مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۸، شمارهٔ ۱، بهار ۱۳۸۷

یادداشت پژوهشی

مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران

بررسی آشوب اتلافی در ابرشبکه‌های نیمرسانا

فاطمه مقدم[۱] و مهدی اسماعیل زاده[۲]

۱. پژوهشکدهٔ علوم پایهٔ کاربردی جهاد دانشگاهی

۲. دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

(دریافت مقاله: ۸۵/۶/۱۹ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۸۶/۱۱/۲۴)

چکیده

در این مقاله ترابرد الکترونها در ریزنوار یک ابرشبکهٔ نیمرسانا تحت اثر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی که در راستاهای متفاوت بر ابرشبکه اعمال می‌شوند، مورد بررسی قرار گرفته است. نمودارهای سری زمانی و نمای لیاپانوف با استفاده از روش رانگ- کوتای مرتبهٔ چهارم محاسبه شده است. محاسبات عددی نشان می‌دهد که برای مقادیر معینی از پارامترها که وابسته به خصوصیات ابرشبکه و میدانهای اعمال شده بر آن است، الکترونها رفتار آشوبی از خود بروز می‌دهند و به ازای بعضی مقادیر دیگر از پارامترها این رفتار منظم و غیرآشوبی می‌شود. همچنین وجود میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی می‌تواند نواحی آشوبی را در حرکت الکترون کاهش دهد.

واژه‌های کلیدی: ابرشبکه‌های نیمرسانا، مینی نوار، آشوب

۱. مقدمه

در این مقاله ترابرد حاملها در ریزنوار یک ابرشبکه نیمرسانا تحت اثر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی که در راستاهای متفاوت بر ابرشبکه اعمال می‌شوند، مورد بررسی قرار گرفته است. نمودارهای سری زمانی و نمای لیاپانوف با استفاده از روش رانگ- کوتای مرتبهٔ چهارم محاسبه شده است. محاسبات عددی نشان می‌دهد که برای مقادیر معینی از پارامترها که وابسته به خصوصیات ابرشبکه و میدانهای اعمال شده بر آن است، الکترونها رفتار آشوبی از خود بروز می‌دهند و به ازای بعضی مقادیر دیگر از پارامترها این رفتار منظم و غیرآشوبی می‌شود. همچنین وجود میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی می‌تواند نواحی آشوبی را در حرکت الکترون کاهش دهد.

ابرشبکه‌های نیمرسانا از لایه‌نشانی متوالی دو نوع نیمرسانا با گاف انرژی متفاوت، روی زیر لایه‌ای که معمولاً از جنس خود یکی از نیمرساناها است، تشکیل می‌شوند. تکنیک ساخت آنها، روش برآرایی باریکهٔ مولکولی (MBE) است و متداولترین آنها ابرشبکه‌های $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ است، که در آن نیمرسانای ترکیبی $GaAs$ با گاف انرژی حدود ۱/۵ الکترون ولت را بین لایه‌های نیمرسانای آلیاژ سه تایی $Al_xGa_{1-x}As$ به طور یک در میان قرار می‌دهند. خاطر نشان می‌سازد که $Al_xGa_{1-x}As$ به ازای $x<0/4$ دارای گاف نواری مستقیم است و گاف انرژی آن قدری از ۲ الکترون ولت کمتر است.

از آن جایی که در ساخت ابرشبکه‌ها از سدهای فوق نازک استفاده می‌شود[۱]، توابع موج الکترونی از چاههای مجاور روی هم می‌افتند و امکان تونل‌زنی ذرات از یک چاه به چاه دیگر با عبور از سد امکان‌پذیر می‌شود و همین امر باعث می‌شود که تبهگنی ترازهای انرژی کوانتیده در هر چاه شکسته شود. برای N چاه، هر تراز تبهگن به N تراز تقسیم می‌شود. در نتیجه تشکیل نواری با 2N

حالت (با در نظر گرفتن اسپین) را می‌دهد. نوارهای انرژی ابرشبکه، که به این ترتیب شکل می‌گیرند را ریزنوار می‌نامند.

ترابرد الکترونی در ابرشبکه‌های نیمرسانا به علت خواص جالب توجه این ساختارها از سالهای گذشته تاکنون مورد توجه بوده است[۳،۲]. از جملهٔ این خواص می‌توان از امکان هدایت دیفرانسیلی منفی در حضور میدانهای الکتریکی قوی نام برد[۲]. هدایت دیفرانسیلی منفی به سبب حرکت الکترون درون مینی نوار و در محدوده‌ای از تکانه که در آن جرم مؤثر الکترون منفی است، ایجاد می‌شود.

با توجه به اینکه در سالهای اخیر از ابرشبکه‌های نیمرسانا در ساخت ادوات الکترونیکی به صورت گسترده استفاده می‌شود[۴-۶]، بررسی حرکت الکترون در ابرشبکه‌ها و یافتن محدوده‌هایی که در آن حرکت آشوبی است، برای پژوهشگران اهمیت فراوانی پیدا کرده است. بنابراین، شناخت محدوده‌هایی که رفتار الکترون آشوبی است بسیار ضروری است. آشوب در حرکت الکترونها در ابرشبکه‌های نیمرسانا در اثر جرم مؤثر غیر همسانگرد آنها و اعمال میدانهای خارجی می‌تواند ایجاد شود. در مقالاتی که تاکنون در این زمینه به چاپ رسیده‌اند غالباً رفتار الکترون در ابرشبکه‌ها تحت تأثیر یک میدان الکتریکی خارجی که در راستای رشد بلور اعمال شده، مورد بررسی قرارگرفته است[۷ و ۸].

۲. مبانی نظری

در این مقاله ترابری حامل در ابرشبکهٔ نیمرسانا در حضور میدانهای الکتریکی و مغناطیسی و در چهارچوب مدل تک مینی نوار بررسی می‌شود. در اینجا پراکندگی الاستیک الکترون از ناخالصیهای شبکه (تقریب زمان واهلش) و پراکندگی ناشی از سایر الکترون‌ها در نظر گرفته می‌شوند. همچنین میدان الکتریکی خود- سازگار ناشی از چگالی بار الکترونها نیز منظور می‌شود. میدان الکتریکی خارجی که در راستای عمود بر لایه‌های ابرشبکه اعمال می‌شود، به صورت زیر می‌باشد:

$$E_{ext} = E_\circ \cos\Omega_E t\, \hat{e}_z , \qquad (۱)$$

که $E_\circ$ دامنه و Ω_E فرکانس میدان الکتریکی است. همچنین میدان مغناطیسی خارجی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\boldsymbol{B}_{ext} = B_\circ \cos\Omega_B t\,(\sin\theta\ \hat{e}_y + \cos\theta\ \hat{e}_z), \qquad (۲)$$

در اینجا $B_\circ$ دامنه و Ω_B فرکانس میدان مغناطیسی است و θ زاویه‌ای است که میدان مغناطیسی با محور Z (راستای رشد لایه‌های ابرشبکه) می‌سازد. از آنجا که الکترونها در صفحهٔ لایه‌ها [صفحه y,x] آزادانه حرکت می‌کنند، رابطهٔ انرژی برای الکترونهای متعلق به تک ریزنوار یک ابرشبکه نیمرسانا را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱ و ۹]:

$$\varepsilon(P) = \frac{1}{2m^*}\left(p_x^2 + p_y^2\right) + \frac{1}{2}\Delta\left[1 - \cos\left(p_z a/\hbar\right)\right], \qquad (۳)$$

که از مدل تنگ - بست برای محاسبهٔ انرژی در راستای z استفاده شده است و $P = \hbar k$ تکانهٔ بلور، $m^* = 0/07 m_e$ جرم موثر الکترون برای حرکت در راستاهای x و y ، m_e جرم الکترون آزاد، a تناوب ابرشبکه و Δ پهنای ریزنوار می‌باشند. با استفاده از معادلهٔ نیروی لورنتس، می‌توان تغییرات زمانی انرژی و سرعت الکترون را به دست آورد. تغییرات زمانی میدان خود ـ سازگار را نیز می‌توان با استفاده از قانون آمپر به دست آورد. در نهایت معادلات بهنجار شدهٔ حرکت الکترون در تک مینی‌نوار یک ابرشبکه به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{w} = -E v_z - \gamma_\varepsilon\left(w - w_\circ\right), \qquad (۴)$$

$$\dot{v}_x = \frac{-eB_\circ \cos\Omega_B t}{m^*}\left(v_y \cos\theta - v_z \sin\theta\right) - \gamma_{v_x} v_x , \qquad (۵)$$

$$\dot{v}_y = \frac{eB_\circ \cos\Omega_B t}{m^*} v_x \cos\theta - \gamma_{v_y} v_y , \qquad (۶)$$

$$\dot{v}_z = -\left(E + \frac{e\Delta a^2}{2\hbar^2} v_x B_\circ \cos\Omega_B t \sin\theta\right)\left(-w + \frac{\Delta a^2 m^*}{4\hbar^2}\left(v_x^2 + v_y^2\right)\right) - \gamma_{v_z} v_z , \qquad (۷)$$

$$\dot{E} = v_z - \alpha E + \alpha\omega_S \cos\Omega_E t - \omega_S \Omega_E \sin\Omega_E t, \qquad (۸)$$

که γ_ε فرکانس واهلش انرژی، γ_{v_i} فرکانس واهلش سرعت الکترون در راستای $(i = x, y, z)$ i و α فرکانس واهلش میدان خودسازگار می‌باشند و $\omega_S = eaE_\circ/\hbar$ به فرکانس اشتارک معروف است. w انرژی الکترون و $w_\circ$ انرژی تعادلی آن می‌باشد که به صورت زیر تعریف شده است:

$$w_\circ = \frac{K_B T}{4\Delta} - \frac{I_1\left(\frac{\Delta}{2K_B T}\right)}{I_\circ\left(\frac{\Delta}{2K_B T}\right)}, \qquad (۹)$$

که $I_\circ, I_1$ توابع اصلاح شده بسل مرتبهٔ صفر و یک، T دمای

شبکه، و k_B ثابت بولتزمن هستند. در معادلات (۴) و (۸) تمامی‌ضرایب واهلش با تقسیم بر $\omega_E \equiv \left[2\pi\, e^2 na^2 \Delta/\hbar^2 \right]^{1/2}$، بهنجار شده‌اند. این معادلات نشان می‌دهند تغییر در سرعت و انرژی میانگین الکترونها، به علت اعمال میدانهای خارجی و پراکندگی حامل از حاملهای دیگر، نقایص شبکه و فونونها می‌باشد. لازم است اشاره شود میدانهای خارجی آن‌چنان قوی نیستند که قادر به تغییر ساختار نواری باشند، بنابراین در تمامی محاسبات فوق از رابطهٔ پاشندگی (۳) استفاده شده است.

۳. نتایج عددی

در محاسبات عددی از معادلات حرکت (۴) و (۸) با استفاده از روش رانگ - کوتای مرتبهٔ چهارم با گامهای بهینه شده انتگرال‌گیری نموده و سپس نمودار سری زمانی سرعت و بزرگترین نمای لیاپانوف رسم می‌شود. پارامترهای ابرشبکه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم[۱۰]:

(۱۰)

$$a = 10^{-8} m\,,\quad n = 3\times 10^{21} m^{-3}\,,\quad \Delta = 35/2\times 10^{-21} j$$

در آزمایشهایی که در مراجع [۱۱و۱۲] انجام گرفته، محدوده پارامترهای میرایی به صورت $0/2 \le \alpha/\omega_E \le 0$، $0/2 \le \gamma_\varepsilon/\omega_E \le 0$ و $\gamma_\upsilon/\omega_E \le 0$ تعیین شده‌اند. در ابتدا به بررسی رفتار الکترون در حضور میدان الکتریکی و در غیاب میدان مغناطیسی می‌پردازیم.

شکل۱ سری زمانی سرعت را به ازای مقادیر $\omega_s/\omega_E = 1/6$، $\Omega_E/\omega_E = 0/2$، $\alpha/\omega_E = 0/01$، $\gamma_{v_z}/\omega_E = \gamma_\varepsilon/\omega_E = 0/02$ و $\gamma_{v_x}/\omega_E = \gamma_{v_y}/\omega_E = 0$ نشان می‌دهد. این شکل سرعت الکترون را برای این مقادیر از پارامترها آشوبی نشان می‌دهد، چرا که سرعت به صورت نابهنجار (غیر تناوبی) تغییر می‌کند. وجود آشوب را می‌توان با تعیین نمای لیاپانوف تایید کرد. با محاسبهٔ فاصلهٔ بین دو مسیر با شرایط اولیهٔ بسیار نزدیک، نمای لیاپانوف را می‌توان محاسبه کرد. حرکت آشوبی است اگر نرخ واگرایی دو مسیر به صورت تابعی نمایی با نمای مثبت باشد. دو مسیر نزدیک با فاصله d_0 را در نظر بگیرید، فاصلهٔ d_n بین این مسیرها را به صورت عددی محاسبه می‌کنیم و هر گاه d_n / d_0 بزرگتر از مقداری بین ۲ تا ۳ شد، d_n را باز بهنجار به d_0 می‌کنیم. نمای لیاپانوف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma = \lim_{\tau\to\infty} \sigma(\tau), \qquad (11)$$

که

$$\sigma(\tau) \equiv \frac{1}{\tau} \sum_{n=1}^{N} \ln \left(\frac{d_n}{d_0} \right), \qquad (12)$$

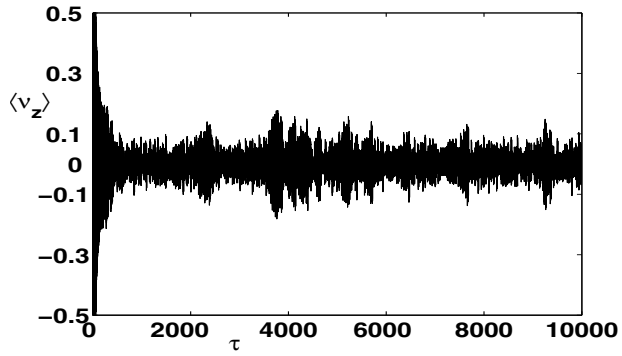
$\tau \equiv \sum_{n=1}^{N} \Delta\tau_n$ زمان بهنجار شده و $\Delta\tau_n$ فاصلهٔ زمانی (بهنجار شده) بین مرحله nام و $(n-1)$ام است. توضیح اینکه زمان به $1/\omega_E$ بهنجار شده است. در محاسبات عددی منظور از زمان بینهایت، رسیدن به زمانی است که نمودار $\sigma(\tau)$ بر حسب زمان به یک روند تقریباً یکنواخت برسد.

برای بررسی بهتر نوع حرکت، برای مقادیر پارامترهای شکل۱، $\sigma(\tau)$ در شکل۲ رسم شده است. توضیح اینکه در حل عددی معادلات و رسم $\sigma(\tau)$ ، شرایط اولیه به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

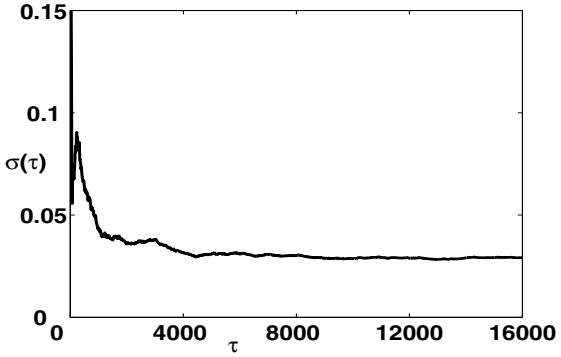
$$\left.\begin{aligned} &w_1(0) = w_2(0) = -1\,,\\ &v_{x1}(0) = v_{x2}(0) = 0\,,\\ &v_{y1}(0) = v_{y2}(0) = 0\,,\\ &v_{z1}(0) = v_{z2}(0) = 0\,,\\ &E_1(0) = \omega_S\,,\ E_2(0) = E_1(0) + \delta. \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

در اینجا δ را مقدار کوچکی برابر ۰/۰۰۱ در نظر گرفته‌ایم و اندیسهای ۱ و ۲ به ترتیب نشان دهندهٔ مسیرهای ۱ و ۲ هستند. همان‌طور که شکل۲ نشان می‌دهد $\sigma(\tau)$ برای زمانهای بزرگ $(\tau > 10000)$ مقدار ثابتی برابر ۰/۰۳ را نشان می‌دهد، بنابراین با تقریب خوبی می‌توان گفت که نمای لیاپانوف σ مثبت است. مثبت بودن نمای لیاپانوف وجود آشوب را در غیاب میدان مغناطیسی تایید می‌کند.

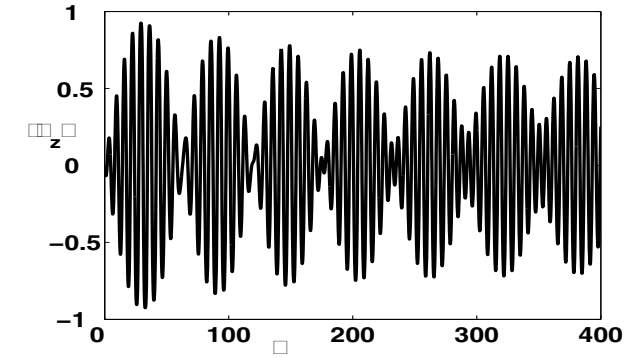
مشاهده شد که در غیاب میدان مغناطیسی، حرکت الکترون برای پارامترهای استفاده شده در شکلهای ۱ و ۲ آشوبی است. اکنون پارامترها را به صورت زیر تغییر می‌دهیم: ($\Omega_E/\omega_E = 1$ ، $\omega_S/\omega_E = 0/1$، $\gamma_{v_x}/\omega_E = \gamma_{v_y}/\omega_E = 0$ ،



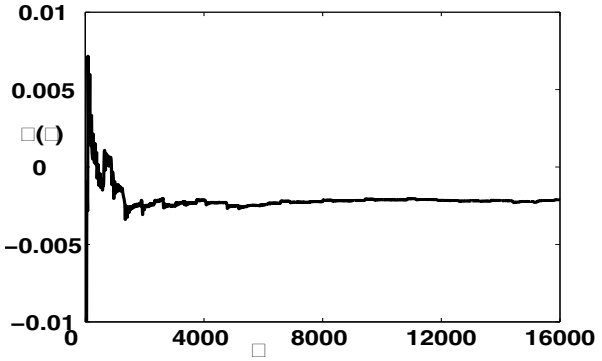
شکل۱. سرعت الکترون در غیاب میدان مغناطیسی بر حسب زمان برای پارامترهای $\omega_s/\omega_E = ۱/۶$، $\Omega_E/\omega_E = ۰/۲$، $\gamma_{v_z}/\omega_E = \gamma_\varepsilon/\omega_E = ۰/۰۲$ $\gamma_{v_x}/\omega_E = \gamma_{v_y}/\omega_E = ۰$ و $\alpha/\omega_E = ۰/۰۱$ ، همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود حرکت الکترون دارای تناوب مشخص نبوده و آشوبی است.



شکل۲. نمودار $\sigma(\tau)$ در غیاب میدان مغناطیسی برای پارامترهای شکل۱. مشاهده می‌شود که $\sigma(\tau)$ برای $\tau > ۱۰۰۰۰$ مقدار ثابت و مثبتی برابر ۰/۰۳ را نشان می‌دهد که وجود آشوب را تأیید می‌کند.



شکل۳. سری زمانی سرعت الکترون در غیاب میدان مغناطیسی برای پارامترهای $\omega_s/\omega_E = ۰/۱$، $\Omega_E/\omega_E = ۱$، $\gamma_{v_x}/\omega_E = \gamma_{v_y}/\omega_E = ۰$ $\gamma_{v_z}/\omega_E = \gamma_\varepsilon/\omega_E = ۰/۰۱$ و $\alpha/\omega_E = ۰/۰۰۱$. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود حرکت الکترون تناوبی است.

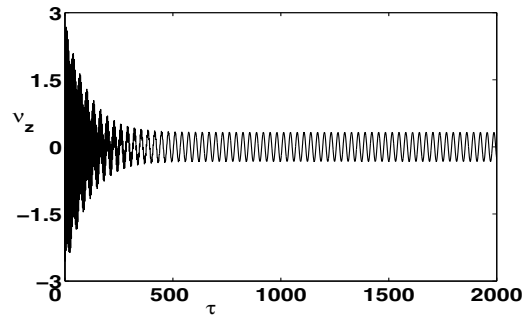


شکل۴. نمودار $\sigma(\tau)$ در غیاب میدان مغناطیسی برای پارامترهای شکل۳. منفی بودن نمای لیاپانوف نشان دهنده حرکت منظم و غیر آشوبی است.

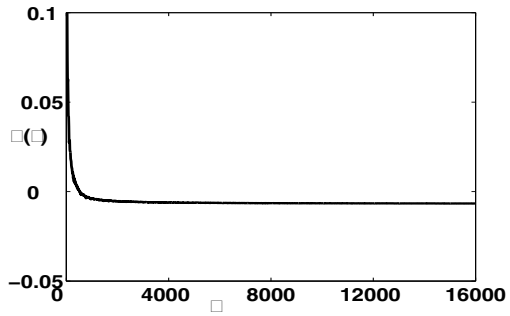
$\alpha/\omega_E = ۰/۰۱$ و $\gamma_{v_z}/\omega_E = \gamma_\varepsilon/\omega_E = ۰/۰۱$). شکل ۳ سری زمانی سرعت متوسط الکترون را برای پارامترهای جدید نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است سرعت به صورت تناوبی تغییر می‌کند و اثری از آشوب مشاهده نمی‌شود. در این نمودار فرکانس پایه، فرکانس میدان خارجی است با یک پریود بزرگتر که به سبب معادلات غیرخطی بر آن سوار شده است.

شکل۴ $\sigma(\tau)$ را برای پارامترهای جدید نشان می‌دهد. همان‌گونه که این شکل نشان می‌دهد $\sigma(\tau)$ برای زمانهای بزرگ یک مقدار ثابت منفی را نشان می‌دهد بنابراین نمای لیاپانوف، منفی است که بیانگر حرکت منظم (غیر آشوبی) برای پارامترهای جدید می‌باشد. نتایج فوق با نتایج مرجع [۵] که آشوب در ابرشبکه‌ها را تنها در حضور یک میدان الکتریکی بررسی کرده است، یکسان است. این امر تأییدی بر درستی معادلات (۴)ـ(۸) است که در این مقاله به‌دست آمده‌اند.

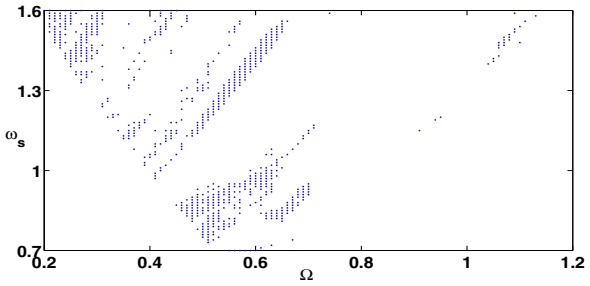
در این قسمت، به حل عددی معادلات حرکت در حضور میدان مغناطیسی با دامنه $B_0/\omega_E = ۱۰^{-۱۲} Ts$ و فرکانس $\Omega_B/\omega_E = ۰/۱$ می‌پردازیم. برای حل عددی معادلات مقادیر پارامترها را برابر مقادیر پارامترهای استفاده شده در شکل۱ قرار



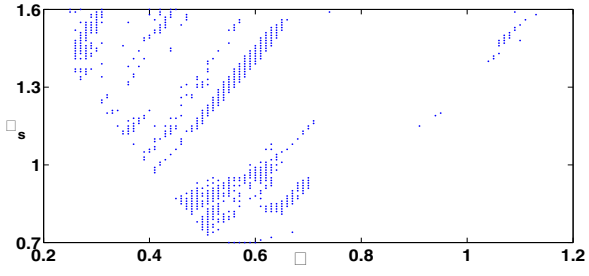
شکل ۵ . سری زمانی سرعت الکترون در راستای **z** در حضور میدان مغناطیسیِ عمود بر میدان الکتریکی بر حسب زمان بهنجار شده برای پارامترهای شکل ۱. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در حضور میدان مغناطیسی حرکت الکترون منظم و غیر آشوبناک می‌شود.



شکل ۶ . نمودار $\sigma(\tau)$ در حضور میدان مغناطیسی عمود بر میدان الکتریکی، این شکل نشان می‌دهد که وجود میدان مغناطیسی سبب از بین رفتن آشوب شده است.



شکل ۷. نمودار فضای فاز در غیاب میدان مغناطیسی، مناطق تیره نمایشگر محدوده‌های آشوبی و قسمتهای سفید بر حرکت تناوبی (غیرآشوبی) دلالت دارند.



شکل ۸ . نمودار فضای فاز در حضور میدان مغناطیسی، مناطق تیره نمایشگر محدوده‌های آشوبی و قسمتهای سفید بر حرکت تناوبی (غیرآشوبی) دلالت دارند.

می‌دهیم، یعنی مقادیری که باعث آشوبی شدن حرکت می‌شدند. می‌خواهیم بررسی کنیم اعمال میدان مغناطیسی چه اثری بر حرکت آشوبی الکترون دارد. میدان مغناطیسی را به صورت عمود بر میدان الکتریکی و در راستای y به ابرشبکه اعمال می‌نماییم؛ شکلهای ۵ و۶ به ترتیب سری زمانی سرعت الکترون و $\sigma(\tau)$ را در حضور میدان مغناطیسی نشان می‌دهند.

همان طور که در این شکلها دیده می‌شود سرعت الکترون برای زمان به اندازه کافی بزرگ تناوبی است و $\sigma(\tau)$ مقدار ثابت و منفی را برای زمان بزرگ نشان می‌دهد که بیانگر نمای لیاپانوف منفی است. بنابراین در حضور میدان مغناطیسی آشوب از بین می‌رود. ذکر این نکته ضروری است که وقتی میدان مغناطیسی را موازی میدان الکتریکی در نظر بگیریم، حرکت الکترون همچنان آشوبناک باقی‌می‌ماند و برای این حالت نمودارهایی مشابه شکلهای ۱ و ۲ حاصل می‌شود.

برای دستیابی به دید بهتری از رفتار کیفی سیستم، نمودار فضای فاز را برای دامنه میدان الکتریکی بر حسب فرکانس آن رسم می‌نماییم. به این ترتیب که دامنه و فرکانس میدان الکتریکی را با گام ۰/۰۱ تغییر داده و نمای لیاپانوف را برای آنها محاسبه می‌کنیم. شکلهای ۷ و ۸ برای پارامترهای واهلش $\gamma_{v_z}/\omega_E=\gamma_\varepsilon/\omega_E=0/1$ ، $\gamma_{v_x}/\omega_E=\gamma_{v_y}/\omega_E=0$ و $\alpha/\omega_E=0/01$ رسم شده‌اند. مناطق تیره نمایشگر محدوده‌های آشوبی و قسمتهای سفید بر حرکت تناوبی دلالت دارند. شکل ۷ در غیاب میدان مغناطیسی رسم شده است، در شکل ۸ میدان مغناطیسی نیز منظور شده است. مشاهده می‌شود اعمال میدان مغناطیسی (با مشخصات: $B_0/\omega_E=10^{-12}Ts$ و $\Omega_B/\omega_E=0/1$) که از نظر بزرگی با میدان الکتریکی هم مرتبه است سبب حذف

آشوب در حوالی سمت چپ نمودار می‌شود.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله نشان داده شد که در حضور میدان الکتریکی و در غیاب میدان مغناطیسی حرکت الکترون در ابرشبکه‌ها به ازای برخی پارامترهای مربوط به ابرشبکه و میدان خارجی می‌تواند آشوبی باشد و به ازای برخی دیگر می‌تواند تناوبی یا غیر آشوبی باشد. در حالی که در حضور میدان الکتریکی و مغناطیسی متعامد آشوب می‌تواند از بین برود و حرکت الکترون در ابرشبکه‌ها برای قسمتهایی از فضای فاز منظم و یا غیر آشوبی گردد.

مراجع

1. N Peyghambarian, S W Koch, and A Mysyrowicz, *Introduction To Semiconductor Optics*, Prentice-Hall, New Jersy, (1993).
2. L Esaki and R Tsu, *IBM J. Res. Dev*. **14** (1970) 61.
3. A Perales, L L Bonilla and R Escobedo, *Nanotechnology* **15** (2004) S229.
4. S Novikov, O Kilpela, Microelectronics & *Engineering* **51-52** (2000) 505.
5. Y Lin, Y J Tsai, and S C Lee, *Jpn. J. APPL. Phys*. **40** (2001) 1290.
6. Z Gribnikov, N Vagidov, A Korshak, *Superlattices and Microstructures*, **27** (2000) 223.
7. K N Alekseev, G PBerman, D K Campbell, E H Canon, and M C Cargo, *Phys. Rev*. B **54** (1996) 10625.
8. Yu A Romanov and Yu Yu Romanova, *JETP* **91** (2000) 1033.
9. N W Ashcroft, N D Mermin, *Solid State Physics*, Holt, Rinehart and Winston, (1976).
10. A C Sharma and A K Sood, *J. Phys. Condens. Matter* **6** (1994) 1553.
11. J J Quinn and J S Carberry, *IEEE Trans. Plasma Sci. PS* – **15** (1987) 394.
12. R E Camley and D L Mills, *Phys. Rev*. B **29** (1984) 1695.