

مطالعه نظری قفل‌شدگی تزریقی لیزر $TEA-CO_2$

محمد حسین زندی و علیرضا بهرامپور

دانشگاه شهید باهنر کرمان، بخش فیزیک

(دریافت مقاله: ۸۰/۱۲/۲۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۱۰/۲۲)

چکیده

روشهای مختلف برای شرح نظریه قفل‌شدگی تزریقی نوسانات لیزر وجود دارد. در اکثر این روشها شرایط مرزی روی آینه‌ها به صورت معادله تفاضلی نوشته می‌شود، در نهایت با تقریب به یک معادله دیفرانسیل تبدیل وحل می‌گردد. ما سعی کردیم بر اساس معادلات ماکسول، معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار موج در داخل محیط را نوشته و حل نماییم. در نتیجه به راحتی وابستگی زمانی شدت لیزری که در یکی از مدهای طولی خود نوسان می‌کند به دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: قفل‌شدگی تزریقی، شرایط مرزی، موج تزریقی

۱. مقدمه

فرض کرده است، در صورتی که لاجامبر برای محاسبه بهره محیط از معادلات گیلبرت [۹] استفاده نموده است. بنابراین در کلیه مطالعات پیشین به جای آنکه معادله حاکم بر رفتار موج در داخل محیط را بنویسند و شرایط مرزی روی آینه‌ها را بر آن اعمال کنند تنها معادلات دیفرانسیل حاکم بر شرایط مرزی مورد توجه واقع بوده است و این معادلات تنها بر روی آینه‌ها صادق بوده و در فاصله زمانی بین یک رفت و برگشت بر روی آینه‌ها اطلاعی از رفتار موج نمی‌دهد. در این پژوهش با نوشتن معادلات کلاسیکی حاکم بر محیط با تقریب معادلات آهنگ، یک دستگاه معادلات انتگرال دیفرانسیل به دست آمده است. از آنجا که حل این معادلات پیچیده می‌باشد با تقریبهای زیر:

- میانگین‌گیری کمیت‌های وابسته به مکان در طول کاواک،
- صرفه‌نظر کردن از میدان مدهای طولی در توان خروجی،
- متناسب گرفتن توان ۲ تبدیل فوریه میدان اکتريکی با شدت خروجی،

و با اعمال شرایط مرزی به حل عددی معادلات پرداخته و مشاهده شد که نتایج این مدل با تقریبهای ذکر شده با نتایج

بعد از توسعه اولین لیزرها، قفل‌شدگی نوسانات لیزر به روش تزریق مورد مطالعه قرار گرفته است. بررسی قفل‌شدگی نوسانات لیزر به روش تزریق در مطالعه مسائل اصولی دینامیک غیرخطی (به طور مثال: آشوب، دو پایداری و...) و همچنین در کنترل و تحقیق خواص آماری تابش لیزر (به عنوان مثال: دانستیه، نوفه‌های فاز و یا چلانندگی) کاربرد زیادی دارد. در طی دهه گذشته مطالعات نظری و کارهای عملی روی خواص لیزرهای گازی تزریقی گسترش زیادی نموده است. پارامتر مهم در این پدیده افزایش در پهنای خط است، که مشخصه آن جفت‌شدگی فاز - دامنه می‌باشد. مطالعه قفل‌شدگی تزریقی نوسانات لیزر $TEA-CO_2$ توسط گروه‌های مختلفی انجام شده است [۱-۹]. لاجامبر [۷] و تاشیرو [۸] در مدل‌های خود شرایط مرزی روی آینه‌ها را نوشته و به یک معادله تفاضلی تبدیل کرده‌اند سپس با تقریب، این معادله را به شکل یک معادله دیفرانسیل درآورده و با برقرای شرایط، بر روی بهره محیط فعال، آن را حل نموده‌اند. تاشیرو بهره محیط فعال را ثابت

معادلات حل شود. معادله حاکم بر میدان الکتریکی داخل حفره لیزر $E(z,t)$ با توجه به معادله موج ناشی از معادلات ماکسول توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$-\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (1)$$

که $P(z,t)$ قطبش دی الکتریک القا شده محیط یعنی $P = \epsilon \cdot xE$ است و χ ضریب پذیرفتاری دی الکتریک می‌باشد. بنابراین داریم

$$-\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \mu\epsilon \cdot (1 + \chi) \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

به راحتی می‌توان میدان E را بر حسب میدان مربوط به مدهای طولی کاواک و میدان تابش تزریقی نوشت:

$$E = \sum_n A_n(t) u_n(z) + B(z,t),$$

جمله اول این عبارت میدان الکتریکی داخل کاواک خالی می‌باشد که بر حسب ویژه توابع کاواک خالی $u_n(z)$ بسط داده شده است. $B(z,t) = \epsilon'(z,t) e^{i(\omega t - kz)}$ ، میدان ناشی از تابش تزریقی است. با قرار دادن عبارت فوق در معادله (۲) خواهیم داشت:

$$\sum_n A_n(t) k_n^2 u_n(z) + \sum_n \mu\sigma \dot{A}_n(t) u_n(z) + \mu\epsilon \cdot (1 + \chi) \sum_n \ddot{A}_n(t) u_n(z) - \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \mu\sigma \frac{\partial B}{\partial t} + \mu\epsilon \cdot (1 + \chi) \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0.$$

پس از ضرب کردن u_m در رابطه بالا و انتگرال‌گیری در طول کاواک به دست می‌آوریم:

$$k_m^2 A_m(t) + \mu\sigma \dot{A}_m(t) + \mu\epsilon \cdot (1 + \chi) \ddot{A}_m(t) - \left\langle m \left| \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \right| \right\rangle + \mu\sigma \left\langle m \left| \frac{\partial B}{\partial t} \right| \right\rangle + \mu\epsilon \cdot (1 + \chi) \left\langle m \left| \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \right| \right\rangle = 0,$$

$\epsilon(z,t)$ دامنه کند تغییر میدان تزریقی و $A_m(t) = \epsilon'_m(t) e^{-i\omega_m t}$ ، که $\epsilon'_m(t)$ دامنه کند تغییر میدانهای داخل کاواک لیزر است و منظور از نماد $\langle | \rangle$ ضرب داخلی در فضای $L^2(R)$ می‌باشد. با توجه به تقریب تغییرات آرام $\dot{\epsilon} \cong 0$ و $\ddot{\epsilon} \cong 0$ [۱۱] داریم:

مدل محققین پیشین از سازگاری خوبی برخوردار است [۹،۸،۷].

در صورت وجود مدهای کاواک و موج تزریقی به صورت همزمان، بین آنها زنش به وجود می‌آید. یادآور می‌شود که مدهای کاواک توسط نوبه تحریک می‌شوند و حال آنکه موج تزریقی توسط موج تابانده شده از بیرون شکل می‌گیرد، با توجه به اینکه نسبت توان لیزر تزریقی به نوبه محیط خیلی بزرگ است، رقابت بین موج تزریقی و مدهای درون کاواک مانع شکل گرفتن مد درون کاواک می‌شود. اگر موج تزریقی نداشته باشیم نوبه محیط مد کاواک را تحریک می‌کند و لیزر روی یکی از مدهای کاواک نوسان می‌کند، وقتی تزریق وجود داشته باشد از نوسان مدهای کاواک جلوگیری می‌کند و فقط مد تزریقی تقویت می‌شود و خارج می‌گردد و مد کاواک وجود ندارد که زنش به وجود آید. حتی در صورتی که موج تزریقی بعد از شکل گرفتن مدهای کاواک اعمال شود باعث خفه شدن مدهای کاواک می‌گردد و به این ترتیب می‌توان معکوس کننده‌های نوری را ساخت [۱۰].

فاصله بین دو مد طولی متوالی (FSR) به طول لیزر بستگی دارد، مثلاً اگر طول لیزر $m/5$ باشد، $\Delta f = \frac{c}{2L} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 0.1} = 300 \text{ MHz}$ و حال آنکه پهنای خط لیزر تزریقی توسط نویز (رفتار آماری) لیزر تعیین می‌گردد که کمتر از چند MHz می‌باشد، بنابراین فاصله بین آنها خیلی کم است و به همین جهت برای تنظیم فرکانس لیزر لزومی ندارد که لیزر TEA کوک پذیر باشد. لیزری که موج تزریق را تولید می‌کند (که معمولاً پیوسته است) باید کوک‌پذیر باشد در هر صورت هر دو کار در آزمایشگاه به راحتی قابل دسترسی است. حوزه کوک‌پذیری لیزر تزریقی بین دو مد طولی متوالی (FSR) است.

۲. مدل

در این مدل بر اساس معادلات ماکسول، معادلات حاکم بر محیط نوشته می‌شود و یک دستگاه معادلات انتگرال دیفرانسیل به دست می‌آید و سعی می‌گردد با یک سری تقریب این

$$\sum_m \left[\gamma K_m (k_m - (\gamma + \frac{1}{\gamma}) K_m) \dot{\epsilon}'_m - i \omega_m \mu. (\sigma. \dot{\epsilon}'_m + \gamma \epsilon. (\gamma + \chi) \dot{\epsilon}'_m) e^{-i \omega_m t} \right] - \gamma i k. e^{-i(\omega. t - k. z)} \left(\frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial z} + \frac{\gamma + \chi}{c} \frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial t} + \frac{c \mu. \sigma.}{\gamma} \dot{\epsilon}'_m + \frac{\chi k.}{\gamma i} \dot{\epsilon}'_m \right) = .$$

به جای عبارت زیر سیگما از رابطه (۳) مقدار قرار می دهیم:

$$\sum_m \left[\gamma i k. \frac{c_m}{c} e^{i(\omega_m - \omega. t)} e^{-i \omega_m t} \right] - \gamma i k. e^{-i(\omega. t - k. z)} \left(\frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial z} + \frac{\gamma + \chi}{c} \frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial t} + \frac{c \mu. \sigma.}{\gamma} \dot{\epsilon}'_m + \frac{\chi k.}{\gamma i} \dot{\epsilon}'_m \right) = .$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial z} + \frac{\gamma + \chi}{c} \frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial t} + \frac{\sigma.}{\gamma c \epsilon.} \dot{\epsilon}'_m - i \frac{\chi k.}{\gamma i} \dot{\epsilon}'_m = \frac{e^{-i k. z}}{c} \sum_m c_m(t) u_m(z). \tag{۵}$$

اکنون توابع F_m و F را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$F_m = - \frac{\omega.}{\omega_m} c_m(t) e^{i(\omega_m - \omega.) t}, \tag{۶}$$

$$F = \frac{e^{-i k. z}}{c} \sum_m c_m(t) u_m(z). \tag{و}$$

با این تعاریف روابط (۴) و (۵) به فرم زیر نوشته می شوند:

$$\dot{\epsilon}'_m + \left(\frac{\sigma.}{\gamma \epsilon. (\gamma + \chi)} + i \frac{\Delta \omega_m - (\gamma / \gamma) \chi \omega_m}{\gamma + \chi} \right) \dot{\epsilon}'_m - \frac{F_m}{\gamma + \chi} = ., \tag{و}$$

$$\frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial z} + \frac{\gamma + \chi}{c} \frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial t} + \frac{\sigma.}{\gamma c \epsilon.} \dot{\epsilon}'_m - i \frac{\chi k.}{\gamma i} \dot{\epsilon}'_m = F$$

برای جداسازی قسمتهای حقیقی و موهومی معادلات (۴) و (۵) استفاده از نمایش قطبی برای دامنه تغییرات آرام سودمند است:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}'_m(t) &= e_m(t) e^{-i \phi_m(t)} \\ \dot{\epsilon}'_m(t, z) &= e(z, t) e^{-i \phi_0(z, t)} \end{aligned}$$

که ϕ ، ϕ_m ، ϵ ، ϵ_m ، ϵ توابعی از t و z می باشند، به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (\gamma + \chi) (\dot{\epsilon}_m e^{-i \phi_m} - i \dot{\phi}_m \epsilon_m e^{-i \phi_m}) \\ + \left(\frac{\sigma.}{\gamma \epsilon.} + i \Delta \omega_m - (\gamma / \gamma) \chi \omega_m \right) \epsilon_m e^{-i \phi_m} - F_m = ., \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial z} - i \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) e^{-i \phi} \\ + \frac{\gamma + \chi}{c} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} - i \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) e^{-i \phi} + \frac{\sigma.}{\gamma c \epsilon.} \epsilon e^{-i \phi} - i \frac{\chi k.}{\gamma} \epsilon e^{\phi} = F \end{aligned}$$

$$k_m^2 A_m + \mu. \sigma. \dot{A}_m + \mu. \epsilon. (\gamma + \chi) \ddot{A}_m \cong \left[\gamma K_m (K_m - (\gamma - \chi) \epsilon'_m + i \omega_m \mu. (\sigma. \epsilon'_m + \gamma \epsilon. (\gamma + \chi) \dot{\epsilon}'_m)) \right] e^{-i \omega_m t},$$

که $\Omega_m, \omega_m, k_m = \frac{\Omega_m}{c}, K_m = \frac{\omega_m}{c}$ به ترتیب فرکانسهای لیزر و کاواک خالی است. معادله موج به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \gamma K_m (k_m - (\gamma + \frac{1}{\gamma}) \chi) K_m \dot{\epsilon}'_m - i \omega_m \mu. (\sigma. \dot{\epsilon}'_m + \gamma \epsilon. (\gamma + \chi) \dot{\epsilon}'_m) \\ - \gamma i k. \left\langle m \left| e^{i k. z} \left(\frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial z} + \frac{\gamma + \chi}{c} \frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial t} + \frac{c \mu. \sigma.}{\gamma} \dot{\epsilon}'_m + \frac{\chi k.}{\gamma i} \dot{\epsilon}'_m \right) \right\rangle e^{i(\omega_m - \omega.) t} = . \end{aligned} \tag{۳}$$

با تعریف:

$$\frac{c_m(t)}{c} = \left\langle m \left| \left(\frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial z} + \frac{\gamma + \chi}{c} \frac{\partial \dot{\epsilon}'_m}{\partial t} + \frac{\mu. \sigma.}{\gamma} c \dot{\epsilon}'_m - \frac{i \chi k.}{\gamma} \dot{\epsilon}'_m \right) e^{i k. z} \right\rangle,$$

که منظور از آن تصویر $\dot{\epsilon}'_m$ در جهت n امین مد میدان است، به راحتی معادله (۳) را به شکل زیر می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \left[\gamma K_m (K_m - (\gamma + \frac{1}{\gamma}) \chi) K_m \dot{\epsilon}'_m(t) - i \omega_m \mu. (\sigma. \dot{\epsilon}'_m(t) + \gamma \epsilon. (\gamma + \chi) \dot{\epsilon}'_m(t)) \right] \\ = \gamma i k. \frac{c_m(t)}{c} e^{i(\omega_m - \omega.) t}. \end{aligned}$$

و یا

$$\begin{aligned} \left[\gamma \frac{\Omega_m}{c^2} (\omega_m - \Omega - \frac{1}{\gamma} \chi \Omega_m) \dot{\epsilon}'_m(t) - i \omega_m \mu. (\sigma. \dot{\epsilon}'_m(t) + \gamma \epsilon. (\gamma + \chi) \dot{\epsilon}'_m(t)) \right] \\ = \gamma i \omega. \frac{c_m(t)}{c^2} e^{i(\omega_m - \omega.) t}. \end{aligned}$$

با تعریف $\Delta \omega_m = \Omega_m - \omega_m$ داریم:

$$\begin{aligned} \left[\gamma \frac{\Omega_m}{c^2} (\Delta \omega_m - \frac{1}{\gamma} \chi \Omega_m) \dot{\epsilon}'_m(t) - i \omega_m \mu. \sigma. \dot{\epsilon}'_m(t) + \gamma i \epsilon_m \mu. \epsilon. (\gamma + \chi) \dot{\epsilon}'_m(t) \right] \\ = \gamma i \omega. \frac{c_m(t)}{c^2} e^{i(\omega_m - \omega.) t}. \end{aligned}$$

و یا

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}'_m + \left(\frac{\sigma.}{\gamma \epsilon. (\gamma + \chi)} + i \frac{\Delta \omega_m - (\gamma / \gamma) \chi \omega_m}{\gamma + \chi} \right) \dot{\epsilon}'_m \\ + \frac{\omega.}{\omega_m} \frac{1}{\gamma + \chi} c_m(t) e^{i(\omega_m - \omega.) t} = ., \end{aligned} \tag{۴}$$

از معادله موج داریم:

$$\begin{aligned} \sum_m \left[A_m(t) k_m^2 u_m(z) + \mu. \sigma. \dot{A}_m u_m(z) + \mu. \epsilon. (\gamma + \chi) \ddot{A}_m(t) u_m(z) \right] \\ - \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \mu. \sigma. \frac{\partial B}{\partial t} + \mu. \epsilon. (\gamma + \chi) \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = . \end{aligned}$$

و یا:

بنابراین:

$$\begin{aligned} & \frac{1+\chi'}{c} \frac{\partial \langle \varepsilon^\vee(z,t) \rangle}{\partial t} + [\gamma\alpha + k\chi'] \langle \varepsilon^\vee(z,t) \rangle \\ &= \frac{\gamma\alpha}{\sqrt{L}} |\hat{\varepsilon}(\bar{k}_\vee - \bar{k}_\vee)|^\vee + \frac{1+\chi'}{c\sqrt{L}} \frac{\partial}{\partial t} (|\hat{\varepsilon}(\bar{k}_\vee - \bar{k}_\vee)|^\vee) \\ & - \frac{1}{\sqrt{L}} (\varepsilon^\vee(L,t) - \varepsilon^\vee(\cdot,t)) \\ & + \frac{\gamma}{L} \text{Re} L [\varepsilon(L,t)e^{ik.L} - \varepsilon(\cdot,t)] \hat{\varepsilon}(\bar{k}_\vee - \bar{k}_\vee). \end{aligned} \tag{۱۲}$$

برای توصیف فرآیند بر همکنش، دانستن سطح مقدار گذار σ ضروری است [۱۲].

$$\sigma = \frac{\pi}{\gamma\hbar\varepsilon c} |\mu|^\vee \omega^\vee g(\omega - \omega_0),$$

که μ گشتاور دو قطبی اتم، $g(\omega - \omega_0)$ تابع شکل خط، ω_0, ω به ترتیب فرکانس گذار اتم و فرکانس لیزر است، همچنین χ' و χ'' عبارتند از [۱۳]:

$$\chi'(\omega) = \frac{|\mu|^\vee (\omega - \omega_0)}{\gamma\hbar\varepsilon} T_\vee \Delta N g(\omega - \omega_0)$$

$$\chi''(\omega) = \frac{|\mu|^\vee}{\gamma\hbar\varepsilon} \Delta N g(\omega - \omega_0),$$

که T_\vee طول عمر تراز بالایی و ΔN وارونی انبوهی است، بنابراین χ' و χ'' بر حسب σ به شکل زیر در خواهند آمد:

$$\chi'(\omega) = \frac{\gamma c \sigma (\omega - \omega_0) T_\vee \Delta N}{\gamma \pi \omega} \tag{۱۳}$$

$$\chi''(\omega) = \frac{\gamma c \sigma \Delta N}{\gamma \pi \omega} \tag{۱۴}$$

شرایط مرزی عبارتند از:

$$RI(L,t) + TI_{inj} = I(\cdot,t)$$

$$TI(L,t) = I_{out},$$

که R توان بازتابندگی و T توان تراکسیل آینه‌هاست.

با فرض $|\hat{\varepsilon}(\bar{k}_\vee - \bar{k}_\vee)|^\vee = \beta_\vee I(t)$ که در آن $\langle \varepsilon^\vee(z,t) \rangle = I(t)$ می‌باشد، معادله (۱۲) به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} & \frac{1+\chi'}{c} (1 - \frac{\beta_\vee}{\sqrt{L}}) \frac{\partial I(t)}{\partial t} \\ & + \left[\gamma\alpha (1 - \frac{\beta_\vee}{\sqrt{L}}) + k\chi'' + \frac{T}{\sqrt{L}} - \frac{\gamma\sqrt{\beta_\vee}}{L} \left(\cos \frac{\Phi}{\gamma} - \sqrt{R} \right) \right] I(t) \tag{۱۵} \\ & = \left(\frac{T}{\sqrt{L}} - \frac{\gamma\sqrt{\beta_\vee}}{\sqrt{R}} \frac{T}{L} \right) I_{inj}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (1+\chi)(\dot{\varepsilon}_m - i\dot{\varphi}_m \varepsilon_m) \\ & + \left(\frac{\sigma}{\gamma\varepsilon} + i(\Delta\omega_m - \chi\omega_m) \right) \varepsilon_m = F_m e^{-i\varphi_m} \\ & \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{1+\chi}{c} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - i \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1+\chi}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \varepsilon \\ & + \left(\frac{\sigma}{\gamma c \varepsilon} - i \frac{\chi k_\vee}{\gamma} \right) \varepsilon = F e^{i\varphi}. \end{aligned}$$

اگر χ' و χ'' به ترتیب قسمت حقیقی و موهومی χ باشند $(\chi = \chi' + i\chi'')$ داریم:

$$\begin{aligned} & (1+\chi'+i\chi'')(\dot{\varepsilon}_m - i\dot{\varphi}_m \varepsilon_m) \\ & + \left(\frac{\sigma}{\gamma\varepsilon} + i(\Delta\omega_m - (\chi'+i\chi'')\omega_m) \right) \varepsilon_m = F_m e^{-i\varphi_m} \\ & \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{1+\chi'+i\chi''}{c} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - i \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1+\chi'+i\chi''}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \varepsilon \\ & + \left(\frac{\sigma}{\gamma c \varepsilon} - i \frac{(\chi'+i\chi'')k_\vee}{\gamma} \right) \varepsilon = F e^{i\varphi}. \end{aligned}$$

با جدا کردن قسمت حقیقی و موهومی معادلات بالا به چهار معادله زیر می‌رسیم:

$$(1+\chi')\dot{\varepsilon}_m + \left(\frac{\sigma}{\gamma\varepsilon} + \chi''(\omega_m + \dot{\varphi}_m) \right) \varepsilon_m = \text{Re}(F_m e^{i\varphi_m}) \tag{۸}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{1+\chi'}{c} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\chi''}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \varepsilon + \left(\frac{\sigma}{\gamma c \varepsilon} + \frac{\chi'' k_\vee}{\gamma} \right) \varepsilon = \text{Re}(F e^{i\varphi}) \tag{۹}$$

$$\frac{\chi''}{c} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1+\chi'}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \varepsilon - \frac{\chi' k_\vee}{\gamma} \varepsilon = \text{Im}(F_m e^{i\varphi_m}) \tag{۱۰}$$

$$\chi' \dot{\varepsilon}_m - (1+\chi')\dot{\varphi}_m \varepsilon_m + (\Delta\omega_m - \chi'\omega_m) \varepsilon_m = \text{Im}(F_m e^{i\varphi_m}), \tag{۱۱}$$

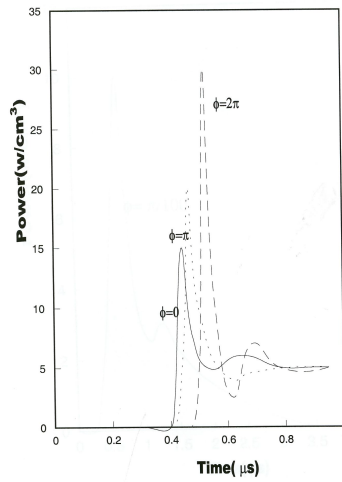
با استفاده از تعریف تبدیل فوریه

$$\hat{\varepsilon}(\bar{k}_\vee - \bar{k}_\vee) = \frac{1}{\sqrt{L}} \int_{-L}^L \hat{\varepsilon}(z,t) e^{i(k_\vee - k_\vee)z} dz$$

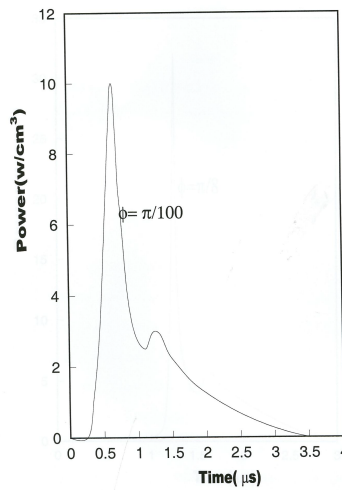
مد داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{c_\vee(t)}{c} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{L}} [\varepsilon(L,t)e^{ik.L} - \varepsilon(\cdot,t)] \right. \\ & + \left[\alpha - \frac{i(1+\chi)}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - i(k - k) - \frac{1}{\gamma} i\chi k \right] \hat{\varepsilon}(\bar{k}_\vee - \bar{k}_\vee) \\ & \left. + \frac{1+\chi}{c} \frac{\partial \hat{\varepsilon}(\bar{k}_\vee - \bar{k}_\vee)}{\partial t} \right\} e^{-i\varphi}. \end{aligned}$$

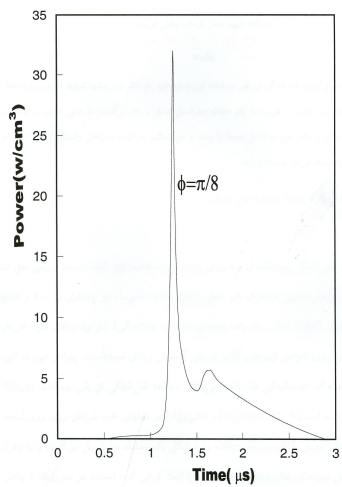
که $\alpha = \frac{1}{\gamma} c\mu\sigma$ است، با ضرب طرفین رابطه (۹) در ε و میانگین‌گیری در طول کاواک خواهیم داشت:



شکل ۱. در این شکل توان خروجی لیزر برای تزریق خارجی $\Delta W/cm^2$ در سه حالت $\varphi = 0$ ، $\varphi = \pi$ و $\varphi = 2\pi$ به ترتیب منحنیهای پیوسته، نقطه چین و خط چین با هم مقایسه شده است.



شکل ۲. در این شکل توان خروجی لیزر برای تزریق خارجی $\Delta W/cm^2$ و $\varphi = \pi/100$ رسم شده است.



شکل ۳. در این شکل توان خروجی لیزر برای تزریق خارجی $\Delta W/cm^2$ و $\varphi = \pi/8$ رسم شده است.

افزایش فاصله فرکانسی بین موج تزریقی و مد طولی تشدید کننده یک تأخیر زمانی در خروجی لیزر و افزایش در ماکزیمم توان با فرکانس موج تزریقی مشاهده می شود.

منحنیهای نقطه چین و خط چین به ترتیب برای $\phi = \pi, 2\pi$ رسم شده اند. با مقایسه منحنی اول و دوم دیده می شود که تأخیر زمانی در حدود $0.22 \mu s$ و افزایش ماکزیمم $5 w/cm^2$ ایجاد می گردد. اگر $\phi = 2\pi$ باشد (منحنی خط چین) تأخیر زمانی $0.11 \mu s$ و افزایش ماکزیمم $15 w/cm^2$ است. علت این افزایش نزدیک شدن به قله بهره محیط فعال است و در $\phi = 2\pi$ بر مد بعدی منطبق می شود که به قله بهره نزدیکتر است. در شکل های ۳ و ۲ تپ خروجی به ترتیب برای چگالی تزریق $\phi = \pi/100, 5K\omega/cm^2$ و $\phi = \pi/10, 0.5W/cm^2$ رسم شده است. به این ترتیب مشاهده می شود، که با اعمال تزریق خارجی می توان تپ های باریک و تیزی را در فرکانس موج تزریقی داشت، نتایج فوق سازگاری خوبی با نتایج به دست آمده قبلی دارد [۱-۸]. یاد آور می شود که قله دوم در شکل های مذکور مربوط به دنباله نیتروژن می باشد. معادلات (۸) الی (۱۲) معادلات کلی حاکم بر یک محیط لیزر با قفل شدگی تزریقی می باشند، همانگونه که از نتایج بالا مشاهده می شود، حل این معادلات در حالت خاص با داده های تئوری و عملی قبلی سازگاری خوبی دارد. هم اکنون ما در حال مطالعه و سعی برای حل این معادلات در حالت کلی هستیم، که نتایج به دست آمده در مقالات آتی گزارش خواهد شد.

در این رابطه $\phi = 2\pi \frac{df}{\Delta f}$ است، که df فاصله فرکانسی بین موج تزریقی و نزدیکترین مد طولی تشدید کننده، Δf فاصله بین دو مد متوالی طولی تشدید کننده می باشد.

۳. نتایج

با مراجعه به مرجع ۷ و قرار دادن وارونی انبوهی در روابط (۱۳) و (۱۴) می توان χ', χ'' را محاسبه نمود، و به این ترتیب، با حل عددی معادله (۱۵) شدت را به دست آورد.

با توجه به قدرت بالای موج تزریقی، رقابت بین موج تزریقی و مدهای درون کاواک مانع شکل گرفتن مدهای درون کاواک می شود و فقط مد تزریقی تقویت می شود و خارج می گردد و مد کاواک وجود ندارد، بنابراین در محاسبات برای به دست آوردن شدت فقط از میدان تزریق استفاده شده است. همچنین به دلیل عدم وجود نوسانات مدهای حفره مسئله زنش میان موج تزریقی و میدان درون کاواک منتفی است.

مجموعه معادلات (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) دینامیک قفل شدگی تزریقی را شرح می دهند، معادلات فوق برای سیستم لیزری با طول محیط فعال 100 cm ، طول تشدید کننده 300 cm به روش عددی حل و در نهایت توان خروجی به صورت تابعی از زمان رسم شده است.

در شکل ۱ توان خروجی لیزر (انرژی بر واحد حجم در واحد زمان) با تزریقی با شدت ثابت $5 w/cm^2$ برای حالتی که فرکانس موج تزریق بر یکی از مدهای طولی تشدید کننده منطبق است (منحنی پیوسته) رسم شده است. ماکزیممی برابر با $15 w/cm^2$ (توان بر واحد حجم) در زمان $0.44 \mu s$ وجود دارد، با

مراجع

1. R A York, T Itoh, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **46** (1998) 11.
2. J Mercier, M Mccall, *Opt. Cpmmun.* **138** (1997) 200.
3. P W Pace, and J M Crujckshank, *IEEE J. Quant. Elect.*, **16** (1980) 937.
4. J L Lachamber, G Otis, and P Lavigne, *Appl. Opt.*, **17** (1978) 1015.
5. Y Braiman, T B Kennedy, K Wissenfeld and A Kibnik, *Phys. Rev. A* **52** (1995) 1500.
6. L Goldberg, H L Taylor, J F Weller, D R Scifres, *Appl. Phys. Lett.* **46**. (1985) 236.
7. J L Lanchamber, P Lavigne, G Otis, M Noel, *IEEE J. Quant. Elect.*, **12** (1976) 764.
8. H Tashiro, T Shimada, K Toyoda, S Namba, *IEEE J. Quant. Elect* **20** (1984) 159.
9. J Gilbert, J L Lachamre, F Rheault, and R Fortin, *Can.J.Phys.*, **50** (1972) 2523.

13. A Yariv, *Quantum Electronics*, New York: Wiley (1989).
10. A Bahrapour M Mahjoei, *J Light wave technol*, **19**,8 (2001) 1130.
11. M III Sargent, M O Scully, W E Lamb, Jr. *Laser Physics*, Addison- Wosley (1977).
12. O Svelto, *Principles of Lasers*, Plenum Press (1982).