پارامتر گنجانده شده است. همچنین محققین زیادی نیز از مدل بتا برای بررسی تحول قرص های خودگرانشی استفاده کردند که نشان دادند که مدل بتا در قرص های خودگرانشی با طیف رصدی به دست آمده از قرص های پیش سیاره ای در توافق می باشد. همچنین محققین نشان داده اند که ساختار و تحول قرص های خودگرانشی اطراف ستاره تازه متولد شده در دو الگوی بتا و آلفا متفاوت است ولی به خاطر وجود نایقینی های زیادی در مورد مسئله تلاطم این دو الگوی از نظر ساختار فیزیکی در یک سطح هستند و هر دو الگو برای توضیح تنش تلاطمی در مدل های قرص های پیش سیاره ای استفاده می شوند [۳] و [۲۵-۲۸].

مطالعه ی قرص های پیش سیاره ای خودگرانشی عمدتاً به روش شبیه سازی صورت گرفته و به روش تحلیلی کمتر بررسی شده است [۲۹] و [۳۰]. در سیستم های برافزایشی نظیر قرص های پیش سیاره ای، اجسام ستاره ای جوان و هسته های فعال کهکشانی، حضور باد (به عنوان مکانیسم کاهش جرم قرص) توسط مشاهدات رصدی تایید شده است. مکانیزم های ایجاد کننده باد می تواند عواملی چون تابش در نواحی بیرونی قرص- های پیش سیاره ای و میدان مغناطیسی در نواحی درونی قرص باشد. باد می تواند باعث انتقال تکانه زاویه ای به بیرون از قرص در راستای عمودی شود [۳۱-۳۳]. در این مقاله می خواهیم مولفه تانسور تنش در راستای عمودی ($t_{\phi\phi}$) که مربوط به انتقال تکانه زاویه ای به بیرون ناشی از باد می باشد را بررسی کنیم که در مقالات پایه ای در بررسی و مطالعه قرص های پیش سیاره ای کمتر به آن پرداخته شده است. مرجع [۳۴] اثر سرمایش را در ساختار قرص های پیش سیاره ای با حضور باد مطالعه کردند و تنها مولفه سمتی شعاعی تانسور وشکسانی تلاطمی ($t_{r\phi}$) را در بررسی ساختار عمودی قرص در دستگاه کروی در نظر گرفتند. نتایج مرجع [۳۴] نشان می دهد که با افزایش آهننگ سرد شدن در قرص، ضخامت قرص کاهش می یابد و معیار تومره به صورت $Q < 1$ برای تکه تکه شدن قرص فراهم می شود. در این تحقیق برای نخستین بار ما با گسترش کار مرجع [۳۴] و وارد کردن نیروی وشکسانی عمودی می خواهیم ساختار عمودی قرص را با حضور باد و نیروهای خودگرانشی در راستاهای عمودی و شعاعی مطالعه کنیم و نتایج تحقیق را با نتایج به دست آمده توسط مرجع [۳۴] مقایسه کنیم. معادلات اساسی به همراه فرضیات مسئله را در قسمت بعدی بیان می کنیم و راه حل های خودمشابهی در قسمت ۳ ارائه خواهند شد و در قسمت ۴ نمودارها و نتایج نمایش داده می شود. جمع بندی و خلاصه تحقیق به قسمت ۵ اختصاص یافته است.

۲. فرمول بندی مسئله و فرضیات حاکم

هدف ما بررسی ساختار قرص های خودگرانشی که در آن مولفه تانسور تنش در راستای عمودی ($t_{\phi\phi}$) نقش مهمی در معادله حرکت و انرژی ایفا می کند، می باشد. معادلات پایستگی جرم،

مطالعه روی ساختار و تحول قرص های خودگرانشی از طریق روشهای تحلیلی، نیمه تحلیلی، شبیه سازی صورت گرفته و

$$t_{r\varphi} = \rho v r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\varphi}{r} \right) \quad (7)$$

$$t_{\theta\varphi} = \rho v \left[\frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v_\varphi}{\sin \theta} \right) \right] \quad (8)$$

که در روابط اخیر v ضریب وشکسانی سینماتیکی که بر اساس مدل آلفا به صورت $v = \frac{v_{\text{opg}}}{\rho \Omega_K} = \alpha c_s H$ می باشد. تمام متغیرها تابع مختصه شعاعی r و مختصه عمودی θ است. در این مدل می خواهیم اثر باد را بررسی کنیم، بنابراین سرعت در راستای مختصه عمودی θ (v_θ) را مخالف صفر در نظر گرفته ایم.

۳. راه حل های خودمشابه

روش خودمشابهی یک روش مفید در بسیاری از زمینه های تحقیقاتی در اخترفیزیک است که پیچیدگی حل معادلات دیفرانسیلی جزئی را کاهش می دهد. برای حل معادلات (۶-۱) از این تکنیک استفاده می کنیم. اگرچه این روش قادر به بیان جزئیات در نزدیکی مرزهای قرص نمی باشد ولی با حدس اولیه ای جوابها یک درک فیزیکی مناسبی از مدل را فراهم می کند. لذا کمیات مسئله را به صورت توان هایی از شعاع حدس می زنیم. سپس در معادلات جایگذاری می کنیم و این توانها به دست می آیند. معادلات (۶-۱) را با استفاده از این جواب های خودمشابهی شعاعی بدون بعد می کنیم:

$$v_{r,\theta}(r, \theta) = v_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{1}{2}} v_{r,\theta}(\theta) \quad (9)$$

$$\sin \theta v_\varphi(r, \theta) = v_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \Omega(\theta) \quad (10)$$

$$\rho(r, \theta) = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-n} \rho(\theta) \quad (11)$$

$$p(r, \theta) = p_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-n-1} p(\theta) \quad (12)$$

$$\psi(r, \theta) = \psi_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-1} \psi(\theta) \quad (13)$$

که در روابط بالا $v_0 \left(= \sqrt{\frac{GM^*}{r_0}} \right)$ سرعت کپلری، $\rho_0 \left(= \frac{M}{r_0^3} \right)$ چگالی، فشار $p_0 \left(= \rho_0 v_0^2 \right)$ و پتانسیل خودگرانشی $\psi_0 \left(= v_0^2 \right)$ در شعاع مشخصه r_0 از قرص می باشند. با قرار دادن روابط خودمشابهی بالا در معادلات اساسی شماره، وابستگی شعاعی معادلات را حذف می کنیم و نهایتاً معادلات را بر حسب کمیت های بدون بعد تابع θ به دست می آوریم. معادلات دیفرانسیلی جفت شده به دست آمده زیر را با استفاده از شرایط مرزی از استوای قرص $\left(\theta = \frac{\pi}{2} \right)$ تا قطبین $\left(\theta = 0 \right)$ انتگرال گیری می کنیم.

تکانه، انرژی و پواسون را در مختصات کروی با فرض تقارن محوری $\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0 \right)$ و حالت پایا $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0 \right)$ به دست می آوریم و از اثرات نسبیاتی صرف نظر می کنیم. برای سادگی از پتانسیل نیوتنی $\left(-\frac{GM^*}{r} \right)$ استفاده می کنیم که برای راه حل های خودمشابهی مناسب تر هستند که G ثابت گرانشی و M^* جرم ستاره مرکزی است.

با دنبال کردن مرجع [۳۴] و فرضیات بالا و وارد کردن تانسور تنش در راستای عمودی $(t_{\theta\varphi})$ ، معادلات اساسی شماره به صورت زیر می باشد:

معادله پیوستگی:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta \sin \theta) = 0 \quad (1)$$

سه مولفه معادله حرکت:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \theta} - v_\theta \right) - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{GM}{r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right) - \frac{v_\varphi^2}{r} \cot \theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (3)$$

$$v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} - \frac{v_\varphi}{r} (v_r + v_\theta \cot \theta) = \frac{1}{\rho r^3} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 t_{r\varphi}) + \frac{1}{\rho r} (t_{\theta\varphi} \cot \theta) + \frac{1}{\rho r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (t_{\theta\varphi} \sin \theta) \quad (4)$$

معادله انرژی با در نظر گرفتن سهم گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی، وشکسانی عمودی و سرمایش ناشی از تابش $(= q_{adv})$

$$: (q_{vis_{r\varphi}} + q_{vis_{\theta\varphi}} - q_{cool})$$

$$\rho \left[u_r \frac{\partial e}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} \right] - \frac{p}{\rho} \left[u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right] = r t_{r\varphi} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\varphi}{r} \right) + \frac{1}{r} t_{\theta\varphi} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} - t_{\theta\varphi} \frac{v_\varphi}{r} \cot \theta - \frac{p \Omega}{\beta(\gamma-1)} \quad (5)$$

و معادله پواسون

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) = 4\pi G \rho \quad (6)$$

که $\Omega \left(= u_\varphi / r \right)$ سرعت زاویه ای، u_r سرعت شعاعی، u_θ سرعت عمودی، u_φ سرعت چرخشی، ρ چگالی قرص، p فشار گاز، ψ پتانسیل خودگرانشی قرص و $\Omega_K \left(= \sqrt{\frac{GM^*}{r^3}} \right)$ سرعت زاویه ای کپلری است. همچنین e ، انرژی درونی است که به صورت $e = \frac{p}{\rho(\gamma-1)}$ تعریف می شود که γ ضریب گرمای ویژه گاز است. آهنگ سرمایش به صورت $q_{cool} = \frac{\rho e}{t_{cool}}$ بیان می شود و همانطور که در مقدمه عنوان شد، زمان سرمایش t_{cool} به صورت βt_{dym} تعریف می شود بطوریکه مقیاس زمانی دینامیکی قرص $t_{dym} = \frac{1}{\Omega}$ است. تانسور تنش سمتی شعاعی $t_{r\varphi}$ و تانسور تنش عمودی $t_{\theta\varphi}$ به صورت زیر بیان می شوند:

عمودی تانسور تنش در معادله حرکت است را برابر صفر فرض کنیم براحتی می‌توانیم از معادلات جبری کوپل شده بالا، کمیات سیال را در صفحه استوا پیدا کنیم. ولی اکنون حضور این جمله سبب شده که تعداد مجهولات مسئله $(\Omega, p, \frac{d^2\Omega}{d\theta^2}, v_r)$ از تعداد معادلات موجود در صفحه استوا (۲۳-۲۵) کمتر باشد. از آنجا که هیچ قید فیزیکی دیگری نیز در مسئله حضور ندارد بنابراین یکی از این کمیات ناشناخته مثلا ما در این کار مطابق با مرجع [۳۵] سرعت شعاعی (v_r) را در صفحه استوا به عنوان پارامتر آزاد انتخاب می‌کنیم. روش حل ما به این صورت است که ابتدا یک سرعت شعاعی در صفحه‌ی استوا حدس می‌زنیم و سپس با استفاده از معادلات (۲۳-۲۵) کمیت‌های مجهول در صفحه استوا یعنی $(\Omega, p, \frac{d^2\Omega}{d\theta^2})$ را به دست می‌آوریم. همچنین از فشار و چگالی قرص در صفحه‌ی استوا می‌توانیم سرعت صوت (c_s) در صفحه استوای قرص را نیز به دست آوریم. حال که همه کمیات مسئله در صفحه استوا مشخص شدند شروع به انتگرال گیری از معادلات (۱۴-۱۹) از صفحه استوا به سمت قطبین می‌کنیم. نواحی فروریزش مواد از صفحه استوا آغاز می‌شود و تا زاویه‌ی مشخص (θ_0) گسترش می‌یابد و در این زاویه، سرعت شعاعی صفر می‌شود و فراتر از این زاویه یعنی $(\theta < \theta_0)$ نواحی باد را خواهیم داشت. یک قید فیزیکی در این زاویه‌ی (θ_0) که مربوط به ضخامت قرص می‌باشد وجود دارد. از آنجا که مقیاس ارتفاع قرص (H) به صورت $r \approx (\frac{\pi}{2} - \theta_0) \frac{c_s}{\Omega_K}$ می‌باشد، بنابراین مقدار سرعت صوت در این زاویه‌ی θ_0 به صورت زیر است:

$$c_s(\theta_0) \approx \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) \quad (27)$$

ما این شرط فیزیکی را قید باد می‌نامیم و از این شرط باد برای به دست آوردن جواب درست و فیزیکی استفاده می‌کنیم. بنابراین با حدس یک مقدار برای سرعت شعاعی در صفحه‌ی استوا، انتگرال گیری از معادلات را با دانستن تمام کمیات در صفحه استوا شروع می‌کنیم و قید باد یعنی رابطه (۲۷) را در نقطه‌ای که سرعت شعاعی صفر می‌شود یعنی زاویه θ_0 ، چک می‌کنیم. اگر معادله (۲۷) برقرار بود انگاه حدس اولیه ما برای v_r در صفحه استوا قرص درست می‌باشد ولی اگر قید باد ارضا نشود باید حدس اولیه v_r را آنقدر تغییر دهیم تا این قید فیزیکی برقرار شود.

$$\rho \left[\left(\frac{3}{2} - n\right) v_r + \frac{dv_\theta}{d\theta} + v_\theta \cot \theta \right] + v_\theta \frac{d\rho}{d\theta} = 0 \quad (14)$$

$$-\frac{1}{2} v_r^2 + v_\theta \frac{dv_r}{dr} - v_\theta^2 - \Omega^2 \sin^2 \theta = -1 + \psi + (n+1) \frac{p}{\rho} \quad (15)$$

$$+\frac{1}{2} v_r v_\theta + v_\theta \frac{dv_\theta}{d\theta} - \Omega^2 \sin \theta \cos \theta = -\frac{d\psi}{d\theta} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\theta} \quad (16)$$

$$+\frac{1}{2} \rho v_r \Omega \sin \theta + \rho v_\theta \frac{d\Omega}{d\theta} \sin \theta + 2\rho v_\theta \Omega \cos \theta = \alpha p \left[\frac{3}{2} (n-2) \Omega \sin \theta + 3 \frac{d\Omega}{d\theta} \cos \theta + \frac{d^2\Omega}{d\theta^2} \sin \theta \right] + \alpha \frac{dp}{d\theta} \frac{d\Omega}{d\theta} \sin \theta \quad (17)$$

$$\left(n - \frac{1}{\gamma-1} \right) v_r p + \frac{v_\theta}{\gamma-1} \left(\frac{dp}{d\theta} - \gamma \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{d\theta} \right) = \frac{9}{4} \alpha p \Omega^2 \sin^2 \theta + \alpha p \left(\frac{d\Omega}{d\theta} \right)^2 \sin^2 \theta - \frac{p \Omega \sin \theta}{\beta(\gamma-1)} \quad (18)$$

$$\frac{d^2\psi}{d\theta^2} + \psi \cot \theta = 4\pi\rho \quad (19)$$

از معادله ۱۹ پارامتر n را ۳ به دست می‌آوریم و در بقیه معادلات (۱۴-۱۸) مقدار n را جایگزین می‌کنیم.

۴. نتایج

شش معادله بدون بعد شده (۱۴-۱۹) را با استفاده از شرایط مرزی مناسب در صفحه استوا بطور عددی حل می‌کنیم. شش کمیت مجهول مسئله $(\theta), \rho(\theta), v_r(\theta), v_\theta(\theta), \Omega(\theta), p(\theta)$ و $\psi(\theta)$ از حل معادلات به دست می‌آیند. پارامترهای آزاد و بدون بعد مسئله β (پارامتر مقیاس زمانی سرمایه‌ش) و α (پارامتر بدون بعد و شکسانی) می‌باشند. ما فرض می‌کنیم سیال دارای تقارن بازتابی نسبت به صفحه استوا است [۵]. لذا مقادیر شماره در صفحه استوا $(\theta = \frac{\pi}{2})$ به صورت زیر هستند:

$$\frac{d\Omega}{d\theta} = \frac{dv_r}{d\theta} = \frac{dp}{d\theta} = \frac{d\rho}{d\theta} = \frac{d\psi}{d\theta} = 0 = v_\theta \quad (20)$$

$$\rho = 1, \psi = -1 \quad (21)$$

با قرار دادن شرایط مرزی (۲۰-۲۱) در معادلات اصلی مسئله (۱۴-۱۹)، معادلات زیر را در صفحه استوا به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از این معادلات، کمیات مجهول در صفحه استوا را استخراج می‌کنیم.

$$\frac{dv_\theta}{d\theta} = \frac{3}{2} v_r \quad (22)$$

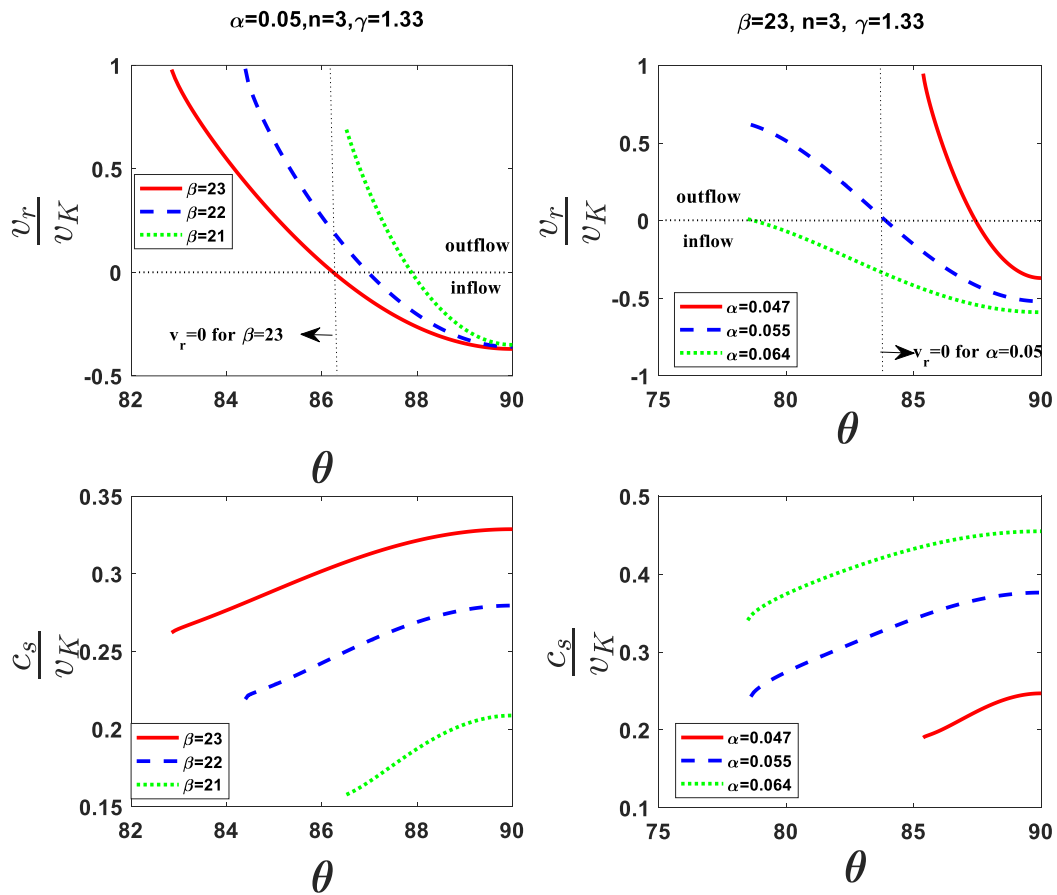
$$-\frac{1}{2} v_r^2 - \Omega^2 = -2 + 4p \quad (23)$$

$$\frac{1}{2} v_r \Omega = \alpha p \left[\frac{3}{2} \Omega + \frac{d^2\Omega}{d\theta^2} \right] \quad (24)$$

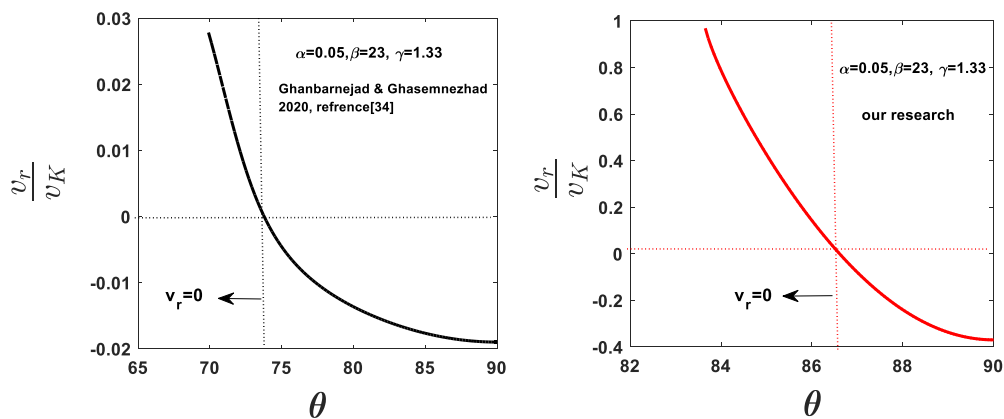
$$\left(3 - \frac{1}{\gamma-1} \right) v_r = \frac{9}{4} \alpha \Omega^2 - \frac{\Omega}{\beta(\gamma-1)} \quad (25)$$

$$\frac{d^2\psi}{d\theta^2} = 4\pi \quad (26)$$

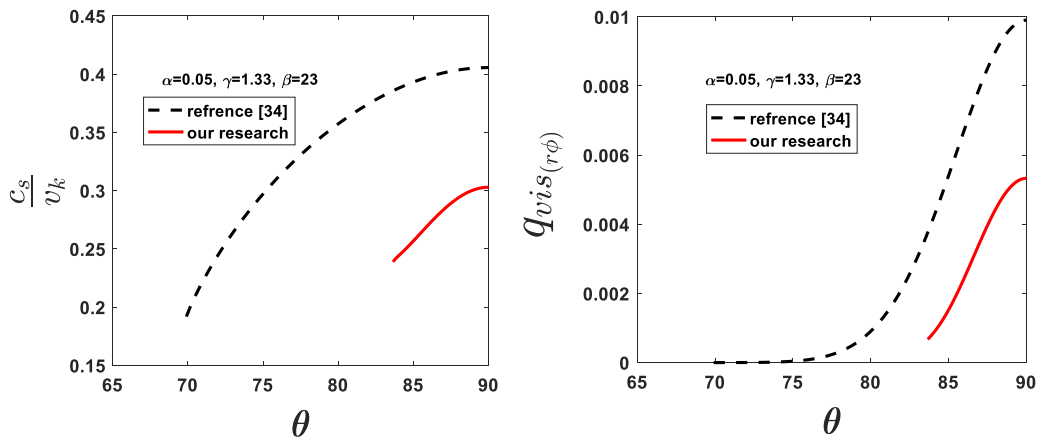
اگر در روابط (۲۲-۲۶) جمله $\frac{d^2\Omega}{d\theta^2}$ که مربوط به حضور مولفه



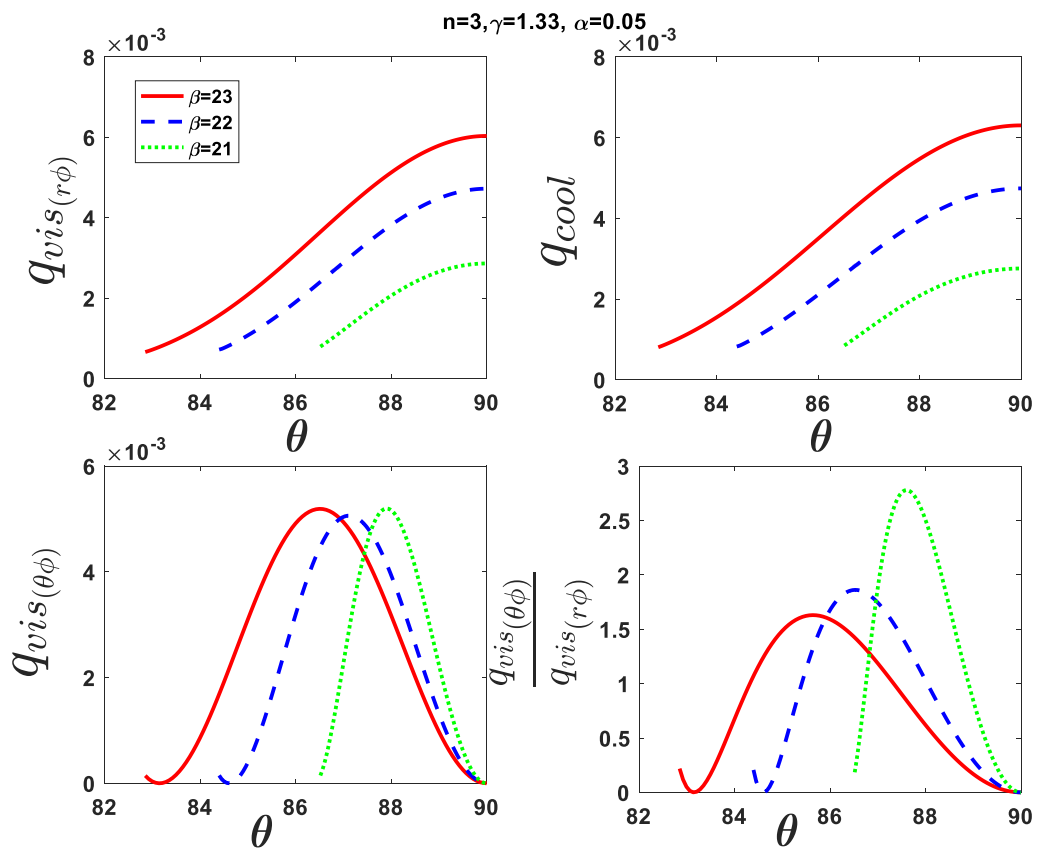
شکل ۱. رفتار زاویه‌ای (یا رفتار عمودی) سرعت شعاعی و سرعت صوت برای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس زمانی سرمایه‌ش β (نمودارهای سمت چپ) و پارامتر شکست α (نمودارهای سمت راست)



شکل ۲. مقایسه رفتار زاویه‌ای سرعت شعاعی در پژوهش کنونی (نمودار سمت راست) و مرجع [۳۴] (نمودار سمت چپ).



شکل ۳. مقایسه رفتار زاویه‌ای سرعت صوت و آهنگ گرمایش و شکسانی ناشی از مولفه $r\phi$ در پژوهش کنونی (نمودار سمت راست) و مرجع [۳۴] (نمودار سمت چپ).



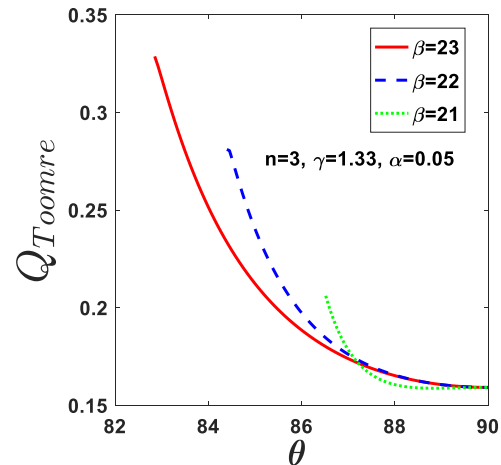
شکل ۴. رفتار زاویه‌ای آهنگ گرمایش ناشی از تلاطم (مولفه $r\phi$)، آهنگ سرمایش تابشی، آهنگ گرمایش ناشی از انتقال تکانه زاویه‌ای توسط باد ($\phi\theta$) و نسبت دو نوع گرمایش برای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس زمانی سرمایش β

نمی‌کند زیرا نقاط تکین در برنامه عددی ظاهر می‌شود. مقدار θ_b برای هر نمودار با مقادیر مختلف آهنگ سرمایش و وشکسانی متفاوت است و هرکدام از راه حل‌ها در این زاویه مشخص θ_b متوقف می‌شوند. خط افقی در دو نمودار بالایی، مرز این دو منطقه را نشان می‌دهد.

در دو نمودار، مقدار θ_0 برای حالت $\beta = 23, \alpha = 0.055$ مقدار $\theta_0 \approx 86.4^\circ$ است. همانطور که در شکل ۱ می‌بینیم ضخامت قرص با افزایش پارامتر β (یا کاهش آهنگ سردشدن قرص) افزایش می‌یابد که این نتیجه با یافته‌های مرجع [۳۴] همخوانی دارد. همچنین اثر وشکسانی در افزایش سرعت فروریزش مواد را در نمودار سمت راستی شکل ۱ مشاهده می‌کنیم. از آنجا که نقش هر دو نوع وشکسانی اعمال شده در مسئله انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون و فروریزش با سرعت بالاتر می‌باشد لذا با افزایش پارامتر α ضخامت قرص افزایش می‌یابد و منطقه باد در زوایای کوچکتر شروع می‌شوند و سرعت برون ریزش مواد به شکل باد کاهش می‌یابد. در شکل ۲ و ۳ مقایسه‌ای بین این پژوهش به لحاظ مقداری با مرجع [۳۴] انجام شده است.

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود با وارد کردن مولفه عمودی تانسور تنش $(t_{\theta\phi})$ ، مقادیر سرعت فروریزش و سرعت باد حدوداً ۱۰ برابر شده است و همچنین ضخامت قرص با وارد کردن این مولفه عمودی تانسور تنش $(t_{\theta\phi})$ کاهش می‌یابد و باد در زوایای بزرگتر (ضخامت کوچکتر) می‌تواند با قدرت بالاتری شکل بگیرد. مولفه تانسور تنش در راستای عمودی $(t_{\theta\phi})$ مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون ناشی از باد می‌شود و این مولفه $t_{\theta\phi}$ همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است موجب کاهش دمای قرص می‌شود و کمک به سرد شدن قرص می‌کند و قرص را نازک‌تر می‌کند.

در شکل ۴ اثرات آهنگ سرمایش قرص بر روی آهنگ‌های گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی مولفه $(t_{r\phi})$ ، گرمایش ناشی از وشکسانی عمودی مولفه $(t_{\theta\phi})$ ، نسبت این دو نوع گرمایش و قدر مطلق آهنگ سرمایش ناشی از تابش در معادله انرژی را مطالعه کرده‌ایم. همانطور که می‌بینیم آهنگ گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی مولفه $(t_{r\phi})$ در صفحه استوای



شکل ۵. (رنگی در نساخه الکترونیکی) رفتار زاویه‌ای پارامتر تومره برای مقادیر مختلف آهنگ سرمایش.

هدف اصلی این پژوهش با دنبال کردن مرجع [۳۳]، مطالعه نیروی وشکسانی عمودی و اثرات آن بر ساختار عمودی قرص با حضور باد و نیروهای خودگرانشی می‌باشد. نتایج در شکل - های (۱-۵) نمایش داده شده است.

شکل ۱، اثرات آهنگ سرمایش قرص (آهنگ سرمایش با افزایش مقیاس زمانی سرمایش β کاهش می‌یابد) و اثرات وشکسانی را روی سرعت شعاعی (فروریزش) و سرعت صوت (دمای قرص) نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود دمای قرص با افزایش سرمایش کاهش می‌یابد در حالیکه پارامتر وشکسانی، سرعت صوت را افزایش می‌دهد. همچنین مقدار دمای قرص در صفحه استوا ماکزیمم است و هر چه به سمت سطح قرص (θ های کوچکتر) پیش می‌رویم دمای قرص کاهش می‌یابد. دلیل این امر را در دو نمودار بالایی شکل ۱ که مربوط به فروریزش مواد می‌باشد توضیح می‌دهیم.

همانطور که در این دو نمودار نشان داده شده است سرعت شعاعی در صفحه استوایی قرص ($0 \leq \theta \leq 90$) دارای مقادیر منفی است (این منطقه را نواحی فروریزش می‌نامیم یعنی مواد سیال به سمت جرم مرکزی حرکت می‌کنند) و هر چه به سمت سطح قرص پیش می‌رویم مقدار فروریزش کاهش می‌یابد و در یک زاویه مشخص θ_0 ، مقدار صفر خواهد داشت و برای نواحی $\theta_b \leq \theta \leq \theta_0$ دارای مقادیر مثبت می‌شود به این نواحی، منطقه باد گفته می‌شود. انتگرال گیری عددی از معادلات حاکم بر سیستم برای نواحی ($\theta < \theta_b$) گسترش پیدا

قرص مقدار ماکزیمم دارد و باعث گرم شدن قرص می‌شود و هر چه به سمت سطح قرص می‌رویم مقدار این ترم کاهش می‌یابد. قدر مطلق آهنگ سرمایش ناشی از تابش نیز به لحاظ مقداری و بزرگی در صفحه استوای قرص با آهنگ‌های گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی برابری می‌کند و هر چه به سمت سطح قرص پیش می‌رویم از این مقدار سرمایش نیز کاسته می‌شود و هر دو با افزایش پارامتر β در سیستم افزایش می‌یابند بطوریکه این دو ترم در معادله انرژی با کاهش مقیاس زمانی سرد شدن می‌توانند سبب کپه کپه شدن قرص خودگرانشی و تشکیل توده‌ها شوند.

رفتار آهنگ وشکسانی عمودی در قرص $q_{vis}(\theta\varphi)$ (این مولفه مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای در راستای عمودی توسط باد است) حایز اهمیت می‌باشد. در شکل ۴ مشاهده می‌شود که در استوای قرص و در سطح قرص این مولفه مقدار صفر دارد و نقش سرمایش در استوای قرص را آهنگ پهن‌رفت انرژی q_{adv} (سمت چپ معادله انرژی) بازی می‌کنند زیرا رابطه $q_{vis}(r\varphi) = q_{cool}$ هم در استوای قرص و هم در سطح قرص برقرار است. در بدنه قرص یعنی در بازه $0 \leq \theta \leq 90$ مقدار وشکسانی عمودی نقش غالب در قرص را بازی می‌کند که منجر به برافزایش با مقادیر بالاتر در زوایای بزرگ‌تر ولی کاهش ضخامت قرص و برون‌ریزش ماده به شکل باد با قدرت بالاتر در ضخامت‌های کوچکتر قرص می‌شود (مثلا برای حالت $87 \leq \theta \leq 89$ است). با افزایش پارامتر β بازه زاویه‌ای تاثیرگذاری وشکسانی عمودی بزرگتر می‌شود. بنابراین در بدنه قرص آهنگ سرمایش ناشی از پهن‌رفت با آهنگ گرمایش وشکسانی عمودی در تعادل خواهند بود که این منجر به نازک شدن قرص خواهد شد.

نتایج نشان می‌دهد که ضخامت قرص و دمای قرص با افزایش سرمایش (کاهش مقدار β) در قرص کاهش می‌یابد. نمودار ۵ نشان می‌دهد که قرص از لحاظ گرانشی ناپایدار است زیرا معیار تومره ($Q < 1$) برآورده شده است و ناپایداری گرانشی به عنوان منبع وشکسانی سبب گرم شدن قرص می‌شود و مشاهده می‌کنیم با افزایش سرمایش مقدار Q کاهش می‌یابد زیرا گرمایش ناشی از ناپایداری گرانشی نمی‌تواند با سرمایش مقابله کند و در نتیجه قرص کپه کپه می‌شود و سیارات شکل می‌گیرند.

نتایج نشان می‌دهد که مولفه عمودی تانسور تنش سبب می‌شود تا قرص نازک‌تر شده و باد با شدت بیشتر در عرض‌های کوچکتر شکل بگیرد. این مولفه باعث کاهش دمای قرص در بدنه قرص که نقش این مولفه از وشکسانی تلاطمی پررنگ‌تر است، دارد. در کارهای آینده برای بررسی دقیق‌تر ساختار

قرص مقدار ماکزیمم دارد و باعث گرم شدن قرص می‌شود و هر چه به سمت سطح قرص می‌رویم مقدار این ترم کاهش می‌یابد. قدر مطلق آهنگ سرمایش ناشی از تابش نیز به لحاظ مقداری و بزرگی در صفحه استوای قرص با آهنگ‌های گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی برابری می‌کند و هر چه به سمت سطح قرص پیش می‌رویم از این مقدار سرمایش نیز کاسته می‌شود و هر دو با افزایش پارامتر β در سیستم افزایش می‌یابند بطوریکه این دو ترم در معادله انرژی با کاهش مقیاس زمانی سرد شدن می‌توانند سبب کپه کپه شدن قرص خودگرانشی و تشکیل توده‌ها شوند.

رفتار آهنگ وشکسانی عمودی در قرص $q_{vis}(\theta\varphi)$ (این مولفه مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای در راستای عمودی توسط باد است) حایز اهمیت می‌باشد. در شکل ۴ مشاهده می‌شود که در استوای قرص و در سطح قرص این مولفه مقدار صفر دارد و نقش سرمایش در استوای قرص را آهنگ پهن‌رفت انرژی q_{adv} (سمت چپ معادله انرژی) بازی می‌کنند زیرا رابطه $q_{vis}(r\varphi) = q_{cool}$ هم در استوای قرص و هم در سطح قرص برقرار است. در بدنه قرص یعنی در بازه $0 \leq \theta \leq 90$ مقدار وشکسانی عمودی نقش غالب در قرص را بازی می‌کند که منجر به برافزایش با مقادیر بالاتر در زوایای بزرگ‌تر ولی کاهش ضخامت قرص و برون‌ریزش ماده به شکل باد با قدرت بالاتر در ضخامت‌های کوچکتر قرص می‌شود (مثلا برای حالت $87 \leq \theta \leq 89$ است). با افزایش پارامتر β بازه زاویه‌ای تاثیرگذاری وشکسانی عمودی بزرگتر می‌شود. بنابراین در بدنه قرص آهنگ سرمایش ناشی از پهن‌رفت با آهنگ گرمایش وشکسانی عمودی در تعادل خواهند بود که این منجر به نازک شدن قرص خواهد شد.

۵. نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی های عددی از قرص‌های خودگرانشی نشان می‌دهند که تحول چنین سیستم‌هایی قویا به آهنگ سرد شدن (عکس پارامتر β) آنها وابسته است. قرصی که در این پژوهش در نظر گرفتیم یک قرص خودگرانشی است زیرا $(\frac{cs}{v\varphi} = \frac{H}{r})$ و

نیروها را در مطالعه ساختار شعاعی و عمودی قرص مطالعه کنیم.

قرص‌های خودگرانش همه مولفه‌های تانسور تنش را می‌توان در معادلات حرکت و انرژی وارد کنیم و نقش هر یک از این

مراجع

1. S Kato, J Fukue, and S Mineshige, "Black-Hole Accretion Disks - Towards a New Paradigm", Kyoto University Press, (2008)
2. Y. B. Zeldovich, SSSR 155 (1964) 67
3. N.I Shakura, R.A. Sunyaev, A&A 24 (1973) 337
4. R. Narayan, I. Yi, Astrophys. J. 428 (1994) L13
5. R. Narayan, I. Yi, Astrophys. J. 444 (1995) 231
6. M A Abramowicz, et al., Astrophys. J. 332 (1988) 646.
7. M J Rees, et al., Nature 295 (1982) 17
8. D. Lanc'ova', et al., Astrophys. J. 884 (2019) L37
9. F. Yuan, R. Narayan, Annual Review of Astronomy and Astrophysics 52 (2014) 529
10. P J Armitage, Annual Review of Astronomy and Astrophysics 49 (2011) 195
11. S Nayakshin, et al., Mon. Notices Royal Astron. Soc. 495, 1 (2020) 285
12. W Catherine, et al., Astrophys. J. Lett. 823 (2016) 10.
13. C Favre, et al., Astrophys. J. Lett. 862, 1 (2018) L2
14. K Kratter., G Lodato, ARA&A, 54 (2016) 271K
15. X.-N Bai., Astrophys. J. 821(2016) 80B
16. Bai X.-N., J. M. Stone, Astrophys. J. 769 (2013) 76
17. S Balbus, J. F. Hawley, Astrophys. J. 376 (1991) 214B
18. D. N. C Lin, J. E Pringle , MNRAS, 225 (1987) 607
19. R. R Rafikov, Astrophys. J. 804 (2015) 62
20. W. K. M Rice, G Lodato, P. J Armitage , MNRAS 364 (2005) L56
21. C. E. J Terquem, Astrophys. J. 689 (2008) 532
22. A Toomre, Astrophys. J. 139 (1964) 1217
23. C. F Gammie, Astrophys. J. 553 (2001) 174
24. G Lodato, Nuovo Cimento Riv. Ser. 30 (2007) 293
25. S Shadmehri, A&A 460 (2006) 357
26. W J Duschl, P A Strittmatter, and P L Biermann,
27. A&A 357 (2000) 1123.
28. M Ghasemnezhad, Iranian Journal of Physics Research 21 (2022) 4 (Persian).
29. S Abbassi, J Ghanbari and F Salehi, A&A 460 (2006) 357.
30. M Shadmehri, S M Ghoreyshi, MNRAS 488 (2019) 4623
31. F Khajenabi, M Shadmehri, M E Pessah, R G Martin, MNRAS 475 (2018) 5059
32. J Bally, B Reipurth, C. J Davis, in Protostars and Planets V. Univ. Arizona Press, Tucson, AZ, p. 215,(2007)
33. T Matsakos, P Tzeferacos, A Konigl, MNRAS 463 (2016) 2716M
34. C Combet, J Ferreira, A&A 479 (2008) 481
35. H Ghanbarnejad, M Ghasemnezhad, MNRAS 496 (2020) 434-441
36. G Xu, X Chen, , ApJL 489 (1997) L29