مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۰، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۳۸۹

اثر گسيل خود به خودي و اتلاف كاواك بر گذار بي‌دررو تحريكي رامان در داخل كاواك

مهدي امنيت طلب، مقصود سعادتي نياري و حسن صدقي

گروه فيزيك، دانشكدهٔ علوم، دانشگاه اروميه، صندوق پستي ۱٦۵، اروميه

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۷/۲۶ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۶/۳۰)

چكيده

در اين مقاله، ضمن بررسي يك طرحواره زورمند (Robust) براي گذار بي دررو تحريكي رامان در داخل يك كاواك اپتيكي، عوامل ناهمدوسي بر گذار جمعيت سيستم مطالعه مي‌شود. براي اين منظور، اثر گسيل خود به خودي اتم و اتلاف كاواك با استفاده از حل عددي معادلهٔ ليوويل تحقيق مي‌شود. نتايج نشان مي‌دهد كه گذار بي دررو جمعيت سيستم، نسبت به اتلاف كاواك، بيشتر از گسيل خود به خودي اتم به ترازهاي زمينه، حساسيت نشان مي‌دهد.

واژه‌هاي كليدي: گذار بي دررو تحريكي رامان، كاواك اپتيكي، اتلاف كاواك، گسيل خود به خودي اتمي، معادله ليوويل

۱. مقدمه

روش گذار بی دررو تحریکی رامان[۱] [۱]، یک نمونه از روش‌های گذار بی‌دررو [۲ و ۳] است که در آن جمعیت سیستم با استفاده از پالس‌های میدانی و به صورت بی‌دررو از حالت اولیه $|g_1\rangle$ به حالت نهایی $|g_2\rangle$ از طریق حالت میانی $|e\rangle$ منتقل می‌شود. نکته قابل توجهی که در مورد گذار بی‌دررو وجود دارد، این است که در طی گذار بی‌دررو، سیستم در حالت تاریک $|D(t)\rangle$ که یک بر هم نهی همدوس از حالت‌های $|g_1\rangle$ و $|g_2\rangle$ است، قرار گرفته، و حالت تحریکی $|e\rangle$ به طور ناچیز جمعیت دار می‌شود.

سیستم‌های فیزیکی واقعی به ندرت بدون عیب هستند. اتم‌ها و مولکول‌های واقعی تحت تأثیر عوامل ناهمدوسی مختلفی همانند ناميزانی فاز[۲]، گسیل خود به خودی[۳]، یونش[۴]، و همچنین اتلاف کاواک[۵] قرار دارند که در طی گذار بی در رو در داخل کاواک[۶] رخ می‌دهند. در سال‌های اخیر اثر ناميزانی فاز [۴] و همچنین گسیل خود به خودی [۵] به صورت جداگانه برگذار بی‌دررو تحریکی رامان بررسی شده است. در این مقاله تأثیر گسیل خود به خودی و همچنین اتلاف کاواک بر بازده گذار بی‌درروی تحریکی رامان بررسی شده است. برای این منظور، از معادله لیوویل استفاده می‌شود و با استفاده از آن، بازده گذار بی دررو را بررسی می‌کنیم. همچنین شرایط گذار بی‌دررو در غیاب گسیل خود به خودی و حضور اتلاف کاواک،

۱. Stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP)

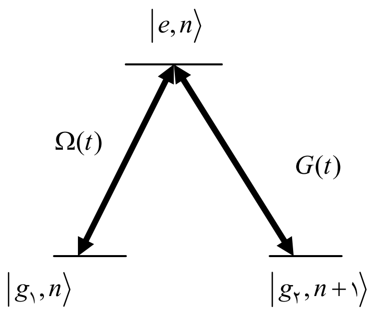
۲. Dephasing

۳. Spontaneous emission

۴. Ionization

۵. Cavity decay

۶. Intracavity STIRAP



شکل ۱ . الگوی جفت شدگی اتم- کاواک- لیزر.

و در غیاب اتلاف کاواک و حضور گسیل خود به خودی مطالعه شده است.

۲. ساختار هامیلتونی مؤثر

در این طرحواره یک اتم سه ترازی Λ- گونه با دو تراز تبهگن $|g_1\rangle$ و $|g_2\rangle$ و یک حالت برانگیخته $|e\rangle$ در نظر گرفته شده است (شکل ۱) که اندرکنش تشدیدی با میدان کاواک و همچنین با میدان لیزری دارد و نیز فرض می‌شود که اتم، نخست در حالت زمینه $|g_1\rangle$ است.

شکل ۱، الگوی جفت شدگی سیستم اتم- لیزر- کاواک را نشان می‌دهد. پالس لیزری با فرکانس رابی $\Omega(t)$ حالت‌های $|g_1\rangle$ و $|e\rangle$ و مد کاواک با فرکانس رابی $G(t)$ حالت‌های $|e\rangle$ و $|g_2\rangle$ را به همدیگر جفت می‌کند. فرکانس‌های رابی $\Omega(t)$ و $G(t)$ به صورت حقیقی و مثبت در نظر گرفته می‌شوند. این دو میدان با یک تاخیر زمانی با اتم بر هم‌کنش کرده و با یکدیگر در حالت تشدید تک فوتونی هستند (نامیزانی فرکانس[1] بین ترازها برابر صفر است). هامیلتونی سیستم در تقریب موج چرخان [2] و با فرض انتخاب سیستم واحدها طوری‌که $(\hbar=1)$ شود، به صورت زیر خواهد بود:

$$H(t)=\omega_C a^+ a+\begin{bmatrix} 0 & \Omega(t)e^{i\omega_L t} & 0 \\ \Omega(t)e^{-i\omega_L t} & \omega_e & G(t)a \\ 0 & G(t)a^+ & 0 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

که در این رابطه، a^+ و a به ترتیب عملگرهای خلق و فنا، ω_e انرژی تراز برانگیخته اتم، و انرژی ترازهای پایه اتم برای سادگی صفر فرض می‌شود $(\omega_{g_1}=\omega_{g_2}=0)$ و ω_L و ω_C به ترتیب فرکانس‌های میدان لیزری و میدان مد کاواک در حالت تشدید $\omega_L=\omega_C=\omega_e$ می‌باشند. هامیلتونی $H(t)$ یک ماتریس بلوکه قطری در فضای $\{|g_1,n\rangle,|e,n\rangle,|g_2,n+1\rangle;\ n=0,1,2,.....\}$ است، که در آن، n تعداد فوتون‌ها در مد کاواک است. با تصویر هامیلتونی $H(t)$ به زیر فضای $\{|g_1,0\rangle,|e,0\rangle,|g_2,1\rangle\}$، مسئله را به حالت تک فوتونی محدود می‌کنیم:

$$H_P=PHP, \qquad (2)$$

$$P=|g_1,0\rangle\langle g_1,0|+|e,0\rangle\langle e,0|+|g_2,1\rangle\langle g_2,1|. \qquad (3)$$

دینامیک سیستم از معادلهٔ شرودینگر به صورت $i(\partial/\partial t)|\psi(t)\rangle=H_P(t)|\psi(t)\rangle$ تبعیت می‌کند. هامیلتونی مؤثر در این حالت به صورت زیر است:

$$H^{eff}=R^+H_PR-iR^+\frac{\partial R}{\partial t}, \qquad (4)$$

$$R(t)=|g_1,0\rangle\langle g_1,0|+e^{-i\omega_L t}\left(|e,0\rangle\langle e,0|+|g_2,1\rangle\langle g_2,1|\right). \qquad (5)$$

در نتیجه نمایش ماتریسی هامیلتونی مؤثر سیستم در زیر فضای $\{|g_1,0\rangle,|e,0\rangle,|g_2,1\rangle\}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H^{eff}(t)=\begin{bmatrix} 0 & \Omega(t) & 0 \\ \Omega(t) & 0 & G(t) \\ 0 & G(t) & 0 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

تحول زمانی متناظر با هامیلتونی مؤثر سیستم به صورت $i\frac{\partial}{\partial t}|\varphi(t)\rangle=H^{eff}(t)|\varphi(t)\rangle$ خواهد بود و بین بردارهای حالت $|\psi(t)\rangle$ و $|\varphi(t)\rangle$ رابطهٔ $|\psi(t)\rangle=R(t)|\varphi(t)\rangle$ برقرار است.

۳. گذار بی دررو در داخل کاواک

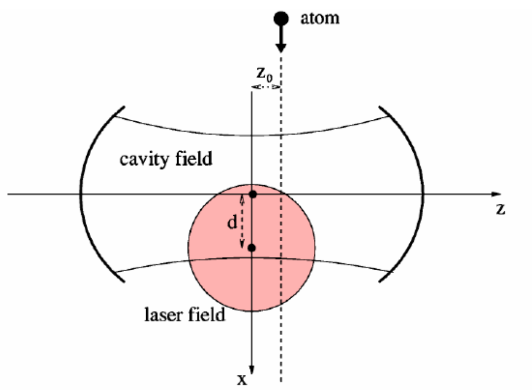
فرض می‌کنیم که سیستم نخست در حالت $|g_1,0\rangle$ باشد، یعنی اتم در حالت اولیه $|g_1\rangle$ و در لحظه اولیه، فوتونی در مد کاواک وجود ندارد:

$$|\varphi(-\infty)\rangle=|\psi(-\infty)\rangle=|g_1,0\rangle \qquad (7)$$

یکی از ویژه حالت‌های هامیلتونی مؤثر، ویژه حالت مربوط به

۱. Detuning

۲. Rotating wave approximation



شکل ۲. نمای هندسی اندرکنش اتم با مد کاواک و میدان لیزری.

ویژه مقدار صفر است که اصطلاحاً حالت تاریک[۱] نامیده می‌شود:

$$|D(t)\rangle = \frac{۱}{\sqrt{\Omega^{۲}(t)+G^{۲}(t)}}\left[G(t)|g_{۱},۰\rangle - \Omega(t)|g_{۲},۱\rangle\right], \qquad (۸)$$

در طی تحول زمانی، سیستم حالت تاریک را دنبال می‌کند طوری‌که به ازای شرایط زیر،

$$\lim_{t\to-\infty}\frac{\Omega(t)}{G(t)}=۰, \qquad \lim_{t\to+\infty}\frac{G(t)}{\Omega(t)}=۰, \qquad (۹)$$

جمعیت از حالت اولیه $|g_{۱},۰\rangle$ به طور کامل به حالت نهایی $|g_{۲},۱\rangle$ منتقل می‌شود. در یک کاواک اپتیکی، بزرگترین جفت شدگی کاواک برای گذار اتمی $|e\rangle\to|g_{۲}\rangle$، متناظر با مد $TEM_{۰۰}$ است که تابعیت مکانی آن به صورت زیر است [۶]:

$$G(x,y,z)=G_{۰}e^{-(x^{۲}+y^{۲})/W_C^{۲}}\cos\left(\frac{۲\pi z}{\lambda_c}\right) \qquad (۱۰)$$

که در رابطهٔ بالا $G_{۰}=\mu\sqrt{\omega_C/۲\varepsilon_{۰}V_m}$، V_m و μ به ترتیب برابر با حجم مؤثر مد کاواک و ممان دو قطبی گذار اتمی، W_C کمر مد کاواک و λ_c طول موج مد میدان کاواک است[۷]. در شکل ۲ وضعیتی در نظر گرفته می‌شود که اتم در حالت $|g_{۱}\rangle$ و با سرعت v (در صفحه $y=۰$ و بر روی خط $z=z_{۰}$) از میان یک کاواک اپتیکی که نخست در حالت $|۰\rangle$ قرار دارد عبور کرده و سپس با باریکهٔ لیزری که موازی محور y است، مواجه می‌شود. باریکهٔ لیزری با کمر باریکه W_L در حالت تشدید با گذار اتمی $|e\rangle\to|g_{۱}\rangle$ است. فاصلهٔ بین مرکز کاواک و محور میدان لیزری با d نشان داده شده است (شکل ۲).

اتم متحرک با فرکانس‌های رابی وابسته به زمان میدان‌های لیزری و کاواک به صورت زیر مواجه می‌شود:

$$G(t)=G_{۰}e^{-(vt)^{۲}/W_C^{۲}}\cos\left(\frac{۲\pi z_{۰}}{\lambda_c}\right), \qquad (۱۱)$$

$$\Omega(t)=\Omega_{۰}e^{-z_{۰}^{۲}/W_L^{۲}}e^{-(vt-d)^{۲}/W_L^{۲}}. \qquad (۱۲)$$

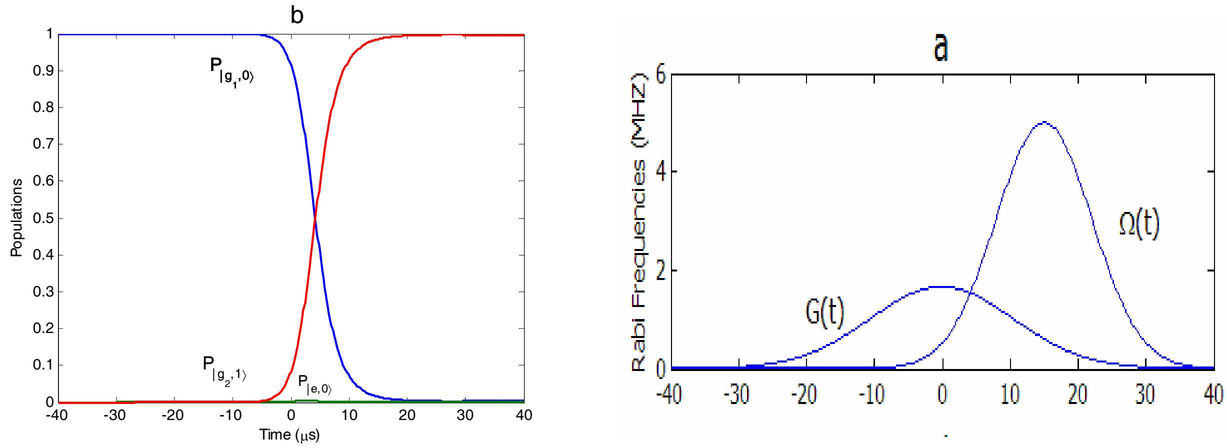
مبداء زمان حالتی در نظر گرفته می‌شود که اتم با مرکز کاواک یعنی $x=۰$ مواجه می‌شود. برای حالت $z_{۰}=۰$ مقادیر مناسب منجر به گذار بی دررو تحریکی رامان می‌شود. شکل ۳، ترتیب پالس‌های سیستم مطابق روابط (۱۱و ۱۲) و همچنین جمعیت ترازهای سیستم را طی گذار بی دررو نشان می‌دهد. مشاهده می‌کنیم که با ترتیب پالس غیر شهودی (پالس $G(t)$ قبل از پالس $\Omega(t)$ بیاید که شکل ریاضی آن رابطهٔ (۹) است) جمعیت به طور کامل از حالت اولیهٔ $|g_{۱},۰\rangle$ به حالت نهایی $|g_{۲},۱\rangle$ منتقل می‌شود. حالت نهایی $|g_{۲},۱\rangle$، به مفهوم آن است که اتم پس از خروج از کاواک در حالت $|g_{۲}\rangle$ است و مد کاواک در انتهای اندرکنش یک فوتون به دست می‌آورد. این تک فوتون سپس می‌تواند از طریق آینه‌های کاواک خارج شود و بدین ترتیب می‌توان یک منبع تک فوتون یا به اصطلاح تفنگ تک فوتونی[۲] طراحی کرد.

۴. گذار بي در رو در داخل كاواك همراه با گسيل خود به خودي و اتلاف كاواك

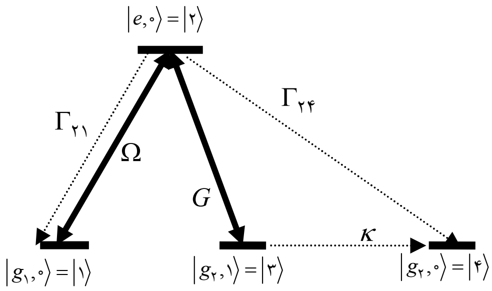
در بخش ۳، اثر گسیل خود به خودی و همچنین اتلاف کاواک بر گذار بی دررو نادیده گرفته شد. اما جمعیت دار شدن حالت $|g_{۲},۱\rangle$ در طول فرآیند منجر به بروز پدیده اتلاف کاواک از این حالت به حالت $|g_{۲},۰\rangle$ می‌شود. در واقع یک کاواک اپتیکی از دو آینه $M_{۱}$ و $M_{۲}$ تشکیل شده است. که دارای ضریب بازتاب $R_{۱}$ و $R_{۲}$ می‌باشند و فاصلهٔ قابل تغییر بین آنها L_{cav} می‌باشد. فضای بین آینه‌ها به وسیله محیط واسطه‌ای با ضریب شکست n پر شده است. با در نظر گرفتن $R_{۱}=R_{۲}=R$، طول

۱. Dark state

۲. Single-photon Gun



شکل ۳ . a): فرکانس‌های رابی میدان‌های کاواک و لیزری بر اساس روابط (۱۱و۱۲) که در آن پارامترهای پالس‌ها عبارتند از: $d=۳۰/۲\ \mu m$ ، $z_۰=۰$ ، $G_۰=۲۵\left(\frac{v}{W_C}\right)$ ، $\Omega_۰=۵۰\left(\frac{v}{W_L}\right)$ ، $\lambda_c=۷۸۰\ nm$ ، $v=۲m/s$ ، $W_c=۳۰\ \mu m$ ، $W_L=۲۰\ \mu m$ ، b) تحول زمانی جمعیت ترازها.



شکل ۴ . الگوی جفت شدگی سیستم اتم- کاواک- لیزر همراه با گسیل خود به خودی و اتلاف کاواک. $\Gamma_{۲۱}$ و $\Gamma_{۲۴}$ به ترتیب نرخ گسیل خود به خودی بین حالت‌های $|e,۰\rangle$ و $|g_۱,۰\rangle$ و بین $|e,۰\rangle$ و $|g_۲,۰\rangle$ می‌باشد و κ نرخ اتلاف کاواک است.

عمر فوتون در داخل کاواک، τ_{cav}، به صورت زیر تعریف می‌شود[۸]:

$$\tau_{cav}=\frac{nL_{cav}}{c(1-R)}, \qquad (۱۳)$$

که در این رابطه، c سرعت نور است. نرخ اتلاف کاواک نیز به صورت $\kappa=1/\tau_{cav}$، تعریف می‌شود.

گذار بی‌دررو نسبت به گسیل خود به خود اتمی، حساسیت زیادی ندارد. ولی در عمل همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود، کسر بسیار کوچکی از جمعیت به حالت $|e,۰\rangle$ منتقل می‌شود که می‌تواند منجر به گسیل خود به خودی از تراز تحریکی اتم شود. با انتخاب مقادیر بزرگتر $G_۰$ و $\Omega_۰$ در مقایسه با نرخ گسیل خود به خود اتم، Γ، می‌توان اتلاف ناشی از گسیل خود به خود اتم را کاهش داد. اگر فرض شود که گسیل خود به خودی از تراز $|e,۰\rangle$ به محیط خارج از سیستم صورت گیرد، در این صورت اثر گسیل خود به خودی به سادگی، با وارد کردن نرخ گسیل خود به خودی به صورت موهومی در قطر اصلی هامیلتونی مؤثر با استفاده از معادلهٔ شرودینگر بررسی می‌شود. اما فرآیند گسیل خود به خودی از تراز $|e,۰\rangle$ به ترازهای $|g_۱,۰\rangle$ و $|g_۲,۰\rangle$ متفاوت است. در گسیل خود به خودی به سمت درون سیستم، مجموع جمعیت ترازها همواره برابر یک خواهد بود. در عمل برای اینکه بتوان اتم را وادار به گسیل خود به خود به سمت ترازهای پایین سیستم کرد، از میدان‌های همدوس قوی [۹] استفاده می‌شود. برای مطالعهٔ فرآیند گسیل خود به خودی در یک سیستم بسته لازم است معادلهٔ حاکم بر ماتریس چگالی سیستم به طور عددی حل شود تا جمعیت ترازها (عناصر قطری ماتریس چگالی) به دست آید. در این حالت کاهش جمعیت از تراز تحریکی با افزایش جمعیت ترازهای پایین همراه است. در این مقاله فرض می‌شود که گسیل خود به خودی از تراز $|e,۰\rangle$ به ترازهای $|g_۱,۰\rangle$ و $|g_۲,۰\rangle$ صورت می‌گیرد. در این حالت باید از معادلهٔ لیوویل استفاده کنیم که حل عددی آن به مراتب پیچیده‌تر از معادلهٔ شرودینگر است. الگوی جفت شدگی سیستم متناظر با هامیلتونی مؤثر سیستم تحت شرایط گسیل خود به خودی و اتلاف کاواک در شکل ۴، نشان داده شده است.

برای چنین سیستمی، معادلهٔ لیوویل با ماتریس چگالی ρ و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود که دو جملهٔ آخر سمت راست آن به صورت پدیده شناختی برای توصیف گسیل خود به خودی و اتلاف کاواک در معادلهٔ لیوویل وارد می‌شوند [۹]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[H', \rho] + L_{at}\rho + L_{cav}\rho. \qquad (۱۴)$$

در رابطهٔ بالا، H', ρ در زیر فضای حالت‌های $S = \{|۱\rangle, |۲\rangle, |۳\rangle, |۴\rangle\}$ به صورت زیر نمایش ماتریسی داده می‌شوند:

$$H' = \begin{bmatrix} ۰ & \Omega & ۰ & ۰ \\ \Omega & ۰ & G & ۰ \\ ۰ & G & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}, \qquad (۱۵)$$

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{۱۱} & \rho_{۱۲} & \rho_{۱۳} & \rho_{۱۴} \\ \rho_{۲۱} & \rho_{۲۲} & \rho_{۲۳} & \rho_{۲۴} \\ \rho_{۳۱} & \rho_{۳۲} & \rho_{۳۳} & \rho_{۳۴} \\ \rho_{۴۱} & \rho_{۴۲} & \rho_{۴۳} & \rho_{۴۴} \end{bmatrix}. \qquad (۱۶)$$

رابطهٔ (۱۵) نشان می‌دهد که حالت $|g_۲, ۰\rangle$ به هیچ کدام از حالت‌های دیگر سیستم جفت نشده است. همچنین $L_{at}\rho$ و $L_{cav}\rho$ به ترتیب متناظر با گسیل خود به خودی و اتلاف کاواک در معادلهٔ لیوویل وارد می‌شوند که برابرند با [۹]:

$$L_{at}\rho = \sum_l \Gamma_{el}\sigma_{le}\rho\sigma_{el} - \frac{۱}{۲}\Gamma'\left(\sigma_{ee}\rho + \rho\sigma_{ee}\right) . \qquad (۱۷)$$

در رابطهٔ بالا اندیس l نشان دهندهٔ کلیه حالت‌هایی است که اتم از تراز $|e, ۰\rangle$ می‌تواند به آنها گسیل خود به خودی بکند. $\Gamma' = \sum_l \Gamma_{el}$ نرخ کلی گسیل خود به خودی اتم از تراز $|e, ۰\rangle$ و $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$ عملگر ماتریسی حالت‌های اتمی می‌باشد. بنابراین نمایش ماتریسی رابطهٔ (۱۷) در زیر فضای S به صورت زیر است:

$$L_{at}\rho = \begin{bmatrix} \Gamma_{۲۱}\rho_{۲۲} & -\frac{۱}{۲}(\Gamma_{۲۱}+\Gamma_{۲۴})\rho_{۱۲} & ۰ & ۰ \\ -\frac{۱}{۲}(\Gamma_{۲۱}+\Gamma_{۲۴})\rho_{۲۱} & -(\Gamma_{۲۱}+\Gamma_{۲۴})\rho_{۲۲} & -\frac{۱}{۲}(\Gamma_{۲۱}+\Gamma_{۲۴})\rho_{۲۳} & -\frac{۱}{۲}(\Gamma_{۲۱}+\Gamma_{۲۴})\rho_{۲۴} \\ ۰ & -\frac{۱}{۲}(\Gamma_{۲۱}+\Gamma_{۲۴})\rho_{۳۲} & ۰ & ۰ \\ ۰ & -\frac{۱}{۲}(\Gamma_{۲۱}+\Gamma_{۲۴})\rho_{۴۲} & ۰ & \Gamma_{۲۴}\rho_{۲۲} \end{bmatrix} \qquad (۱۸)$$

همچنین برای جملهٔ اتلاف کاواک داریم:

$$\begin{aligned} L_{cav}\rho = & -\kappa(۱+\bar{n})(۲a\rho a^+ - a^+ a\rho - \rho a^+ a) \\ & + \kappa\bar{n}(۲a^+\rho a - aa^+\rho - \rho aa^+), \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

در رابطهٔ بالا، $\bar{n}$ میانگین تعداد فوتون‌های گرمایی در فرکانس مد کاواک است. در حد $T \to ۰$ داریم $k_B T << \hbar\omega$ و بنابراین تعداد فوتون‌های گرمایی به سمت صفر میل می‌کند[۹]، و معادلهٔ (۱۹) به شکل ساده‌تر زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} L_{cav}\rho &= -\kappa(۲a\rho a^+ - a^+ a\rho - \rho a^+ a) \\ &= \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & -\kappa\rho_{۱۳} & ۰ \\ ۰ & ۰ & -\kappa\rho_{۲۳} & ۰ \\ -\kappa\rho_{۳۱} & -\kappa\rho_{۳۲} & -۲\kappa\rho_{۳۳} & -\kappa\rho_{۳۴} \\ ۰ & ۰ & -\kappa\rho_{۴۳} & -۲\kappa\rho_{۳۳} \end{bmatrix}. \end{aligned} \qquad (۲۰)$$

با جایگذاری روابط (۱۵و۱۶و۱۸و۲۰) در رابطهٔ (۱۴) معادلهٔ تحول زمانی عناصر ماتریس چگالی به‌دست خواهد آمد. حال برای ساده شدن محاسبات فرض می‌کنیم $\Gamma_{۲۱} = \Gamma_{۲۴} = \Gamma$ و شکل ماتریسی رابطهٔ (۱۴) را به صورت کلی $dX(t)/dt = A(t)X(t)$ در می‌آوریم تا بتوان آن را حل عددی کرد [۱۰]. $X(t)$ یک ماتریس ستونی (۱×۱۶) و $A(t)$ یک ماتریس مربعی (۱۶×۱۶) (رابطهٔ ۲۱).

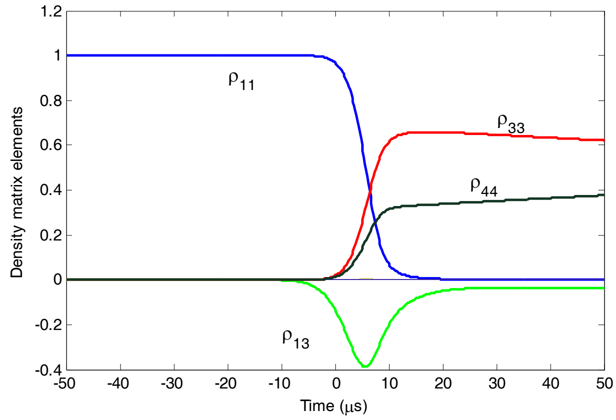
$$\begin{bmatrix} \dot\rho_{۱۱} \\ \dot\rho_{۱۲} \\ \dot\rho_{۱۳} \\ \dot\rho_{۱۴} \\ \dot\rho_{۲۱} \\ \dot\rho_{۲۲} \\ \dot\rho_{۲۳} \\ \dot\rho_{۲۴} \\ \dot\rho_{۳۱} \\ \dot\rho_{۳۲} \\ \dot\rho_{۳۳} \\ \dot\rho_{۳۴} \\ \dot\rho_{۴۱} \\ \dot\rho_{۴۲} \\ \dot\rho_{۴۳} \\ \dot\rho_{۴۴} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
۰ & i\Omega & ۰ & ۰ & -i\Omega & \Gamma & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
i\Omega & -\Gamma & iG & ۰ & ۰ & -i\Omega & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & iG & -\kappa & ۰ & ۰ & ۰ & -i\Omega & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -i\Omega & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
-i\Omega & ۰ & ۰ & ۰ & -\Gamma & i\Omega & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & -i\Omega & ۰ & ۰ & i\Omega & -۲\Gamma & iG & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & -i\Omega & ۰ & ۰ & iG & -\kappa-\Gamma & ۰ & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & -i\Omega & ۰ & ۰ & ۰ & -\Gamma & ۰ & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & ۰ & -\kappa & i\Omega & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & i\Omega & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & iG & -۲\kappa & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & -iG & ۰ & ۰ & ۰ & -\kappa & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & i\Omega & ۰ & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & i\Omega & -\Gamma & iG & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & iG & -\kappa & ۰ \\
۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & \Gamma & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۲\kappa & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰
\end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{۱۱} \\ \rho_{۱۲} \\ \rho_{۱۳} \\ \rho_{۱۴} \\ \rho_{۲۱} \\ \rho_{۲۲} \\ \rho_{۲۳} \\ \rho_{۲۴} \\ \rho_{۳۱} \\ \rho_{۳۲} \\ \rho_{۳۳} \\ \rho_{۳۴} \\ \rho_{۴۱} \\ \rho_{۴۲} \\ \rho_{۴۳} \\ \rho_{۴۴} \end{bmatrix} \qquad (۲۱)$$

معادلهٔ دیفرانسیل بالا با در نظر گرفتن شرط اولیهٔ سیستم، $|\varphi(-\infty)\rangle = |g_۱, ۰\rangle = |۱\rangle$، حل می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

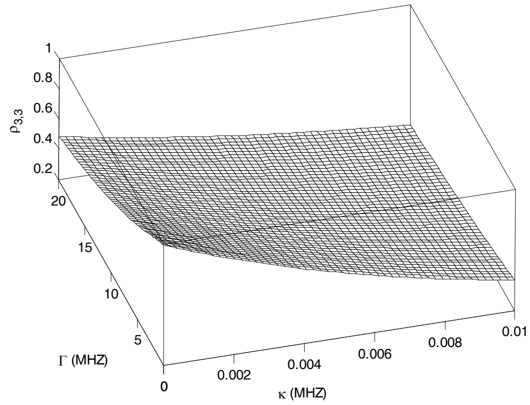
$$\begin{aligned} &\rho_{۱۱}(-\infty) = ۱, \\ &\rho_{mn}(-\infty) = ۰ \qquad (m, n \neq ۱,۱). \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

شکل ۵، تحول زمانی عناصر ماتریس چگالی را بر اساس پالس‌های تعریف شده در روابط (۱۱و۱۲) و معادلهٔ دیفرانسیل (۲۱) نشان می‌دهد.

شکل ۵، نشان می‌دهد که وقتی گسیل خود به خودی اتم و همچنین اتلاف کاواک در نظر گرفته شود، تراز $|g_۲, ۰\rangle = |۴\rangle$ در طول تحول زمانی سیستم جمعیت دار می‌شود. همچنین توجه می‌کنیم که جمعیت نهایی تراز $|g_۲, ۱\rangle = |۳\rangle$ دیگر برابر یک



شکل ۵. نمودار تحول زمانی عناصر ماتریس چگالی که برای پارامترهای شکل ۳ و برای نرخ گسیل خود به خودی و اتلاف کاواک $\Gamma = ۱۰ MHz, \kappa = ۰/۰۰۱\ MHz$ رسم شده است.



شکل ۶. جمعیت نهایی تراز ۳، یعنی $\rho_{۳۳}$، که نسبت به نرخ اتلاف کاواک κ و گسیل خود به خودی Γ و بر اساس پارامترهای شکل ۳ رسم شده است.

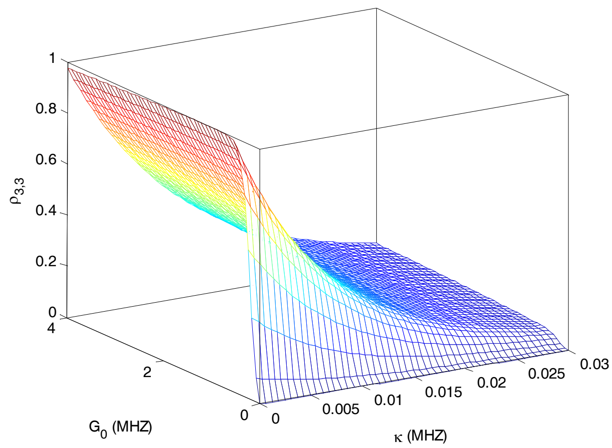
نخواهد شد. کاهش جمعیت نهایی تراز ۳، $\rho_{۳۳}$، به این معناست که بازدهٔ گذار بی دررو تحریکی رامان کاهش می‌یابد. در شکل ۵ به روشنی دیده می‌شود که مقدار نهایی $\rho_{۳۳}$ برابر ۰/۶ است، در حالی که بدون درنظر گرفتن اثر گسیل خود به خودی و اتلاف کاواک برابر یک بود. برای بررسی تأثیر نرخ گسیل خود به خودی و همچنین اتلاف کاواک بر جمعیت نهایی تراز سوم $\rho_{۳۳}(+\infty)$ جمعیت نهایی تراز سوم بر حسب نرخ گسیل خود به خودی Γ و همچنین اتلاف کاواک κ در شکل ۶ رسم شده است.

شکل ۶، نشان می‌دهد که جمعیت نهایی تراز سوم همراه با افزایش نرخ اتلاف کاواک و همچنین گسیل خود به خودی کاهش می‌یابد. در این شکل می‌بینیم که برای پارامترهای به کار رفته در شکل و به ازای $\kappa > ۰/۰۰۱ MHz$ و $\Gamma > ۰/۴ MHz$، جمعیت نهایی تراز سوم $\rho_{۳۳} < ۰/۹$ می‌باشد و بازده گذار بی دررو کاهش پیدا می‌کند. برای اینکه بازده گذار بی دررو حداکثر باشد باید $\kappa < ۰/۰۰۱ MHz$ و $\Gamma < ۰/۴ MHz$ در نظر گرفته شود. نکتهٔ دیگری که در مورد شکل ۶ می‌توان ذکر کرد، این است که طرح مورد نظر نسبت به نرخ اتلاف کاواک بسیار حساس‌تر از نرخ گسیل خود به خود اتم است. فرآیند گسیل خود به خودی از تراز $|e,۰\rangle$ و فرآیند اتلاف کاواک از تراز $|g_{۲},۱\rangle$ صورت می‌گیرد. با توجه به اینکه در گذار بی دررو تحریکی رامان تراز $|e,۰\rangle$ در طی فرآیند خیلی کم جمعیت دار می‌شود، بنابراین نرخ گسیل خود به خودی حتی اگر قابل توجه نیز باشد تأثیر زیادی بر فرآیند گذار بی دررو نخواهد گذاشت. ولی با توجه به اینکه در طی گذار بی دررو حالت $|g_{۲},۱\rangle$ جمعیت دار می‌شود و انتقال جمعیت به این حالت یعنی به وجود آمدن یک فوتون در مد کاواک، بنابراین حتی اگر نرخ اتلاف کاواک در مقایسه با فرکانس‌های رابی بیشینه $\Omega_{۰}$ و $G_{۰}$ بسیار کوچک باشد، باز بر جمعیت نهایی $|g_{۲},۱\rangle$ در طی گذار بی دررو تأثیر خواهد گذاشت.

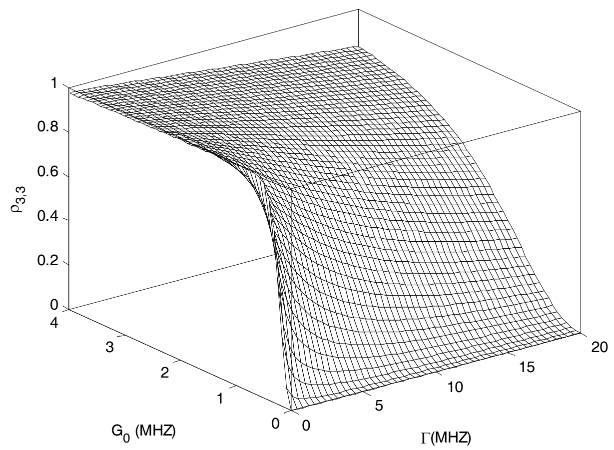
۵. گذار بی‌دررو در داخل کاواک همراه با اتلاف کاواک و بدون اثر گسیل خود به خودی

حال شرایطی را در نظر می‌گیریم که اثر نرخ گسیل خود به خودی ناچیز باشد، یعنی $\Gamma \approx ۰$، در این صورت تنها تراز $|g_{۲},۱\rangle$ با نرخ κ به حالت $|g_{۲},۰\rangle$ اتلاف خواهد یافت. برای نشان دادن اثر اتلاف کاواک بر گذار بی‌دررو تحریکی رامان، جمعیت نهایی تراز ۳، $\rho_{۳۳}$، نسبت به κ و $G_{۰}$ در شکل ۷ رسم شده است.

شکل ۷، نشان می‌دهد که جمعیت نهایی تراز سوم همراه با افزایش κ به شدت کاهش می‌یابد به طوری که برای حالت $\kappa \approx ۰/۰۰۱\ MHz$ جمعیت نهایی تراز سوم $\rho_{۳۳} \approx ۰/۹$ خواهد بود. نتیجه دیگری که از شکل ۷ می‌توان گرفت، آن است که با توجه به حساسیت زیاد این طرح به نرخ اتلاف کاواک، افزایش مقدار $G_{۰}$ تأثیر چندانی بر افزایش جمعیت نهایی تراز سوم



شکل ۷. جمعیت نهایی تراز سوم $\rho_{۳۳}$ که نسبت به نرخ اتلاف کاواک κ و $G_۰$ که بر اساس پارامترهای شکل ۵ و بدون در نظر گرفتن گسیل خود به خود رسم شده است.



شکل ۸. جمعیت نهایی تراز سوم $\rho_{۳۳}$ که بر حسب نرخ گسیل خود به خودی Γ و $G_۰$، و بر اساس پارامترهای شکل ۵ و بدون در نظر گرفتن اتلاف کاواک رسم شده است.

ندارد، و وقتی مقدار $G_۰$ از یک حدی که برای وقوع گذار بی دررو لازم است، یعنی $G_۰ > ۰/۷\text{MHz}$، بالا می‌رود، مقدار جمعیت نهایی تراز سوم یعنی $\rho_{۳۳}$ برای نرخ ثابت κ و به ازای افزایش مقدار $G_۰$ تغییر نمی‌کند.

۶. گذار بی‌دررو در داخل کاواک، همراه با گسیل خود به خودي و بدون اتلاف کاواك

در این بخش، حالتی را در نظر می‌گیریم که بتوان اثر اتلاف کاواک را ناچیز انگاشت، یعنی مقدار آن بسیار ناچیز باشد، طوری که $\kappa \approx ۰$. در این صورت سیستم تنها تحت تأثیر گسیل خود به خودی با نرخ Γ قرار خواهد گرفت.

شکل ۸ کاهش جمعیت نهایی تراز سوم را بر حسب افزایش نرخ گسیل خود به خودی نشان می‌دهد. نکته دیگری که در مورد شکل ۸ وجود دارد، این است که افزایش مقدار $G_۰$ باعث می‌شود تأثیر نرخ گسیل خود به خودی بر جمعیت نهایی تراز سوم کمتر شده و جمعیت نهایی تراز سوم به یک نزدیکتر شود. البته همان‌طور که در شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شود، حتی به ازای $\kappa = ۰$ برای شکل ۷ و $\Gamma = ۰$ برای شکل ۸، مقدار $\rho_{۳۳}(+\infty)$ برای تقریباً $G_۰ > ۰/۷\text{MHz}$ برابر یک می‌باشد. یعنی حتی در غیاب اثرات ناهمدوسی باید مقدار بیشینهٔ دامنهٔ $G_۰$ از یک حدی بیشتر باشد تا گذار بی دررو برقرار شود.

علت این امر در مرجع [۱۱] به صورت نظری و عددی بحث شده است. اثر افزایش $G_۰$ در حضور اتلاف کاواک نسبت به گسیل خود به خودی زیاد چشمگیر نیست، زیرا در حضور اتلاف کاواک، با توجه به اینکه منشا اتلاف از جمعیت دار شدن تراز $|g_{۲},۱\rangle$ می‌باشد، بنابراین افزایش $G_۰$ تأثیر چندانی بر گذار بی دررو تحریکی رامان ندارد. ولی با توجه به اینکه گسیل خود به خودی از جمعیت دار شدن $|e,۰\rangle$ صورت می‌گیرد و چون در طی تحول زمانی بی دررو سیستم، این حالت جمعیت بسیار ناچیزی دارد، بنابراین اثر افزایش $G_۰$ بر گذار جمعیت بیشتر خواهد بود[۵].

۷. نتایج

در این مقاله ضمن تحقیق یک طرحواره برای گذار بی دررو تحریکی رامان در داخل یک کاواک اپتیکی، تأثیر عوامل ناهمدوسی شامل گسیل خود به خود اتم و اتلاف کاواک با استفاده از معادله لیوویل بر روی آن بررسی گردید. در سیستم مورد مطالعه، گسیل خود به خودی باعث انتقال جمعیت از تراز $|e,۰\rangle$ به ترازهای $|g_{۱},۰\rangle$ و $|g_{۲},۰\rangle$ و همچنین اثر اتلاف کاواک باعث انتقال جمعیت از حالت $|g_{۲},۱\rangle$ به حالت $|g_{۲},۰\rangle$ می‌شود. در بررسی اثر گسیل خود به خودی و اتلاف کاواک، مشاهده گردید در صورتی که $\kappa > ۰/۰۰۱\text{MHz}$ و $\Gamma > ۰/۴\text{MHz}$ شود،

جمعیت نهایی تراز سوم $\rho_{۳۳} > ۰/۹$ شده و بنابراین بازده گذار بی‌دررو کاهش می‌یابد. در بررسی حالتی که از اثر گسیل خود به خودی چشم پوشی کردیم، مشاهده شد که تقریبا برای حالت $\kappa \approx ۰/۰۰۱\text{MHz}$، جمعیت نهایی تراز سوم $\rho_{۳۳} \approx ۰/۹$ خواهد بود. همچنین در این حالت با توجه به حساسیت زیاد این طرح به نرخ اتلاف کاواک، افزایش مقدار $G_۰$ تأثیر چندانی بر افزایش جمعیت نهایی تراز سوم ندارد. همچنین با نادیده گرفتن اثر اتلاف کاواک و بررسی تنها اثر گسیل خود به خودی، مشاهده نمودیم که افزایش مقدار $G_۰$ باعث می‌شود که تأثیر نرخ گسیل خود به خودی بر جمعیت نهایی تراز سوم کمتر شده و جمعیت نهایی تراز سوم به یک نزدیکتر می‌شود. مقادیری که برای پارامترهای به کار رفته در نمودارها انتخاب شده‌اند در گسترهٔ مقادیری هستند که در مراجع [۷، ۱۲ و ۱۳] به کار رفته است. البته مقادیر مشابه آزمایشگاهی که قابل مقایسه با مقادیر داده شده در نمودارها می‌باشد، در مقالات مختلف پیشنهاد شده است. برای مثال در مرجع [۱۲] پارامترها به صورت $(G_۰, \kappa, \Gamma)/۲\pi = (۲۷,۲/۴,۶)\,\text{MHz}$ گزارش شده است. در نهایت، به اختصار در مورد اثر پس‌زنی[۱] اتم بر گذار بی‌دررو اشاره می‌کنیم. پس‌زنی اتم به طرف محور z، لازم می‌دارد که فاز اپتیکی وابسته به زمان میدان لیزری از $\omega_L t$ به صورت $(\omega_L t - kvt\sin\theta)$ تعدیل شود، که در آن θ زاویه‌ای است که اتم با جهت مثبت محور x می‌سازد. اثر این فاز اضافی آن است که یک نامیزانی فرکانس به صورت $kv\sin\theta$ در عنصر میانی قطر اصلی هامیلتونی مؤثر (۶) ظاهر می‌شود [۱۴] همان‌طور که می‌دانیم، روش گذار بی‌دررو نسبت به تغییرات جزئی نامیزانی فرکانس نیز حساس نیست[۲] و تحت شرایط $kv\sin\theta << \Omega_۰, G_۰$، گذار جمعیت سیستم به حالت نهایی مورد نظر تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد.

مراجع

1. K Bergmann, H Theuer, B W Shore, *Rev. Mod. Phys*. **70** (1998) 1003.
2. J R Kulinski, U Gaubatz, F T Hioe, K Bergmann, *Phys. Rev*. A **40** (1989) 6741.
3. N V Vitanov, T Halfmann, B W Shore, and K Bergmann, *Annu. Rev. Phys. Chem*. **52** (2001) 763.
4. P A Ivanov, N V Vitanov, and K Bergmann, *Phys. Rev*. A **70** (2004) 063409.
5. P A Ivanov, N V Vitanov, and K Bergmann, *Phys. Rev*. A **72** (2005) 053412.
6. M Amniat-Talab, S Guérin, N Sangouard, and H R Jauslin, *Phys. Rev.* A **71** (2005) 023805.
7. M Keller, B Lange, K Hayasaka, W Lange, and H Walther, *J. Phys*. B **36** (2003) 613.
8. M Fox, *Quantum Optics, an introduction,* Oxford University press (2006).
9. P Lambropoulos, D Petrosyan, *Fundamental of Quantum Optics and Quantum Information,* Springer (2008).
10. B W Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitations*, Wiley, New York (1990).
11. N V Vitanov, K A Suominen, and B W Shore, *Opt. Phys*. **32** (1999) 4535.
12. J A Sauer, K M Fortier, M S Chang, C D Hamley, M S Chapman, *Phys. Rev*. A **69** (2004) 051804.
13. M Hennrich, T Legero, A Kuhn, and G Rempe, *Phys. Rev. Lett*. **85** (2000) 4872.
14. M Amniat-Talab, S Guérin, and H R Jauslin, *Phys. Rev*. A **72** (2005) 012339.

۱. Recoil

۲. Robustness