

حدس سانسور کیهانی قوی در رمبش سیاه‌چاله بدون فشار

جواد تقی زاده فیروزجایی^{۱*}

۱. دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، خیابان شریعتی، خیابان مجتبیایی، خیابان کاویان، تهران
۲. پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

پست الکترونیکی: firouzjaee@kntu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۳/۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۱/۱۵)

چکیده

حدس سانسور کیهانی که توسط پنروز مطرح شد بیان می‌کند که تکینگی سیاه‌چاله توسط افق رویداد پوشیده می‌شود و تکینگی عریانی در آن نیست هنوز مورد بحث برای پیدا کردن مدل نقض برای آن است. اولین مثال‌های نقض این حدس، از مدل‌های رمبش کروی تشکیل سیاه‌چاله یک شار کامل به حالت غبار مطرح شده است. در این مقاله دسته مهمی از مدل‌های رمبش کروی غبار LTB را که در آن مدل‌ها تکینگی عریان وجود دارد بررسی می‌کنیم. اول نشان خواهیم داد که تکینگی سیاه‌چاله فضاگونه خواهد بود. سپس نشان می‌دهیم که افق رویداد در خارج تکینگی قرار خواهد گرفت. همچنین نشان خواهیم داد اگر شرط انرژی برقرار باشد، دسته معروفی از این مدل‌ها تکینگی عریان نخواهند داشت. نتیجه خواهیم گرفت که اصل سانسور کیهانی قوی برقرار خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: رمبش گرانشی، سیاه‌چاله غبار، افق ظاهری، حدس سانسور کیهانی، شرط انرژی.

۱. مقدمه

ارائه کرد. هر چند بیان‌های مختلفی از این حدس وجود دارد ولی این حدس به طور ساده بیان می‌کند که تکینگی سیاه‌چاله توسط افق رویداد آن پوشیده می‌شود [۳]. در بیان قوی حدس سانسور کیهانی، نور به هیچ وجه حتی موضعی نمی‌تواند از تکینگی خارج شود. در بیان ضعیف این حدس، نور می‌تواند به طور موضعی از تکینگی خارج شود ولی در ادامه راه در داخل افق رویداد گیر می‌افتد و در نهایت در داخل تکینگی می‌افتد و یا به ناظر دوردست نمی‌رسد. چون اثبات حدس سانسور کیهانی در حالت کلی مشکل بود مردم به دنبال پیدا کردن مثال

تثبیت شناخت سیاه‌چاله با شناخت تکینگی سیاه‌چاله با کار [۱] آغاز شد که در سال ۲۰۲۰ جایزه نوبل را به خود اختصاص داد. بعد از تعریف سیاه‌چاله توسط هاوکینگ و پنروز [۲]، تحقیقات در مورد ماهیت تکینگی سیاه‌چاله شدت گرفت. هر چند دسته مهمی از تحقیقات در مورد ماهیت کوانتومی بودن تکینگی سیاه‌چاله‌ها بحث می‌کردند، اما بسیاری از سؤالات در مورد ساختار علی کلاسیکی تکینگی سیاه‌چاله بی‌پاسخ ماند. پنروز دسته مهمی از این سؤالات را به صورت حدس سانسور کیهانی

فشار آن صفر است را بررسی می‌کند. سنجه LTB در دستگاه همراه به صورت زیر است:

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{R'^2}{1+f} dr^2 + R^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

حل معادله اینشتین برای این سنجه به صورت زیر است:

$$\dot{R} = \frac{F}{R} + f \quad \varepsilon = \varepsilon(t, r) = \frac{F'}{4\pi R^2 R}, \quad (2)$$

این سنجه مشابه حالت FRW سه حالت تخت و باز و بسته دارد. برای $f < 0$

$$R = -\frac{F}{rf}(1 - \cos v), t - t_n = \frac{F}{r(-f)^{r/r}}(v - \sin v), \quad (3)$$

برای $f = 0$

$$R = \left(\frac{4F}{r}\right)^{1/r} (t - t_n)^{r/r}, \quad (4)$$

و برای $f > 0$

$$R = -\frac{F}{rf}(1 - \cosh v), t - t_n = -\frac{F}{r(f)^{r/r}}(v - \sinh v), \quad (5)$$

که در این سنجه توابع به صورت $F(r) = 2M(r)$ ، $f(r)$ و $t_n(r)$ است.

از معادله (۲) می‌توانیم بفهمیم که در این سنجه دو نوع تکینگی ظاهر می‌شود: اولی تکینگی کانونی شدن لایه‌ها یعنی $R=0$ و دومی تکینگی تقاطع لایه‌ها یعنی $R'=0$. در ادامه بیشتر به بررسی این تکینگی‌ها می‌پردازیم. بعد از انتگرال گیری از معادلات بالا، کمیت t_n ظاهر می‌شود که زمان تکینگی $R=0$ را بیان می‌کند؛ چون در $R=0$ نرده‌ای کرچمن و چگالی (البته به ازای $F' \neq 0$) بی‌نهایت می‌شود. ما با بازمقیاس کردن می‌توانیم تعداد توابع اختیاری را به دو تا کاهش دهیم. مثلاً می‌توانیم $R(0, r) = r$ قرار دهیم. پس فقط توابع F و f باقی می‌مانند. بازه‌ای که در آن رمبش بررسی می‌شود $0 \leq r \leq \infty$ است. با قرار دادن $t_n = 0$ می‌توانیم مدل فریدمن را به دست آوریم. و $f < 0$ حالت بسته، $f = 0$ حالت تخت و $f > 0$ حالت باز است. ما در این مقاله $t_n(r) = 0$ قرار می‌دهیم یعنی زمان تکینگی بیگ بنگ (مهبانگ) برای همه لایه‌ها در این سنجه یکی است. می‌توان نشان داد که $M(r)$ جرم در مخصات همراه است.

اگر انبساط ژئودزیک‌های نورگونه برونسو را برابر صفر قرار

نقض برای این حدس بودند که یکی از مهم‌ترین مثال‌ها برای رمبش غبار مطرح شد.

رمبش گرانشی با تقارن کروی غبار با سنجه LTB [۴] توصیف می‌شود. از قابلیت‌های این سنجه این است که می‌توان حدس سانسور کیهانی را در این سنجه بررسی کرد. تلاش‌های زیادی صورت گرفته است که نشان بدهند در این سنجه تکینگی عریان پایدار وجود دارد [۵]. اخیراً تلاش‌هایی برای بررسی تشکیل ساختارهای کیهانی از اختلال دما در زمان باز ترکیب با به کارگیری با سنجه LTB صورت گرفته است [۶ و ۷]. همچنین می‌توان نشان داد که تعریف‌های نسبیت عامی جرم و شار با تعاریف کلاسیک و مشاهدات اختریفی یکی ما همخوانی دارد [۸].

از طرف دیگر بررسی دقیق‌تر تکینگی سنجه‌ها ارتباط مستقیم با فیزیک سیاه‌چاله رمبشی دارد [۹]. سنجه LTB دو نوع تکینگی از نوع تقاطع لایه‌ها و کانونی شدن لایه‌ها دارد، پس جا دارد تکینگی‌های این سنجه دقیق‌تر بررسی و نوع آن مشخص شود. در این مقاله ابتدا سنجه غبار برای رمبش گرانشی را شرح می‌دهیم و سپس مدل‌هایی از این سنجه را که تکینگی عریان دارند بررسی می‌کنیم. ابتدا به بررسی ساختار علی این سنجه می‌پردازیم و مسیر حرکت نور را در سنجه مشخص می‌کنیم. سپس سطح گیراندازی این سنجه را که با افق ظاهری مشخص می‌شود تعیین می‌کنیم و ساختار علی تکینگی را با مسیر حرکت نور و افق ظاهری مقایسه می‌کنیم. این مقاله به این شکل ترتیب‌بندی شده است: در بخش ۲ سنجه رمبشی غبار را توصیف می‌کنیم. در بخش ۳ ساختار علی افق ظاهری، تکینگی و مسیر حرکت نور این سنجه را مقایسه و محاسبه می‌کنیم. در بخش ۴ مثال‌هایی عددی برای تأیید حدس سانسور کیهانی ارائه می‌دهیم. در پایان، در بخش ۵ به بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازیم. در کل مقاله ثابت گرانش برابر یک است.

۲. سنجه رمبشی غبار

مدل LTB ماده‌ای با تقارن کروی و غیر همگن به حالت غبار را مورد بررسی قرار می‌دهد [۱۰]. سنجه این مدل شار کاملی که

سازی آن داریم:

$$\frac{dt/dr|_{\sin}}{dt/dr|_{\text{null}}} = \frac{\sqrt{1+f(r)}}{\sqrt{2M/R+f(r)}}, \quad (9)$$

این رابطه نشان می‌دهد که در داخل افق ظاهری یعنی $R < 2M$ ، شیب تکینگی بیشتر ژئودزیک نورگونه کمتر از مخروط نوری است و تکینگی فضاگونه خواهد بود. فقط در نقطه $R=2M$ که دقیقاً در مرکز سیاهچاله اتفاق می‌افتد، تکینگی به صورت نقطه‌ای نورگونه خواهد بود.

حال می‌خواهیم رفتار افق ظاهری را در مقایسه با مخروط نوری بررسی کنیم. افق ظاهری با ابر سطح $R(t,r) = 2M(r)$ مشخص می‌شود. با دیفرانسیل گرفتن از این معادله و استفاده از معادلات اینشتین به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\frac{dt}{dr}|_{\text{Horizon}} = -\frac{R'(r) - M'(r)}{R}, \quad (10)$$

با قرار دادن معادله (۳) و مقایسه آن با مسیر نور رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dt/dr|_{\text{Horizon}}}{dt/dr|_{\text{null}}} = 1 - \frac{2M'(r)}{R'}, \quad (11)$$

با استفاده از رابطه $\frac{2M'(r)}{R'} = 8\pi\varepsilon$ معادله اینشتین و قرار دادن آن در رابطه بالا به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\frac{dt/dr|_{\text{Horizon}}}{dt/dr|_{\text{null}}} = 1 - 8\pi, \quad (12)$$

اگر شرط انرژی برقرار و $\varepsilon(t,r) > 0$ باشد به سادگی می‌توان به این نامساوی رسید:

$$\frac{dt/dr|_{\text{Horizon}}}{dt/dr|_{\text{null}}} < 1$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که شیب افق ظاهری در هر نقطه کمتر از مسیر نورگونه خواهد بود و هر نوری که از روی افق ظاهری ساطع شود حتماً در داخل افق ظاهری خواهد افتاد و وارد ناحیه دام می‌شود. حال برگردیم به نقطه مرکز سیاهچاله که افق ظاهری و تکینگی در این نقطه با هم تقاطع می‌کنند. رابطه بالا نشان می‌دهد که حتی نوری که در مرکز سیاهچاله ساطع می‌شود و تکینگی آن نورگونه است چون در داخل افق ظاهری واقع می‌شود پس نمی‌تواند از آن بیرون بیاید. شکل ۱ نمودار پیروز این رمبش را نشان می‌دهد.

دهیم به دست می‌آوریم $R = F = 2M$ $\theta_\ell = 0$ [۱۱] که این سطح را می‌توانیم افق ظاهری بنامیم. این سطح مرز ناحیه دام افتاده و ناحیه آزاد را مشخص می‌کند.

رفتار $f(r)$ در این سنجه

ساختار ما در اطراف مرکز رمبش دارد یعنی $\dot{R} < 0$ و این در حالتی است که در اطراف مرکز $f < 0$ باشد و در نقاط دور فضا زمان انبساط پیدا می‌کند، یعنی $\dot{R} > 0$. ما می‌دانیم قبل از تشکیل تکینگی جرم در مرکز صفر است $M(r=0) = 0$. پس از معادله (۳) باید $\frac{f^{1,5}}{F}$ در مرکز مقدار محدود داشته باشد چون نمی‌خواهیم در مرکز تکینگی داشته باشیم. این ما را ملزم می‌کند که $f(r=0) = 0$ باشد. اگر بخواهیم توپولوژی جهان ما باز باشد باید بعد از شعاع خاصی $f > 0$. پس با این بحث‌ها $f(r)$ در این مدل‌ها باید به شکل زیر باشد. در بخش بعد با دانستن این خواص ساختار علی افق ظاهری، تکینگی و ژئودزیک‌های نوری داخل سیاهچاله را محاسبه می‌کنیم.

۳. ساختار علی سنجه

در بخش قبل بحث کردیم که تکینگی کانونی در مرکز سیاهچاله $R=0$ تشکیل می‌شود؛ اگر حد r به سمت 0 را در این سنجه برای روابط (۳)، (۴) و (۵) بگیریم می‌توان نشان داد که زمان تشکیل تکینگی در این رابطه صدق می‌کند:

$$t_{AH} = t_n - \frac{4}{3}M(r), \quad (6)$$

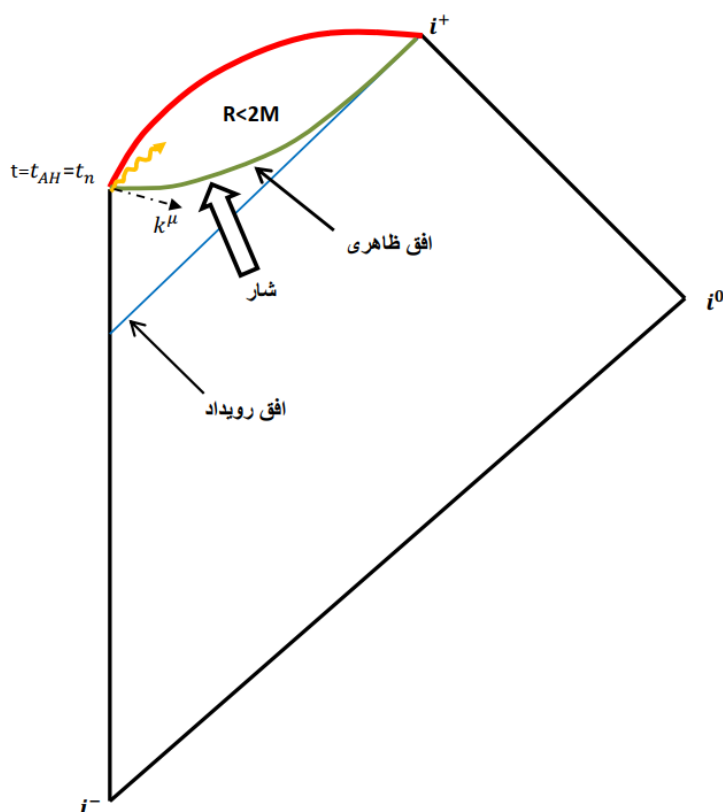
شیب مخروط نوری برونسو برای این سنجه، با قرار دادن معادله اینشتین به این صورت خواهد بود:

$$\frac{dt}{dr}|_{\text{null}} = \frac{R'(r)}{\sqrt{1+f(r)}}, \quad (7)$$

از طرفی می‌دانیم جهان خط تکینگی در روی تابع $R(t,r)=0$ واقع شده است. پس با یک دیفرانسیل گرفتن می‌توان در مختصات (t,r) شیب تکینگی سیاهچاله را بیان کرد

$$\frac{dt}{dr}|_{\sin} = -\frac{R'(r)}{R}, \quad (8)$$

با مقایسه شیب تکینگی و مسیر نورگونه مخروط نوری و ساده



شکل ۱. نمودار پنروز تحول افق رویداد، ظاهری، تکینگی و ساختار علی سنجۀ غبار.

سطح شود توسط افق رویداد پوشانده می‌شود. در نتیجه حدس افق سانسور کیهانی پنروز در این مدل برقرار می‌ماند.

برای این که مطمئن شویم هیچ نوری از تکینگی ساطع نخواهد شد، نورهایی را که در نزدیکی مرکز تکینگی ساطع می‌شوند بررسی می‌کنیم. این نورها از این جهت حائز اهمیت هستند که اگر قرار باشد نوری از تکینگی خارج شود و به ناظر بی‌نهایت دور برسد، نوری است که از مرکز تکینگی ساطع می‌شود. همان طور که در شکل ۳ می‌بینیم، نوری که از اطراف تکینگی و حتی قبل از تشکیل آن از مرکز آن ساطع می‌شود وارد افق شده و در نهایت به تکینگی می‌رسد. بنابراین هیچ نوری از اطراف مرکز تکینگی به ناظر بی‌نهایت نمی‌رسد.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

بیان‌های مختلفی از حدس سانسور کیهانی پنروز وجود دارد. در

در بخش بعد مثال‌هایی از این مدل‌ها را که برای تکینگی عریان مطرح شده‌اند معرفی می‌کنیم.

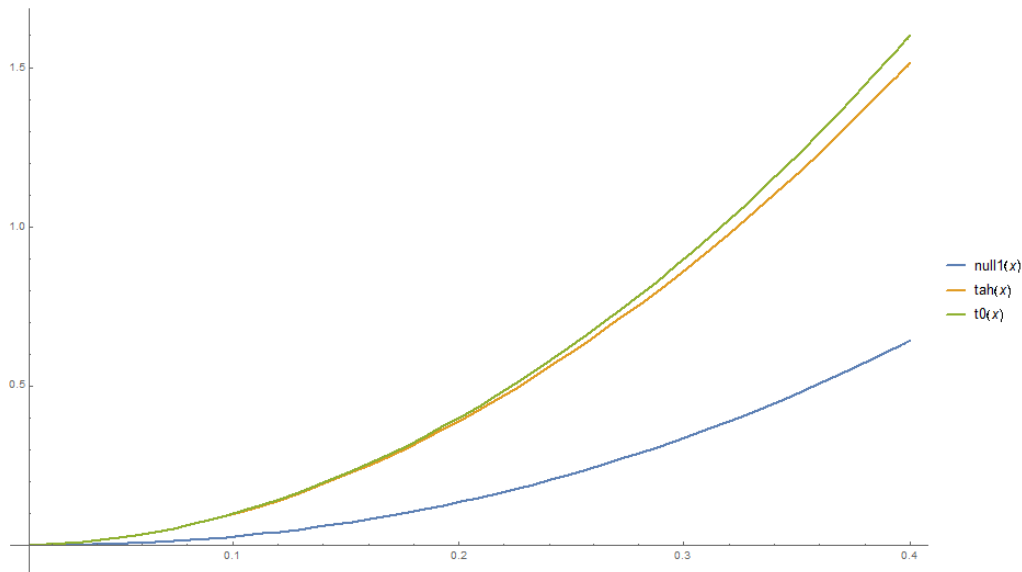
۴. مثال‌های عددی تکینگی عریان

دسته مهمی از مدل‌هایی که در آن ادعا شده تکینگی عریان وجود دارد در مدل‌های LTB تخت است [۱۲]. در این مدل‌ها p و q مقادیر ثابتی هستند. همچنین جرم میزنر-شارپ در این مدل‌ها $m(r) = r^3$ داده می‌شود. اگر شرط انرژی را به کار ببریم که بیان می‌کند چگالی انرژی در آن مثبت است، معادله (۲) به معادله زیر می‌رسد:

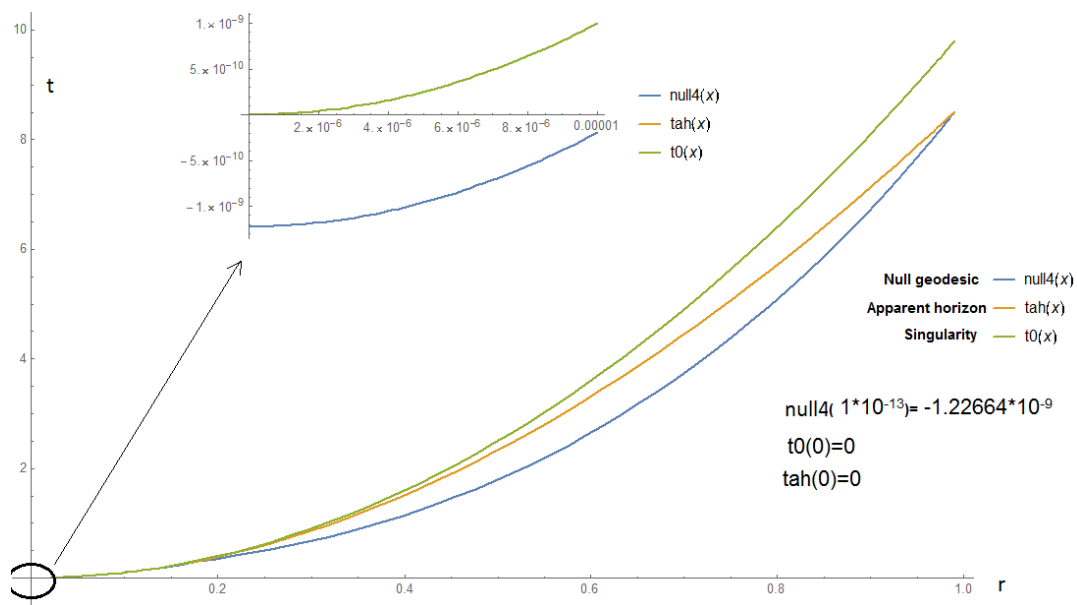
$$\varepsilon = \varepsilon(t, r) = \frac{F'}{R^2 R} > 0 \quad (13)$$

حال با استفاده از این شرط انرژی و معادله (۲)، (۴) و (۷)

ساختار علی این مدل را مطابق شکل ۲ رسم می‌کنیم. همان طور که در شکل نشان داده شده است تکینگی $R=0$ در داخل افق رویداد و افق ظاهری قرار دارد. بنابراین هر نوری که از تکینگی



شکل ۲. تحوّل افق رویداد، ظاهری، تکینگی و ساختار علیّ سنجه LTB در حالت تخت را نشان می‌دهد.



شکل ۳. مسیر نور ساطع شده از نزدیکی مرکز تکینگی رسم شده است

ریمش کروی غبار را که در آنها تکینگی عریان وجود دارد بررسی کرده‌ایم. ابتدا نشان دادیم که در یک ریمش کروی، تشکیل سطح دام اندازی در این سنجه اجتناب ناپذیر است و در یک زمان محدود تکینگی تشکیل خواهد شد. ابتدا با محاسبه شیب تکینگی و مقایسه آن با مخروط نوری نشان دادیم تکینگی این سنجه نمی‌تواند به صورت سراسری زمانگونه باشد. پس یا

بیان قوی آن: تکینگی سیاه‌چاله توسط افق رویداد پوشیده می‌شود و هیچ نوری حتی به صورت موضعی از آن خارج نمی‌شود. در نیم قرن اخیر بحث‌هایی برای پیدا کردن مدل‌های نقض برای آن مطرح شده است. اولین مثال‌های نقض این حدس، از مدل‌های ریمش کروی تشکیل سیاه‌چاله به حالت غبار مطرح شده است. در این مقاله دسته مهمی از مدل‌های

فضاگونه است یا فقط در مرکز سیاهچاله نورگونه است. نشان دادیم شیب افق ظاهری در مرکز سیاهچاله کمتر از شیب یک ژئودزیک نورگونه است. از این پدیده می‌توان نتیجه گرفت که حتی نور به طور موضعی ساطع شده از تکینگی، در داخل افق ظاهری می‌افتد و بعد از زمانی مجدداً در داخل تکینگی خواهد افتاد. همچنین نشان داده‌ایم اگر شرط انرژی برقرار باشد دسته معروفی از این مدل‌ها، تکینگی عریان نخواهند داشت. البته در حالتی که شار کامل باشد و یا ماده کیهانی به داخل سیاهچاله بیفتد رفتار پیچیده‌تری از افق به وجود می‌آید که بررسی آن مسئله را پیچیده‌تر می‌کند [۱۳].

مراجع

1. R Penrose, *Phys. Rev. Lett.* **14** (1965) 57.
2. S Hawking and R Penrose, *Proc. Roy. Soc. A* **314** (1970) 529.
3. R Penrose, *Riv. Nuovo Cim.* **1**(1969) 252.
4. R C Tolman, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **20** (1934) 437. ; H Bondi, *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* **107** (1947) 410. ; G Lemaitre, *Ann. Soc. Sci. A* **53** (1933) 51.
5. P S Joshi and I H Dwivedi, *Phys. Rev. D* **47** (1993) 5357. ; R P A C Newman, *Class. Quantum Gravity* **3** (1986) 527. ; D Christodoulou, *Commun. Math. Phys.* **93** (1984) 171.
6. J T Firouzjaee and R Mansouri, *Gen. Rel. Grav.* **42** (2010) 2431.
7. A Krasinski and C Hellaby, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 023501. ; C Hellaby and A Krasinski, *Phys. Rev. D* **73** (2004) 023518.
8. J T Firouzjaee, M P Mood, and R Mansouri, *Gen. Rel. Grav.* **44** (2012) 639.
9. C J S Clarke, *Class. Quant. Grav.* **10** (1993) 1375. ; F J Tipler, *Phys. Lett. A* **64** (1977) 8.; C J S Clarke and A Krolak, *J. Geom. Phys.* **2** (1985) 127.
10. R C Tolman, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **20** (1934) 169 [*Gen. Rel. Grav.* **29** (1997) 935.]; H Bondi, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **107** (1947) 410.
11. J T Firouzjaee, *Int. J. Mod. Phys. D* **21** (2012) 1250039.
12. D M Eardley and L Smarr, *Phys. Rev. D* **19** (1979) 2239.
13. J T Firouzjaee and G F R Ellis, *Gen. Rel. Grav.* **47** (2015) 6.