



بررسی شتاب الکترون در خلأ به وسیله تپ لیزری با قطبش شعاعی در حضور میدان ویگلر پیچشی و هدایت میدان مغناطیسی محوری

مهدی عصری

گروه فیزیک، دانشگاه گنبد کاووس، گنبد کاووس

پست الکترونیکی: mehdi.asri@gonbad.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۲۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۳/۲۴)

چکیده

در این مقاله شتاب الکترون با استفاده از تپ قطبیده شعاعی در حضور میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی محوری مطالعه شد. معادلات حاکم بر دینامیک الکترون در حضور این میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ حل شدند. تأثیر میدان مغناطیسی محوری و زاویه تزریق الکترون روی انرژی کسب شده توسط الکترون مورد بررسی قرار گرفت. مطالعات عددی انجام شده نشان داد که انرژی نهایی الکترون به اندازه میدان مغناطیسی و زاویه تزریق وابسته است. دیده شد با اعمال میدان مغناطیسی در حدود ۲/۱ کیلو تسلا و زاویه تزریق در حدود ۱۱ درجه، الکترون می‌تواند در حدود ۳/۸ GeV انرژی کسب کند که ۴۰٪ بیشتر از حالت تزریق با زاویه صفر درجه و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی است.

واژه‌های کلیدی: شتاب الکترون، تپ لیزری قطبیده شعاعی، ویگلر پیچشی، میدان مغناطیسی

۱. مقدمه

پلاسمایی بر پایه تولید امواج پلاسما با دامنه بزرگ هستند و می‌توانند به گرادیان شتاب خیلی بالا برسند [۳-۶]. از مشکلات اساسی در برهمکنش لیزر-پلاسما می‌توان از ناپایداری‌ها و انتشار غیرخطی لیزر در محیط پلاسما نام برد [۵]. این مشکلات برای شتاب الکترون به وسیله لیزر در خلأ وجود ندارد. تغییرات پارامترهای لیزر مانند قطبش تپ، فاز اولیه و گستردگی باریکه جهت بهبود انرژی کسب شده توسط الکترون قبلاً مورد بررسی قرار گرفته است [۷-۹]. الکترون‌ها با

در دو دهه اخیر پیشرفت‌های سریعی در تکنولوژی و ساخت لیزرهای رومیزی برای تولید تپ‌های پر قدرت و کوتاه لیزری با شدت‌هایی از مرتبه 10^{21} W/cm² صورت گرفته است [۱] و [۲].

برای شتاب ذرات به وسیله این لیزرها در خلأ و پلاسما روش‌های متعددی پیشنهاد شده است. شتاب‌دهنده‌های

انرژی اولیه چند مگا الکترون ولت در جهت انتشار تپ لیزر شتاب می‌گیرد. با برقراری شرایط تشدید بتاترونی، الکترون انرژی از مرتبه چند GeV کسب می‌کند (تا وقتی که تشدید بتاترونی اشباع شود) سپس الکترون وارد فاز کاهش شتاب می‌شود. حضور میدان مغناطیسی محوری باعث می‌شود مسیر حرکت الکترون دایروی شده و نیروی $(\vec{V} \times \vec{B})$ تقویت شود. علاوه بر آن می‌تواند باعث افزایش طول برهمکنش الکترون و میدان لیزر باشد. بیشترین تبادل انرژی بین الکترون و لیزر در یک زاویه تزریق خاص نسبت به محور انتشار لیزر اتفاق می‌افتد. در بخش دوم معادلات مربوط به دینامیک الکترون در حضور تپ قطبیده شعاعی، ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی خارجی بررسی شده است. بخش سوم به حل عددی و تحلیل نتایج اختصاص داده شده است. در بخش چهارم نیز بحث و نتیجه‌گیری آمده است.

۲. معادلات حاکم بر دینامیک الکترون

میدان‌های الکتریکی یک تپ لیزری تخت با قطبش شعاعی که در جهت \hat{z} منتشر می‌شود به صورت زیر قابل بیان است [۱۱]:

$$E_x = E_0(xw_0) / (w(z)^r) \exp[i(kz - \omega t - r\phi(z) + (k_0(x^2 + y^2)) / rR(z))] \exp[-(t - (z - z_L) / c)^r / \tau^r - (x^2 + y^2) / (w(z)^r)] e, \quad (1)$$

$$E_y = E_0(yw_0) / (w(z)^r) \exp[i(kz - \omega t - r\phi(z) + (k_0(x^2 + y^2)) / rR(z))] \exp[-(t - (z - z_L) / c)^r / \tau^r - (x^2 + y^2) / (w(z)^r)] e, \quad (2)$$

که در آن $w(z)^r = w_0(1 + (z/z_R)^2)^{1/2}$ اندازه لکه، w_0 اندازه لکه در کانون، $\phi(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$ فاز گوی، $R(z)^r = z(1 + (z_R/z)^2)^{1/2}$ شعاع جبهه موج، $z_R = (k_0 w_0^2) / 2$ طول ریلی، τ طول زمانی تپ و $k_0 = \omega_0 / c$ است. w_0 بسامد لیزر، z_L مکان اولیه مرکز تپ و c سرعت نور در خلأ است.

مؤلفه طولی میدان الکتریکی را نیز با استفاده از رابطه

$$E_z = (i/k) (\partial E_x / \partial x + \partial E_y / \partial y)$$

استفاده از تپ با قطبش شعاعی در خلأ می‌تواند به انرژی-هایی از مرتبه GeV برسند. تپ قطبیده شعاعی (به دلیل خصوصیت تمرکز منحصر به فرد با یک جزء طولی قوی و اندازه لکه کوچک) برتری‌هایی نسبت به تپ‌های با قطبش خطی و دایروی برای شتاب الکترون و پروتون در خلأ دارد [۱۰].

گوپتا و همکاران تأثیر اعمال میدان مغناطیسی محوری روی انرژی کسب شده توسط الکترون از تپ لیزری قطبیده شعاعی را بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که یک الکترون با انرژی اولیه ۱/۱ MeV در حضور میدان مغناطیسی ۱ MG به وسیله تپ قطبیده شعاعی (با شدت 10^{19} W/cm²) می‌تواند به انرژی نهایی در حدود ۱/۵ GeV برسد [۱۱].

قترا و کانت در سال ۲۰۱۶ توانستند با استفاده از تپ لیزری قطبیده شعاعی با چیرپ دوره‌ای^۱ الکترونی با انرژی چندین GeV تولید کنند [۱۲].

شتاب الکترون به وسیله تپ لیزری با قطبش شعاعی، در یک کانال یونی [۱۳]، در طی یونش یک گاز [۱۴] و در حضور میدان ویگلر [۱۵] بررسی شد.

شتاب بسته الکترونی در یک لیزر الکترون آزاد معکوس با ویگلر پیچشی و هدایت میدان مغناطیسی توسط میرزانژاد و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت. میدان ویگلر باعث می‌شود الکترون در راستای عرضی نوسان کند که به موجب آن یک جزء از میدان الکتریکی تپ لیزری در جهت حرکت الکترون‌ها قرار می‌گیرد. آنها گرادیان شتابی در حدود ۰/۲ GeV/m را گزارش کردند [۱۶].

در این مقاله شتاب الکترون توسط تپ قطبیده شعاعی در حضور میدان ویگلر پیچشی مورد نظر بوده است که تأثیر اعمال میدان مغناطیسی خارجی محوری و زاویه تزریق الکترون روی بهبود انرژی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک الکترون در برهمکنش با تپ قطبیده شعاعی یک نیرو به دلیل میدان الکتریکی طولی لیزر احساس می‌کند و میدان مغناطیسی لیزر نیز باعث تقویت نیروی $(\vec{V} \times \vec{B})$ می‌شود، در نتیجه الکترون با

۱. Periodic chirp

معادلات حاکم بر انرژی و اندازه حرکت الکترون در میدان‌های الکترومغناطیسی تپ لیزری با حضور میدان مغناطیسی خارجی و میدان ویگلر به صورت زیر است:

$$\frac{dP_x}{dt} = -E_{xp} + \frac{P_z}{\gamma} (B_{yw} + B_{yp}) - \frac{P_y}{\gamma} (B_{zp} + B_{oz}), \quad (10)$$

$$\frac{dP_y}{dt} = -E_{yp} + \frac{P_z}{\gamma} (B_{xw} + B_{xp}) + \frac{P_x}{\gamma} (B_{zp} + B_{oz}), \quad (11)$$

$$\frac{dP_z}{dt} = -E_{zp} - \frac{P_x}{\gamma} (B_{yw} + B_{yp}) - \frac{P_y}{\gamma} (B_{xp} + B_{xw}), \quad (12)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = - \left(\frac{P_x}{\gamma} E_x + \frac{P_y}{\gamma} E_y + \frac{P_z}{\gamma} E_z \right), \quad (13)$$

که $\gamma = (1 + P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)^{1/2}$ است. همچنین سه معادله نیز برای مسیر حرکت الکترون داریم:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = -P_x, \quad (14)$$

$$\frac{d\tilde{y}}{dt} = -P_y, \quad (15)$$

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = -P_z, \quad (16)$$

ذکر این نکته ضروری است که در معادلات بالا از پارامترهای بی بعد زیر استفاده کرده‌ایم:

$$B_i \rightarrow \frac{eB_i}{mc\omega}, \quad E_i \rightarrow \frac{eE_i}{mc\omega}, \quad \frac{P_i}{m\omega c} \rightarrow \tilde{P}_i, \quad (17)$$

$$\tilde{t} = \omega t, \quad \tilde{x} = kx, \quad \tilde{y} = ky, \quad \tilde{z} = kz$$

حال معادلات جفت شده (۱۰) تا (۱۶) را به طور همزمان، توسط روش عددی رانگ-کوتای مرتبه چهارم حل می‌کنیم که نتایج آن در بخش بعدی آمده است.

۳. حل عددی و تحلیل نتایج

در این بخش نتایج عددی شتاب الکترون تحت تأثیر میدان‌های لیزر، میدان ویگلر و میدان مغناطیسی خارجی آورده شده است. پارامترهای لیزر شامل $a_0 = 50$ (که از رابطه $a_0 = \frac{eE_0}{m\omega c} = \frac{1}{15} \times 10^{10} (\mu m)^{-1} \sqrt{(I_0 w / cm^2)}$ برای شدت $I_0 = 3.46 \times 10^{21}$ و طول موج $\lambda_0 = 1 \mu m$ به دست آمده است)، $k_0 w_0 = 300$ پهنای باریکه در نقطه کانون و $\tau = 100$ طول تپ

لیزری (متناظر با $50 fs$) است. یک الکترون با $\gamma_{in} = 2$

$$E_z = E_0 w_0 / (k_0 w(z)^2) [(1 - (x^2 + y^2) / (w(z)^2)) \sin(kz - \omega t - \varphi(z) + (k_0(x^2 + y^2)) / 2R(z)) + z(x^2 + y^2) / (Z_R w(z)^2) \cos(kz - \omega t - \varphi(z) + (k_0(x^2 + y^2)) / 2R(z))] \exp[-(t - (z - z_L) / c)^2 / \tau^2 - (x^2 + y^2) / (w(z)^2)] \quad (3)$$

اجزای میدان مغناطیسی تپ لیزری نیز با استفاده از معادله

$$\text{ماکسول } \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \text{ به دست می‌آیند.}$$

$$B_y = E_0 (w_0 (x^2 + y^2)^{1/2}) / (w(z)^2) \sin(\tan^{-1}(y/x)) \cos(kz - \omega t - \varphi(z) + (k_0(x^2 + y^2)) / 2R(z)), \quad (4)$$

$$\exp \left[- \frac{(t - (z - z_L) / c)^2}{\tau^2} - \frac{r^2}{r_0 f^2} \right],$$

$$B_x = E_0 (w_0 (x^2 + y^2)^{1/2}) / (w(z)^2) \cos(\tan^{-1}(y/x)) \cos(kz - \omega t - \varphi(z) + (k_0(x^2 + y^2)) / 2R(z)), \quad (5)$$

$$\exp \left[- \frac{(t - (z - z_L) / c)^2}{\tau^2} - \frac{r^2}{r_0 f^2} \right],$$

$$B_z = 0, \quad (6)$$

میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی نیز به شکل زیر است:

$$\vec{B}_w = B_{0w} \{ \cos(K_w z) \hat{x} - \sin(K_w z) \hat{y} \}, \quad (7)$$

که دامنه میدان مغناطیسی ویگلر و K_w عدد موج ویگلر است.

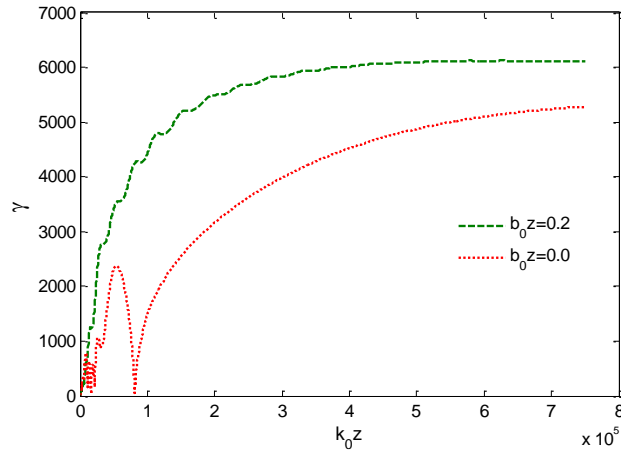
با استفاده از معادله لورنتس، نیروی وارد بر الکترون در برهمکنش با میدان الکترومغناطیسی تپ لیزری و میدان مغناطیسی ویگلر را به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = -e \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right), \quad (8)$$

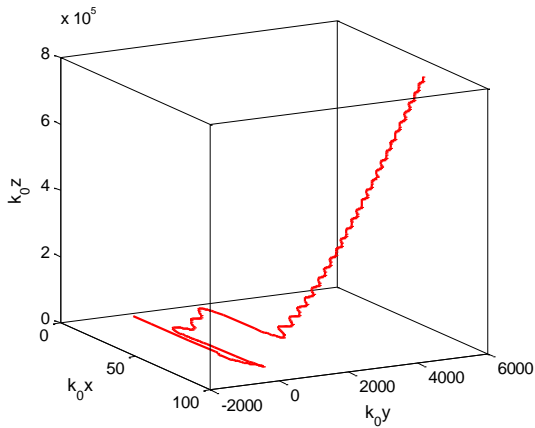
اعمال میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند الکترون را حول محور لیزر محبوس سازد و در نتیجه مدت زمان بیشتری با تپ لیزر برهم‌کنش کند. واضح است اگر مدت برهم‌کنش افزایش یابد، الکترون می‌تواند انرژی بیشتری کسب کند، لذا در اینجا از میدان مغناطیسی خارجی به صورت

$$B_z = B_{0z} \hat{z}, \quad (9)$$

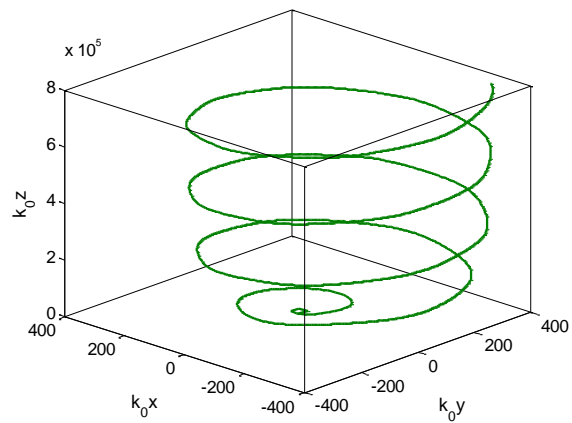
استفاده کردیم که در آن B_{0z} بیشترین دامنه میدان مغناطیسی محوری است.



شکل ۱. تغییرات انرژی الکترون برحسب $k \cdot z$ برای حالت‌های حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی.



ب



الف

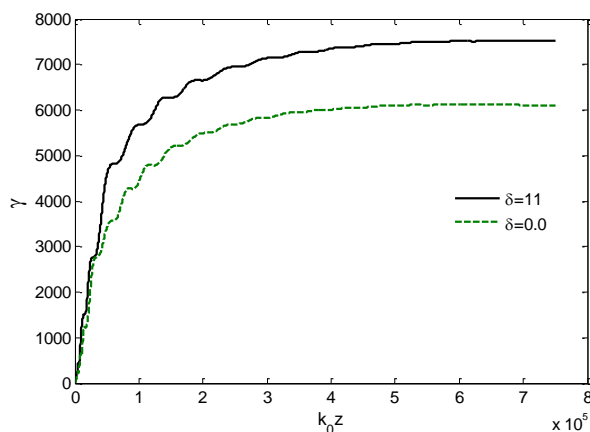
شکل ۲. مسیر حرکت الکترون برای (الف) حالت حضور و (ب) عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی.

که نتیجه آن افزایش انرژی کسب شده توسط الکترون است. در ادامه تأثیر تزریق الکترون با زاویه کوچک δ نسبت به جهت انتشار تپ لیزری بررسی شده است. وقتی الکترون با زاویه δ نسبت به محور انتشار تپ لیزری تزریق شود سرعت اولیه الکترون یک مؤلفه عرضی به صورت $\beta_r = \beta \cdot \sin \delta$ پیدا می‌کند و مؤلفه طولی نیز $\beta_z = \beta \cdot \cos \delta$ خواهد شد. این برخلاف حالت $\delta = 0$ است که سرعت اولیه الکترون فقط در راستای طولی است. با این فرض معادلات (۱۰) تا (۱۶) را به طور همزمان، توسط روش عددی رانگ-کوتای مرتبه چهارم حل کردیم.

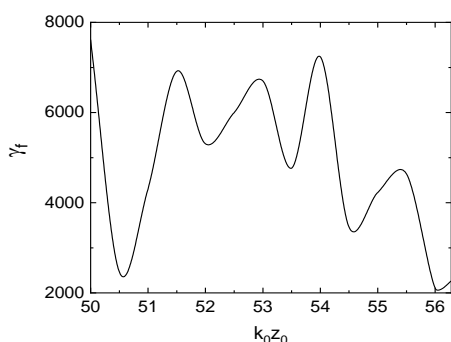
در شکل ۳ تغییرات انرژی الکترون بر حسب $k \cdot z$ برای $\delta = 0$ و $\delta = 11$ ترسیم شده است. دیده می‌شود در حالتی که

همراستا با تپ لیزری به داخل ویگلر تزریق می‌شود. مکان اولیه الکترون $(0, 0, 100)$ و مکان اولیه مرکز تپ $(0, 0, -100)$ است. ابتدا به تأثیر حضور میدان مغناطیسی خارجی پرداخته‌ایم. در شکل ۱ تغییرات انرژی الکترون بر حسب $k \cdot z$ برای حالت‌های حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی ترسیم شده است. این شکل تأثیر مثبت حضور میدان مغناطیسی خارجی روی افزایش انرژی الکترون را به خوبی نشان می‌دهد.

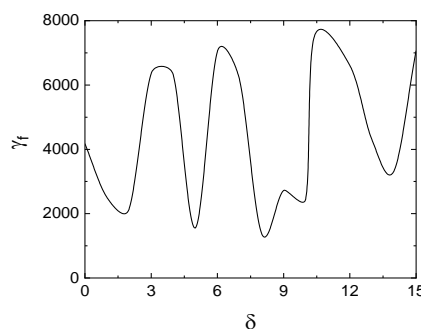
در شکل ۲ الف و ب نمای سه بعدی مسیر حرکت الکترون برای حالت حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی نشان داده شده است. واضح است حضور میدان مغناطیسی باعث هدایت الکترون و حرکت آن در نزدیک ناحیه پرشدت تپ لیزری و همچنین افزایش طول برهمکنش می‌شود



شکل ۳. تغییرات انرژی الکترون برحسب $k_0 z$ برای زوایای تزریق $\delta=0$ و $\delta=11$.



شکل ۵. تغییرات انرژی نهایی الکترون γ_f برحسب فاز اولیه $\varphi_0 = k_0 z_0$.



شکل ۴. انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون بر حسب زاویه تزریق δ .

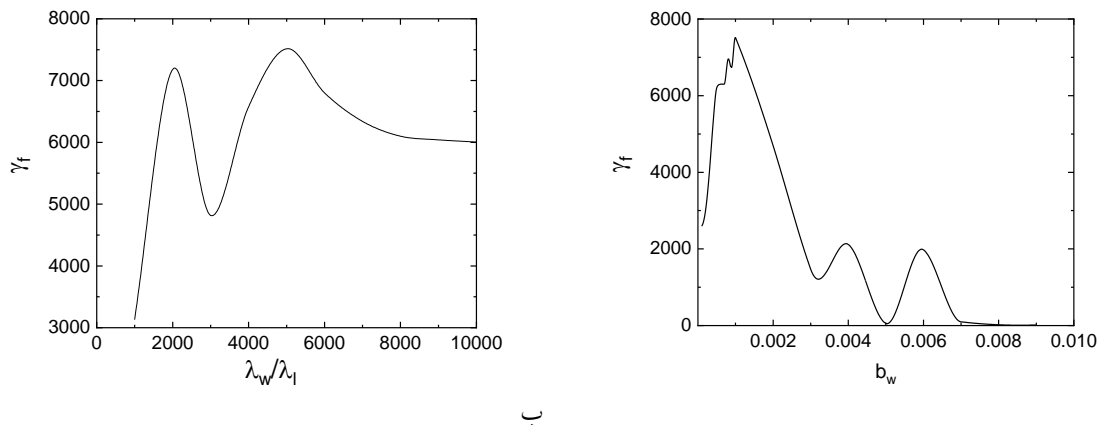
بیشترین مقدار γ_f در حدود 7800 ($3/4 \text{ GeV}$) به دست می‌آید. در شکل ۶ الف و ب تغییرات انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون به ترتیب بر حسب میدان مغناطیسی بی بعد شده و یگلر و طول موج بی بعد شده و یگلر نشان داده شده است. مقادیر بهینه میدان و یگلر و طول موج و یگلر نقش مهمی در حفظ تشدید بتاترونی برای مدت طولانی‌تر دارند. از شکل الف دیده می‌شود که بیشترین مقدار انرژی نهایی در $b_w = 0/001$ اتفاق می‌افتد و همچنین از شکل ب واضح است مقدار بهینه $\lambda_w / \lambda_l = 5000$ منجر به بیشترین مقدار انرژی کسب شده توسط الکترون می‌شود.

شکل ۷ تغییر مکان محوری الکترون نسبت به مرکز تپ $k_0(z-z_1)$ را در حالت‌های مختلف $b_{z_0} = 0, \delta = 0$ و $b_{z_0} = 0/2, \delta = 11$ نشان می‌دهد. در غیاب میدان مغناطیسی خارجی و تزریق در امتداد محور

زاویه تزریق $\delta = 11$ باشد انرژی نهایی الکترون به $3/8 \text{ GeV}$ می‌رسد. این در صورتی است که در حالت $\delta = 0$ انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون 3 GeV می‌شود.

در شکل ۴ انرژی نهایی الکترون بر حسب زاویه تزریق اولیه نشان داده شده است. واضح است انرژی نهایی به شدت به زاویه تزریق وابسته است و در $\delta = 11$ بیشترین مقدار انرژی نهایی حاصل می‌شود.

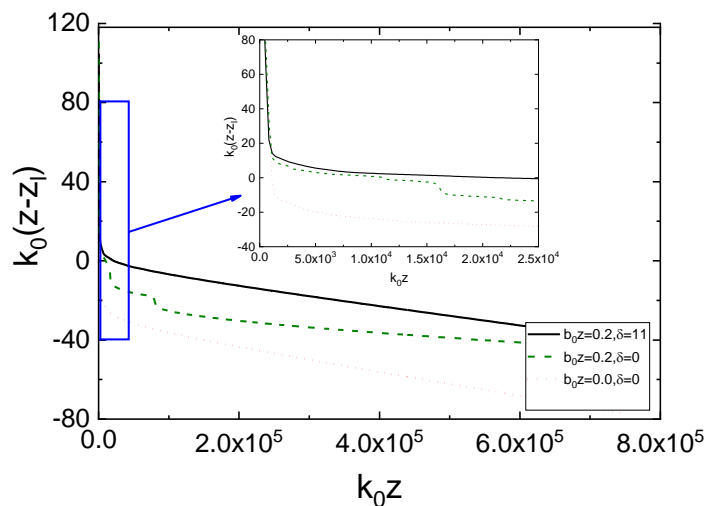
فاز اولیه الکترون نسبت به تپ لیزری، پارامتر مهمی در ساز و کار شتاب است. فاز مناسب نقش بسیار مهمی در تبادل انرژی بین لیزر و الکترون دارد. فاز اولیه الکترون به سادگی با حاصلضرب مکان اولیه در عدد موج لیزر $\varphi_0 = k_0 z_0$ به دست می‌آید. در شکل ۵ تغییرات انرژی نهایی الکترون بر حسب فاز اولیه نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مقادیر γ_f به فاز اولیه الکترون بسیار حساس هستند و به ازای $k_0 z_0 = 50$



ب

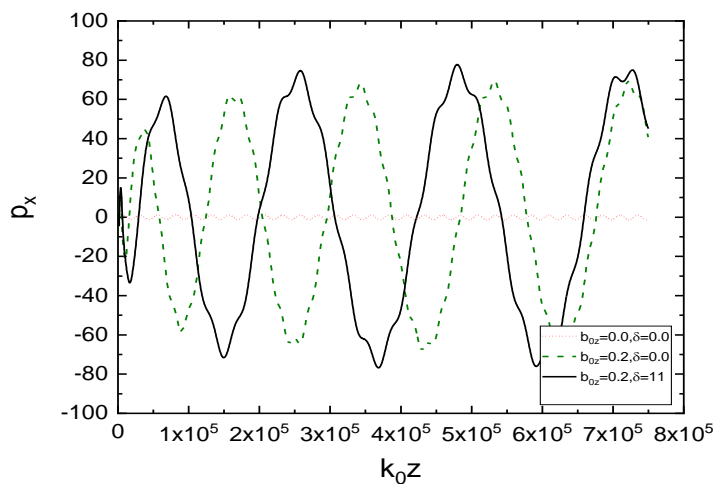
الف

شکل ۶. تغییرات انرژی نهایی کسب شده توسط الکترون برحسب (الف) میدان مغناطیسی بی بعد شده ویگلر و (ب) طول موج بی بعد شده ویگلر.



شکل ۷. تغییر مکان محوری الکترون نسبت به مرکز تپ $k_0(z-z_1)$ برحسب k_0z برای حالت‌های $b_{0z}=0, \delta=0$ و $b_{0z}=0/2, \delta=0$

$$b_{0z}=0/2, \delta=11$$



شکل ۸. تغییرات اندازه حرکت عرضی بی بعد شده برحسب k_0z برای حالت‌های $b_{0z}=0, \delta=0$ و $b_{0z}=0/2, \delta=0$

$$b_{0z}=0/2, \delta=11$$

پیشگی و هدایت میدان مغناطیسی محوری مورد مطالعه قرار گرفت. ضمن بررسی معادلات حاکم بر شتاب الکترون در این ساز و کار، معادلات مربوطه به صورت عددی حل شد و تأثیر اعمال میدان مغناطیسی خارجی و زاویه تزریق الکترون‌ها روی انرژی نهایی آنها مورد بررسی قرار گرفت. مقادیر بهینه میدان مغناطیسی خارجی، زاویه تزریق، فاز اولیه الکترون، دامنه و عدد موج ویگلر به دست آمد. دیده شد با اعمال میدان مغناطیسی در حدود ۲/۱ کیلو تسلا و زاویه تزریق ۱۱ درجه، الکترون می‌تواند در حدود ۳/۸ GeV انرژی کسب کند که ۴۰٪ بیشتر از حالت عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی و تزریق با زاویه صفر درجه (به موازات محور انتشار لیزر) است. در حالت اعمال میدان مغناطیسی و تزریق با زاویه ۱۱ درجه، الکترون فاصله طولانی‌تری (را نسبت به دو حالت دیگر) همراه با تپ لیزری طی می‌کند، دامنه اندازه حرکت عرضی الکترون رشد می‌کند (با برقرار شدن شرایط تشدید بتاترونی) و تا وقتی که تشدید برقرار است افزایش انرژی الکترون ادامه می‌یابد. افزایش اندازه حرکت عرضی به دلیل نیروی $(\vec{V} \times \vec{B})_z$ منجر به افزایش اندازه حرکت طولی شده و در نتیجه انرژی الکترون افزایش می‌یابد.

($\delta=0$) فاصله نسبی سریعاً کاهش می‌یابد، به عبارت دیگر برهمکنش بین الکترون و میدان لیزر کمترین مقدار است. اگر در حالت تزریق محوری، میدان مغناطیسی خارجی اعمال شود فاصله نسبی آهسته‌تر از حالت قبل کاهش می‌یابد. در حالت اعمال میدان مغناطیسی و تزریق تحت زاویه $\delta=11$ ، الکترون مسافت طولانی‌تری را همراه با تپ لیزری طی می‌کند که نتیجه آن افزایش انرژی الکترون است.

شکل ۸ اندازه حرکت عرضی بی بعد شده الکترون را بر حسب $k_0 z$ برای حالت‌های مختلف گفته شده در شکل ۷ نشان می‌دهد. دامنه اندازه حرکت عرضی الکترون در حالت اعمال میدان مغناطیسی و تزریق با زاویه ۱۱ درجه نسبت به دو حالت دیگر افزایش می‌یابد. این شکل نشان می‌دهد که دامنه اندازه حرکت عرضی الکترون رشد می‌کند (با برقرار شدن شرایط تشدید بتاترونی)، به یک بیشینه می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد. افزایش انرژی الکترون ادامه می‌یابد تا وقتی که تشدید برقرار است (شکل ۳ را ببینید). افزایش اندازه حرکت عرضی به دلیل نیروی $(\vec{V} \times \vec{B})_z$ منجر به افزایش اندازه حرکت طولی شده و در نتیجه انرژی الکترون افزایش می‌یابد.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله شتاب الکترون با تپ قطبیده شعاعی، ویگلر

مراجع

1. M D Perry and G Mouron, *Science* **264** (1994) 917.
2. V Yanovsky, *et al.*, *Opt. Exp.* **16** (2008) 2109.
3. P X Wang, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A* **482** (2002) 581.
4. Y I Salamin, *Phys. Rev. A* **73** (2006) 043402.
5. E Esarey, C B Schroeder, and W P Leemans, *Rev. Mod. Phys.* **81** (2009) 1229.
6. T Tajima and J M Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 267.
7. H S Ghotra and N Kant, *Opt. Commun.* **365** (2016) 231.
8. L J Lu, S Z Ming, and Z Jun, *Chin. Phys. B* **21** (2012) 024101.
9. N M Jisrawi, B J Galow, and Y I Salamin, *Laser Part. Beams* **32** (2014) 671.
10. G M Lerman and U Levy, *Opt. Express* **16** (2008) 4567.
11. D N Gupta, *et al.*, *Phys. Lett. A* **368** (2007) 402.
12. H S Ghotra and N Kant, *Laser Phys. Lett.* **13** (2016) 065402.
13. M Kaur and D N Gupta, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **45** (2017) 2841.
14. K P Singh and M Kumar, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14** (2011) 030401.

15. H S Ghotra and N Kant, *Phys. Plasmas* **23** (2016) 013101.
16. S Mirzanejhad, *et al.*, *Phys. Plasmas* **13** (2006) 123105.