

تعیین مدت زمان بهینه پالس پروتونی برای راه انداز احتراق سریع در همجوشی محصورشدگی لختی

عباس قاسمی زاد و محمد جعفر طباطبائی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گیلان

(دریافت مقاله: ۸۴/۶/۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۱/۱۵)

چکیده

دو مدل تحلیلی نسبتاً ساده که برای بررسی دینامیک احتراق سریع مورد استفاده قرار می‌گیرد عبارتند از: مدل فروصوتی و مدل فوق صوتی. بر طبق مدل فروصوتی، که گرم شدن یک سوخت از پیش فشرده شده با چگالی ρ_0 با تولید موج گرمایی فروصوت توسط باریکه‌ای ذره‌ای صورت می‌گیرد، انرژی و شدت باریکه پروتونی لازم برای ایجاد احتراق، با افزایش برد پروتونی به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. در حالی که بر طبق مدل فوق صوتی، برای بردهای کمتر از 25 g/cm^3 انرژی و شدت مذکور با افزایش برد پروتونی به ترتیب ثابت مانده و کاهش یافته و برای بردهای بیشتر از این مقدار، هر دو افزایش می‌یابند. با توجه به وابستگی ضمنی مدت زمان پالس پروتونی به برد پروتونی، این نتایج، تعیین مدت زمان بهینه پالس پروتونی برای راه انداز احتراق سریع را امکان پذیر نموده است، که این مقدار بهینه را برابر $2/14 \times 10^2 \text{ ps}$ به دست آورده‌ایم.

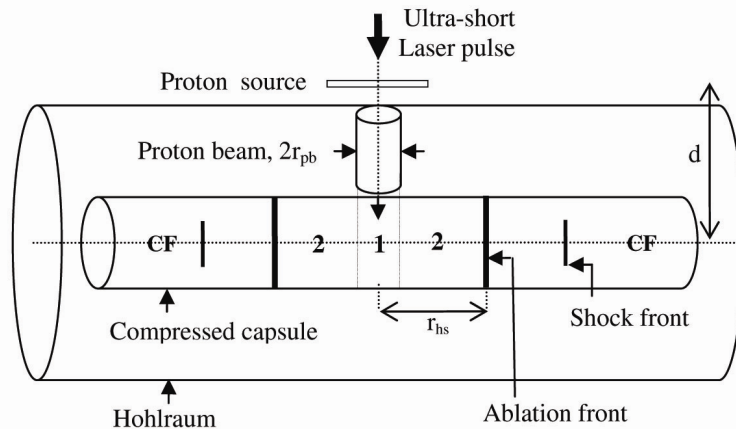
واژه‌های کلیدی: احتراق سریع، همجوشی لختی، پالس پروتونی، انرژی احتراق

۱. مقدمه

اساس این ایده می‌توان با انرژی ورودی کمی، انرژی خروجی زیادی کسب کرده و به بهره انرژی زیادی دست یافت. به تازگی به پیروی از گواه تجربی تولید باریکه‌ای از پروتونهای چند مگا الکترون ولتی در اثر برهمکنش باریکه لیزری فوق‌العاده پر شدت با هدفهای جامد، رت^۱ و دیگران چنین باریکه پروتونی را به عنوان راه انداز احتراق سریع پیشنهاد نموده‌اند [۲]. مدت زمان پالس پروتونی لازم به این منظور که باریکه پروتونی، انرژی و شدت لازم برای احتراق را دارا باشد یکی از پارامترهای فیزیکی قابل بحث در مورد این پالس است. رت و دیگران، احتراق سریع را بر اساس شبیه سازیهای دو بعدی و به وسیله کد DUED بررسی کرده و مدت زمان بهینه پالس پروتونی را برابر $2/706 \times 10^3 \text{ ps}$ به دست آورده‌اند [۳]. با توجه به اینکه در احتراق سریع، بسته به

مدتی است که ایده‌ای به نام ایده احتراق سریع در همجوشی محصورشدگی لختی مطرح شده است [۱]. بر اساس این ایده، ابتدا سوخت دوتریوم-تری‌تیوم (D-T) توسط باریکه لیزری فوق‌العاده پر شدت تا چگالی زیاد ρ_0 فشرده می‌شود، سپس این سوخت فشرده شده، تحت برخورد باریکه‌ای ذره‌ای قرار گرفته و بخشی از آن مستقیماً توسط باریکه گرم می‌شود. به این ترتیب یک ناحیه داغ مرکزی (با چگالی ρ_{hs}) احاطه شده توسط سوخت سرد، ایجاد شده و تحت یک سری شرایط فیزیکی مشخص، احتراق و در نتیجه سوختن صورت گرفته و متعاقب آن انرژی همجوشی آزاد می‌شود. شایان ذکر است که در ایده احتراق سریع، تنها مسئولیت باریکه لیزر فرودی، فشرده‌گی سوخت و یا به عبارتی انفجار داخلی است و انرژی لازم برای احتراق را باریکه ذره‌ای مهیا می‌کند. بنابراین بر

۱. Roth et al.



شکل ۱. نمایش طرح وار ایده احتراق سریع بنا بر مدل فرو صوتی. CF روی شکل بیانگر سوخت سرد بوده و نواحی ۱ و ۲ روی هم ناحیه داغ را تشکیل می دهند.

این پروتونها در اثر یک سری مکانیزمهای فیزیکی مشخص که فقط در طی چند ثانیه عمل می کنند، تولید می شوند [۶]، می توان فرض نمود که یک چشمه پروتونی در نزدیکی سطح هولرام واقع در فاصله d از مرکز سوخت فشرده شده قرار دارد و پروتونهای سریع گسیل می کند. در نتیجه، این امر منجر به تولید پالس پروتونی در فاصله چند میلیمتری از چشمه می گردد. باریکه پروتونی ایجاد شده توسط سه پارامتر مهم شعاع محل کانونی r_{pb} ، شدت S_{pb} ، و برد پروتونی R توصیف می شود. این باریکه در سوخت متراکم شده وارد گردیده و مستقیماً یک حجم استوانه‌ای به شعاع r_{pb} از آن را گرم می کند. برای سهولت مطابق شبیه سازیهای مراجع [۷ و ۸] فرض می کنیم که رابطه زیر بین R ، ρ_0 و r_{pb} برقرار باشد:

$$r_{pb} = \frac{R}{\rho_0} \quad (1)$$

در مورد گرم شدن بخشی از سوخت فشرده شده توسط باریکه پروتونی، می توانیم دو وضعیت را در نظر بگیریم. یکی اینکه شدت باریکه پروتونی به قدری کم باشد که گرم شدن سوخت با سرعتی کمتر از سرعت صوت و یا به عبارتی به صورت فروصوتی پیش رود و دیگری اینکه شدت باریکه پروتونی به قدری زیاد باشد که گرم شدن سوخت به صورت فوق صوتی پیش رود. در اینجا هر یک از این دو وضعیت را جداگانه مورد بررسی قرار می دهیم.

اینکه شدت باریکه ذره‌ای از حد معینی کمتر و یا بیشتر باشد، چگالی ρ_{hs} از چگالی ρ_0 اندکی کمتر و یا برابر با آن است، بنابراین می توان احتراق سریع را بر اساس مدل تک چگالی بررسی نمود. در این مقاله، محاسبات مدل احتراق را بر اساس محاسبات بهره حدی مدل تک چگالی کیدر^۱ انجام داده [۴]، و مدت زمان مذکور را به دست خواهیم آورد.

۲. فیزیک ایده احتراق سریع

برای بررسی فیزیک ایده احتراق سریع، برای سهولت و به منظور ایجاد تقارن، ساچمه‌های کوچک حاوی سوخت همجوشی، که دارای شعاعی کمتر از ۴ mm می باشند [۵]، را استوانه‌ای شکل فرض می کنیم. مطابق شکل ۱ یک کپسول سوخت D-T را در نظر می گیریم، به طوری که این کپسول توسط یک هولرام محصور شده باشد. فرض می کنیم در ابتدا پالس لیزر فوق العاده پرشدتی بر سطح هولرام بتابد. یکی از پیامدهای بسیار مهم برخورد باریکه لیزر به این سطح، تولید اشعه ایکس در داخل هولرام است. اشعه ایکس تولید شده باعث گرم شدن سطح کپسول سوخت شده و سوخت D-T تا چگالی بسیار زیاد ρ_0 فشرده می شود.

پیامد دیگر برخورد باریکه لیزر به سطح هولرام، تولید پروتونهای سریع در نزدیکی سطح آن است. با توجه به اینکه

۱. Kidder

سرعت انبساط جبهه قطع با سرعت شارژ تعقیب کننده موج ضربه‌ای برابر بوده و به صورت زیر قابل محاسبه است [۹ و ۱۰]:

$$v_{af} = \left(\frac{3p_a}{4\rho_0} \right)^{1/2} \quad (4)$$

که در آن p_a فشار قطع می‌باشد و عبارت است از:

$$p_a = 1/2 p_{hs}, \quad p_{hs} = \frac{2}{3} \rho_{hs} \varepsilon_{hs} \quad (5)$$

در این رابطه ε_{hs} و p_{hs} به ترتیب انرژی داخلی ویژه و فشار سوخت گرم است. ε_{hs} با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است [۹]:

$$\varepsilon_{hs} = \frac{3kT_{hs}}{A_{DT}m_p} \quad (6)$$

که در آن k ثابت بولتزمن، A_{DT} عدد جرمی سوخت D-T (۲/۵) و m_p جرم پروتون است. با استفاده از دو رابطه (۴) و (۵) می‌توانیم رابطه زیر را برای سرعت انبساط جبهه قطع بنویسیم:

$$v_{af} \cong 0.77 \varepsilon_{hs}^{1/2} \left(\frac{\rho_{hs}}{\rho_0} \right)^{1/2} \quad (7)$$

در طی فرآیند گرمایش، مقداری از انرژی ناحیه داغ به علت پدیده تابش ترمزی تلف می‌شود. چگالی توان تلف شده ناشی از این پدیده را می‌توانیم از رابطه زیر به دست آوریم [۱۱]:

$$P_{br} = A_{br} \rho_{hs}^{1/2} \varepsilon_{hs}^{3/2} \text{ erg.s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-3}, \quad A_{br} = 9 \times 10^{15} \quad (8)$$

همچنین با توجه به اینکه در ناحیه داغ، واکنشهای همجوشی رخ داده و ذرات آلفا و نوترون تولید می‌شود، چگالی توان همجوشی مربوط به ذرات آلفای تولید شده عبارت خواهد بود از:

$$P_{\alpha} = A_{\alpha} \langle \sigma v \rangle_{dt} \rho_{hs}^{3/2} \text{ erg.s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-3}, \quad A_{\alpha} = 8 \times 10^{40} \quad (9)$$

یک شرط اساسی به منظور دستیابی به احتراق این است که چگالی توان P_{α} واگذار شده به سوخت توسط ذرات آلفا در پایان پالس باریکه، قادر باشد که دمای T_{hs} سوخت را حفظ کند. بنابراین در زمان احتراق لازم است که شرط زیر را داشته باشیم [۱۲]:

۳. مدل‌های تحلیلی برای بررسی دینامیک احتراق سریع

۱. مدل فروصوتی

مطابق شکل ۱ در نظر می‌گیریم که یک سوخت D-T در اثر انفجار داخلی تا چگالی بسیار زیاد ρ_0 از پیش فشرده شده و یک باریکه پروتونی، مستقیماً یک حجم استوانه‌ای به شعاع r_{pb} شامل سوختی به جرم $m_{0,hs}$ از آن را گرم کرده است (ناحیه ۱ در شکل). بدین ترتیب برای جرم $m_{0,hs}$ می‌توان نوشت:

$$m_{0,hs} = \pi r_{pb}^2 \rho_0 \quad (2)$$

البته فرض کرده‌ایم که ارتفاع ناحیه ۱، Z_0 ، با شعاع باریکه پروتونی برابر است یعنی داریم:

$$Z_0 = r_{pb} \quad (3)$$

اکنون فرض می‌کنیم که گرم شدن سوخت به صورت فروصوتی پیش رود. در این صورت ضمن شارش گرما از ناحیه ۱ به ناحیه پیرامونش از طریق رسانش، تعدادی ذرات از آن ناحیه به تدریج کنده می‌شود. شارش گرما از طریق رسانش، که باعث افزایش حجم ناحیه داغ می‌شود را می‌توان به عنوان موج گرما دانست. هماهنگ با موج گرما، یک موج ضربه‌ای پیشاپیش آن تولید می‌شود که این موج باعث پدیده جهش چگالی می‌گردد. با توجه به کنده شدن تدریجی ذرات از ناحیه ۱ شکل ۱ (که باعث کاهش چگالی آن می‌شود) و وجود موج ضربه‌ای، در مکان معینی چگالی سوخت بیشینه مقدار خود را خواهد داشت که به این مکان، جبهه قطع^۱ گفته می‌شود. لازم به ذکر است که به تدریج، جبهه قطع با سرعت v_{af} منبسط شده و حجم ناحیه داغ بیشتر و بیشتر می‌شود. فشار در این جبهه، بسیار زیاد است و به آن فشار قطع اطلاق می‌گردد. در هر لحظه، جرم موجود بین جبهه قطع و ناحیه ۱ توسط فشار قطع، یکی می‌شود که با ناحیه ۲ در شکل ۱ مشخص شده است. جرم موجود در نواحی ۱ و ۲ روی هم ناحیه‌ای داغ با چگالی میانگین لحظه‌ای $\rho_{hs} \leq \rho_0$ و دمای لحظه‌ای T_{hs} را تشکیل می‌دهد، به طوری که این ناحیه توسط سوخت سرد با چگالی ρ_0 احاطه شده است.

۱. Ablation front

دست می آید که نتیجه آن عبارت خواهد بود از:

$$\left(A_{\alpha} \langle \sigma v \rangle_{dt} - A_{br} \varepsilon_{hs} \right) \rho_{hs} (m_{hs} - m_{\circ,hs}) \geq p_{hs} v_{af} 4\pi r_{hs}^2 \quad (14)$$

که در آن r_{hs} و m_{hs} به ترتیب شعاع و جرم کل ناحیه داغ است به طوری که برای m_{hs} می توانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$m_{hs} = \pi r_{hs}^2 \rho_{hs} \quad (15)$$

در اینجا فرض کرده ایم که ارتفاع ناحیه داغ عبارت است از:

$$z = r_{hs} \quad (16)$$

که این فرض، فرضی معقول است چرا که با توجه به افزایش حجم ناحیه گرم ناشی از انبساط جبهه قطع داریم:

$$z - z_0 \cong r_{hs} - r_{pb} \quad (17)$$

این رابطه به همراه رابطه (۳)، رابطه (۱۶) را نتیجه می دهد.

در به دست آوردن معادله (۱۴) برای سهولت فرض کرده ایم که تمام سطح احاطه کننده ناحیه داغ با سرعت v_{af} انبساط می یابد، در حالی که باید توجه داشت که در واقع قسمتی از این سطح که از مرتبه $\pi(r_{hs}^2 - r_{pb}^2)$ بوده و در تماس با فضای آزاد است با سرعتی از مرتبه $\frac{1}{\varepsilon_{hs}^2}$ انبساط می یابد.

با توجه به این موضوع که موج گرمایی توسط رسانش گرمایی راه اندازی می شود، بنابراین با در نظر گرفتن اینکه انتشار موج گرمایی توسط یک مکانیزم خود میزان کننده طول

ویژه گرادیان دمای $I_T = \frac{\varepsilon_{hs}}{|\nabla \varepsilon_{hs}|}$ ، کنترل می شود [۱۰]،

می توانیم رابطه بین دمای لحظه ای ناحیه داغ و سرعت لحظه ای انبساط جبهه قطع را پیدا کنیم. مطابق این مکانیزم، طول ویژه I_T در هر لحظه باید از مرتبه شعاع لحظه ای r_{hs} ناحیه داغ باشد، به طوری که داریم:

$$I_T = \frac{\chi \varepsilon_{hs}^2}{\rho_{hs} v_{af}} \cong \left(\frac{1}{r_{hs}} + \frac{1}{z} \right)^{-1} \cong \frac{r_{hs}}{2} \quad (18)$$

در این رابطه $\varepsilon_{hs} = \varepsilon_{hs}(t)$ انرژی داخلی ویژه لحظه ای و $r_{hs} = r_{hs}(t)$ و $v_{af} = v_{af}(t) = \frac{dr_{hs}}{dt}$ به ترتیب شعاع لحظه ای ناحیه داغ و سرعت لحظه ای انبساط جبهه قطع می باشد.

$$P_{pb} \cong \int_{V_{hs}} P_{\alpha} dV, \quad (10)$$

که P_{pb} توان باریکه پروتونی لازم برای احتراق می باشد و انتگرال روی کل حجم ناحیه داغ گرفته می شود.

شرط دیگر دستیابی به احتراق این است که چگالی توان P_{α} بتواند حداقل، انرژی از دست رفته ناحیه داغ را جبران نماید، که در این صورت باید داشته باشیم [۱۲ و ۱۳]:

$$P_{\alpha} \geq P_{br} + p_{hs} \nabla \cdot v_{af} + \nabla \cdot q_T \quad (11)$$

در این رابطه $p_{hs} \nabla \cdot v_{af}$ چگالی توان تلف شده ناشی از انبساط جبهه قطع، q_T شار رسانش گرمایی و $\nabla \cdot q_T$ چگالی توان تلف شده ناشی از شار رسانش گرمایی است. برای q_T می توانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$q_T = \chi \varepsilon_{hs}^2 \nabla \varepsilon_{hs}, \quad \chi = 3/82 \times 10^{-24} \text{ g.s}^2 \cdot \text{cm}^{-6} \quad (12)$$

البته این در صورتی است که لگاریتم کولمب را به صورت $\ln \Lambda = 5$ در نظر بگیریم.

با توجه به اینکه ناحیه داغ از دو ناحیه ۱ و ۲ تشکیل شده است، می توانیم از رابطه (۱۱) به طور جداگانه برای جرم $m_{\circ,hs}$ و جرم موجود در ناحیه ۲ انتگرال بگیریم. برای جرم $m_{\circ,hs}$ فرض می کنیم که انرژی از دست رفته ناشی از انبساط، عمدتاً به واسطه سطح آزاد πr_{pb}^2 رخ دهد و در دیگر مسیرها نادیده گرفته شود [۹]، بنابراین انتگرال گیری از معادله (۱۱) برای جرم $m_{\circ,hs}$ رابطه زیر را نتیجه می دهد:

$$\left(A_{\alpha} \langle \sigma v \rangle_{dt} - A_{br} \varepsilon_{hs} \right) R \geq \frac{2}{3} \varepsilon_{hs}^2 \quad (13)$$

البته در این انتگرال گیری فرض کرده ایم که انبساط سطح آزاد با سرعت صوت ε_{hs}^2 رخ می دهد. به علاوه با این حساب که به منظور احتراق، ذرات آلفا باید یکنواختی دمای ناحیه داغ را حفظ کند، از اتلاف انرژی به واسطه رسانش گرمایی از جرم $m_{\circ,hs}$ به سمت ناحیه ۲ صرف نظر نموده ایم.

معادله (۱۳) بیان کننده یک شرط لازم برای ایجاد احتراق در ناحیه داغ است. شرط لازم دیگر برای احتراق با انتگرال گیری از معادله (۱۱) برای جرم موجود در ناحیه ۲ به

$$\frac{S_{pb}}{\rho_0} \cong \frac{1}{2} v_{af}^2 x^2 \varepsilon_{hs}^2 \left(1 + \frac{v_{af}^2}{x} \frac{1}{\varepsilon_{hs}} \right) + \frac{P_{br}}{\rho_0 \pi r_{pb}^2} \quad (25)$$

که برای جمله آخر این رابطه داریم:

$$\frac{P_{br}}{\rho_0 \pi r_{pb}^2} \cong \frac{1}{2} A_{br} R_x \frac{v_{af}^2}{\varepsilon_{hs}} \quad (26)$$

همچنین برای انرژی ناحیه داغ می توان نوشت:

$$E_{hs} = m_{hs} \varepsilon_{hs} \quad (27)$$

که با استفاده از رابطه اخیر و روابط (۱)، (۲) و (۲۰) برای این انرژی خواهیم داشت:

$$E_{hs} = \pi \frac{R^2}{\rho_0^2} \varepsilon_{hs} x^2 \quad (28)$$

به طوری که می توان گفت انرژی باریکه پروتونی E_{pb} لازم برای احتراق باید با E_{hs} برابر باشد.

اکنون برای سهولت محاسبات بعدی، چگالی بدون بعد ρ_* و سرعت ویژه v_* را به صورت زیر معرفی می کنیم:

$$\rho_* = \frac{\rho_0}{100 \text{ g/cm}^3} \quad (29)$$

$$v_* = \left(\frac{S_{pb}}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

در شکل ۲ نمودار حاصلضرب $\rho_*^2 E_{pb}$ به صورت تابعی از سرعت ویژه v_* برای مقادیر مختلف برد پروتونی رسم شده است. همان طوری که در این شکل ملاحظه می کنیم برای یک برد معین، مقدار ویژه S_{pb}/ρ_0 برای انرژی کمینه باریکه پروتونی وجود دارد. به طور مثال، برای برد پروتونی $R = 0.6 \text{ g/cm}^2$ ، نتایج به شرح زیر است:

$$E_{pb, \min} \cong 155 \left(\frac{100 \text{ g/cm}^3}{\rho_0} \right)^2 \text{ kJ} \quad (31)$$

$$S_{pb, \min} \cong 2/5 \times 10^{19} \left(\frac{\rho_0}{100 \text{ g/cm}^3} \right) \text{ W/cm}^2 \quad (32)$$

مقادیر به دست آمده از این روابط، برای چگالی نوعی $\rho_0 = 400 \text{ g/cm}^3$ به ترتیب برابر $9/69 \text{ kJ}$ و 10^2 W/cm^2 می باشد، که این مقادیر، با شبیه سازیهای مراجع [۷ و ۸] کاملاً

با جمع کردن معادلات (۱۳) و (۱۴) و جایگذاری نتیجه در معادله (۱۰) می توانیم رابطه زیر را به دست آوریم:

$$P_{pb} \geq A_{br} \varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}} \rho_{hs} m_{hs} + \rho_{hs} v_{af}^2 \pi r_{hs}^2 \left[1 + \frac{\varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}}{2 v_{af}^2} \left(\frac{r_{pb}}{r_{hs}} \right)^2 \right] \quad (19)$$

برای محاسبات بعدی مناسب است که پارامتر زیر را معرفی کنیم:

$$x^2 = \frac{m_{hs}}{m_{0,hs}} \quad (20)$$

می دانیم که پارامتر محصورشدگی ناحیه داغ به صورت زیر تعریف می شود:

$$H = \rho_{hs} r_{hs} \quad (21)$$

با استفاده از روابط (۱)، (۲)، (۷)، (۱۵)، (۲۰) و (۲۱) برای پارامتر محصورشدگی می توانیم رابطه زیر را به دست آوریم:

$$H = \left(\frac{\rho_{hs}}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}} R_x \cong \frac{1}{2} v_{af}^2 \frac{v_{af}^2}{\varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}} R_x \quad (22)$$

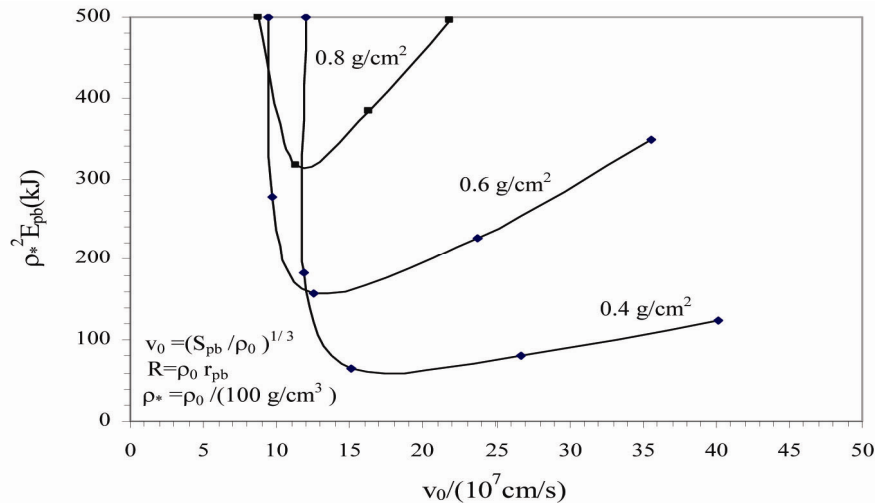
همچنین به کمک روابط (۵)، (۱۸)، (۲۱) و (۲۲) سرعت انبساط جبهه قطع عبارت خواهد بود از:

$$v_{af} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{\chi}{R_x} \right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

با وارد کردن معادلات (۱۸) و (۲۳) در معادله (۱۴) یک عبارت ضمنی برای دمای ناحیه داغ بر حسب پارامتر x را به صورت زیر (برای یک برد معین R) به دست می آوریم:

$$\frac{x^2 - 1}{x^{\frac{15}{2}}} \cong \frac{1/7}{\chi^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}}} \frac{\varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}}{\left(A_{\alpha} \langle \sigma v \rangle_{dt} - A_{br} \varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}} \right)} \quad (24)$$

بدین ترتیب شدت باریکه پروتونی لازم برای ایجاد احتراق، $S_{pb} = \frac{P_{pb}}{\pi r_{pb}^2}$ بر حسب پارامتر x با توجه به معادله (۱۹) از رابطه زیر تعیین می شود:



شکل ۲. نمودار حاصلضرب انرژی باریکه پروتونی E_{pb} لازم برای احتراق در ρ_*^2 به صورت تابعی از سرعت ویژه $v_0 = (S_{pb}/\rho_*)^{1/3}$ برای مقادیر مختلف برد پروتونی.

در اثر انفجار داخلی تا چگالی بالای ρ_* ، از پیش فشرده شده و متعاقب آن باریکه پروتونی، مستقیماً یک حجم استوانه‌ای به شعاع r_{pb} (ناحیه ۱ در شکل) از آن را گرم کرده است. اگر فرآیند گرم شدن سوخت به صورت فوق صوتی پیش رود، در این صورت بدون اینکه ذره‌ای از ناحیه ۱ کنده شود و تغییری در چگالی ρ_* روی دهد، گرما از طریق رسانش به سوخت سرد حوالی آن شارش می‌یابد. این شارش گرما به تدریج و مرحله به مرحله پیش می‌رود به طوری که موج گرمایی حاصل با سرعت v_{hw} بیش از سرعت صوت منتشر می‌شود و موقعیت موج گرمایی در هر لحظه شعاع ناحیه داغ را مشخص می‌کند. لازم به ذکر است که در این شیوه پیشروی فرآیند گرم شدن سوخت، دیگر خبری از موج ضربه‌ای و جبهه قطع نخواهد بود.

با توجه به این مطالب و همچنین به دلیل اتلاف انرژی در ناحیه داغ ناشی از پدیده تابش ترمزی، دمای این ناحیه کاهش می‌یابد. شرط دستیابی به احتراق در این ناحیه این است که چگالی توان P_α مربوط به ذرات آلفای تولید شده ناشی از واکنشهای همجوشی D-T، حداقل، انرژی از دست رفته ناحیه داغ را جبران نماید. بنابراین باید داشته باشیم:

$$P_\alpha \geq P_{br} + p_{hs} \nabla \cdot \mathbf{v}_{hw} + \nabla \cdot \mathbf{q}_T, \quad (35)$$

در توافق است. به طوری که برای چگالی مذکور، مطابق شبیه سازی دو بعدی به عمل آمده با کد DUEED در مرجع [۷]، انرژی و شدت کمینه باریکه پروتونی لازم برای احتراق به ترتیب برابر $10/77 \text{ kJ}$ و $8/4 \times 10^{19} \text{ W/cm}^2$ بوده و مطابق شبیه‌سازی دو بعدی به عمل آمده در مرجع [۸]، انرژی کمینه لازم برابر 10 kJ به دست آمده است. همچنین از شکل ۲ مشخص است که کمینه انرژی باریکه پروتونی لازم برای احتراق، $E_{pb,min}$ ، با افزایش برد پروتونی، افزایش می‌یابد. با رسم نمودارهای حاصل ضرب $\rho_*^2 E_{pb,min}$ و همچنین $S_{pb,min}/\rho_*$ به صورت تابعی از برد پروتونی، در شکل‌های ۳ و ۴، انرژی $E_{pb,min}$ و شدت $S_{pb,min}$ را به صورت زیر مقیاسبندی نموده‌ایم:

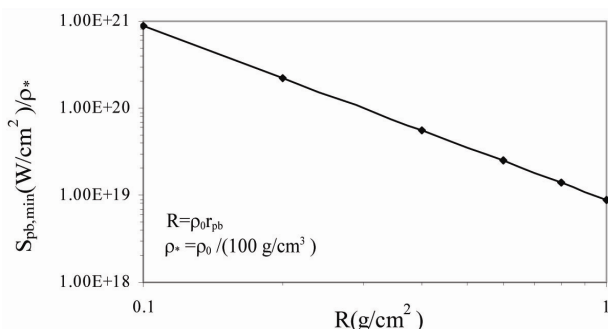
$$E_{pb,min} \cong 4/3 \times 10^3 \left(\frac{R}{\rho_*} \right)^2 \text{ MJ}, \quad (33)$$

$$S_{pb,min} \cong 9 \times 10^{16} \left(\frac{\rho_*}{R^2} \right) \text{ W/cm}^2, \quad (34)$$

که در این روابط ρ_* و R به ترتیب بر حسب g/cm^3 و g/cm^2 می‌باشند.

۲.۳. مدل فوق صوتی

مطابق شکل ۱ در نظر می‌گیریم که سوخت همجوشی D-T



شکل ۴. نمودار حاصل تقسیم شدت کمیته باریکه پروتونی $S_{pb,min}$ بر ρ_* به صورت تابعی از برد پروتونی بنا بر مدل فروصوتی.

$$I_T = \frac{\frac{v}{\chi \epsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}}}{P_{hs} v_{hw}} \cong \frac{r_{hs}}{\gamma} \quad (38)$$

در این رابطه $\epsilon_{hs} = \epsilon_{hs}(t)$ انرژی داخلی ویژه لحظه‌ای، $r_{hs} = r_{hs}(t)$ شعاع لحظه‌ای ناحیه داغ یا به عبارت دیگر موقعیت لحظه‌ای موج گرمایی و $v_{hw} = v_{hw}(t) = \frac{dr_{hs}}{dt}$ نیز سرعت لحظه‌ای موج گرمایی است.

همان طوری که قبلاً نیز اشاره نمودیم، پارامتر محصورشدگی ناحیه داغ مطابق رابطه زیر است:

$$H = \rho_* r_{hs} \quad (39)$$

با معرفی پارامتر x با رابطه زیر:

$$x = \frac{r_{hs}}{r_{pb}} \quad (40)$$

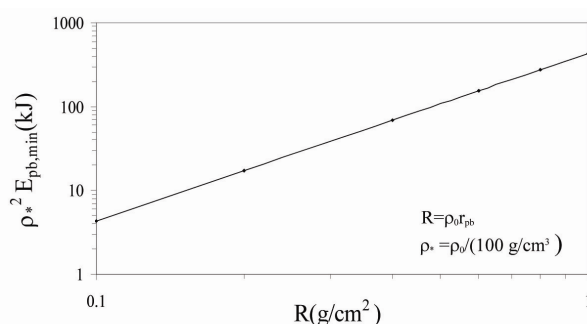
و با استفاده از رابطه (۱) پارامتر محصورشدگی H به صورت زیر در می‌آید:

$$H = Rx \quad (41)$$

با در نظر گرفتن r_{hs} به عنوان شعاع ناحیه داغ در لحظه احتراق و استفاده از روابط (۳۷)، (۳۸) و (۴۰)، شرط احتراق مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$H = Rx \geq \left(\frac{\frac{v}{\chi \epsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}}}{A_{\alpha} \langle \sigma v \rangle_{dt} - A_{br} \epsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (42)$$

از طرفی مطابق آنچه گفته شد چون فرآیند گرم شدن سوخت



شکل ۳. نمودار حاصلضرب انرژی کمیته باریکه پروتونی، $E_{pb,min}$ در ρ_*^2 به صورت تابعی از برد پروتونی بنا بر مدل فروصوتی.

که در آن پارامترهای P_{br} ، P_{α} و q_T به ترتیب مطابق روابط (۸)، (۹) و (۱۲) بوده و برای فشار سوخت گرم، p_{hs} می‌توانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$p_{hs} = \frac{2}{3} \rho_* \epsilon_{hs} \quad (36)$$

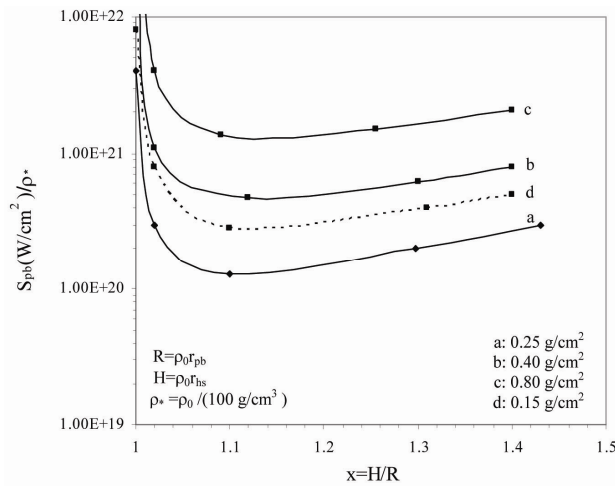
لازم به ذکر است که در رابطه (۳۵)، $p_{hs} \nabla \cdot \mathbf{v}_{hw}$ عبارت است از کار مکانیکی انجام شده در واحد زمان و در واحد حجم، همچنان که موج گرمایی به سمت خارج از ناحیه ۱ شکل ۱ منتشر می‌شود. اگر ذرات آلفای ایجاد شده از واکنشهای همجوشی D-T، انرژی خود را به طور کامل به سوخت ناحیه داغ بسپارند، در این صورت می‌توانیم یک انتگرال تقریبی از معادله (۳۵) روی حجم ناحیه داغ به شعاع r_{hs} بگیریم. ضمناً اگرچه می‌دانیم که این رسانش گرمایی است که موج گرمایی را راه می‌اندازد و بنابراین باید آن را مد نظر قرار دهیم، اما می‌توان از آن در بحث توازن انرژی در این سیستم صرف‌نظر نمود. با این ملاحظات، انتگرال‌گیری از معادله (۳۵) به رابطه زیر منجر می‌گردد:

$$(A_{\alpha} \langle \sigma v \rangle_{dt} - A_{br} \epsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}) \rho_*^{\frac{1}{2}} \pi r_{hs}^3 \geq p_{hs} v_{hw} 4\pi r_{hs}^2 \quad (37)$$

که در آن ϵ_{hs} ، r_{hs} و v_{hw} به ترتیب انرژی داخلی ویژه سوخت، شعاع ناحیه داغ و سرعت موج گرمایی در لحظه احتراق می‌باشند.

در اینجا نیز شبیه رابطه (۱۸) برای طول ویژه گرایان

I_T داریم:



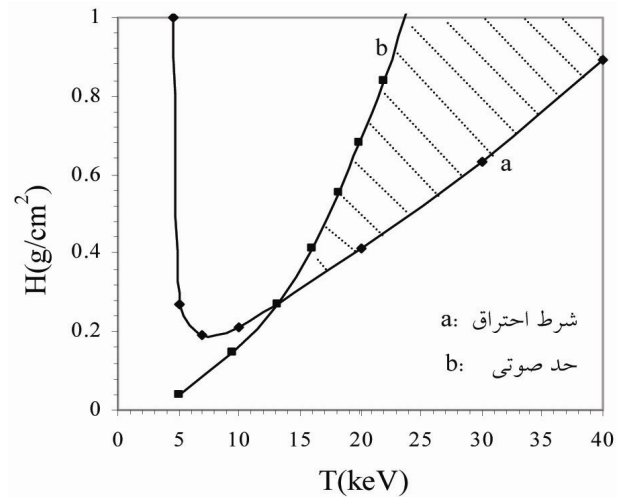
شکل ۶. نمودار حاصل تقسیم شدت باریکه S_{pb} بر ρ_* به صورت تابعی از $x=H/R$ برای مقادیر مختلف برد پروتونی.

$$\varepsilon_{hs}(t) = \varepsilon_0 \frac{\left[\left(\frac{r_{hs}}{r_{pb}} \right)^{\frac{19}{2}} - 1 \right]^{\frac{2}{5}}}{\left(\frac{r_{hs}}{r_{pb}} \right)^{\frac{19}{2}}}, \quad \varepsilon_0 = \left(\frac{\nu}{\Delta \nu} \frac{S_{pb} R}{\chi \rho_0} \right)^{\frac{2}{5}} \quad (48)$$

در نتیجه با استفاده از رابطه فوق و رابطه (۴۰) شدت باریکه پروتونی لازم، S_{pb} ، برای ایجاد احتراق در ناحیه داغ را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\frac{S_{pb}}{\rho_0} = \frac{\nu}{\chi} \frac{\varepsilon_{hs}^{\frac{2}{5}}}{R} \frac{x^{\frac{21}{2}}}{x^{\frac{19}{2}} - 1}, \quad (49)$$

که در این رابطه ε_{hs} ، مربوط به لحظه احتراق است. در شکل ۶ نمودار شدت باریکه پروتونی لازم برای ایجاد احتراق را به صورت تابعی از پارامتر $x = \frac{H}{R}$ برای مقادیر مختلف برد پروتونی رسم کرده ایم، به طوری که این شکل، چگونگی تغییرات کمینه شدت باریکه پروتونی لازم، $S_{pb,min}$ ، برای ایجاد احتراق را با افزایش برد پروتونی نشان می دهد. بدین ترتیب با رسم نمودار $\frac{S_{pb,min}}{\rho_*}$ به صورت تابعی از برد پروتونی در شکل ۷، شدت $S_{pb,min}$ را به صورت زیر مقیاس بندی نموده ایم:



شکل ۵. نمودار تغییرات پارامتر محصورشدگی ناحیه داغ به صورت تابعی از دمای این ناحیه.

به صورت فوق صوت پیش می رود و سرعت پیشروی موج گرمایی ناشی از رسانش گرمایی از سرعت صوت $C_s \cong \varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}$ بیشتر است، بنابراین حد صوتی ایجاب می کند که:

$$v_{hw} > \varepsilon_{hs}^{\frac{1}{2}}, \quad H < 3\chi \varepsilon_{hs}^{\frac{2}{5}}. \quad (43)$$

در شکل ۵ با استفاده از روابط (۴۲) و (۴۳) ناحیه احتراق مشخص شده است. مطابق این شکل، مقدار کمینه پارامترهای H و T_{hs} لازم برای احتراق عبارتند از:

$$T_{hs,min} \cong 13 \text{ keV}, \quad H_{min} \cong 0.27 \text{ g/cm}^2 \quad (44)$$

با استفاده از رابطه (۲۷) و رابطه زیر برای جرم ناحیه داغ:

$$m_{hs} = \pi r_{hs}^2 \rho_0, \quad (45)$$

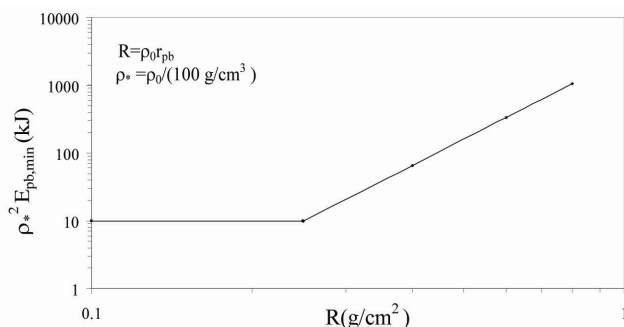
و همچنین رابطه (۳۹)، انرژی داخلی ناحیه داغ را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$E_{hs} = m_{hs} \varepsilon_{hs} = \frac{\pi H^2 \varepsilon_{hs}}{\rho_0^2}, \quad (46)$$

که می توان گفت انرژی باریکه پروتونی لازم، E_{pb} ، برای ایجاد احتراق باید با E_{hs} برابر باشد. بنابراین می توانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$E_{pb} = P_{pb} t = S_{pb} \pi r_{pb}^2 t = m_{hs}(t) \varepsilon_{hs}(t). \quad (47)$$

بدین ترتیب بر اساس روابط (۳۸)، (۴۵) و (۴۷) خواهیم داشت:



شکل ۸. نمودار حاصلضرب انرژی کمینه باریکه پروتونی، $E_{pb,min}$ در ρ_*^2 به صورت تابعی از برد پروتونی بنا بر مدل فوق صوتی.

صوتی امکان پذیر است. همچنان که ملاحظه می‌شود، هرچه برد پروتونی از مقدار 0.25 g/cm^2 کمتر شود شدت S_{pb} باید بیشتر گردد تا انرژی لازم و کافی $E_{pb,min}$ را تضمین نماید. برای برد پروتونی $R > 0.25 \text{ g/cm}^2$ دستیابی به احتراق بر طبق هر دو مدل امکان پذیر است، اما مدل فروصوتی مناسب‌تر به نظر می‌رسد، به این دلیل که همچنان که از نمودارها مشخص است، برای این مقادیر از برد پروتونی، به منظور ایجاد احتراق، بر طبق مدل فوق صوتی، هم انرژی و هم شدت باریکه زیاد لازم است، در حالی که بر طبق مدل فروصوتی فقط انرژی باریکه زیاد لازم است. به هر حال می‌توان گفت که برد پروتونی بهینه برای راه انداز احتراق سریع تقریباً برابر 0.25 g/cm^2 است.

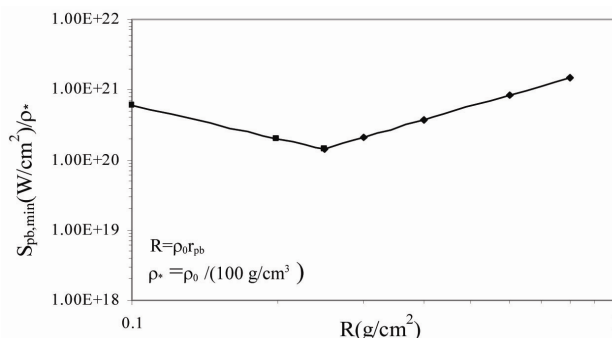
اکنون با اطلاعات فوق می‌توانیم محاسبه مدت زمان پالس پروتونی را انجام دهیم. با توجه به اینکه انرژی باریکه پروتونی لازم برای ایجاد احتراق باید توسط یک پالس پروتونی به پلاسمای سوخت D-T سپرده شود، باید مدت پالس پروتونی t_p از مدت زمان محصورسازی t_c کمتر باشد. یعنی:

$$t_p \leq t_c \quad (52)$$

برای مدت زمان محصورسازی t_c داریم:

$$t_c = \frac{r_{hs}}{C_s} \quad (53)$$

که در آن C_s سرعت صوت در دمای ناحیه داغ T_{hs} است، به طوری که برای یک پلاسمای D-T داریم:



شکل ۷. نمودار حاصل تقسیم شدت کمینه باریکه پروتونی $S_{pb,min}$ بر ρ_* به صورت تابعی از برد پروتونی بنا بر مدل فوق صوتی.

$$S_{pb,min} \cong \begin{cases} 2/3 \times 10^{19} (\rho_* R^2) \text{ W/cm}^2 & R \geq 0.25 \text{ g/cm}^2 \\ 6 \times 10^{16} (\rho_* R^{-2}) \text{ W/cm}^2 & R < 0.25 \text{ g/cm}^2 \end{cases} \quad (50)$$

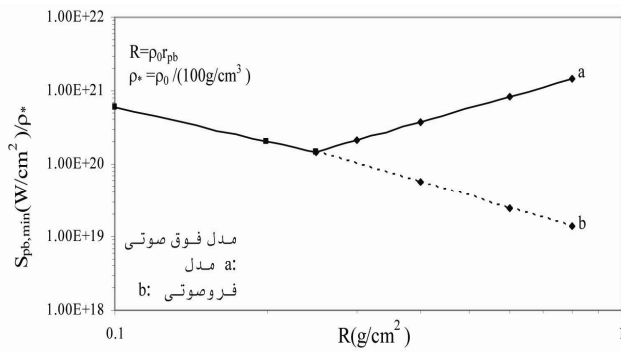
به همین ترتیب نیز با رسم نمودار $\rho_*^2 E_{pb,min}$ به صورت تابعی از برد پروتونی در شکل ۸، انرژی $E_{pb,min}$ با رابطه زیر مقیاسبندی می‌شود:

$$E_{pb,min} \cong \begin{cases} 2/56 \times 10^4 \left(\frac{R^2}{\rho_*^2} \right) \text{ MJ} & R \geq 0.25 \text{ g/cm}^2 \\ 10^5 \rho_*^{-2} \text{ kJ} & R \leq 0.25 \text{ g/cm}^2 \end{cases} \quad (51)$$

۴. برد و مدت زمان بهینه پالس پروتونی برای راه انداز احتراق سریع

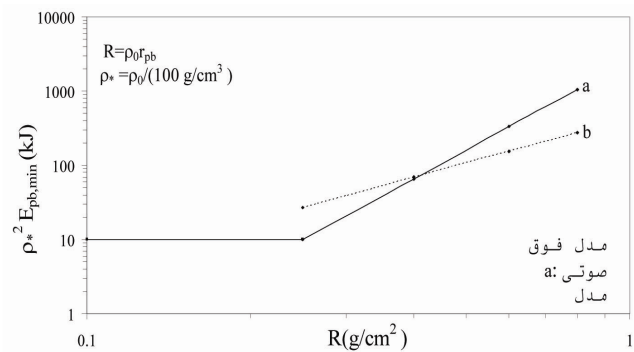
همان طوری که در شکل ۶ ملاحظه می‌نماییم برای مقادیر $x = 1/1 - 1/15$ ، شدت باریکه پروتونی، S_{pb} ، کمینه مقدار خود را دارد و چون کمینه شدت و انرژی باریکه پروتونی به حد صوتی مربوط می‌شود، از این رو این مقادیر از x نیز به حد صوتی مربوط می‌شود و با استفاده از روابط (۴۱) و (۴۴)، برد پروتونی $R = 0.25 \text{ g/cm}^2$ مربوط به حد صوتی به دست می‌آید. در شکل‌های ۹ و ۱۰ نمودارهای $\rho_*^2 E_{pb,min}$ و $\frac{S_{pb,min}}{\rho_*}$ را بر حسب برد پروتونی بر طبق مدل‌های فوق صوتی

و فروصوتی رسم کرده‌ایم. مطابق این شکل‌ها، برای برد پروتونی $R < 0.25 \text{ g/cm}^2$ دستیابی به احتراق فقط بر طبق مدل فوق



شکل ۱۰. نمودار حاصل تقسیم شدت کمینه باریکه پروتونی، $S_{pb,min}$ بر ρ_* به صورت تابعی از برد پروتونی بنا بر مدل‌های فوق صوتی و فروصوتی.

محصورشدگی لختی را به دست آوریم. با توجه به اینکه مدت زمان پالس پروتونی به طور ضمنی به برد پروتونی وابسته است، محاسبات و بررسی‌های ما نشان می‌دهد که مدت زمان بهینه پالس پروتونی برای راه انداز احتراق سریع برابر $ps \cdot \rho_*^{-1} \times 10^2 \times 2/14$ است، به طوری که این مدت زمان برای چگالی سوخت از پیش فشرده شده $g/cm^3 \times 400$ برابر $ps \cdot 5/4$ می‌باشد. جا دارد خاطر نشان کنیم که بنابر مرجع [۳] مدت زمان مذکور برای همین مقدار چگالی، برابر $ps \cdot 16/62$ به دست آمده است که مورد قبول بررسی ما واقع نمی‌شود. گفتنی است که این تفاوت از آنجا ناشی می‌شود که در مرجع مذکور باریکه‌های ذره‌ای پرشدت، در نظر گرفته نشده‌اند، در حالی که در محاسبات و بررسی‌های ما در این مقاله، باریکه‌های ذره‌ای (پروتونی) پرشدت و با شدت نسبتاً پایین هر دو لحاظ شده‌اند.



شکل ۹. نمودار حاصلضرب انرژی کمینه باریکه پروتونی، $E_{pb,min}$ در ρ_*^2 به صورت تابعی از برد پروتونی بنا بر مدل‌های فوق صوتی و فروصوتی.

$$C_s = 3/5 \times 10^7 T_{hs}^{1/2} \text{ cm/s} \quad (54)$$

که در این رابطه T_{hs} بر حسب keV است. با استفاده از روابط (۳۹)، (۵۲)، (۵۳) و (۵۴) مدت زمان بهینه پالس پروتونی برای راه انداز احتراق سریع را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$t_{p,opt} = 2/86 \times 10^{-8} \frac{H_{opt}}{T_{opt}^{1/2} \rho_*} \text{ s} \quad (55)$$

که در آن H_{opt} ، T_{opt} و ρ_* به ترتیب بر حسب g/cm^3 ، keV و g/cm^3 می‌باشند. با توجه به اینکه H_{opt} و T_{opt} مربوط به حد صوتی می‌باشند، بنابراین روابط (۴۴) و (۵۵) نتیجه زیر را خواهند داد:

$$t_{p,opt} = 2/14 \times 10^2 \rho_*^{-1} \text{ ps} \quad (56)$$

۵. نتیجه‌گیری

بر اساس مدل‌های فوق صوتی و فروصوتی می‌توانیم برد پروتونی بهینه برای راه انداز احتراق سریع در همجوشی

مراجع

1. M Perry and G Morou, *Science* **264** (1994) 917.
2. R A Snavely, et al., *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 2945.
3. S Atzeni, M Temporal and J J Honrubia, *Nucl. Fusion* **42** (2002) 1.
4. R E Kidder, *Nucl. Fusion* **163** (1976) 405.
5. M Temporal and J J Honrubia, *Phys. of Plasmas*, **9** (2002) 3098.
6. S C Wilks, et al., *Phys. Plasmas* **8** (2001) 542.
7. S Atzeni, M L Ciampi, *Nucl. Fusion*. **37** (1997) 1665.
8. A Caruso and V A Pais, *Nucl. Fusion* **36** (1996) 745.

12. A R Piriz, *Nucl. Fusion* **36** (1996) 1395.
13. A R Piriz and M M Sanchez, *Phys. of Plasmas*, **5** (1998) 2721.
9. J Sanz, A R Piriz and F G Tomasel, *Phys. Fluids B* **4** (1992) 683.
10. A R Piriz and F G Tomasel, *Phys. Rev. A* **45** (1992) 8787.
۱۱. اصول همجوشی هسته‌ای، دکتر محمدرضا اسکندری، انتشارات دانشگاه شیراز (۱۳۷۴).