



دینامیک کوانتومی یک نوسانگر هماهنگ در یک حمام غیر تعادلی بدون تقریب موج چرخان

محسن دایی محمد

گروه فیزیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد

پست الکترونیکی: m.daeimohammad@pco.iaun.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۵/۲۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۹/۶)

چکیده

هدف این مقاله بررسی خواص دینامیکی یک نوسانگر هماهنگ جفت شده با یک حمام غیر تعادلی درغیاب تقریب موج چرخان است. در ابتدا به بررسی نظری این مدل می‌پردازیم و معادلات حرکت هایزنبرگ را برای عملگرهای نابودی نوسانگر و حمام درغیاب و درحضورتقریب موج چرخان به دست می‌آوریم. بعد آن رابطه نوسانی و نوسانی - اتلافی را به ترتیب درغیاب و در حضورتقریب موج چرخان برای عملگر نابودی حمام غیر تعادلی به دست می‌آوریم. سپس به بررسی فرو افت مدهای سیستم با استفاده ازتقریب ویگنر- ویسکوف می‌پردازیم. در آخر طیف وابسته به زمان مدهای میدلن کاواک جفت شده با یک حمام غیر تعادلی را محاسبه می‌کنیم. نشان می‌دهیم حتی در محدوده اعتبار تقریب موج چرخان (برهم‌کنش ضعیف) اثرات جملات پاد چرخان روی کمیت‌های فیزیکی مانند ضریب پخش، چگالی انرژی، پهنای خط و جابه‌جایی بسامد بسیار مهم است.

واژه‌های کلیدی: تقریب موج چرخان، جملات پاد چرخان، فوتون‌های مجازی، تقریب ویگنر- ویسکوف، معادله لانژون، ضریب پخش

۱. مقدمه

از رشد رسیده است که می‌تواند مکانیک کوانتومی جهان ماکروسکوپی را به خوبی توصیف کند [۲۲-۲۶]. مشکلات کوانتش بندادی نوسانگر هماهنگ اتلافی را می‌توان با وارد کردن یک حمام حرارتی که در واقع عامل اتلاف انرژی است مرتفع کرد. اگرکوانتش میدان دریک محیط محدود صورت گیرد حمام با تعداد بی‌نهایت ولی شمارش‌پذیر از میدان‌های کلاین-گوردون مدل سازی می‌شود ودراین صورت باید درروش‌های

نوسانگر هماهنگ اتلافی به دلیل وسعت کاربرد جایگاه خاصی در فیزیک دارد. اگرچه رفتار کلاسیکی آنها به خوبی قابل درک است ولی رفتار کوانتومی آنها بسیار پیچیده است. به علت اتلاف انرژی در نوسانگرهای کوانتومی اتلافی به کارگیری روش کوانتش استاندارد درمورد آنها مشکل است [۱-۲۱]. همچنین بررسی‌های تجربی روی نوسانگر کوانتومی به درجه‌ای

جفت شدگی‌های قوی (همچون نظریه‌های قطبی) از قطبش میدان حمام حرارتی که توسط سیستم صورت می‌گیرد نمی‌توان صرف نظر کرد. دومین تقریبی که تقریباً همیشه به کار گرفته می‌شود این است که زمان همبستگی حمام حرارتی به اندازه کافی کوچک باشد (تقریب مارکوف) طوری که باعث ایجاد برهم‌کنش ضعیف بین سیستم و حمام شود (تقریب برهم‌کنش ضعیف). در مورد برهم‌کنش بین سیستم و حمام غیر تعادلی بررسی‌های بسیار کمی صورت گرفته است. این عدم تعادل حمام دینامیک کوانتومی سیستم را تغییر می‌دهد [۲۸-۳۰] و باعث یک فرو افت غیرنمایی می‌شود؛ در حالی که در سیستم‌های با حمام در حال تعادل فرو افت نمایی خواهد بود. بنابراین پایداری سیستم‌های غیر تعادلی ممکن است در اتلاف سیستم مورد نظر به روش غیر اصولی تأثیر گذار باشد. در مرجع [۳۱] دینامیک کوانتومی یک نوسانگر هماهنگ تغییر شکل یافته در یک حمام گرمایی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین دینامیک کوانتومی یک نوسانگر هماهنگ در یک محیط تغییر شکل یافته در [۳۲] مورد بررسی قرار گرفته است. از طرف دیگر برهم‌کنش میان نور و ماده یکی از اساسی‌ترین مسائل در اپتیک کوانتومی است. ساده‌ترین نوع این نوع برهم‌کنش مدل رابی می‌شود [۳۳] که برهم‌کنش یک اتم دوترازه را با یک میدان تک مدی بررسی می‌کند. علی‌رغم مطالعات بسیار گسترده‌ای که روی این موضوع در دهه اخیر انجام شده است تا به امروز این مسئله فاقد یک روش تحلیلی است و تنها روش‌های عددی [۳۴ و ۳۵] تقریبی در دسترس هستند [۳۶ و ۳۷]. با وجود این ریک و درچا [۳۸ و ۳۹] حدس زدند که یک حل دقیق براساس توابع شناخته شده امکان پذیر است. متداول‌ترین روش برای حل مدل رابی استفاده از تقریب موج چرخان (RWA) است که در این حالت از جملات پادچرخان صرف نظر می‌شود. در این محدوده هامیلتونی رابی همان مدل شناخته شده جینز- کامینگز (JC) است و می‌تواند دقیقاً بررسی شود [۴۰ و ۴۱]. علی‌رغم سادگی این مدل، دینامیک آن بسیار پیچیده است. در واقع در این مدل به سبب طبیعت کوانتومی نور و کوانتوم امواج الکترومغناطیسی اثرات

به کار رفته محدودیت‌هایی اعمال کرد تا بتوان طیف وسیعی از رفتار سیستم‌های اتلافی بررسی کرد [۱۰-۲۰ و ۳] (این محدودیت‌ها را می‌توان برداشت ولی ظرافت‌هایی دارد که توسط تا تارسکی در مرجع [۱۳] شرح داده شده است). روش تبدیل محیط اتلافی از تعداد نامتناهی ولی شمارش‌پذیر میدان کلاین- گوردون به تعداد نامتناهی ولی شمارش‌پذیر میدان کلاین- گوردون است.

در مرجع [۲۱] از ابتدا حمام حرارتی دارای تعداد نامتناهی ولی غیر شمارش‌پذیر از میدان کلاین- گوردون در نظر گرفته شده است [۲۷] بنابراین هیچ نیازی به روش‌های محدود کننده نیست. نظریه حاصل شده شباهت‌های زیادی با نظریه الکترومغناطیس ماکروسکوپی دارد و به همین دلیل آن را می‌توان نظریه میدان نوسانگر اتلافی دانست. به طور خاص، دینامیک یک نوسانگر هارمونیک اتلافی وابسته به تابع حساسیت یا نفوذ پذیری محیط است که از رابطه کرامرز- کرونینگ پیروی می‌کند و دقیقاً مشابه حرکت نور در محیط‌های مادی است [۲۱]. با استفاده از فرمول بندی حمام حرارتی معرفی شده در مرجع [۲۷] هم می‌توان یک میدان الکترومغناطیسی ماکروسکوپی را برای دی الکتریک‌های دلخواه و هم می‌توان یک نوسانگر هماهنگ ساده اتلافی را کوانتیده کرد. مدل سیستم حمام حرارتی سال‌ها است که به عنوان یک الگوی استاندارد برای بررسی سیستم‌های اتلافی چه در فیزیک کلاسیکی و چه در فیزیک کوانتومی استفاده می‌شود. معروف‌ترین این مدل، مدل اسپین- بوزون است که در آن یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی با یک میدان بوزونی برهم‌کنش می‌کند. مورد دیگر برهم‌کنش یک اتم دو ترازوی با یک میدان تابشی است. این مدل توصیف کننده بسیاری از پدیده‌های فیزیکی همچون نشر خود به خودی، حرکت اکسیتون، تونل زنی کوانتومی ماکروسکوپی و غیره در فیزیک اتمی، فیزیک حالت جامد و کوانتوم اپتیک است. به طور کلی، دو وضعیت مشخص بسته به شدت جفت شدگی بین سیستم و حمام حرارتی وجود داد. در مورد برهم‌کنش ضعیف، حمام اساساً شبیه یک میدان آزاد رفتار می‌کند و حالت اولیه آن تغییرات بسیار کمی دارد. در مورد

بخش ۴ به بررسی فرو افت مدهای سیستم با استفاده از تقریب موج چرخان می‌پردازیم. در قسمت ۵ نشان می‌دهیم که وقتی بهره مثبت باشد طیف مدهای سیستم سفید خواهد بود. در بخش ۶ نتایج به دست آمده را می‌آوریم.

۲. مدل و معادله حرکت

برای شروع ما یک نوسانگر هماهنگ را در نظر می‌گیریم که با یک حمام حرارتی تعادلی و یک حمام حرارتی غیر تعادلی در غیاب موج چرخان برهم‌کنش می‌کند. فرض می‌کنیم دو حمام حرارتی از یک سری نوسانگرهای با بسامدهای $\{\Omega_j\}$ و $\{\omega_j\}$ تشکیل شده است. هامیلتونی کل سیستم و محیط در غیاب موج چرخان به صورت زیر است:

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{a}^+\hat{a} + \hbar\sum_j \omega_j \hat{b}_j^+ \hat{b}_j + \hbar\sum_\mu \Omega_\mu \hat{C}_\mu^+ \hat{C}_\mu + \hbar\sum_\mu g_\mu (\hat{C}_\mu + \hat{C}_\mu^+) (\hat{a} + \hat{a}^+) + \hbar\sum_\mu \sum_j \alpha_{j\mu} (\hat{C}_\mu + \hat{C}_\mu^+) (\hat{b}_j + \hat{b}_j^+), \quad (1)$$

در اینجا جمله اول هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ با بسامد ω را نشان می‌دهد. جملات دوم و سوم هامیلتونی حمام حرارتی تعادلی و غیر تعادلی را نشان می‌دهد. جملات بعدی برهم‌کنش حمام حرارتی تعادلی و حمام حرارتی غیر تعادلی را با نوسانگر هماهنگ با ثابت جفت شدگی g_μ و $\alpha_{j\mu}$ را نشان می‌دهند. با استفاده از معادله حرکت هایزنبرگ داریم:

$$\dot{\hat{a}}(t) = -i\omega\hat{a}(t) - i\sum_\mu g_\mu (\hat{C}_\mu(t) + \hat{C}_\mu^+(t)), \quad (2)$$

$$\dot{\hat{b}}_j(t) = -i\omega_j\hat{b}_j(t) - i\sum_\mu \alpha_{j\mu} (\hat{C}_\mu(t) + \hat{C}_\mu^+(t)), \quad (3)$$

$$\dot{\hat{C}}_\mu(t) = -i\Omega_\mu\hat{C}_\mu(t) - ig_\mu (\hat{a}(t) + \hat{a}^+(t)) - i\sum_j \alpha_{j\mu} (\hat{b}_j(t) + \hat{b}_j^+(t)), \quad (4)$$

از حل معادله (۳) داریم:

$$\hat{b}_j(t) = \hat{b}_j(t_0) e^{-i\omega_j(t-t_0)} - i\sum_\mu \alpha_{j\mu} \int_{t_0}^t dt' (\hat{C}_\mu(t') + \hat{C}_\mu^+(t')) e^{-i\omega_j(t-t')}, \quad (5)$$

با قرار دادن رابطه (۵) در رابطه (۴) داریم:

غیرکلاسیکی همچون نابودی و احیاء در وارونی جمعیت و نوسانات رابی و چلاننگی [۴۲ و ۴۳] در دره‌متنیدگی اتم - میدان و اتم - اتم دیده می‌شود [۴۴]. از برهم‌کنش میدان و اتم می‌توان در الکترو دینامیک کاواک‌های کوانتومی استفاده کرد. از نظریه کاواک‌های کوانتومی نیز می‌توان برای به دام انداختن اتم‌ها که نقش بسیار مهمی در ذخیره اطلاعات کوانتومی دارد استفاده کرد [۴۵]. هنگامی که برهم‌کنش میان میدان و اتم قوی باشد نمی‌توان از تقریب موج چرخان استفاده کرد و باید مدل رابی اصلاح شود [۴۶]. همچنین در چندین مقاله به بررسی صحت و سقم تقریب موج چرخان پرداخته شده است [۴۸ و ۴۷] و روش‌های تقریبی عددی جایگزین این تقریب پیشنهاد شده است [۳۴ و ۳۵]. به علاوه نشان داده شده است که اگر از جمله پاد چرخان در محاسبات استفاده شود به علت حضور فوتون‌های مجازی، نتایج جدیدی در بر دارد [۳۶]. محدوده دقیقی که در آن تقریب RWA فاقد اعتبار است مشخص نیست. وقتی جملات پاد چرخان را در معادلات وارد می‌کنیم و تقریب موج چرخان را کنار می‌گذاریم از روش‌های تقریبی برای حل مسئله استفاده می‌کنیم و سپس می‌توانیم نتایج را با وقتی که تقریب موج چرخان را به کار می‌بریم مقایسه کنیم. در این حالت می‌توانیم اثرات فوتون‌های مجازی را روی پارامترهای محاسبه شده بررسی کنیم. به علاوه مطالعه‌ای مفید است که بتوانیم گستره‌ای را که در آن تقریب RWA کاربرد دارد تشخیص دهیم. در این مقاله ما نظریه اتلاف را به یک نوسانگر هماهنگ که با یک حمام غیر تعادلی در حالت برهم‌کنش است در غیاب موج چرخان گسترش می‌دهیم. یک حمام غیر تعادل حمامی است که پهنای باند عریض با ابعاد نیمه بی‌نهایت دارد که خود نیز در تماس با یک حمام حرارتی تعادلی است. ساختار این مقاله به این صورت است:

در بخش ۲ به تعمیم نظریه کوانتومی اتلاف برای یک نوسانگر کوانتومی که با یک حمام غیر تعادلی در حال برهم‌کنش است می‌پردازیم. در بخش ۳ معادله اتلافی و اتلافی-نوسانی را برای به ترتیب در غیاب و در حضور تقریب موج چرخان برای مدهای حمام غیر تعادلی به دست می‌آوریم. در

$$\hat{f}_\mu(t) = -i \sum_j \alpha_{j\mu} e^{-i\omega_j(t-t_0)} \hat{b}_j(t_0), \quad (11)$$

همان طور که مشاهده می شود در غیاب تقریب موج چرخان معادله حاکم بر عملگر نابودی حمام حرارتی غیر تعادلی یک معادله نوسانی است در حالی که در حضور تقریب موج چرخان معادله حاکم بر عملگر نابودی حمام غیر تعادلی یک معادله نوسانی - اتلافی است. در واقع فوتون های مجازی باعث حذف اثرات اتلاف از معادله لانژون مربوط به عملگر نابودی حمام غیر تعادلی می شود. در اینجا در غیاب و در حضور تقریب موج چرخان، مقدار متوسط نوفه نسبت به درجات آزادی حمام حرارتی تعادلی صفر می شود.

$$\langle \hat{f}_\mu(t) \rangle_B = 0, \quad (12)$$

در اینجا مفهوم $\langle \hat{O}(t) \rangle_B$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\langle \hat{O}(t) \rangle_B = Tr[\hat{O}(t) \hat{\rho}_B], \quad (13)$$

ماتریس چگالی اولیه حمام حرارتی تعادلی توسط رابطه زیر تعریف می شود:

$$\hat{\rho}_B = \prod_j \left[\exp\left(\frac{-\omega_j \hat{b}_j \hat{b}_j^\dagger}{KT}\right) \right] \left[1 - \exp\left(\frac{\omega_j}{KT}\right) \right], \quad (14)$$

که T دمای حمام حرارتی است. حال یک عملگر کند تغییر به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\tilde{C}_\mu(t) = \hat{C}_\mu(t) e^{i\Omega_\mu(t-t_0)}, \quad (15)$$

در این صورت معادله (۸) به شکل زیر در می آید:

$$\dot{\tilde{C}} = -ig_\mu e^{i\Omega_\mu(t-t_0)} [\hat{a}(t) + \hat{a}^\dagger(t)] + \hat{F}_\mu(t), \quad (16)$$

در اینجا تعریف کرده ایم:

$$\hat{F}_\mu(t) = \hat{f}_\mu(t) e^{i\Omega_\mu(t-t_0)}, \quad (17)$$

خصوصیات مربوط به عملگر نوفه را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$\langle \hat{F}_\mu(t) \rangle_B = 0, \quad (18)$$

همچنین داریم:

$$\langle \hat{F}_\mu^\dagger(t) \hat{F}_\nu(t') \rangle_B = \gamma_{\mu\nu}^C (\bar{N}(\Omega_\nu) + 1) \delta(t-t') \delta_{\mu\nu}, \quad (19)$$

در اینجا از روابط زیر استفاده کرده ایم:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{C}}_\mu(t) = & -i\Omega_\mu \hat{C}_\mu(t) - g_\mu (\hat{a}(t) + \hat{a}^\dagger(t)) - \\ & i \sum_j \alpha_{j\mu} \left[\hat{b}_j(t_0) e^{-i\omega_j(t-t_0)} + \hat{b}_j^\dagger(t_0) e^{i\omega_j(t-t_0)} \right] - \\ & \sum_j \sum_\nu \alpha_{j\mu} \alpha_{j\nu} \int_{t_0}^t (\hat{C}_\nu(t') + \hat{C}_\nu^\dagger(t')) e^{-i\omega_j(t-t_0)} + \\ & \sum_j \sum_\nu \alpha_{j\mu} \alpha_{j\nu} \int_{t_0}^t (\hat{C}_\nu(t') + \hat{C}_\nu^\dagger(t')) e^{i\omega_j(t-t_0)}, \end{aligned} \quad (6)$$

با توجه به این که تغییرات زمانی در جملات $\sum_j \alpha_{j\mu} \alpha_{j\nu} e^{i\omega_j(t-t_0)}$ و $\sum_j \alpha_{j\mu} \alpha_{j\nu} e^{-i\omega_j(t-t_0)}$ کوچک تر از زمانی است که تغییرات قابل ملاحظه ای در مدلاسیون دامنه و فاز مدهای خطی عملگر نابودی حمام حرارتی غیر تعادلی رخ می دهد می توانیم این جملات را به صورت زیر بنویسیم [۴۹]:

$$\gamma_{\mu\nu}^C = \pi \alpha_{\nu\mu}(\Omega_\nu) \alpha_{\nu\nu}(\Omega_\nu) D(\Omega_\nu), \quad (7)$$

در اینجا $D(\Omega_\nu)$ به ترتیب نشان دهنده چگالی حالت مدها و ثابت اتلاف است. بنابراین می توان معادله (۶) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{C}}_\mu(t) = & -i\Omega_\mu \hat{C}_\mu(t) - ig_\mu (\hat{a}(t) + \hat{a}^\dagger(t)) - \\ & \sum_\nu \gamma_{\mu\nu}^C (\hat{C}_\nu(t) + \hat{C}_\nu^\dagger(t)) + \\ & \sum_\nu \gamma_{\mu\nu}^C (\hat{C}_\nu(t) + \hat{C}_\nu^\dagger(t)) + \hat{f}_\mu(t) = \end{aligned} \quad (8)$$

در اینجا $\hat{f}_\mu(t)$ یک عملگر نوفه است که از جفت شدگی حمام های حرارتی تعادلی و غیر تعادلی ایجاد می شود و داریم:

$$\hat{f}_\mu(t) = -i \sum_j \alpha_{j\mu} \left[e^{-i\omega_j(t-t_0)} \hat{b}_j(t_0) + e^{i\omega_j(t-t_0)} \hat{b}_j^\dagger(t_0) \right], \quad (9)$$

اگر از تقریب موج چرخان استفاده کنیم با حذف جملات $\hat{C}_\mu(t) \hat{a}(t)$ و $\hat{C}_\mu^\dagger(t) \hat{a}^\dagger(t)$ ، $\hat{C}_\mu(t) \hat{b}_j(t)$ ، $\hat{C}_\mu^\dagger(t) \hat{b}_j^\dagger(t)$ از معادله (۱) به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{C}}_\mu(t) = & -i\Omega_\mu \hat{C}_\mu(t) - ig_\mu \hat{a}(t) - \\ & \sum_\nu \gamma_{\mu\nu}^C \hat{C}_\nu(t) + \hat{f}_\mu(t), \end{aligned} \quad (10)$$

که برای عملگر نوفه داریم:

عملگر نوفه به واسطه جفت شدگی نوسانگر هماهنگ ساده با حمام حرارتی ایجاد می‌شود. همچنین عملگر $\hat{C}_\mu(t)$ در حضور تقریب موج چرخان زمان واهلش $\left(\frac{1}{\gamma_{\mu\mu}^c}\right)$ دارد که از

مقیاس زمانی همبستگی نوفه کوچک تراست. استفاده از تقریب موج چرخان در هامیلتونی برهم کنش بین نوسانگر و حمام به مفهوم استفاده از مدل جفت شدگی خطی است. فورد و لویز [۵۰] نشان دادند که استفاده از تقریب موج چرخان باعث غیر واقعی شدن هامیلتونی می‌شود (به عنوان مثال طیفی از ویژه مقدار تا $-\infty$ خواهیم داشت). در واقع نکته اساسی، وابستگی ثابت جفت شدگی درمخرج به یک بسامد خاص است. (به عنوان مثال همان طور که در مرجع [۵۰] اشاره شده

است یک تبدیل مناسب جایگزینی g با عبارت $\frac{1}{\sqrt{\omega_j \omega_j}}$ (است). با این وجود یک روش استاندارد درکوانتم اپتیک تبدیل جمع روی مدها به انتگرال روی چگالی مدها $D(\omega_j)$ است (درفضای آزاد برابر $\frac{V \omega_k^3}{c^3 \pi^2}$ می‌شود). برای مثال

$$\sum_j |g_j|^2 \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega D(\omega) g^2(\omega)$$

وابستگی به یک بسامد خاص درمخرج ثابت جفت شدگی نخواهیم داشت. در اینجا ما معادله لانژون را برای سیستم شامل حمام - نوسانگر در حضور و درغیاب تقریب موج چرخان به دست آوردیم. اساس این مدل جایگزینی یک جمله اتلافی به جای حمام حرارتی درمعادلات هایزنبرگ است که در نهایت یک نیروی نوفه درمعادلات لانژون ظاهر می‌شود. این نیروها خواص زیر را دارند:

- ویژگی های آماری صحیحی دارند که با حد کلاسیکی نیز در توافق است.
- این جملات برای حفظ رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ لازم هستند.

در ادامه بحث موارد فوق را به طور کامل تجزیه و تحلیل می‌کنیم. درواقع ریشه اصلی رویکرد آمارکوانتومی در نظریه اتلاف، معادل نوسانی - اتلافی است که نمایش تعادل دینامیکی

$$\begin{aligned} \langle \hat{b}_m^+(t_0) \hat{b}_n(t_0) \rangle &= \bar{N}(\omega_n) \delta_{mn}, \\ \langle \hat{b}_m(t_0) \hat{b}_n^+(t_0) \rangle &= (\bar{N}(\omega_m) + 1) \delta_{mn}, \end{aligned} \quad (20)$$

$\bar{N}(\omega_n)$ متوسط حرارتی عملگر تعداد حمام گرمایی تعادلی است و داریم:

$$\bar{N}(\omega_n) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\omega_n}{KT}\right) - 1}, \quad (21)$$

معادله (۲۰) نشان دهنده یک اتلاف مستقل از بسامد اهمی خالص برای حمام غیر تعادلی است. اگر از تقریب موج چرخان استفاده کنیم با استفاده از روابط (۱۱)، (۱۷) و (۲۰) داریم:

$$\langle \hat{F}_\mu^+(t) \hat{F}_\nu(t') \rangle_B = \gamma_{\mu\nu}^c (\bar{N}(\Omega_\nu)) \delta(t-t') \delta_{\mu\nu}, \quad (22)$$

از روابط (۱۹) و (۲۱) مشاهده می‌شود تابع همبستگی نوفه در دمای صفر ($\bar{N}(\Omega_\nu) = 0$) درغیاب موج چرخان، غیر صفر ولی درحضور تقریب موج چرخان صفر خواهد شد. به علاوه مشاهده می‌کنیم که به دلیل این که تعداد متوسط حرارتی عملگر تعداد حمام غیر تعادلی $(\bar{N}(\Omega_\nu))$ با دما رابطه مستقیم دارد، نتیجه می‌گیریم که با افزایش دما تابع همبستگی هم درغیاب و هم درحضور تقریب موج چرخان بزرگ تر خواهد شد. همچنین به دلیل این که متوسط حرارتی عملگر تعداد همواره یک تابع مثبت است $(\bar{N}(\Omega_\nu) > 0)$ تابع همبستگی نوفه درغیاب تقریب موج چرخان نسبت به در حضور تقریب موج چرخان بزرگ تر است. درواقع فوتون های مجازی باعث بزرگ تر شدن تابع همبستگی درغیاب تقریب موج چرخان می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که درغیاب و در حضور تقریب موج چرخان، نوفه سفید خواهد بود. حضور تابع دیراک $\delta_{\mu\nu}$ برای حفظ تقریب سکولار لازم است. بنابراین در غیاب تقریب، موج چرخان به معادله اتلافی زیر برای مدهای حمام غیر تعادلی می‌رسیم.

$$\hat{C}_\mu(t) = -i\Omega_\mu \hat{C}_\mu(t) - ig_\mu \hat{a}(t) + f_\mu(t), \quad (23)$$

در حضور تقریب موج چرخان به معادله نوسانی - اتلافی زیر برای مدهای حمام غیر تعادلی می‌رسیم.

$$\hat{C}_\mu(t) = -i\Omega_\mu \hat{C}_\mu(t) - ig_\mu \hat{a}(t) - \gamma_{\mu\mu}^c \hat{C}_\mu(t) + f_\mu(t), \quad (24)$$

داریم:

$$\hat{C}_\mu^S(t) = e^{-i\Omega_\mu(t-t_0)} \sum_j (-i\alpha_{j\mu}) \hat{b}_j^-(t_0) \int_{t_0}^t dt' f_\mu(t') e^{(-i\omega_j + i\Omega_\mu)(t'-t_0)} + e^{-i\Omega_\mu(t-t_0)} \sum_j (-i\alpha_{j\mu}) \hat{b}_j^+(t_0) e^{(i\omega_j + i\Omega_\mu)(t'-t_0)}, \quad (28)$$

در اینجا نماد s نشان دهنده حالت پایا است. جواب بالا نشان می‌دهد $\hat{C}_\mu^S(t)$ که اساساً یک برهم‌نهی از دامنه‌ها (عملگرها) و فازهای (عددها) نامشخص است (زیرا شرایط اولیه برای تعداد بی‌نهایت نوسانگرهای حمام $\hat{b}_j^-(t_0)$ کاملاً نامشخص فرض شده است) و می‌تواند به شکل فشرده به صورت معادله (۲۶) نوشته شود. همچنین وقتی به شکل معادله (۲۶) نوشته شود مشخص خواهد شد که \hat{C}_μ^S و φ_μ^S توزیع کاتوره‌ای دارند. بنابراین (۲۵) یک جواب فوری برای معادله (۲۳) خواهد بود. برای بررسی سازگاری معادله (۲۵) چند نکته را یادآوری می‌کنیم:

- برای بازیابی دامنه اولیه \hat{C}_μ^S به دلیل این که $\hat{C}_\mu^S(t_0) = 0$ است کافی از معادله (۲۴) یک متوسط انساملی در لحظه $t = t_0$ گرفته شود.
- همچنین مشاهده می‌شود که جمله اول معادله (۲۴) پاسخی برای معادله اتلافی معمولی است؛ وقتی که مدهای حمام حرارتی در $t = \infty$ به تعادل می‌رسند. همچنین جمله \hat{C}_μ^S در \hat{C}_μ نشان دهنده حالت پایا است.
- همچنین مشاهده می‌کنیم جمله \hat{C}_μ^S در \hat{C}_μ برای حفظ رابطه جابه‌جایی بوزونی عملگر \hat{C}_μ و رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ لازم است.

جمله دوم در رابطه (۲۵) حاوی اطلاعاتی از به تعادل رسیدن حمام غیر تعادلی است که به جهت برهم کنش بین حمام غیر تعادلی و حمام تعادلی ظاهر شده است و در واقع یک جمله حافظه است. جمله سوم در طرف راست معادله (۲۵) اثرات جفت شدگی مدهای سیستم با حمام غیر تعادلی است. درغیاب تقریب موج چرخان معادله (۲۵) به صورت زیر خواهد بود:

بین ورود انرژی از حمام به نوسانگر به دلیل نوسانات (افت و خیز) و خروج انرژی از سیستم به حمام حرارتی ناشی از اتلاف است.

۳. رابطه نوسانی و نوسانی - اتلافی برای حمام غیر تعادلی

در این قسمت تحول زمانی عملگرنابودی حمام غیر تعادلی $\hat{C}_\mu(t)$ را بررسی می‌کنیم. وضعیت فیزیکی در نظر گرفته شده به صورت زیر است. ما فرض می‌کنیم که در لحظه $t = t_0$ برانگیختگی مدهای $(\hat{C}_\mu^+, \hat{C}_\mu^-)$ حمام شروع می‌شود و حالت آن به یک حالت غیر پایدار تبدیل می‌شود و حمام نیز یک حمام غیر تعادلی خواهد شد. ما فرض می‌کنیم اثرات واکنش مدهای سیستم روی مدهای حمام کوچک است به طوری که بتوان از آن صرف نظر کرد. از حل معادله (۸) درغیاب تقریب موج چرخان داریم:

$$\hat{C}_\mu(t) = \hat{C}_\mu^S(t) + \hat{C}_\mu(t_0) e^{-i\Omega_\mu(t-t_0)} - ig_\mu \int_{t_0}^t dt' e^{-i\Omega_\mu(t-t_0)} \hat{a}(t'), \quad (25)$$

جمله اول سمت راست معادله فوق درغیاب جفت شدگی مدهای سیستم نشان دهنده یک جواب پایدار (برای زمان‌های بزرگ) به شکل زیر است:

$$\hat{C}_\mu^S(t) = \hat{C}_\mu^S e^{-i[\Omega_\mu(t-t_0) + \varphi_\mu^S]}, \quad (26)$$

در اینجا دامنه \hat{C}_μ^S (عملگر) و فاز φ_μ^S (عدد) فرض می‌شوند که توزیع بی‌نظم دارند. ماهیت بی‌نظم بودن \hat{C}_μ^S به روش زیر قابل درک است. اولاً در غیاب جفت شدگی g_μ ، معادله (۲۳) جواب زیر را دارد:

$$\hat{C}_\mu(t) = \hat{C}_\mu(t_0) e^{-i\Omega_\mu(t-t_0)} + e^{-i\Omega_\mu(t-t_0)} \int_{t_0}^t dt' f_\mu(t') e^{i\Omega_\mu(t'-t_0)}, \quad (27)$$

در حالت پایا به دلیل این که جمله اول نوسانات سریع دارد از آن صرف‌نظر می‌کنیم. ثانیاً جمله دوم به علت حضور $f_\mu(t)$ نوساناتی نامنظم دارد. با جایگزینی رابطه (۹) در رابطه بالا

تعادلی وجود می‌آید. در واقع فوتون‌های مجازی در قسمت قبل باعث حذف جمله واهلش در حافظه می‌شود. همچنین $\hat{Z}(t)$ عمگرنوفه برای مدهای حمام غیر تعادلی است. برای جفت شدگی‌های ضعیف، دو جمله اول طرف راست معادله (۳۰) را می‌توان به شکل زیر ساده کرد:

$$\hat{A}(t) \int d\Omega \rho(\Omega) g_{\mu}^{\gamma}(\Omega) \int_{t_0}^{\infty} d\tau e^{i(\omega_0 - \Omega)\tau}, \quad (35)$$

$$\hat{A}(t) \int d\Omega \rho(\Omega) g_{\mu}^{\gamma}(\Omega) \int_{t_0}^{\infty} d\tau e^{i(\omega_0 + \Omega)\tau}, \quad (36)$$

در اینجا جمع روی مدهای حمام را به انتگرال تبدیل کرده‌ایم و $\rho(\Omega)$ چگالی مدهای حمام غیر تعادلی است. بعد از انتگرال‌گیری روی Ω ، به معادله لانژون زیر می‌رسیم.

$$\dot{\hat{A}}(t) = -\Gamma \hat{A}(t) + \hat{Z}(t), \quad (37)$$

در اینجا داریم:

$$\Gamma = \pi g_{\mu}^{\gamma}(\omega_0) \rho(\omega_0), \quad (38)$$

که Γ ثابت اتلاف است و در حدی که $\gamma_{\mu\mu}^C$ بسیار کوچک باشد به جهت افت و خیزهای حمام غیر تعادلی به وجود می‌آید. با استفاده از رابطه (۳۴) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \rangle = & \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\langle \hat{C}_{\mu}^{+S} C_{\mu}^S \rangle_{NR} + \right] e^{i(\Omega_{\mu} - \omega_0)(t-t')} + \\ & \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\langle \hat{C}_{\mu}^+(t_0) C_{\mu}(t_0) \rangle \right] e^{i(\Omega_{\mu} - \omega_0)(t-t')} + \\ & + \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\langle \hat{C}_{\mu}^{+S} C_{\mu}^S \rangle_{NR} + \right] e^{-i(\Omega_{\mu} + \omega_0)(t-t')} + \\ & + \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\langle \hat{C}_{\mu}^+(t_0) C_{\mu}(t_0) \rangle \right] e^{-i(\Omega_{\mu} + \omega_0)(t-t')}, \end{aligned} \quad (39)$$

تعداد متوسط فوتون‌های غیر تعادلی توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\bar{n}(\Omega_{\mu}, t_0) = \langle \hat{C}_{\mu}^+(t_0) \hat{C}_{\mu}(t_0) \rangle_{NR}, \quad (40)$$

که t_0 نشان دهنده وابستگی تعداد متوسط فوتون‌ها به حالت اولیه است. تعداد متوسط فوتون‌ها در حالت پایا توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\bar{n}(\Omega_{\mu}) = \langle \hat{C}_{\mu}^S + \hat{C}_{\mu}^S \rangle_{NR}, \quad (41)$$

در اینجا $\langle \hat{O}(t) \rangle_{NR}$ به مفهوم $\langle \hat{O}(t) \hat{\rho}_C \rangle$ است که $\hat{\rho}_C$ ماتریس چگالی اولیه حمام غیر تعادلی است و

$$\begin{aligned} \hat{C}_{\mu}(t) = & \hat{C}_{\mu}^S(t) + \hat{C}_{\mu}(t_0) e^{(-i\Omega_{\mu} - \gamma_{\mu\mu}^C)(t-t_0)} - \\ & i g_{\mu}^{\gamma} \int_{t_0}^t dt' e^{(-i\Omega_{\mu} - \gamma_{\mu\mu}^C)(t-t')} \hat{a}(t'), \end{aligned} \quad (29)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود معادله حاکم بر \hat{C}_{μ} در حضور تقریب موج چرخان یک معادله نوسانی-اتلافی خواهد بود. با جای‌گذاری معادله (۲۵) در معادله (۲) برای عملگر کند تغییر $\hat{A}(t)$ داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{A}}(t) = & - \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \int_{t_0}^t dt' e^{i(\omega_0 - \Omega_{\mu})(t-t')} \hat{A}(t') + \\ & \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \int_{t_0}^t dt' e^{i(\omega_0 + \Omega_{\mu})(t-t')} \hat{A}(t') + \hat{Z}(t), \end{aligned} \quad (30)$$

که

$$\begin{aligned} \hat{Z}(t) = & -i \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\hat{C}_{\mu}^S + C_{\mu}(t_0) e^{-i\Omega_{\mu}(t-t_0)} \right] e^{i\omega_0(t-t_0)} - \\ & i \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\hat{C}_{\mu}^{+S} + \hat{C}_{\mu}^+(t_0) e^{i\Omega_{\mu}(t-t_0)} \right] e^{i\omega_0(t-t_0)}, \end{aligned} \quad (31)$$

معادله (۳۰) یک معادله غیرمارکوفی است که اثرات حافظه در عملگر سیستم $\hat{A}(t)$ ، که خود نیز وابسته به زمان t' است، ظاهر شده است. اگر از تقریب موج چرخان استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{A}}(t) = & - \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \int_{t_0}^t dt' e^{i(\omega_0 - \Omega_{\mu})(t-t')} e^{-i\gamma_{\mu\mu}^C(t-t')} \hat{A}(t') + \hat{Z}(t), \end{aligned} \quad (32)$$

در اینجا داریم:

$$\hat{A}(t) = \hat{a}(t) e^{-i\omega_0(t-t_0)}, \quad (33)$$

$$\hat{Z}(t) = -i \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\hat{C}_{\mu}^S + C_{\mu}(t_0) e^{(-i\Omega_{\mu} - \gamma_{\mu\mu}^C)(t-t_0)} \right] e^{i\omega_0(t-t_0)}, \quad (34)$$

مشاهده می‌شود که معادله لانژون حاکم بر عملگر نابودی نوسانگر هماهنگ در حضور و در غیاب تقریب موج چرخان، یک معادله نوسانی-اتلافی خواهد بود. همچنین در حالت با تقریب موج چرخان در حافظه یک جمله اضافی به صورت $e^{-i\gamma_{\mu\mu}^C(t-t')}$ ظاهر می‌شود که به دلیل واهلش مدهای حمام حرارتی غیر تعادلی ناشی از جفت شدگی با حمام حرارتی

همان طور که دیده می شود برای حالت با تقریب موج چرخان، ضریب پخش در هر لحظه با مقدار اولیه متفاوت خواهد بود و نسبت به زمان متحول خواهد شد. همچنین داریم:

$$\left\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \right\rangle_{NR} = \left\{ \Gamma \bar{n}(\omega_*) + [D(t_*) - \Gamma \bar{n}(\omega_*)] e^{-\gamma(t-t_*)} \right\} \delta(t-t'), \quad (50)$$

معادله (۴۹) به صورت یک معادله نوسانی-اتلافی است. نوسانات لحظه ای حمام غیر تعادلی به دلیل اتلاف انرژی سیستم (که به خاطر حضور Γ است) صورت می گیرد. ماهیت عدم تعادل حمام به واسطه شرایط اولیه در نظر گرفته شده است که باعث ایجاد یک ضریب پخش اولیه $D(t_*)$ و یک جمله فرو افت نمایی می شود. در حد زمان های بزرگ، معادله فوق تبدیل به یک معادله نوسانی-اتلافی معمولی برای حمام غیر تعادلی می شود. حال از معادله (۴۸) استفاده می کنیم و چگالی انرژی مدهای حمام غیر تعادلی را در حالت بدون تقریب موج چرخان به دست می آوریم. چگالی انرژی متناسب با طیف توان متمرکز شده حول بسامد ω_* از رابطه زیر به دست می آید $[\hbar = 1]$:

$$\begin{aligned} u(\Omega, t) &= \frac{\Omega}{\gamma \Gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \left\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t+\tau) \right\rangle e^{i(\Omega-\omega_*)\tau} \\ &= \frac{1}{\gamma} \Omega \bar{n}(\Omega) + \left[u(\Omega, t_*) - \frac{1}{\gamma} \Omega \bar{n}(\Omega) \right] \\ &= u(\Omega, t_*), \end{aligned} \quad (51)$$

همان طور که مشاهده می شود در حالت بدون تقریب موج چرخان، چگالی انرژی در هر لحظه با مقدار اولیه خود برابر است. در اثر حضور جملات پاد چرخان و فوتون های مجازی، چگالی انرژی نسبت به زمان متحول نخواهد شد و مثل ضریب پخش همواره در حالت پایا است. در حالت با تقریب موج چرخان داریم:

$$\begin{aligned} u(\Omega, t) &= \frac{\Omega}{\gamma \Gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \left\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t+\tau) \right\rangle e^{i(\Omega-\omega_*)\tau} \\ &= \frac{1}{\gamma} \Omega \bar{n}(\Omega) + e^{-\gamma(t-t_*)} \left[u(\Omega, t_*) - \frac{1}{\gamma} \Omega \bar{n}(\Omega) \right], \end{aligned} \quad (52)$$

نوسانات در عملگر نوفه $\hat{Z}(t)$ وابسته به حالت های غیر تعادلی، نوسانگرهای حمام و چگالی انرژی $u(\Omega, t)$ است. به عبارت دیگر توزیع چگالی انرژی غیر تعادلی مدهای نوسانی

توسط رابطه زیر تعریف می شود:

$$\hat{\rho}_C = \prod_{\mu} \exp \left(\frac{-\Omega_{\mu} \hat{C}_{\mu}^+ \hat{C}_{\mu}}{KT} \right) \left[1 - \exp \left(\frac{\Omega_{\mu}}{KT} \right) \right], \quad (42)$$

اگر از تقریب موج چرخان استفاده کنیم با استفاده از معادله (۳۴) به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \left\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \right\rangle_{NR} &= \sum_{\mu} g_{\mu}^{\gamma} \left[\left\langle \hat{C}_{\mu}^{+S} C_{\mu}^S \right\rangle_{NR} e^{i(\Omega_{\mu}-\omega_*)(t-t')} + \left\langle \hat{C}_{\mu}^+(t_*) C_{\mu}(t_*) \right\rangle e^{i(\Omega_{\mu}-\omega_*)(t-t')} e^{\gamma \Gamma_{\mu\mu}^c \omega_*} e^{-\Gamma_{\mu\mu}^c (t-t')} \right], \end{aligned} \quad (43)$$

با تبدیل جمع به انتگرال در معادله (۳۹) برای حالت بدون تقریب موج چرخان داریم:

$$\left\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \right\rangle_{NR} = \gamma \left[\Gamma \bar{n}(\omega_*) + \Gamma \bar{n}(\omega_*, t_*) \right] \delta(t-t'), \quad (44)$$

با تبدیل جمع به انتگرال در معادله (۴۴) و جای گذاری γ به جای $\gamma_{\mu\mu}^c$ ، برای حالت با تقریب موج چرخان داریم:

$$\left\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \right\rangle_{NR} = \left[\Gamma \bar{n}(\omega_*) + e^{-\gamma(t-t_*)} \Gamma \bar{n}(\omega_*, t_*) \right] \delta(t-t'), \quad (45)$$

حال می توانیم $\Gamma \bar{n}(\omega_*, t_*)$ را بر حسب انحراف از حالت پایا $\Gamma \bar{n}(\omega_*)$ به صورت زیر بیان کنیم:

$$\Gamma \bar{n}(\omega_*, t_*) = D(t_*) - \Gamma \bar{n}(\omega_*), \quad (46)$$

همچنین ضریب پخش وابسته به زمان $D(t)$ را به صورت زیر معرفی می کنیم:

$$\begin{aligned} D(t) &= \Gamma \bar{n}(\omega_*) + [D(t_*) - \Gamma \bar{n}(\omega_*)] \\ &= D(t_*), \end{aligned} \quad (47)$$

همان طور که دیده می شود برای حالت بدون تقریب موج چرخان، ضریب پخش در هر لحظه با مقدار اولیه برابر است. در واقع فوتون های مجازی و جملات پاد چرخان باعث می شود ضریب پخش در حالت پایا باشد و همچنین داریم:

$$\begin{aligned} \left\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \right\rangle_{NR} &= \left\{ \Gamma \bar{n}(\omega_*) + [D(t_*) - \Gamma \bar{n}(\omega_*)] \right\} \delta(t-t') = \\ &= D(\omega_*) \delta(t-t'), \end{aligned} \quad (48)$$

در حضور تقریب موج چرخان برای ضریب پخش $D(t)$ داریم:

$$D(t) = \Gamma \bar{n}(\omega_*) + [D(t_*) - \Gamma \bar{n}(\omega_*)] e^{-\gamma(t-t_*)}, \quad (49)$$

هماهنگ است یک الگوی مناسب برای میدان اپتیکی است و به طور گسترده از طیف نوفه سفید استفاده می شود. به علاوه به دلیل این که $\sum_{\mu} g_{\mu}^2 \bar{n}_{\mu}$ کند تغییر است و جمع در معادله (۴۳) یک بیشینه در $\Omega_{\mu} = \omega_{\mu}$ دارد می توانیم جمع را به انتگرال تبدیل کنیم و معادله (۵۰) را به دست آوریم. از مباحث فوق می توان در به دست آوردن ضریب نشر خود به خودی انشتین یا نسبت فرو افت و یگنر- و اسکوف که مدهای سیستم یک بسامد مشخصه ω_{μ} دارند استفاده کرد. بنا بر این اگر چه ما می توانیم طیف نوفه را رنگی در نظر بگیریم که پیامد آن وابستگی بسامد به یک ثابت نرخ است با این وجود همانند قبل فرض می کنیم حمام گرمایی پهن شدگی طیفی دارد و زمان واهلش آن $\frac{1}{\gamma}$ است. در واقع یکی از اهداف اصلی این تحقیق بررسی واهلش ثانویه سیستم روی جنبش اولیه مدهای سیستم است. در این قسمت بر اساس روابط کوانتوم اپتیک، کلی ترین شکل معادله نوسانی- اتلافی برای سیستم های غیر تعادلی را به دست آوردیم.

۴. فرو افت مدهای سیستم، تقریب ویگنر- و اسکوف

در این قسمت جوابی برای معادله دیفرانسیل- انتگرال هایزنبرگ- لائزون (معادله ۲۸) برای مدهای سیستم که با حمام غیر تعادلی جفت شده اند، تحت تقریب ویگنر- و اسکوف به دست می آوریم. اگر از دو طرف معادله (۲۸) تبدیل لاپلاس بگیریم در غیاب تقریب موج چرخان داریم.

$$\bar{A}(s) = \frac{\hat{a}(\omega) + \bar{Z}(s)}{s + \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^2}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_{\mu})} - \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^2}{s - i(\Omega_{\mu} + \omega_{\mu})}}, \quad (54)$$

که

$$\bar{A}(s) = \int_0^{\infty} dt \hat{A}(t) e^{-st}, \quad (55)$$

$$\bar{Z}(s) = \int_0^{\infty} dt \hat{Z}(t) e^{-st}, \quad (56)$$

وابسته به ضریب اتلاف این مدها است و دیگر در حالت پایا نخواهد بود و نسبت به زمان متحول خواهد شد. صورت کلاسیکی معادله بالا در حد دماهای بالا $(\bar{n}(\Omega) = \frac{1}{e^{\frac{\Omega}{kT}} - 1} \cong \frac{\Omega}{kT})$ به صورت زیر خواهد بود:

$$u(\Omega, t) = \frac{1}{\gamma} kT + e^{-\gamma(t-t_0)} \left[u(\Omega, t_0) - \frac{1}{\gamma} kT \right], \quad (53)$$

به دلیل این که شکل کلاسیکی معادله نوسانی- اتلافی غیر تعادلی که از روش های کلاسیکی به دست می آید دقیقاً با معادله (۵۳) یکسان است بنابراین معادله (۵۳) دلیلی بر صحت معادله (۵۲) است. نکته دیگری که باید در معادله (۵۲) به آن تأکید کنیم مفهوم یک حمام غیر تعادلی است که تابع توزیع بسامدی مدهای حمام تابعی از زمان است و اصولاً باید به دنبال یک سازگار با نظریه دینامیک کوانتومی بود. در اینجا ما یک روش جایگزین را دنبال کرده ایم. به دلیل این که ما در تصویر هایزنبرگ کار می کنیم دانستن ماتریس چگالی کل اولیه محیط (شامل حمام حرارتی تعادلی و غیر تعادلی) برای توصیف کامل دینامیک سیستم و محاسبه تابع همبستگی کافی است. دلیل اساسی طبیعت غیر تعادلی حمام نوسانات، توزیع چگالی انرژی وابسته به زمان $u(\Omega, t)$ است. اثرات برانگیختگی اولیه باعث یک تابع چگالی انرژی اولیه $u(\Omega, 0)$ می شود که با مقدار تعادلی آن متفاوت است. در واقع این یک انحراف از حالت تعادل است. همه موارد بالا در مورد معادله نوسانگر - اتلافی غیر تعادلی کلاسیکی نیز صادق است. قبل از این که این قسمت را به پایان ببریم چند نکته مهم را بیان می کنیم. اولاً در به دست آوردن رابطه (۴۸) فرض کرده ایم $\hat{Z}(t)$ در محدوده زمانی همبستگی مدهای حمام حرارتی ثابت است. ثانیاً نظریه ارائه شده در بالا بر اساس موقعیت کوانتوم اپتیکی خاص در نظر گرفته شده است. به طور کلی همان طور که در مراجع [۵۱ و ۵۲] نشان داده شده است نوفه یک حمام حرارتی دردمای پایین، یک نوفه سفید نخواهد بود. اغلب با چنین حالتی در فیزیک ماده چگال و فیزیک شیمی در سیستم های پیچیده روبرو می شویم. همچنین در مسائل کوانتوم اپتیک، حمام حرارتی که شامل تعداد زیادی نوسانگر

$$\bar{A}(s) = \frac{\hat{a}(s) + \bar{Z}(s)}{s + \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^{\gamma}}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_0) + \gamma_{\mu\mu}^c}}, \quad (62)$$

که

$$\bar{Z}(s) = -i \sum_{\mu} g_{\mu} C_{\mu}(s) \frac{1}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_0) + \gamma_{\mu\mu}^c}, \quad (63)$$

در این حالت معادله (۵۸) به صورت زیر درمی آید:

$$\frac{1}{\Delta} = \left(s + \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^{\gamma}}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_0) + \gamma_{\mu\mu}^c} \right)^{-1}, \quad (64)$$

با استفاده از تقریب ویگنر-ویسکوف داریم:

$$\Delta(s) - s \cong \lim_{s \rightarrow \infty} \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^{\gamma}}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_0) + \gamma_{\mu\mu}^c} = \gamma^W + i\delta\omega, \quad (65)$$

که

$$\gamma^W = \int d\Omega \rho(\Omega) g^{\gamma}(\Omega) \frac{\gamma}{(\Omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}, \quad (66)$$

$$\delta\omega = \int d\Omega \rho(\Omega) g^{\gamma}(\Omega) \frac{\Omega - \omega_0}{(\Omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}, \quad (67)$$

بر خلاف مورد بدون تقریب موج چرخان، پهنای خط $\gamma^W \neq 0$ وابستگی پهنای خط و جابه‌جایی بسامد به ثابت اتلاف γ نشان می‌دهد که این دو پارامتر به دلیل واهلش حمام غیر تعادلی ناشی از برهم‌کنش با حمام حرارتی تعادلی ایجاد می‌شوند. در حد $\gamma \rightarrow 0$ معادلات فوق به ثابت فرو افت معمولی و جابه‌جایی ترازها تبدیل می‌شود. برای مثال داریم:

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} \gamma^W = \Gamma, \quad (68)$$

با تبدیل معکوس لاپلاس از دو طرف معادله (۵۴) درحالت بدون تقریب موج چرخان، به دست می‌آوریم:

$$\hat{A}(t) = \hat{a}(t) e^{-i\delta\omega t} - \sum_{\mu} g_{\mu} \hat{C}_{\mu}(t) \frac{1 - e^{-i(\Omega_{\mu} - \omega_0 - \delta\omega)t}}{\omega_0 - \Omega_{\mu} + \delta\omega}, \quad (69)$$

با تبدیل معکوس لاپلاس از دو طرف معادله (۶۲) درحضور تقریب موج چرخان به دست می‌آوریم:

یا می‌توان نوشت:

$$\bar{Z}(s) = -i \sum_{\mu} g_{\mu} C_{\mu}(s) \left[\frac{1}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_0)} + \frac{1}{s - i(\Omega_{\mu} + \omega_0)} \right], \quad (57)$$

از این واقعیت استفاده کرده‌ایم که دامنه و فاز $\hat{C}_{\mu}^s(s)$ کاتوره‌ای است. همچنین از $\hat{A}(s) = \hat{a}(s)$ استفاده کرده‌ایم و فرض کرده‌ایم $t_0 = 0$. حال تابع Δ را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$\frac{1}{\Delta} = \left(s + \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^{\gamma}}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_0)} + \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^{\gamma}}{s + i(\Omega_{\mu} + \omega_0)} \right)^{-1}, \quad (58)$$

برای برهم‌کنش ضعیف، تقریب صفرم به این صورت است که اگر $s = 0$ باشد داشته باشیم $\Delta = 0$. تقریب بعدی قرار دادن $s = 0$ در منحنی جملات مجموع یابی در رابطه (۵۸) است. به عبارت دیگر تحت تقریب ویگنر-ویسکوف اولین جابه‌جایی درقطب‌های ساده را محاسبه می‌کنیم که تقریباً توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\Delta(s) - s \cong \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^{\gamma}}{s + i(\Omega_{\mu} - \omega_0)} + \sum_{\mu} \frac{g_{\mu}^{\gamma}}{s + i(\Omega_{\mu} + \omega_0)} \right) = \gamma^W + i\delta\omega, \quad (59)$$

که γ^W و $\delta\omega$ کمیت‌های حقیقی هستند و داریم:

$$\gamma^W = 0, \quad (60)$$

$$\delta\omega = \int \frac{d\Omega \rho(\Omega) g^{\gamma}(\Omega)}{\Omega - \omega_0}, \quad (61)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود درغیاب تقریب موج چرخان، پهنای خط صفر است ($\gamma^W = 0$) و پهن‌شدگی طیفی نخواهیم داشت ولی جابه‌جایی بسامد $\delta\omega$ غیر صفر است. در واقع فوتون‌های مجازی باعث صفر شدن پهنای خط می‌شود و ثابت اتلاف γ در اینجا نقشی ندارد. درحضور تقریب موج چرخان، با گرفتن تبدیل لاپلاس از دو طرف معادله (۳۳) داریم:

کوانتومی اتلاف که در این قسمت مطرح شد، ما بحث را به طیف بسامد مدهای میدان تابشی محدود کرده‌ایم. در فیزیک حالت جامد چگالی حالت‌ها را از نوع دبی که یک بسامد قطع ω_c دارد در نظر می‌گیرند. در الکترو دینامیک کوانتومی به دلیل وجود شرایط مرزی، چگالی حالت‌ها متفاوت خواهد بود.

۵. طیف وابسته به زمان مدهای کاواک در حضور

حمام غیر تعادلی

یک پیامد مهم رابطه نوسانی - اتلافی غیر تعادلی (۴۸) وابستگی زمانی ثابت پخش است. بنابراین این انتظار وجود دارد که این وابستگی زمانی در طیف نوفه مدهای سیستم ظاهر شود. به این منظور در این قسمت وابستگی زمانی طیف مدهای کاواک را که با یک حمام غیر تعادلی جفت شده است بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم که این وابستگی باعث فرو افت مدهای سیستم با ثابت فرو افت Γ می‌شود. به طور کلی ما طیف را با استفاده از معادله لانژون برای مدهای میدان کوانتومی که با یک محیط با بهره $\alpha(t)$ در حال تراکنش است به دست می‌آوریم. به طور کلی بهره $\alpha(t)$ عملگری است که با عملگر تعداد $\hat{A}^+(t)\hat{A}(t)$ اشباع می‌شود [صفحه ۴۶۷ مرجع ۵۴]. معادله لانژون در این حالت به صورت زیر است:

$$\dot{\hat{A}}(t) = -(\Gamma + i\delta - \alpha)\hat{A}(t) + \hat{Z}(t), \quad (۷۳)$$

$\hat{A}(t)$ و $\hat{Z}(t)$ به ترتیب عملگرهای کند تغییر نابودی و نوفه هستند. به طور کلی از معادله (۷۰) می‌توان برای اشباع یک لیزر که شامل یک اتم دو ترازوی و یک محیط نیمه هادی است استفاده کرد. در اینجا $\delta (= \omega_c - \nu)$ وادیندگی^۱ است که در واقع اختلاف بین بسامد مدهای نوسانگر ν و بسامد تشدید کاواک ω_c است و α نیز ضریب بهره است که فرض می‌کنیم یک عدد حقیقی باشد ($\Gamma > \alpha$). $\hat{Z}(t)$ عملگر نوفه است که در حالت بدون تقریب موج چرخان به صورت زیر است:

$$\hat{Z}(t) = -i \sum_{\mu} g_{\mu} \left[\hat{C}_{\mu}^S + C_{\mu}(t_0) e^{(-i\Omega_{\mu} - i\nu)(t-t_0)} \right] -$$

$$\hat{A}(t) = \hat{a}(t) e^{-(\gamma^w + i\delta\omega)t} - \frac{e^{-\gamma t} e^{-i(\Omega_{\mu} - \omega_c)t} \left[1 - e^{-(\gamma^w - \gamma)t} e^{i(\Omega_{\mu} - \omega_c - \delta\omega)t} \right]}{(\omega_c - \Omega_{\mu} + \delta\omega) - i(\gamma^w - \gamma)}, \quad (۷۰)$$

توجه داریم که در به دست آوردن γ^w و $\delta\omega$ فرض کردیم برهم کنش ضعیف باشد و چگالی مدهای حمام غیر تعادلی $\rho(\Omega)$ یک تابع هموار است. در واقع روابط فوق نشان می‌دهند حتی هنگامی که برهم کنش ضعیف است و می‌توان از تقریب موج چرخان استفاده کرد جملات پاد چرخان اثرات مهمی روی پهنای خط طیفی و جابه‌جایی بسامد دارند. به دلایل مشابه و فرض این که جملات تصحیحی در معادله (۶۹) کوچک باشد می‌توان $\hat{A}(t)$ را به صورت زیر نوشت:

$$\hat{A}(t) = \hat{a}(t) e^{-(\gamma^w + i\delta\omega)t} + \chi(\omega_c) \hat{C}_{\omega_c}(\omega_c) \left[e^{-\gamma t} - e^{-(\gamma^w + i\delta\omega)t} \right], \quad (۷۱)$$

که $\chi(\omega_c)$ توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\chi(\omega_c) = \left[\frac{g(\omega_c) \rho(\omega_c)}{\delta\omega - i(\gamma^w - \gamma)} \right], \quad (۷۲)$$

بنابراین تحول اولیه مدهای سیستم (نوسانگر هماهنگ) به واهلش ثانویه نوسانگرهای حمام غیر تعادلی وابسته است. معادله (۶۶) برای γ^w در واقع اصلاح دینامیکی ثابت فرو افت ویگنر-ویسکوف است؛ زیرا به دلیل وابستگی به γ نشان دهنده اثرات جفت شدگی حمام‌های غیر تعادلی و تعادلی است. در مرجع [۵۳] اصلاح ثابت نشر خود به خودی از طریق تغییرات مناسب در مدهای خلأ در کاواک انجام شده است. در حالی که در مسائل الکترو دینامیکی هفتاد و هفت شرایط مرزی متفاوت در نظر گرفته می‌شود اصلاح معرفی شده در اینجا تغییر در رفتار دینامیکی سیستم است؛ زیرا که اثرات واهلش حمام غیر تعادلی را ناشی از برهم‌کنش با مدهای سیستم را نشان می‌دهد. همچنین این انتظار وجود دارد که در این شرایط جدید به طور همزمان نرخ فرو افت اتمی نیز تغییر کند. قبل از این که این بحث را به پایان ببریم به این نکته اشاره می‌کنیم که در نظریه

فلوئورسانس تشدید [۵۵] و میکرو لیزر [۵۶] مورد استفاده قرار گرفته است. طیف وابسته به زمان یا طیف فیزیکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(t, \omega, W) = 2W \operatorname{Re} \int dt_{\tau} e^{-W(t-t_{\tau})} \int d\tau e^{\left(\frac{W}{\tau} - i\Delta\right)\tau} \langle \hat{A}^+(t_{\tau} + \tau) \hat{A}(t_{\tau}) \rangle, \quad (79)$$

که t زمان سپری شده بعد از برهم‌کنش اولیه در لحظه $t = t_0 (= 0)$ بین سیستم و حمام حرارتی است، W پهنای طیف تداخل سنج است و $\Delta (= \omega - \nu)$ وادیدگی یا جابه‌جایی بسامد خط مرکزی تداخل سنج فابری- پرو از بسامد میدان ω است. معادله (۷۹) یک انتگرال دو گانه است. انتگرال اولی روی زمان همبستگی گرفته می‌شود و همانند باند طیف وینر- خانچین حدود آن به عرض وسیله اندازه‌گیری محدود می‌شود. انتگرال دومی روی زمان t_{τ} که در تابع همبستگی ظاهر شده است و باعث غیر پایا شدن آن شده است گرفته می‌شود. ظاهر شدن پهنای دستگاه در انتگرال دومی باعث محدودیت در مقیاس زمانی این غیر پایایی می‌شود. به دلیل این که تحول زمانی سیستم توسط رابطه (۷۳) داده می‌شود می‌توان از نظریه رگرسیون کوانتومی برای تابع همبستگی دو زمانه استفاده کرد:

$$\langle \hat{A}^+(t + \tau) \hat{A}(t) \rangle = e^{-(\Gamma - i\delta - \alpha)t} \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle, \quad (80)$$

تأکید می‌کنیم که t در معادله (۸۰) یا t_{τ} در معادله (۷۹) زمان‌های غیر ثابتی هستند. بنابراین ما برای دو حالت بدون و با تقریب موج چرخان، وابستگی زمانی $\langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle$ را با استفاده از رابطه انشتین به دست می‌آوریم (در پیوست الف توضیحات آورده شده است). در حالت بدون تقریب موج چرخان داریم:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = -\gamma(\Gamma - \alpha) \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle + \gamma \Gamma \bar{n} (1+r), \quad (81)$$

در اینجا تعریف کرده‌ایم:

$$r = \frac{D(0)}{D(\infty)} - 1, \quad (82)$$

$$i \sum_{\mu} g_{\mu} \left[\hat{C}_{\mu}^{+S} + \hat{C}_{\mu}^+(t_0) e^{(i\Omega_{\mu} - i\nu)(t-t_0)} \right], \quad (74)$$

عملگر نوفه خواص زیر را دارد:

$$\langle \hat{Z}(t) \rangle_{NR} = 0, \quad (75)$$

$$\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \rangle_{NR} = D(t_0) \delta(t-t'), \quad (76)$$

اگر تقریب موج چرخان استفاده کنیم داریم:

$$\hat{Z}(t) = -i \sum_{\mu} g_{\mu} \left[\hat{C}_{\mu}^S + C_{\mu}(t_0) e^{(-i\Omega_{\mu} - i\nu - \gamma_{\mu}^C)(t-t_0)} \right], \quad (77)$$

در اینجا رابطه (۷۳) برقرار است ولی رابطه (۷۶) به صورت زیر در می‌آید:

$$\langle \hat{Z}^+(t) \hat{Z}(t') \rangle_{NR} = \left\{ \Gamma \bar{n} + [D(t_0) - \Gamma \bar{n}] e^{-\gamma(t-t_0)} \right\} \delta(t-t'), \quad (78)$$

در این حالت چون با یک وضعیت غیر پایا مواجه هستیم استفاده از یک طیف حالت استاندارد پایا قابل استفاده نیست. بنابراین ما یک طیف ناپایدار یا به اصطلاح یک طیف فیزیکی را برای مدهای کاواک در نظریه گیریم و بررسی مان را متمرکز می‌کنیم روی طیفی که حاصل برانگیختگی نزدیک تشدید است. دلیل اصلی برای مطالعه طیف وابسته به زمان این است که طیف توان که در نظریه وینر- کیتچین معرفی شده است در حالت غیر پایا قابل استفاده نیست. اگرچه در بررسی‌های قبلی از مدل طیف وابسته به زمان پیچ و لمپارد به طور گسترده استفاده شده است ولی این مدل طیف ایرادهای اساسی دارد (به عنوان مثال می‌تواند منفی باشد). ابریلی و وودکیویچ نشان دادند که می‌توان از آهنگ شمارش یک آشکارساز نوری برای تعریف یک طیف وابسته به زمان یا یک طیف فیزیکی استفاده کرد. این اجازه می‌دهد که اثرات تجزیه طیف (برای مثال تداخل سنج فابری- پرو) ظاهر شود به طوری که محدودیت باند دستگاه اندازه‌گیری به شکل مناسب گنجانده شود که این نیز باعث می‌شود طیف ابهامات و خصوصیات غیر فیزیکی قبلی را نداشته باشد. همچنین تأکید [۵۵] شده است وقتی عرض W به اندازه کافی کوچک باشد طوری که $W \ll \Gamma$ ، طیف ظاهر شده از نظر کیفی کاملاً مشابه وینر- خانچین خواهد بود. این طیف قبلاً در مورد

از حل معادله (۸۲) داریم:

$$\langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = e^{-\gamma(\Gamma-\alpha)t} \langle \hat{A}^+(\infty) \hat{A}(\infty) \rangle + \Gamma \bar{n}(\omega_0) \left[\frac{1}{\Gamma-\alpha} - \frac{(1+r)}{\Gamma-\alpha} e^{-\gamma(\Gamma-\alpha)t} + \frac{r}{\Gamma-\alpha} \right], \quad (83)$$

با استفاده از معادله (۸۱) در حالت پایا داریم:

$$(\Gamma-\alpha) \langle \hat{A}^+(\infty) \hat{A}(\infty) \rangle = \Gamma \bar{n}, \quad (84)$$

با قراردادن $\langle \hat{A}^+(\infty) \hat{A}(\infty) \rangle = N$ در معادلات (۸۳ و ۸۴) به دست می‌آوریم:

$$\bar{n} = \frac{\Gamma-\alpha}{\Gamma} N, \quad (85)$$

$$\langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = N (1 - rke^{-\gamma at} + r), \quad (86)$$

که $a = \Gamma - \alpha$. از ترکیب روابط (۸۰) و (۸۶) در غیاب تقریب موج چرخان، تابع همبستگی به صورت زیر خواهد شد:

$$\langle \hat{A}^+(t_1 + \tau) \hat{A}(t_1) \rangle = e^{-(\Gamma - i\delta - \alpha)\tau} N (1 - rke^{-\gamma at_1} + r), \quad (87)$$

با قراردادن رابطه فوق در معادله (۸۰) و انتگرال‌گیری روی متغیرهای زمانی t_1, t_2 و سپس محاسبه قسمت حقیقی آن به دست می‌آوریم:

$$S(t, \Delta, W) = \frac{\gamma NW}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} \times \left[\frac{W_-}{W_+} \left\{ (1+kr)e^{-\gamma Wt} - \frac{1}{\gamma} kre^{-\gamma(W+a)t} - \left(1 + \frac{1}{\gamma} kr\right) e^{-\gamma Wt} \right\} + \frac{W_+ W_- + \Delta^\gamma}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} \left\{ 1 + kre^{-\gamma at} \right\} + kre^{-\gamma at} - \frac{(1+kr)\gamma a \Delta}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} e^{W_+ t} \sin \Delta t + \frac{\gamma kar - (W_+ W_- + \Delta^\gamma)}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} e^{-W_+ t} \cos \Delta t \right], \quad (88)$$

در اینجا $W_+ = \frac{W}{\gamma} + (\Gamma - \alpha)$ و $W_- = \frac{W}{\gamma} - (\Gamma - \alpha)$ است و وادیدگی را صفر فرض کرده ایم ($\delta = 0$).

در حد زمان‌های بزرگ ($t \rightarrow \infty$) طیف به مقدار پایای زیر می‌رسد:

$$S(\Delta, W) = \frac{\gamma NW}{\left\{ \frac{W}{\gamma} - (\Gamma - \alpha) \right\}^\gamma + \Delta^\gamma} \left[\frac{\left(\frac{W}{\gamma} \right)^\gamma - (\Gamma - \alpha)^\gamma + \Delta^\gamma}{\left\{ \frac{W}{\gamma} + (\Gamma - \alpha) \right\}^\gamma + \Delta^\gamma} \right], \quad (89)$$

اگر از تقریب موج چرخان استفاده کنیم معادلات (۸۸)، (۸۶)، (۸۳) و (۸۱) به ترتیب صورت زیر در می‌آیند:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = -\gamma(\Gamma-\alpha) \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle + \gamma \Gamma \bar{n} (1 + re^{-\gamma t}), \quad (90)$$

$$\langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = e^{-\gamma(\Gamma-\alpha)t} \left[\langle \hat{A}^+(\infty) \hat{A}(\infty) \rangle + \frac{\frac{1}{\Gamma-\alpha} - \frac{(1+r)(\Gamma-\alpha)-r}{(\Gamma-\alpha)(\Gamma-\alpha-\gamma)} e^{-\gamma(\Gamma-\alpha)t}}{re^{-\gamma t}} \right], \quad (91)$$

$$\langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = N (1 - rke^{-\gamma at} + rke^{-\gamma t}), \quad (92)$$

که $k = \frac{a}{a-\gamma}$.

$$S(t, \Delta, W) = \frac{\gamma NW}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} \times \left[\frac{W_-}{W_+} \left\{ (1+kr)e^{-\gamma Wt} - \frac{1}{\gamma} kre^{-\gamma(W+a)t} - \left(1 + \frac{1}{\gamma} kr\right) e^{-\gamma Wt} \right\} + \frac{W_+ W_- + \Delta^\gamma}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} \left\{ 1 + kre^{-\gamma at} \right\} + kre^{-\gamma at} - \frac{(1+kr)\gamma a \Delta}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} e^{W_+ t} \sin \Delta t + \frac{\gamma kar - (W_+ W_- + \Delta^\gamma)}{W_+^\gamma + \Delta^\gamma} e^{-W_+ t} \cos \Delta t \right], \quad (93)$$

در حد زمان‌های بزرگ ($t \rightarrow \infty$) طیف به همان مقدار پایای معادله (۸۸) خواهد رسید. در واقع برای زمان‌های بزرگ، طیف برای هر دو مورد در حضور و در غیاب تقریب موج چرخان نتیجه یکسانی خواهد داشت. اثر حمام حرارتی غیر تعادلی در زمان‌های کوچک روی طیف به واسطه حضور جملات r و γ بسیار مهم است. $r = \left(\frac{D(0)}{D(\infty)} - 1 \right)$ اثرات شرایط اولیه حمام حرارتی را روی طیف نشان می‌دهد زیرا نشان دهنده اختلاف ضریب پخش در اولیه $D(0)$ و ضریب پخش در زمان‌های طویل $D(\infty)$ است و γ حاوی اطاعات و اهلهش است. همان طور که انتظار می‌رود، در حالت پایا طیف مستقل از r و γ است. دلیلش این که در حد زمان‌های طویل وقتی که

حاکم بر عملگر کند تغییر $\hat{A}(t)$ یک معادله غیرمارکوفی است که اثرات حافظه در عملگر سیستم $\hat{A}(t)$ که خود نیز وابسته به زمان t' است، ظاهر شده است. به علاوه مشاهده کردیم که معادله لانژون حاکم بر عملگر نابودی نوسانگر هماهنگ ساده در حضور و درغیاب تقریب موج چرخان یک معادله نوسانی-اتلافی خواهد بود. همچنین درغیاب موج چرخان مشاهده شد که درحافظه یک جمله اضافی به صورت $e^{-i\gamma_{\mu\mu}^c(t-t')}$ ظاهر می‌شود که به دلیل واهلش مدهای حمام حرارتی غیر تعادلی ناشی از جفت شدگی با حمام حرارتی وجود می‌آید. مشاهده کردیم که معادله حاکم بر عملگر کند تغییر در غیاب و در حضور تقریب موج چرخان به شکل میرایی با ضریب اتلاف (Γ) یکسان خواهد بود ولی توابع نوفه آنها متفاوت است. همان طور ملاحظه کردیم که درغیاب تقریب موج چرخان، ضریب پخش در هر لحظه با مقدار اولیه برابر است در حالی که در حضور تقریب موج چرخان، ضریب پخش در هر لحظه با مقدار اولیه متفاوت خواهد بود و فرو افت نمایی خواهد داشت و دلیل اساسی، طبیعت غیر تعادلی حمام نوسانات توزیع چگالی انرژی وابسته به زمان $u(\Omega, t)$ است. مشاهده کردیم در غیاب تقریب موج چرخان، چگالی انرژی در هر لحظه با مقدار اولیه خود برابر است در حالی که در حضور تقریب موج چرخان، چگالی انرژی فرو افت نمایی خواهد داشت و حد دماهای بالا $(\bar{n}(\Omega) = \frac{1}{\frac{\Omega}{KT} - 1})$ نتایج دقیقاً با نتایج کلاسیکی توافق دارد. در واقع فوتون‌های مجازی و جملات پاد چرخان باعث می‌شوند ضریب پخش و چگالی انرژی همواره در حالت پایا باشند. دیده شد درغیاب تقریب موج چرخان، پهنای خط تبدیل لاپلاس عملگر نوفه $(\bar{Z}(s))$ صفر است $(\gamma^W = 0)$ ولی جابه‌جایی بسامد $\delta\omega$ غیر صفر است در واقع فوتون‌های مجازی باعث صفر شدن پهنای خط می‌شوند و ثابت اتلاف γ در اینجا نقشی ندارد. مشاهده کردیم درغیاب تقریب موج چرخان، تبدیل لاپلاس عملگر نوفه $(\bar{Z}(s))$ غیر صفر است $(\gamma^W \neq 0)$ و وابستگی پهنای خط و جابه‌جایی بسامد به ثابت اتلاف γ نشان می‌دهد که این دو پارامتر به دلیل واهلش حمام

حمام غیر تعادلی به حالت تعادل می‌رسد، سیستم گذشته خود را فراموش کرده و وابستگی به زمان در ضریب پخش حذف می‌شود و طیف به حالت پایا می‌رسد.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی خواص دینامیکی یک نوسانگر هماهنگ در حضور حمام غیر تعادلی درغیاب تقریب موج پرداختیم. مشاهده کردیم در غیاب تقریب موج چرخان، معادله حاکم بر عملگر نابودی حمام حرارت غیر تعادلی یک معادله نوسانی است درحالی که در حالت درحضور تقریب موج چرخان، معادله حاکم بر عملگر نابودی حمام غیر تعادلی یک معادله نوسانی-اتلافی است. در واقع جملات پادچرخان و فوتون‌های مجازی باعث حذف اتلاف از معادله حاکم بر عملگر نابودی حمام غیر تعادلی می‌شود. همچنین درغیاب و در حضور تقریب موج چرخان، مقدار متوسط نوفه نسبت به درجات آزادی حمام حرارتی تعادلی صفر می‌شود. به علاوه مشاهده کردیم که تابع همبستگی نوفه دردمای صفر مطلق $(\bar{N}(\Omega_\nu) = 0)$ درغیاب موج چرخان غیر صفر خواهد بود ولی در حضور تقریب موج چرخان صفر خواهد شد. ملاحظه کردیم که با افزایش دما، تابع همبستگی هم درغیاب و هم در حضور تقریب موج چرخان بزرگ‌تر خواهد شد. به علاوه مشاهده شد به دلیل این که متوسط حرارتی عملگر تعداد همواره یک تابع مثبت است $(\bar{N}(\Omega_\nu) > 0)$ ، تابع همبستگی نوفه درغیاب تقریب موج چرخان نسبت به در حضور تقریب موج چرخان بزرگ‌تر است. در واقع فوتون‌های مجازی باعث بزرگ‌تر شدن تابع همبستگی درغیاب موج چرخان می‌شود. مشاهده کردیم که عملگر نوفه که در معادله حاکم بر عملگر نابودی حمام حرارتی غیر تعادلی $(\hat{C}_\mu(t))$ ظاهر می‌شود درغیاب و در حضور تقریب موج چرخان نوفه سفید خواهد داشت. همچنین مشاهده کردیم عملگر $\hat{C}_\mu(t)$ در حضور تقریب موج چرخان زمان واهلش $(\frac{1}{\gamma_{\mu\mu}^c})$ دارد که از مقیاس زمانی همبستگی نوفه کوچک‌تر است. مشاهده کردیم درغیاب تقریب موج چرخان، معادله

نوفه غیر تعادلی است [معادله (۷۷)]. با استفاده از رابطه زیر:

$$\hat{A}^+(t) = \hat{A}^+(t - \Delta t) + \int_{t-\Delta t}^t dt' \dot{\hat{A}}^+(t'), \quad (\text{الف-۲})$$

ابتدا تابع همبستگی سیستم و عملگر نوفه را به دست می‌آوریم.

$$\langle \hat{A}^+(t) \hat{Z}(t) \rangle = \langle \hat{A}^+(t - \Delta t) \hat{Z}(t) \rangle + \int_{t-\Delta t}^t dt' \langle [-(\Gamma - i\delta - \alpha) \hat{A}^+(t') + \hat{Z}(t')] \dot{\hat{Z}}(t) \rangle, \quad (\text{الف-۳})$$

به دلیل این که عملگر $\hat{A}^+(t')$ در لحظه t' تحت تأثیر افت و خیزهای بعدی زمان t قرار نمی‌گیرد جمله اول سمت راست معادله بالا صفر است. به طور مشابه تابع همبستگی $\langle \hat{A}^+(t') \hat{Z}(t) \rangle$ در همه زمان‌ها به جز $t' = t$ صفر است ولی باز هم انتگرال آن صفر خواهد بود. بنا بر این داریم:

$$\langle \hat{A}^+(t) \hat{Z}(t) \rangle = \int_{t-\Delta t}^t dt' \langle \dot{\hat{Z}}^+(t') \hat{Z}(t) \rangle, \quad (\text{الف-۴})$$

حال معادله حرکت متوسط را $\langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle$ به دست می‌آوریم:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = \langle \dot{\hat{A}}^+(t) \hat{A}(t) \rangle + \langle \hat{A}^+(t) \dot{\hat{A}}(t) \rangle, \quad (\text{الف-۵})$$

با استفاده از رابطه (۵۰) می‌توان نوشت:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = -\gamma(\Gamma - \alpha) \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle + \langle \dot{\hat{Z}}(t) \hat{A}(t) \rangle + \langle \hat{A}^+(t) \dot{\hat{Z}}(t) \rangle, \quad (\text{الف-۶})$$

با جای‌گذاری (الف-۳) در رابطه (الف-۶) و استفاده از رابطه (۷۶) و انتگرال‌گیری روی زمان t' ، در حالت بدون تقریب موج چرخان به دست می‌آوریم:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = -\gamma(\Gamma - \alpha) \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle + \gamma, \quad (\text{الف-۷})$$

اگر در انتگرال‌گیری روی زمان t' از رابطه (۷۸) استفاده کنیم در حضور تقریب موج چرخان به دست می‌آوریم.

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle = -\gamma(\Gamma - \alpha) \langle \hat{A}^+(t) \hat{A}(t) \rangle + \gamma \Gamma \bar{n}(\omega) \left[1 + \left\{ \frac{D(t_0)}{D(\infty)} - 1 \right\} e^{-\gamma(t-t_0)} \right], \quad (\text{الف-۸})$$

غیر تعادلی ناشی از هم‌کنش با حمام حرارتی ایجاد می‌شوند. همچنین مشاهده کردیم در حد $\gamma \rightarrow 0$ معادلات فوق به ثابت فرو افت معمولی و جابه‌جایی ترازها تبدیل می‌شوند. ملاحظه کردیم حتی هنگامی که برهم‌کنش ضعیف است و می‌توان از تقریب موج چرخان استفاده کرد جملات پاد چرخان اثرات مهمی روی پهنای خط طیفی و جابه‌جایی بسامد دارند. مشاهده کردیم در حضور تقریب موج چرخان، تحول اولیه مدهای سیستم (نوسانگر هماهنگ) به تعادل ثانویه نوسانگرهای حمام غیر تعادلی وابسته است و γ در واقع اصلاح دینامیکی و یگتر ویسکوف برای ثابت فرو افت است زیرا به دلیل وابستگی به γ نشان دهنده اثرات جفت شدگی حمام‌های حرارتی غیر تعادلی و تعادلی است. دیده شد که در حد زمان‌های بزرگ، طیف برای هر دو مورد در حضور و درغیاب تقریب موج چرخان نتیجه یکسانی خواهد داشت ولی در زمان‌های دیگر متفاوت هستند. همچنین مشاهده کردیم که درغیاب تقریب موج چرخان اثرات حمام حرارتی غیر تعادلی در زمان‌های کوچک روی طیف به واسطه حضور جملات r و γ بسیار مهم است. اثرات شرایط اولیه حمام حرارتی را روی طیف نشان می‌دهد؛ زیرا r نشان دهنده اختلاف ضریب پخش در اولیه $D(0)$ و ضریب پخش در زمان‌های طویل $D(\infty)$ است و γ به خاطر به واهلش سیستم است. مشاهده کردیم که در حالت پایا، طیف مستقل از r و γ است. این بدان دلیل است که در حد زمان‌های طویل، وقتی که حمام غیر تعادلی به حالت تعادل می‌رسد سیستم گذشته خود را فراموش کرده و وابستگی به زمان در ضریب پخش حذف می‌شود و طیف به حالت پایا می‌رسد.

پیوست (الف): رابطه انشتین تعمیم یافته

در این قسمت به اثبات رابطه تعمیم یافته انشتین یعنی معادله (۸۰) می‌پردازیم. عملگرهای سیستم از معادله لانژون (۷۱) پیروی می‌کنند.

$$\dot{\hat{A}}(t) = -(\Gamma + i\delta - \alpha) \hat{A}(t) + \hat{Z}(t), \quad (\text{الف-۱})$$

در رابطه بالا جمله اول داخل پرانتز جمله رانشی و $\hat{Z}(t)$ عملگر

مراجع

1. H Dekker, *Phys. Rep.* **80** (1981) 1.
2. C I Um, K H Yeon, and T F George, *Phys. Rep.* **362** (2002) 63.
3. U Weiss, "*Quantum Dissipative Systems*", 3rd ed, Singapore:World Scientific (2008).
4. H Bateman, *Phys. Rev.* **38** (1931) 815.
5. H Grabert and U Weiss, *Z Phys. B* **55** (1984) 87.
6. M Blasone and P Jizba, *Can. J. Phys.* **80** (2002) 645; *Ann. Phys.* **312** (2004) 354.
7. D C Latimer, *J. Phys. A* **38** (2005) 2021.
8. M C Baldiotti, R Fresneda, and D M Gitman, *Phys. Lett. A* **375** (2011) 1630.
9. H Majima and A Suzuki, *Ann. Phys.* **326** (2011) 3000.
10. V B Magalinskii, *Sov. Phys. JETP* **9** (1959) 1381.
11. R P Feynman and F L Vernon, *Ann. Phys.* **24** (1963) 118.
12. A O Caldeira and A J Leggett, *Physica A* **121** (1983) 587.
13. V P Tatarskii, *Sov. Phys. Usp.* **30** (1987) 134.
14. M C Smith and A O Caldeira, *Phys. Rev. A* **41** (1990) 3103.
15. P Hanggi and G L Ingold, *Chaos* **15** (2005) 026105.
16. P Hanggi, G L Ingold, and P Talkner, *New J. Phys.* **10** (2008) 115008.
17. G L Ingold, P Hanggi, and P Talkner, *Phys. Rev. E* **79** (2009) 061105.
18. G L Ingold, A Lambrecht, and S Reynaud, *Phys. Rev. E* **80** (2009) 041113.
19. S Dattagupta, *et al.*, *Phys. Rev. E* **81** (2010) 031136.
20. Ingold G L, *Eur. Phys. J B* **85** (2012) 30.
21. T G Philbin, *New J. Phys.* **14** (2012) 083043.
22. A D O'Connell, *et al.*, *Nature* **46** (2010) 4697.
23. J D Teufel, *et al.*, *Nature* **475** (2011) 359.
24. J Chan, *et al.*, *Nature* **478** (2011) 89.
25. M Aspelmeyer, *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **27** (2010) A189.
26. M Poot and H S Zant, *Phys. Rep.* **511** (2012) 273.
27. B Huttner and S M Barnett, *Phys. Rev. A* **46** (1992) 4306.
28. R Landauer, *J. Stat. Phys.* **9** (1973) 351.
29. D L Stein, *et al.*, *Phys. Letts. A* **136** (1989) 353.
30. M Millonas and C Ray, *Phys. Rev. Letts.* **75** (1995) 1110.
31. M Daeimohammad, F Kheirandish, and M R Abolhasany, *Int. J. Theor. Phys.* **48** (2009) 693.
32. M Daeimohammad, F Kheirandish, and K Saeedi, *Int. J. Theor. Phys.* **50** (2011) 171.
33. I I Rabi, *Phys. Rev.* **49** (1937) 324; Rabi I I, *Phys. Rev.* **51** (1937) 652.
34. C Emary, *Int. Mod. Phys. B* **17** (2003) 5477.
35. V Fessatidis, *et al.*, *Phys. Lett. A* **297** (2002) 100.
36. A Pereverzer and E R Bitnet, *Phys. Chem. Phys.* **8** (2006) 1378.
37. E K Irish, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 173601.
38. H G Reik and M Doucha, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 787.
39. Reik H G, *et al.*, *J. Phys. A* **20** (1999) 6327.
40. E T Jaynes and F W Cummings, *Proc IEEE* **51** (1963) 89.
41. B W Shore and P L Knight, *J. Mod. Opt.* **40** (1993) 1195.
42. H Grinberg, *Phys. Lett. A* **344** (2005) 170.
43. H Grinberg, *J. Phys. Chem. B* **112** (2008) 16140.
44. S J D Phoenix and P L Knight, *Phys. Rev. A* **44** (1991) 6023.
45. M A Nielsen and I L Chuang, "*Quantum computation and Quantum Information*", Cambridge Univ, Press Cambridge (2000).
46. J Larson, *Phys. Scr.* **76** (2007) 146.
47. A B Klimov, J L Romero, and C Saavedra, *Phys. Rev. A* **64** (2001) 063802.
48. T Werlang, *et al.*, *Phys. Rev. A* **31** (1985) 3093.
49. W H Louisell, "*Quantum Statistical Properties of Radiation*" Wiley New York (1973); M Lax, *Phys. Rev.* **145** (1966) 110; M Lax and H Yuen, *Phys. Rev.* **172** (1968) 362; G S Agarwal, *Phys. Rev. A* **2** (1970) 2038; R Graham and H Haken, *Z Phys.* **235** (1970) 166; M Sargent III M, M O Schully, and W E Jr Lamb, "*Laser Physics*", Addison-Wesley Massachusetts (1974).
50. G W Ford, R F O'Connell, and J T Lewis, *Phys. Rev. A* **37** (1988) 4419.
51. A Caldeira and A J Leggett, *Ann. Phys.* **149** (1983) 374.
52. A Schmid and J Low Temp, *Phys.* **49** (1982) 609.

-
53. S Haroche and D Kleppner, *Phys. Today* **42** (1989) 24, E A Hinds, *In Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* **28** (1991) 237, D Meschede, *Phys. Repts.* **219** (1992) 263, S Haroche and D Kleppner, "Cavity Quantum Electrodynamics", edited by P R Berman, Academic Press (1994).
54. P Meystre and M Sargent, "Elements of Quantum Optics", *Springer-Verlag* Berlin (1990).
55. J H Eberly, C V Kunasz, and K Wodkiewicz, *Phys. B* **13** (1980) 217.
56. B Deb and D S Ray, *Phys. Rev. A* **49** (1994) 5015.