



## وابستگی تنش کیهان نگاری مدل استاندارد به خطای آماری داده‌های رصدی

سعید پوراجاقی و محمد ملک جانی\*

گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

پست الکترونیکی: malekjani@basu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۸/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۲/۷)

### چکیده

در این پژوهش به مطالعه مدل استاندارد کیهان شناسی در چارچوب کیهان نگاری می‌پردازیم. ما می‌خواهیم تعیین کنیم که آیا تنش مشاهده شده در پارامترهای کیهان نگاری مدل استاندارد، که اخیراً مورد توجه قرار گرفته است، به خطای داده‌های مشاهداتی وابسته است یا خیر؟ برای این منظور با استفاده از یک مقدار کانونی برای چگالی ماده در مدل استاندارد کیهان شناسی، سه دسته داده ساختگی برای مدول فاصله ابرنواخترها تولید می‌کنیم. دسته اول شامل داده‌هایی است که خطای آنها همان خطای داده‌های رصدی در کاتالوگ پانتئون است. در دسته دوم و سوم به ترتیب خطای داده‌ها نصف و دو برابر خطاهای مشاهده شده در کاتالوگ پانتئون انتخاب می‌شوند. در گام بعد با استفاده از داده‌های ساخته شده و کمینه کردن تابع حداقل مربعات در چارچوب الگوریتم آماری مونت کارلو در زنجیره مارکوف، پارامترهای کیهان نگاری را در روش مستقل از مدل کیهان نگاری و همچنین در مدل استاندارد کیهان شناسی مقید می‌کنیم. نتایج حاصل از این مطالعه نشان می‌دهد که کاهش میزان خطای داده‌ها، هرگونه تنشی بین مقادیر بهینه پارامترهای کیهان نگاری مدل استاندارد را، با روش مستقل از مدل از بین خواهد برد. همچنین با افزایش میزان خطای داده‌ها، انحراف مدل استاندارد از روش کیهان نگاری افزایش می‌یابد. لذا تنش کیهان نگاری مدل استاندارد که اخیراً توسط داده‌های نمودار هابل اختروش‌ها و انفجارات پرتو گاما گزارش شده است، اساساً می‌تواند به خاطر خطای نسبتاً بزرگ داده‌های رصدی باشد و بنابراین یک تنش فیزیکی نباشد.

واژه‌های کلیدی: مدل استاندارد کیهان شناسی، کیهان نگاری، ابرنواخترهای نوع یک

### ۱. مقدمه

انبساط کیهان کندشونده است. مشاهدات فوق نشان دادند که برخلاف باور کیهان شناسان، کیهان کنونی در فاز انبساط تند شونده قرار گرفته است. علاوه بر این، سایر مشاهدات رصدی مستقل نیز انبساط تند شونده کیهان را تأیید کردند؛ که از آن جمله می‌توان به مشاهدات تابش پس‌زمینه کیهانی [۳ و ۴]، ساختارهای بزرگ مقیاس و اندازه گیری‌ها بر روی نوسانات

نتایج حاصل از مشاهدات ابرنواخترهای دور دست نوع یک [۱] و [۲] منجر به گشوده شدن افق‌هایی نو در کیهان شناسی شده است. پیش از این، تصور رایج بر آن بود که به علت وجود نیروی گرانش به عنوان نیروی حاکم بر دینامیک کیهان، شتاب

در چارچوب کیهان نگاری، لوسو و همکارانش و همچنین ریزالیتی و لوسو در مطالعه خود بر روی داده‌های نمودار هابل شامل ابرنواخترهای نوع یک، اختروش‌ها و تشعشعات پرتو گاما دریافتند که بین مقادیر پارامترهای کیهان‌نگاری به دست آمده از مدل  $\Lambda$ CDM و رویکرد مستقل از مدل کیهان نگاری یک تنش بزرگ وجود دارد [۱۷ و ۱۸]. رضایی و همکاران (۲۰۲۰) نیز دریافتند که تنش مذکور برای مدل های انرژی تاریک با پارامتر حالت متغییر با زمان وجود ندارد [۱۹]. همچنین بارگیچی و همکاران (۲۰۲۱) در پژوهشی، چندجمله‌ای لگاریتمی متعامد را برای بازسازی فاصله درخشندگی بر اساس روش کیهان نگاری معرفی کرده و تنشی قوی بین مدل  $\Lambda$ CDM استاندارد و داده‌های نمودار هابل را در انتقال به سرخ‌های  $z > 1.5$  تأیید کردند [۲۰]. از سوی دیگر، گروهی از محققان نظیر یانگ و همکارانش [۲۱] و همچنین بانرجی و همکارانش [۲۲] ادعا می‌کنند که بسط تیلور پارامتر هابل در انتقال به سرخ‌های بالا ( $z > 2$ ) ناکارآمد بوده و این امر موجب عدم تطابق مدل استاندارد کیهان شناسی و روش کیهان نگاری با استفاده از داده‌های اختروش‌ها و تشعشعات پرتو گاما می‌شود. در پژوهش حاضر قصد داریم تا تأثیر خطای داده‌های مشاهداتی بر وجود و یا عدم وجود تنش بین مدل استاندارد و رویکرد کیهان نگاری را بررسی کنیم. برای این منظور با استفاده از داده‌های ساختگی برای مدول فاصله ابرنواخترها که دارای خطاهای متفاوت هستند و نیز با بهره‌گیری از روش کمینه کردن تابع حداقل مربعات با استفاده از روش مونت کارلو مبتنی بر زنجیره مارکوف، مقادیر پارامترهای کیهان نگاری را برای مدل استاندارد کیهان شناسی و همچنین رویکرد مستقل از مدل به دست آورده و اختلاف موجود بین مقادیر حاصل را محاسبه می‌کنیم. با انجام این پژوهش قصد داریم که حساسیت تنش گزارش شده در مقالات اشاره شده در بالا را به خطای داده‌های استفاده شده گزارش کنیم. بر این اساس مقاله حاضر را به صورت زیر مدون می‌کنیم: در بخش دوم به معرفی روش کیهان‌نگاری خواهیم پرداخت. در بخش سوم چگونگی ایجاد داده‌های ساختگی را مورد بحث قرار می‌دهیم. در بخش چهارم

آکوستیکی باریون‌ها [۸-۵] و همچنین مشاهدات کهکشان‌ها در انتقال به سرخ‌های بالا [۹] اشاره داشت. انبساط تند شونده کیهان از طریق دو دیدگاه مجزا قابل توجیه است. در رویکرد اول که به گرانش تعمیم یافته معروف است، فرض بر آن است که قوانین گرانش در مقیاس‌های بزرگ ناکارآمد بوده و باید اصلاح شوند [۱۰]. رویکرد دوم، انبساط تند شونده کیهان را به شماره‌ای مرموز و ناشناخته با فشار منفی نسبت می‌دهد که به آن انرژی تاریک می‌گویند. اولین نامزد برای شاره انرژی تاریک، ثابت کیهان شناسی اینشتین (۸) با پارامتر معادله حالت  $w = -1$  است که از ترکیب آن با ماده تاریک سرد<sup>۱</sup> مدل استاندارد کیهان شناسی ( $\Lambda$ CDM)، معرفی شد. این مدل علی‌رغم تطابق بسیار خوب با داده‌های رصدی دو مشکل بنیادی تنظیم ظریف و تطابق کیهانی دارد [۱۱ و ۱۲]. از سوی دیگر مدل استاندارد کیهان شناسی از مشکلات رصدی نظیر تنش  $H_0$  و تنش  $\sigma_{80}$  رنج می‌برد [۱۳ و ۱۴]. این مشکلات باعث شد که کیهان شناسان به دنبال یافتن مدل‌های جایگزینی برای انرژی تاریک باشند که از آن جمله می‌توان به مدل‌های دینامیکی انرژی تاریک و مدل‌های با میدان انرژی اشاره داشت.

از سوی دیگر، طی سال‌های اخیر استفاده از روش‌های مستقل از مدل به منظور مطالعه تحول کیهان و تبیین انبساط تند شونده آن مورد استقبال کیهان‌شناسان قرار گرفته است. با استفاده از این روش‌ها می‌توان بدون در نظر گرفتن هیچ مدل کیهان شناسی خاصی انبساط کیهان را مورد بررسی قرار داد. یکی از روش‌های مستقل از مدل که به طور گسترده در تحقیقات مختلف مورد استفاده قرار گرفته، رویکرد کیهان نگاری<sup>۲</sup> است. این روش نخستین بار توسط آلام و ساهنی [۱۵] و [۱۶] به منظور بررسی و مقایسه مدل‌های مختلف انرژی تاریک پیشنهاد شد. از آنجا که روش کیهان نگاری یک رویکرد ریاضی و بر مبنای بسط تیلور ضریب مقیاس است، استفاده از این روش می‌تواند به‌عنوان محکی جدی برای سایر مدل‌های کیهان شناسی در نظر گرفته شود.

۱. Cold Dark Matter (CDM)

۲. Cosmographic approach

مقید کردن این پارامترها می‌توان تحول ضریب مقیاس را بر حسب زمان بازسازی کرد. از سوی دیگر به جای ضریب مقیاس می‌توانیم مشتق آن یعنی پارامتر هابل را حول  $z=0$  بسط تیلور دهیم. از آنجایی که این بسط در انتقال به سرخ‌های بالا و اگر می‌شود، می‌توانیم با استفاده از تغییر متغیر  $y = \frac{z}{1+z}$  و نوشتن پارامتر هابل برحسب  $y$ ، آن را حول  $y=0$  بسط دهیم، بدون این که با مشکل واگرایی بسط ریاضی در انتقال به سرخ‌های بالا مواجه شویم [۱۷-۱۹].

$$H(y) = H_0 + \left. \frac{dH}{dy} \right|_{y=0} y + \left. \frac{d^2 H}{dy^2} \right|_{y=0} \frac{y^2}{2!} + \left. \frac{d^3 H}{dy^3} \right|_{y=0} \frac{y^3}{3!} + \left. \frac{d^4 H}{dy^4} \right|_{y=0} \frac{y^4}{4!} + \dots, \quad (7)$$

با مشتق‌گیری از  $H$  و اندکی محاسبات می‌توان پارامتر بی‌بعد هابل  $E = H/H_0$  را بر حسب پارامترهای کیهان‌نگاری به صورت زیر نوشت:

$$E(y) = 1 + k_1 y + k_2 \frac{y^2}{2!} + k_3 \frac{y^3}{3!} + k_4 \frac{y^4}{4!} + \dots, \quad (8)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} k_1 &= 1 + q_0 \\ k_2 &= 2 - q_0^2 + 2q_0 + j_0 \\ k_3 &= 6 + 3q_0^3 - 3q_0^2 + 6q_0 - 4q_0 j_0 + 3j_0^2 - s_0 \\ k_4 &= -15q_0^4 + 12q_0^3 + 25q_0^2 j_0 + 12q_0 s_0 - 4j_0^3 \\ &\quad - 16q_0 j_0 - 12q_0^2 + l_0 - 4s_0 + 12j_0 + 24q_0 + 24, \end{aligned} \quad (9)$$

که  $q_0$ ،  $j_0$ ،  $s_0$  و  $l_0$  پارامترهای کیهان‌نگاری در زمان حال هستند. از سوی دیگر همان‌طور که می‌دانیم پارامتر هابل در یک کیهان تخت برای مدل استاندارد کیهان‌شناسی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$E(z) = \frac{H(z)}{H_0} = \sqrt{\Omega_{m_0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m_0})}, \quad (10)$$

که در آن  $\Omega_{m_0}$  چگالی بدون بعد ماده است. شایان ذکر است که در اینجا از چگالی تابش به این دلیل که به مطالعه انبساط کیهان در انتقال به سرخ‌های پایین می‌پردازیم، چشم‌پوشی کرده‌ایم. با مشتق‌گیری از رابطه فوق و اندکی محاسبات می‌توان مقادیر پارامترهای کیهان‌نگاری در مدل استاندارد کیهان‌شناسی را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$q_0 = -1 + \frac{3}{2}\Omega_{m_0}, \quad (11)$$

روش آماری محاسبات و نتایج حاصل شرح داده شده و نهایتاً در بخش پنجم نتایج حاصل از پژوهش ارائه می‌شوند.

## ۲. روش کیهان‌نگاری

کیهان‌نگاری یک روش مستقل از مدل به منظور مطالعه انبساط عالم، بدون در نظر گرفتن یک مدل کیهان‌شناسی خاص است. در این روش پارامترهای کیهان‌شناسی با استفاده از سری تیلور، حول زمان حال بسط داده شده و ضرایب این بسط می‌توانند با بهره‌گیری از داده‌های رصدی مقید شوند. در این رویکرد تنها فرض اساسی فرض همگنی و همسانگردی کیهان است، لذا در چارچوب سنجه همگن و همسانگرد فریدمان-روبرتسون-واکر می‌توان پارامترهای کیهان‌نگاری را بر اساس مشتقات زمانی ضریب مقیاس به صورت زیر تعریف کرد:

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (1)$$

$$q(t) = -\frac{\ddot{a}}{aH^2}, \quad (2)$$

$$j(t) = \frac{\ddot{a}}{aH^3}, \quad (3)$$

$$s(t) = \frac{\ddot{\ddot{a}}}{aH^4}, \quad (4)$$

$$l(t) = \frac{\ddot{\ddot{\ddot{a}}}}{aH^5}, \quad (5)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود پارامترهای کیهان‌نگاری به انرژی تاریک و پارامتر معادله حالت آن وابسته نیستند و لذا این روش کاملاً مستقل از مدل است. همان‌طور که می‌دانیم مطالعه انبساط کیهان از طریق بررسی و شناخت ضریب مقیاس امکان‌پذیر است. بر این اساس ما می‌توانیم ضریب مقیاس را حول زمان حال بسط تیلور دهیم.

$$a(t) = 1 + H_0(t-t_0) - \frac{q_0}{2!} H_0^2(t-t_0)^2 + \frac{j_0}{3!} H_0^3(t-t_0)^3 + \frac{s_0}{4!} H_0^4(t-t_0)^4 + \frac{l_0}{5!} H_0^5(t-t_0)^5 + \dots, \quad (6)$$

همان‌گونه که در رابطه (۶) مشاهده می‌شود ضرایب این بسط همان پارامترهای کیهان‌نگاری در زمان حال هستند. لذا با

$\Delta\mu(z_i)$  نصف خطای داده‌های رصدی و در دسته سوم  $\Delta\mu(z_i)$  در برابر خطای داده‌های رصدی خواهد بود. بدین ترتیب ما تحلیل خود را بر روی سه مجموعه داده ساختگی فوق انجام می‌دهیم که نتایج آن در بخش‌های بعد ذکر می‌شود.

#### ۴. مقیدسازی پارامترهای کیهان نگاری با استفاده از داده‌های ساختگی

در این بخش با استفاده از داده‌های ساختگی که در بخش پیش به آن اشاره شد به مقید سازی پارامترهای کیهان نگاری در رویکرد مستقل از مدل و همچنین پارامتر چگالی ماده  $\Omega_{m_0}$  در مدل استاندارد می‌پردازیم. لازم به ذکر است با داشتن مقدار بهینه  $\Omega_{m_0}$  در مدل استاندارد می‌توان مقادیر بهینه پارامترهای کیهان نگاری مدل را با استفاده از روابط (۱۱) تا (۱۶) تخمین زد. همان طوری که پیش‌تر هم اشاره شد، برای یافتن پارامترهای بهینه از روش کمینه کردن حداقل مربعات در چارچوب الگوریتم آماری مونت کارلو مبتنی بر زنجیره مارکوف استفاده می‌شود. تابع حداقل مربعات  $\chi^2$  برای هر دسته از پارامترها به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{[\mu_{th}(z_i) - \mu_{mock}(z_i)]^2}{\sigma_i^2}, \quad (17)$$

که در آن  $\mu_{th}(z_i)$  مقدار نظری مدول فاصله در هر  $z_i$  است که طبق رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود. همچنین  $\mu_{mock}(z_i)$  نمایانگر مقدار مدول فاصله ساختگی در هر  $z_i$  خاص است. همچنین  $\sigma_i$  خطای داده ساختگی است. لازم به ذکر است برای محاسبه تابع  $\chi^2$  می‌توان از یک روش عام‌تر مبتنی بر ماتریس همبستگی بین ابرنواخترها استفاده کرد که در آن خطای سیستماتیک در عناصر غیر قطری این ماتریس لحاظ شده است. اما در مقاله [۲۳] نشان داده شده است که اثر خطای سیستماتیک بر روی نتایج حاصل از کاتالوگ پانتئون قابل چشم پوشی است. لذا در پژوهش حاضر از خطای سیستماتیک داده‌ها صرفه نظر کرده و صرفاً خطای آماری داده‌ها را که عناصر قطر اصلی ماتریس همبستگی هستند در نظر می‌گیریم. با

$$j_s = 1, \quad (12)$$

$$s_s = 1 - \frac{q}{r} \Omega_{m_0}, \quad (13)$$

$$l_s = 1 + r \Omega_{m_0} + \frac{rv}{r} \Omega_{m_0}^2, \quad (14)$$

از روابط (۱۱) تا (۱۴) می‌توان گفت که پارامترهای کیهان نگاری مدل استاندارد فقط به مقدار پارامتر چگالی ماده در زمان حال وابسته هستند.

#### ۳. داده‌های ساختگی ابرنواخترهای نوع یک

در این بخش به چگونگی تولید داده‌های ساختگی مدول فاصله بر مبنای مدل  $\Lambda$ CDM تخت می‌پردازیم. همان طور که می‌دانیم مدول فاصله در یک انتقال به سرخ دلخواه طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu(z) = 5 \log_{10}(1+z) \int_0^z \frac{dz}{E(z)} + \mu_0, \quad (15)$$

که در آن

$$\mu_0 = 42.384 - 5 \log_{10}(h), \quad (16)$$

در اینجا  $E(z)$  برای مدل  $\Lambda$ CDM- تخت طبق رابطه (۱۰) نوشته می‌شود. به منظور تولید داده‌های ساختگی ما از مقادیر  $\Omega_{m_0} = 0.3$  و  $h = 0.7$  بهره گرفته و  $\mu(z_i)$  را در هر  $z_i$  خاص محاسبه می‌کنیم. در گام بعد با استفاده از تابع توزیع نرمال با میانگین  $\mu(z_i)$  و انحراف معیار  $\Delta\mu(z_i)$ ، داده‌های ساختگی را استخراج می‌کنیم. در اینجا  $\Delta\mu(z_i)$  خطای داده‌های ساختگی و  $z_i$  انتقال به سرخ این داده‌ها است. انتقال به سرخ  $z_i$  را منطبق بر انتقال به سرخ داده‌های مشاهداتی ابرنواخترها در کاتالوگ پانتئون انتخاب می‌کنیم. شایان ذکر است که کاتالوگ پانتئون شامل ۱۰۴۸ ابرنواختر در انتقال به سرخ‌های  $0.03 < z < 2.3$  است [۲۳]. در این پژوهش به منظور بررسی نقش خطای آماری داده‌ها در میزان تنش بین پارامترهای کیهان نگاری در مدل  $\Lambda$ CDM و رویکرد مستقل از مدل، از سه مجموعه داده متفاوت استفاده می‌کنیم. دسته اول شامل داده‌های ساختگی است که در آن  $\Delta\mu(z_i)$  همان خطای داده‌های رصدی است. در دسته دوم

جدول ۱. مقدار مقید شده چگالی بی بعد ماده در مدل استاندارد کیهان شناسی.

	$\Omega_{m0}$	$X^2_{\Lambda\text{CDM}}$
مجموعه اول	$0.3 \pm 0.013$	۱۰۶۹
مجموعه دوم	$0.3082 \pm 0.0065$	۱۰۲۲
مجموعه سوم	$0.301 \pm 0.026$	۱۱۰۵

می دهد داده های ساختگی به خوبی بر مدل استاندارد  $\Lambda\text{CDM}$  منطبق هستند. همچنین مقدار  $\chi^2$  برای مجموعه اول داده ها ۱۰۶۹ به دست آمده و در مجموعه دوم که خطای داده ها نصف خطای رصدی است، این مقدار به ۱۰۲۲ کاهش یافته است. اما در مجموعه سوم داده ها که خطا به میزان دو برابر مقدار اولیه افزایش یافته، مقدار  $\chi^2$  نیز از مرتبه تعداد داده ها بیشتر شده که این یافته نشان می دهد افزایش مقدار خطای داده ها منجر به کاهش دقت تحلیل در مقید سازی پارامترها می شود.

از سوی دیگر همان طور که در بخش های قبل نیز اشاره شد، ما در رویکرد کیهان نگاری از بسط تیلور پارامتر هابل حول زمان حال استفاده می کنیم. در اینجا به منظور سنجش میزان دقت رویکرد کیهان نگاری می توانیم از مقایسه نمودار مدول فاصله این روش با مدل  $\Lambda\text{CDM}$  بهره بجوییم. در این راستا در ابتدا نمودار مدول فاصله را برای مدل استاندارد  $\Lambda\text{CDM}$  با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۵) و همچنین نتایج جدول ۱ رسم می کنیم. در گام بعد و با جایگذاری نتایج موجود در جدول ۲ در روابط (۸) و (۹) و استفاده از رابطه (۱۵)، نمودار مدول فاصله را برای هر یک از مجموعه داده ها و بر مبنای پارامتر هابل باز سازی شده از روش کیهان نگاری رسم می کنیم. از آنجایی که پارامترهای کیهان نگاری جدول ۲ با استفاده از مقادیر مقید شده  $\Omega_{m0}$  در جدول ۱ به دست آمده اند، لذا در صورتی که بسط تیلور فوق الذکر مشکل خطای برش نداشته باشد هر دو نمودار باید بر یکدیگر منطبق شوند.

شکل های ۱ تا ۳ نمودار مدول فاصله بر حسب انتقال به سرخ را برای هر یک از مجموعه داده ها نشان می دهند. همان طور که ملاحظه می شود در هر سه مجموعه داده، نمودار.

این توضیحات، محاسبه  $\chi^2$  مبتنی بر ماتریس همبستگی به رابطه (۱۷) تبدیل می شود. برای مقید سازی پارامترهای کیهان نگاری در رویکرد مستقل از مدل از ترکیب معادلات (۸)، (۱۵) و (۱۷) استفاده می شود. همچنین در مدل  $\Lambda\text{CDM}$  تخت با استفاده از معادلات (۱۰)، (۱۵) و (۱۷) مقدار پارامتر  $\Omega_{m0}$  را مقید کرده و سپس با استفاده از معادلات (۱۱) تا (۱۴) مقدار پارامترهای کیهان نگاری را در این مدل محاسبه می کنیم. شایان ذکر است که مقادیر پارامترهای  $l_0$  و  $s_0$  بسیار متغیر بوده و در الگوریتم MCMC تا حد زیادی به مقادیر اولیه وابسته است، لذا به منظور مقایسه مدل استاندارد با رویکرد مستقل از مدل کیهان نگاری، توجه خود را بر پارامترهای  $q_0$  و  $j_0$  معطوف می داریم. به منظور محاسبه میزان اختلاف مقادیر پارامترهای کیهان نگاری محاسبه شده در مدل استاندارد نسبت به روش مستقل از مدل، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

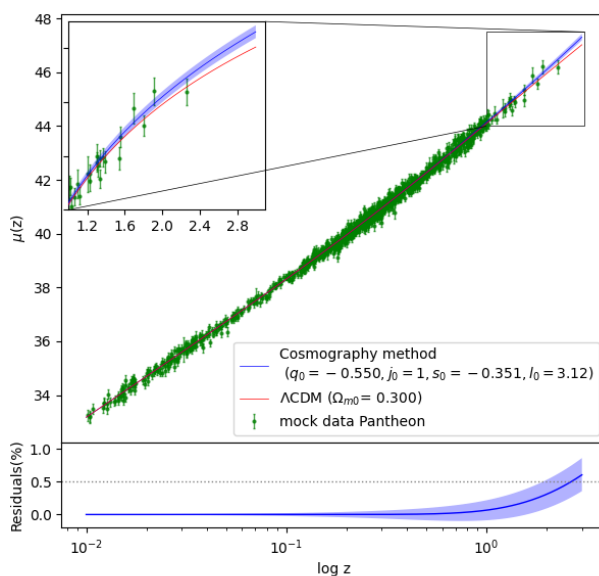
$$\Delta = \frac{|x_{\text{cosmography}} - x_{\Lambda\text{CDM}}|}{\sqrt{\sigma_{\text{cosmography}}^2 + \sigma_{\Lambda\text{CDM}}^2}}, \quad (18)$$

که در آن  $x_{\text{cosmography}}$  و  $\sigma_{\text{cosmography}}$  مقدار بهینه و خطای پارامترهای اندازه گیری شده در رویکرد مستقل از مدل کیهان نگاری و  $x_{\Lambda\text{CDM}}$  و  $\sigma_{\Lambda\text{CDM}}$  مقدار بهینه و خطای همان پارامترها در مدل  $\Lambda\text{CDM}$  است.

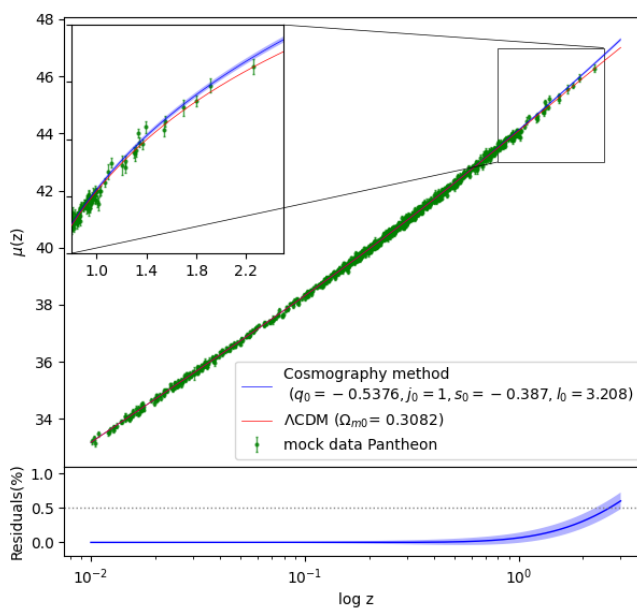
همان طور که پیش تر اشاره شد در هر سه مجموعه داده، به منظور تولید داده های ساختگی از مقدار کانونی  $\Omega_{m0} = 0.3$  استفاده شد. مقادیر مقید شده  $\Omega_{m0}$  برای مجموعه های مختلف داده ها در جدول ۱ نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود برای هر سه مجموعه داده، مقدار کانونی  $\Omega_{m0}$  در داخل ناحیه  $1\sigma$  مقادیر مقید شده قرار می گیرد. این امر نشان

	$q_0$	$j_0$	$S_0$	$I_0$
مجموعه اول	$-0.550 \pm 0.020$	۱	$-0.351 \pm 0.059$	$3/12^{+0.4}_{-0.15}$
مجموعه دوم	$-0.5376 \pm 0.0098$	۱	$-0.387 \pm 0.029$	$3/20.8 \pm 0.074$
مجموعه سوم	$-0.548 \pm 0.039$	۱	$-0.36 \pm 0.12$	$3/14^{+0.26}_{-0.32}$

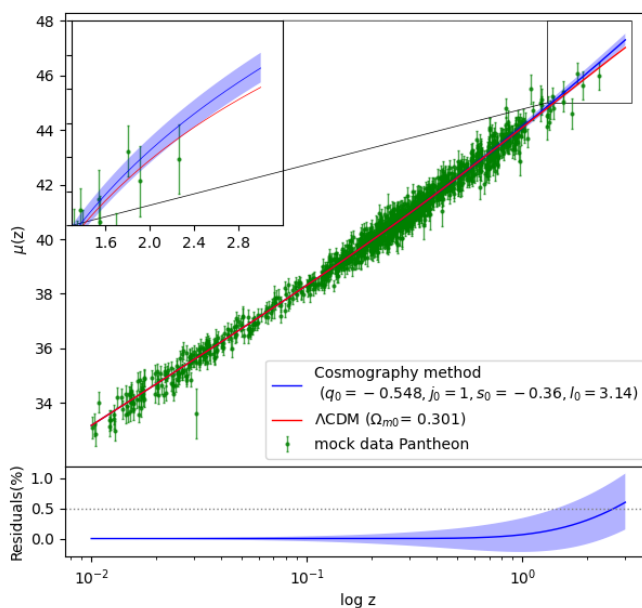
جدول ۲. مقادیر به دست آمده برای پارامترهای کیهان نگاری در مدل استاندارد کیهان شناسی.



شکل ۱. بالا: نمودار مدول فاصله بر حسب انتقال به سرخ در مدل  $\Lambda$ CDM (منحنی قرمز) و رویکرد کیهان نگاری به همراه خطای آن (نمودار و ناحیه آبی)، برای مجموعه اول داده‌ها. پایین: اختلاف درصدی مدول فاصله محاسبه شده در روش کیهان نگاری نسبت به مدل استاندارد.



شکل ۲. مشابه شکل ۱، برای مجموعه دوم داده‌ها.



شکل ۳. مشابه شکل ۱، برای مجموعه سوم داده‌ها.

جدول ۳. مقادیر به دست آمده برای پارامترهای کیهان نگاری در رویکرد مستقل از مدل.

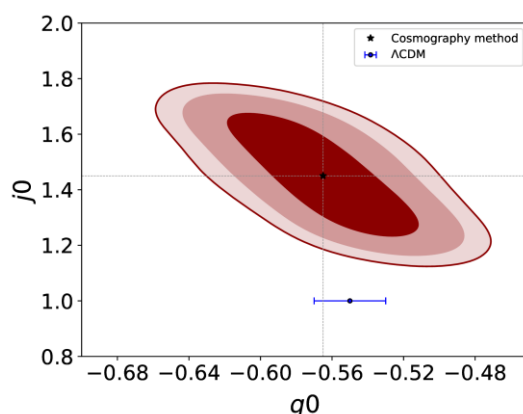
	$q_0$	$j_0$	$S_0$	$I_0$
مجموعه اول	$-0.565 \pm 0.033$	$1/45 \pm 0.14$	$1/43^{+0.26}_{-0.30}$	$1/52 \pm 0.27$
مجموعه دوم	$-0.556^{+0.030}_{-0.038}$	$1/14^{+0.21}_{-0.16}$	$-1/48 \pm 0.29$	$3/53 \pm 0.28$
مجموعه سوم	$-0.836 \pm 0.053$	$2/79 \pm 0.17$	$0.03 \pm 0.55$	$-1/07^{+0.55}_{-0.66}$

نگاری را برای بازسازی مدول فاصله ابرنواخترها قابل اعتماد می‌کند. لذا اکنون می‌توان به مقایسه پارامترهای کیهان نگاری در مدل استاندارد کیهان شناسی و رویکرد مستقل از مدل کیهان نگاری پرداخت. همان طور که در جدول ۳ ملاحظه می‌شود با استفاده از مجموعه اول داده‌ها، در رویکرد مستقل از مدل کیهان نگاری، مقدار بهینه پارامترهای کیهان نگاری به صورت  $q_0 = 0.565 \pm 0.033$  و  $j_0 = 1/45 \pm 0.14$  به دست آمده است. همچنین در مدل استاندارد مقدار  $q_0 = 0.550 \pm 0.020$  حاصل شده است. این امر نشان می‌دهد که بین پارامتر کاهندگی ( $q_0$ ) در دو سناریوی گفته شده تنشی وجود ندارد؛ اما مقایسه نتایج پارامتر  $j_0$  نشان‌دهنده وجود یک تنش به میزان  $\Delta = 3/2\sigma$  است (شکل ۴).

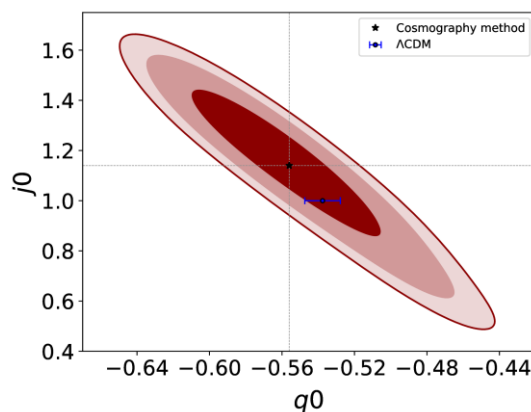
محاسبه شده مدول فاصله در مدل  $\Lambda$ CDM به خوبی بر داده‌های ساختگی منطبق است. همچنین در این شکل‌ها نمودار مدول فاصله بر مبنای پارامتر هابل بازسازی شده با رویکرد کیهان نگاری به همراه خطای آن قابل مشاهده است. همان گونه که ملاحظه می‌شود این نمودار نیز به خوبی بر داده‌ها منطبق است. از سوی دیگر اختلاف بین دو مدل در هر سه مجموعه داده تا انتقال به سرخ‌های  $z = 2/5$  کمتر از ۵٪ است که این امر مبین تطابق و کارآمدی رویکرد کیهان نگاری با مدل  $\Lambda$ CDM تا انتقال به سرخ‌های نزدیک به ۲/۵ است. با توجه به انحراف کوچک مدول فاصله محاسبه شده در روش کیهان نگاری نسبت به مدل استاندارد، می‌توان نتیجه گرفت خطای برش در بسط تیلور به اندازه‌ای کوچک است که رویکرد کیهان

جدول ۴. میزان انحراف مقادیر بهینه شده پارامترهای کیهان نگاری در دو مدل.

	$q_0$	$j_0$
مجموعه اول	$0.39\sigma$	$3/2\sigma$
مجموعه دوم	$0.52\sigma$	$0.87\sigma$
مجموعه سوم	$4.38\sigma$	$10.5\sigma$



شکل ۴. سطوح اطمینان  $\sigma_1$ ،  $\sigma_2$  و  $\sigma_3$  برای پارامترهای  $q_0 - j_0$  در رویکرد کیهان نگاری و سطح  $\sigma_1$  این پارامترها در مدل استاندارد، برای مجموعه اول داده‌ها.

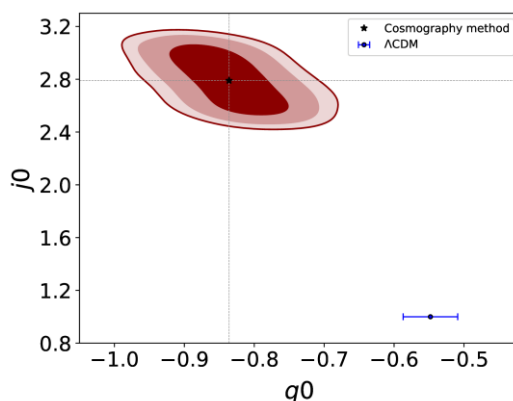


شکل ۵. مشابه شکل ۴، برای مجموعه دوم داده‌ها.

آورده شده است. ملاحظه می‌شود میزان انحراف از  $\sigma_1$  است که بیانگر تطابق کامل مدل استاندارد با روش کیهان نگاری است این سازگاری در شکل ۵ نیز نشان داده شده است. بالاخره نتایج حاصل از مجموعه سوم داده‌ها که در آن خطای داده‌های ساختگی دو برابر خطای رصدی است نشان می‌دهد یک ناسازگاری و تنش قابل توجه بین مقادیر پارامترهای کیهان

از سوی دیگر مقیدسازی پارامترهای کیهان نگاری با استفاده از مجموعه دوم داده‌ها که در آن خطای هر داده ساختگی نصف خطای رصدی است مبین آن است که هیچ تنشی بین پارامترهای کیهان نگاری در دو مدل وجود ندارد. مقادیر کمی اختلاف بین پارامترهای کیهان نگاری بین مدل استاندارد و رویکرد کیهان نگاری برای این حالت در سطر دوم جدول ۴.





شکل ۶. مشابه شکل ۴، برای مجموعه سوم داده‌ها.

حاصل از برش در بسط تیلور موجب اختلاف چشم‌گیری بین مدول فاصله محاسبه شده در مدل استاندارد و مدول فاصله بازسازی شده در روش کیهان نگاری نمی‌شود.

### ۵. نتیجه‌گیری

روش کیهان نگاری به عنوان یک رویکرد مفید در توصیف انبساط کیهان در انتقال به سرخ‌های پایین مطرح است. در این روش پارامتر هابل حول زمان حال بسط تیلور داده شده و می‌توان ضرایب این بسط را که به عنوان پارامترهای کیهان نگاری بیان می‌شوند توسط داده‌های رصدی مقید کرد. نتایج به دست آمده در پژوهش‌های اخیر توسط داده‌های رصدی نمودار هابل مربوط به اختروش‌ها و انفجارات پرتو گاما نشان دهنده وجود یک تنش جدی بین مدل استاندارد  $\Lambda$ CDM و روش کیهان نگاری است [۱۷، ۱۸ و ۲۰]. گروهی از پژوهشگران این امر را ناشی از ناتوانی مدل  $\Lambda$ CDM دانسته و گروهی دیگر ناکارآمدی بسط تیلور و به تبع آن روش کیهان نگاری را عامل این تنش می‌دانند. از آنجایی که بسط تیلور یک تابع ریاضی است که منجر به ایجاد یک خطای برش در محاسبات می‌شود، لذا در استفاده از روش کیهان نگاری می‌بایست میزان این خطا را در نظر گرفت. نتایج پژوهش حاضر نشان داد که برای هر سه مجموعه داده ساخته شده، خطای برش با در نظر گرفتن بسط تیلور تا توان چهارم  $y = \frac{z}{1+z}$  در انتقال به سرخ‌های گسترش یافته تا  $z \sim 2/5$  بسیار کوچک است. این موضوع به معنای

نگاری مدل استاندارد با رویکرد مستقل از مدل ظاهر می‌شود (سطر سوم جدول ۴). ملاحظه می‌شود که میزان انحراف برای پارامتر  $q_0$ ،  $38/4\sigma$  و برای پارامتر  $z$ ،  $5/10\sigma$  است. در شکل ۶ میزان انحراف مدل استاندارد نسبت به روش کیهان نگاری در صفحه  $q_0 - z$  به تصویر کشیده شده است. مقایسه نتایج تحلیل آماری انجام شده در این پژوهش با استفاده از سه مجموعه داده با خطاهای مختلف نشان می‌دهد که انحراف مدل استاندارد از روش کیهان نگاری به خطای داده‌ها وابسته است. این موضوع از آن جهت اهمیت پیدا می‌کند که اخیراً مدل استاندارد کیهان شناسی توسط داده‌های اختروش‌ها در انتقال به سرخ‌های بالا به چالش کشیده شده است [۱۸ و ۲۰]. این در حالی است که خطای رصدی داده‌های اختروش‌ها نسبتاً بزرگ است و به خوبی نمی‌توان مطمئن شد که این اجرام شمع‌های استاندارد کیهان شناسی هستند. از طرفی نویسندگان مقالات [۲۱ و ۲۲] بیان می‌کنند که تنش ظاهر شده در پارامترهای کیهان نگاری مدل استاندارد ساختگی بوده و به خاطر ناکارآمدی روش کیهان نگاری در انتقال به سرخ‌های بالاتر است. واقعیت آن است که برداشت سومی هم وجود دارد و آن این است که انحراف پارامترهای کیهان نگاری مدل استاندارد از روش مستقل از مدل کیهان نگاری به خطای داده‌های رصدی نیز وابسته است. در این پژوهش ما به خوبی نشان دادیم که با کوچک‌تر شدن خطای داده‌ها، میزان تطابق بین مدل استاندارد و روش کیهان نگاری افزایش می‌یابد. ضمن این که نشان دادیم خطای

بین مقادیر پارامترهای کیهان نگاری مدل استاندارد با روش مستقل از مدل به وجود می‌آید که البته به معنی ضعف مدل استاندارد نیست. بر این اساس به نظر می‌رسد که چنانچه دقت اندازه گیری داده‌های رصدی افزایش یابد، بین مدل  $\Lambda$ CDM و روش کیهان نگاری در انتقال به سرخ‌های پایین ( $z < 2/5$ ) تنشی وجود نخواهد داشت. پژوهش حاضر نشان می‌دهد که به آسانی نمی‌توان در مورد تنش‌های گزارش شده اخیر در مورد مدل استاندارد صحبت کرد. به خصوص این که پژوهش‌های اشاره شده در [۱۷، ۱۸ و ۲۰] با استفاده از داده‌های رصدی نمودار هابل اختروش‌ها و انفجارات ابرتو گاما، وجود یک تنش جدی بین مدل استاندارد و داده‌های رصدی گفته شده را معرفی کرده‌اند. واقعیت آن است که داده‌های رصدی اختروش‌ها و همچنین انفجارات ابرتو گاما خطاهای آماری بزرگی دارند [۲۴] و طبق نتایج تحلیل ما، تنش کیهان نگاری مدل استاندارد توسط این مشاهدات صرفاً می‌تواند به خاطر خطای رصدی این داده‌ها بوده و توجیه فیزیکی نداشته باشد.

کارامدی و قابل اطمینان بودن رویکرد کیهان نگاری تا انتقال به سرخ‌های ذکر شده است. لذا وجود اختلاف بین پارامترهای کیهان نگاری مدل و روش کیهان نگاری را می‌توان ضعف مدل و یا خطای داده‌های رصدی قلمداد کرد. در این پژوهش با تولید داده‌های ساختگی مدول فاصله ابرنواخترها با استفاده از مدل استاندارد  $\Lambda$ CDM - تخت با چگالی ماده  $0/3$  به میزان تأثیر خطای آماری این داده‌ها بر روی نتایج حاصل از کیهان نگاری پرداختیم. برای این منظور، سه دسته داده ساختگی با خطای آماری متفاوت را در نظر گرفتیم. در دسته اول خطای داده‌ها برابر با خطای رصدی گزارش شده در کاتالوگ پانتئون است و در دسته دوم و سوم به ترتیب این خطا برابر با نصف و دو برابر خطای رصدی در نظر گرفته شد. مقایسه نتایج عددی مقادیر بهینه پارامترهای کیهان نگاری به دست آمده در رویکرد مستقل از مدل با مقادیر به دست آمده از مدل استاندارد  $\Lambda$ CDM با استفاده از داده‌های دسته دوم نشان داد که هیچ تنشی بین این دو رهیافت دیده نمی‌شود. اما برای دسته سوم که خطای داده‌ها دو برابر خطای رصدی است، یک تنش بزرگ

## مراجع

1. A G Riess, et al., *Astron. J.* **116** (1998) 1009.
2. S Perlmutter et al., *Astrophys. J.* **517** (1999) 565.
3. E Komatsu, et al., *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **180** (2009) 330.
4. P A R Ade, et al., *Astron. Astrophys.* **594** (2016) A14.
5. M Tegmark, et al., *Phys. Rev. D* **69** (2004) 103501.
6. S Cole, et al., *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* **362** (2005) 505.
7. W J Percival, et al., *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* **401** (2010) 2148.
8. C Blake, et al., *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* **418** (2011) 1707.
9. J S Alcaniz, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 083521.
10. A D Felice and S Tsujikawa, *Living Rev. Rel.* **13** (2010) 3.
11. S Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **61** (1989) 1.
12. V Sahni and A A Starobinsky, *Int. J. Mod. Phys. D* **9** (2000) 373.
13. V Poulin, et al., *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019) 221301.
14. R A Battye, T Charnock, and A Moss, *Phys. Rev. D* **10** (2015) 103508.
15. V Sahni, et al., *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* **77** (2003) 201.
16. U Alam, et al., *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* **344** (2003) 1057.
17. E Lusso, et al., *Astron. Astrophys.* **628** (2019) L4.
18. G Risaliti and E Lusso, *Nature Astron.* **3** (2019) 272.
19. M Rezaei, S Pour Ojaghi, and M Malekjani, *Astrophys. J.* **900** (2020) 70.
20. G Bargiacchi, et al., *Astron. Astrophys.* **649** (2021) A65.
21. T Yang, A Banerjee, and E O Colgáin, *Phys. Rev. D* **102** (2020) 123532.
22. A Banerjee, et al., *Phys. Lett. B* **818** (2021) 136366
23. D M Scolnic, et al., *Astrophys. J.* **859** (2018) 101.
24. N Khadka and B Ratra, *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* **502** (2021) 6140.