

## بررسی نوسانات الکترومغناطیس و ناپایداری‌های مربوطه در یک مغناطوپلاسمای کوانتومی الکترون-پوزیترون غیریکنواخت در اندرکنش با تب لیزری کوتاه

مریم اصغرزاده و حسین زاهد

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی سهند، ۱۹۹۶-۵۱۳۳۵، تبریز

پست الکترونیکی: zahed@sut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۰۸/۱۸)

### چکیده:

در این مقاله نوسانات الکترومغناطیس یک مغناطوپلاسمای کوانتومی غیر یکنواخت الکترون-پوزیترون در اندرکنش با تب کوتاه لیزری را، در تقریب بسامد کوتاه، در دو راستای موازی و عمود بر جهت انتشار لیزر مورد بررسی قرار داده‌ایم. با توجه به بررسی‌ها، امواج در جهت موازی بیشترین تأثیر را از نیروی اثرگذار لیزر دارند. تصحیحات کوانتومی باعث تغییر اندازه این نیرو شده و بنابراین باعث تغییر سرعت فاز و گروه این امواج و همچنین میزان ناپایداری آنها می‌شود. در جهت موازی، مقدار پارامترهای اولیه چگالی و سرعت شاره‌ای به صورت مستقیم بر امواج موازی تأثیر می‌گذارند و تأثیر این امواج از میدان مغناطیسی خارجی فقط به واسطه حضور لیزر است. همچنین جذب تب لیزری در پلاسما باعث تقویت امواج پلاسمایی در جهت انتشار لیزر شده و باعث میرایی آنها در جهت مخالف این انتشار است، در حالی که تقویت آن باعث میرایی امواج پلاسمایی در جهت انتشار تب لیزری شده و باعث رشد آنها در جهت مخالف می‌شود. امواج در جهت عمود علاوه بر تأثیر از مقادیر پارامترهای اولیه چگالی، سرعت شاره‌ای و میدان مغناطیسی، تحت تأثیر اندازه گرادیان‌های عرضی این کمیت‌ها نیز هستند (در حالی که این گرادیان‌ها هیچ تأثیری بر روی امواج موازی ندارد). همین‌طور رفتار امواج در جهت عمود به صورت کامل به ازای حضور تک تک گرادیان‌های عرضی و تغییر مقادیر آنها بررسی شده است. حضور هر کدام از این گرادیان‌ها نوع رفتار موج را به صورت کامل می‌تواند تغییر دهد. همچنین بررسی‌ها نشان داد که حضور گرادیان‌های عرضی چگالی اولیه و یا سرعت شاره‌ای هر کدام به تنهایی، نمی‌تواند امواج الکترومغناطیس را در جهت عمود راه‌اندازی کند؛ در حالی که گرادیان عرضی میدان مغناطیسی به تنهایی، عاملی برای راه‌اندازی امواج عمود است.

**واژه‌های کلیدی:** پلاسمای الکترون-پوزیترون، امواج الکترومغناطیس، اندرکنش لیزر-پلاسما، ناپایداری امواج، پلاسمای کوانتومی

[۵]، در مغناطوسپهر پولسارها [۶]، در هسته‌های کهکشان

فعال [۷ و ۸]، در مرکز کهکشان راه شیری [۹]، در نواحی قطبی

ستاره‌های نوترونی [۱۰]، و از این قبیل به وفور یافت می‌شود.

پلاسماهای الکترون-پوزیترون همچنین می‌توانند در آزمایشگاه

از جمله در توکاماک‌های بزرگ [۱۱] و در اندرکنش لیزرهای

با شدت خیلی بالا با پلاسما [۱۲ و ۱۳] تولید شوند. در یک

طرح، باریکه الکترونی نسبتی بر روی یک هدف با عدد اتمی

بالا تابانده می‌شود و پوزیترون‌ها به مقدار فراوان شروع به تولید

شدن می‌کنند، سپس پلاسما در آینه مغناطیسی به دام افتاده و با

### ۱. مقدمه

با توجه به این که پلاسماهای آزمایشگاهی و همین‌طور اکثر

اجرام آسمانی، پلاسماهای غیریکنواختی هستند که توسط

میدان‌های مغناطیسی محبوس شده‌اند، بنابراین بررسی چنین

پلاسماهایی از اهمیت بالایی برخوردار است [۱-۴]. پلاسمای

جفت الکترون-پوزیترون یک نوع پلاسما با ذراتی با جرم و

اندازه بار یکسان است که در اکثر اجرام نجومی، در جهان اولیه

مغناطیسی و پروفایل چگالی الکترون از شکل سینوسی منحرف شده و نوسانات چگالی الکترون برای شار انرژی‌های بالاتر امواج میکرو بسیار تیز می‌شود. مالک و همکاران [۳۴] اثرات نیروی اثرگذار را در اندرکنش موج میکرو با پلاسما در یک مسیر موجی قائمه بررسی کرده‌اند.

در زمینه امواج پلاسمایی در حضور نیروی اثرگذار لیزر و یا در غیاب آن کارهایی انجام گرفته است، از جمله بررسی امواج الکترواستاتیکی در پلاسمای کوانتومی غیریکنواخت الکترون-پوزیترون در مرجع [۳۵ و ۳۶]، امواج الکترومغناطیس پلاسمای یکنواخت الکترون-پوزیترون در مرجع [۳۷]، که در غیاب نیروی اثرگذار صورت گرفته‌اند؛ و یا امواج در یک پلاسمای معمولی در حضور نیروی اثرگذار لیزر در مرجع [۳۸]، و ... مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

با توجه به این‌که امواج الکترومغناطیس پلاسمای مغناطیده کوانتومی الکترون-پوزیترون غیریکنواخت در حضور نیروی اثرگذار لیزر و در تقریب بسامد کوتاه تا کنون بررسی نشده است در این مقاله، بر آن شدیم تا این امواج را مورد مطالعه قرار دهیم.

در بخش دوم این مقاله رابطه پاشندگی را برای این پلاسما به دست آورده‌ایم. در بخش سوم به تحلیل رابطه پاشندگی با توجه به نمودارهای رسم شده پرداخته شده است. و در بخش پایانی نتایج به صورت یک‌جا آورده شده است.

## ۲. تئوری

در این بخش، رابطه پاشندگی را برای یک مغناطوپلاسمای کوانتومی غیریکنواخت الکترون-پوزیترون در اندرکنش با لیزر تب کوتاه مورد مطالعه قرار می‌دهیم. میدان مغناطیسی اعمالی، یک میدان غیریکنواخت در دو جهت  $x$  و  $y$  به صورت 
$$\vec{B} = B_0(x, y) \hat{z}$$
 همین‌طور چگالی‌های اولیه نیز در دو جهت  $x$  و  $y$  غیریکنواخت هستند، و طبق شرط شبه ختثائیت  $n_{p_0}(x, y) = n_{e_0}(x, y) = n_0(x, y)$  برقرار است. سرعت‌های ذرات به صورت 
$$\vec{U}_\gamma = U_{\gamma x} \hat{x} + U_{\gamma y} \hat{y} + U_{\gamma z} \hat{z}$$
 هستند که شاخص  $\gamma$  اشاره به نوع ذره یعنی الکترون یا پوزیترون دارد و  $U_{\gamma x}$ ،  $U_{\gamma y}$  و  $U_{\gamma z}$  به ترتیب،

ساطع کردن تشعشع تا دماهای پایین سرد می‌شوند [۱۴]. توانایی تولید سریع پلاسماهای الکترون-پوزیترون چگال در آزمایشگاه، درهای جدیدی را به روی تحقیقات در زمینه پاد ماده باز کرده و همچنین امکان فهم فیزیک مربوط به پدیده‌های نجومی را میسر ساخته است. به دلیل جرم یکسان الکترون و پوزیترون، ویژگی‌های ترمودینامیکی چنین پلاسماهایی از بسیاری از جنبه‌ها، متفاوت از پلاسماهای الکترون-یون است. در پلاسماهای چگال با توجه به این‌که فاصله متوسط بین ذرات می‌تواند قابل مقایسه با طول موج دوبروی ذرات باشد، بنابراین اثرات کوانتومی قابل توجه می‌شود. در چنین شرایطی تابع موج ذرات با هم، هم‌پوشانی می‌کنند و تابع توزیع ذرات از بولتزمن به فرمی دیراک و فشار ذرات از کلاسیکی به دژنره تغییر پیدا می‌کند.

اندرکنش باریکه‌های لیزری با بالا با پلاسما، یکی از زمینه‌های تحقیقاتی بسیار مهم در فیزیک پلاسما و فیزیک فضا است [۱۵-۱۸]. این تحقیقات در زمینه‌های وسیعی از کاربردها از جمله شتاب دهنده ذرات باردار، تولید پلاسما و گرمایش برای توکاماها، هم‌جوشی، تولید رادیو کال‌های کنترل شده، ماشین‌های آینه‌ای، منبع یون‌های چند بار و ... [۱۹-۲۳] انجام می‌شود. پدیده‌های زیادی در اندرکنش لیزر با پلاسما می‌تواند رخ دهد، از جمله آنها پدیده‌های مربوط به نیروی اثرگذار لیزر در پلاسما است. نیروی اثرگذار می‌تواند تابع توزیع فضایی چگالی الکترون و گذردهی دی الکتریک پلاسما را تغییر دهد [۲۴ و ۲۵]. این نیرو در اندرکنش لیزرهای با شدت بالا با پلاسما وجود دارد [۲۵-۳۰] و میدان بار فضایی می‌تواند توسط این فرایند تولید شود [۲۶]. نیروی اثرگذار لیزر باعث تولید میدان مغناطیسی [۲۵]، سولیتون‌ها [۲۹]، کاویتون‌ها [۳۰]، تولید هارمونیک‌های ثانویه [۳۱]، امواج ضربه و پرتو ایکس [۳۲] است.

تحقیقات زیادی در زمینه اندرکنش لیزر با پلاسما انجام گرفته است. از جمله نیکنام و همکاران [۳۳] اصلاح تابع توزیع چگالی الکترون در یک پلاسمای غیرمغناطیسی، با در نظر گرفتن نیروی اثرگذار امواج میکرو با توان بالا را مورد مطالعه قرار داده‌اند. آنها نشان دادند که میدان الکتریکی، میدان

پلاسمای کوانتومی است، که در آن  $\hbar$  عدد پلانک تقسیم بر  $2\pi$  است.  $\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e c}$  بسامد ژیرومغناطیسی الکترون و  $c$  سرعت نور در خلأ است. طبق شرط  $m_e = m_p = m$ ، رابطه  $\omega_{ce} = \omega_{cp} = \omega_c$  برقرار است.

در واقع در یک مغناطوپلاسمای کوانتومی جملات  $\omega_c$  و  $\omega_q$  نسبت به یک پلاسمای کلاسیکی غیرمغناطیسی اضافه شده است و سرعت فرمی به جای سرعت حرارتی معمولی نشسته است، به عبارتی این جملات اضافه شده مقدار ضریب شکست و مقدار نیروی اثرگذار را تغییر می‌دهند.

در اینجا برای به دست آوردن رابطه پاشندگی از معادلات حرکت، پیوستگی، پواسون، معادلات ماکسول و قانون آمپر استفاده شده است. معادلات در تقریب اختلال مرتبه اول حل شده‌اند. همچنین برای حل معادلات از تقریب بسامد کوتاه در مقایسه با بسامد ژیرومغناطیس الکترون:

$\left| \frac{\partial}{\partial z} \right| \ll |\nabla_{\perp}|, \left| U_0 \frac{\partial}{\partial z} \right|, \left| \frac{\partial}{\partial t} \right| \ll \omega_{ce}$  استفاده شده است [۳۵ و ۳۶]. با توجه به این که کمیت‌های اولیه در دو راستای  $x$  و  $y$  تغییر می‌کنند بنابراین، نمی‌توان از تقریب فوریه در مدهای سینوسی در این دو جهت استفاده کرد. از طرفی فرض می‌کنیم که طول موج اختلالات خیلی کمتر از مقیاس طولی است که کمیت‌های تعادلی تغییر می‌کنند، بنابراین از تقریب WKB به صورت زیر استفاده می‌کنیم. با توجه به این که برای هر کمیت اختلالی مرتبه اول  $\Gamma_1(x, y, z, t)$  تقریب WKB به صورت زیر است [۴۲]:

$$\Gamma_1(x, y, z, t) = \hat{\Gamma}_1(x, y) e^{i \int^x k_x(x') dx' + i \int^y k_y(y') dy' + i(k_z z - \omega t)}, \quad (4)$$

و با توجه به این که  $\hat{\Gamma}_1(x, y)$  پوش دامنه تغییرات و عددهای موج  $k_x(x)$  و  $k_y(y)$  کمیت‌های کند تغییری از  $x$  و  $y$  در نظر گرفته می‌شوند به راحتی می‌توان از تقریب‌های  $ik_x \rightarrow \frac{\partial}{\partial x}$  و  $ik_y \rightarrow \frac{\partial}{\partial y}$  استفاده کرد. به عبارتی اختلالات به صورت موج تخت رفتار می‌کنند و حل معادلات راحت‌تر می‌شود.

سرعت‌های اختلالی ذرات در سه راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  و  $U_{y0}(x, y)$  سرعت شماره‌ای ذرات در راستای  $z$  هستند. همین‌طور شرط  $U_{p0}(x, y) = U_{e0}(x, y) \cong U_0(x, y)$  برای ذرات در نظر گرفته شده است، تا از حضور جریان اولیه در پلازما صرف‌نظر شود.

حضور لیزر با شدت بالا باعث ایجاد نیروی اثرگذار بر ذرات پلازما می‌شود، در واقع نیروی اثرگذار یک نیرو با بسامد کوتاه است که توسط اندرکنش غیرخطی میدان‌های با بسامد بالا در محیط‌های الکترومغناطیس القا می‌شود. نیروی اثرگذار در حالت کلی به صورت  $\mathbf{F}_p = \mathbf{F}_{Ps} + \mathbf{F}_{Pt}$  است که  $\mathbf{F}_{Ps}$  مربوط به تغییرات فضایی و  $\mathbf{F}_{Pt}$  مربوط به تغییرات زمانی پوش دامنه موج الکترومغناطیس است. طبق مد عادی در نظر گرفته شده برای لیزر، میدان الکتریکی به صورت  $\mathbf{E}(r, t) = \frac{1}{2} \mathbf{E}_l(z, t) \exp(-i\omega_l t + ik_l z) + c.c$  است که در آن پوش دامنه موج الکترومغناطیس لیزر در مکان  $z$  و زمان  $t$  است و  $\omega_l$  و  $k_l$  به ترتیب بسامد موج فرودی و عدد موج آن هستند، و  $c.c$  اشاره به مزدوج مختلط دارد.

$$\mathbf{F}_{Ps} = \frac{N-1}{16\pi} \nabla |\mathbf{E}_l|^2, \quad (1)$$

و

$$\mathbf{F}_{Pt} = \frac{1}{16\pi} \frac{\mathbf{k}_l}{\omega_l} \frac{\partial [\omega_l^*(N-1)]}{\partial \omega_l} \frac{\partial}{\partial t} |\mathbf{E}_l|^2, \quad (2)$$

که در آن ضریب شکست مربوط به یک مغناطوپلاسمای کوانتومی با سرعت اولیه  $U_0$  به صورت زیر است [۳۹-۴۱]:

$$\frac{k_l^* c^*}{\omega_l^*} = N = 1 - \frac{\omega_{pe}^*}{\omega_l^*} \left( 1 + \frac{k_l^* U_0^*}{\omega_l^* - \omega_c^* - k_l^* V_{Fe}^* - \omega_q^*} \right), \quad (3)$$

و در آن  $\omega_{pe} = \left( 4\pi n_e \frac{e^2}{m_e} \right)^{1/2}$  بسامد الکترونی پلازما،  $m_e$  و  $e$  به ترتیب جرم الکترون و اندازه بار آن هستند.

سرعت حرارتی فرمی الکترون، و  $T_{Fe}$  دمای  $V_{Fe} = \left( \frac{2T_{Fe}}{m_e} \right)^{1/2}$

حرارتی فرمی در واحد انرژی است. در این مطالعه، شرط

$$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e c} \text{ در نظر گرفته شده است. } V_{Fe} = V_{Fp} = V_F$$

مربوط به نیروی بوهم کوانتومی ناشی از پدیده تونل زنی در

از حل معادلات حرکت به همراه معادله پیوستگی و اعمال تقریب بسامد کوتاه و WKB، رابطه زیر برای الکترون و پوزیترون به دست می‌آید:

$$\alpha_{\gamma_1} n_{\gamma_1} + \alpha_{\gamma_2} \varphi + \alpha_{\gamma_3} A_z = 0, \quad (9)$$

که در آن

$$\alpha_{\gamma_1} = \frac{\omega'}{n_e k_z} + \chi \left[ \frac{mc \omega'}{e_\gamma k_z} (k_y A - k_x B) - \frac{i F_{pz}}{m n_e} \right], \quad (10)$$

$$\alpha_{\gamma_2} = \frac{c \omega'}{n_e k_z} (k_y A' - k_x B') - \frac{e_\gamma}{m} (k_z - \varepsilon_\gamma (S_{\gamma x} k_y - S_{\gamma y} k_x)), \quad (11)$$

$$\frac{e_\gamma}{m} (k_z - \varepsilon_\gamma (S_{\gamma x} k_y - S_{\gamma y} k_x)),$$

$$\alpha_{\gamma_3} = -\frac{\omega'}{n_e k_z} \left[ \left( A' U_e + \varepsilon_\gamma \frac{e_\gamma n_e}{mc} S_{\gamma x} \right) k_y - \left( B' U_e + \varepsilon_\gamma \frac{e_\gamma n_e}{mc} S_{\gamma y} \right) k_x \right] + \frac{e_\gamma U_e}{mc} \varepsilon_\gamma (S_{\gamma x} k_y - S_{\gamma y} k_x) + \frac{e_\gamma \omega}{mc}, \quad (12)$$

$$\frac{e_\gamma U_e}{mc} \varepsilon_\gamma (S_{\gamma x} k_y - S_{\gamma y} k_x) + \frac{e_\gamma \omega}{mc},$$

که در آن  $A = -\frac{1}{B_e} \left( \frac{\partial}{\partial x} \ln B_e \right) = -\frac{1}{B_e} L_{Bx}$

$$, A' = \frac{n_e}{B_e} \left( \frac{\partial}{\partial x} \ln \frac{n_e}{B_e} \right) = \frac{n_e}{B_e} (L_{nx} - L_{Bx})$$

$$, B = -\frac{1}{B_e} \left( \frac{\partial}{\partial y} \ln B_e \right) = -\frac{1}{B_e} L_{By}$$

$$, B' = \frac{n_e}{B_e} \left( \frac{\partial}{\partial y} \ln \frac{n_e}{B_e} \right) = \frac{n_e}{B_e} (L_{ny} - L_{By})$$

$$S_{\gamma y} = \frac{1}{\omega_c} \frac{\partial U_{\gamma_e}}{\partial y}, \quad S_{\gamma x} = \frac{1}{\omega_c} \frac{\partial U_{\gamma_e}}{\partial x}$$

$$, e_e = -e, \quad \chi = \frac{V_F}{\varepsilon n_e} + \frac{\hbar^2 k^2}{4 m^* n_e}, \quad \omega' = \omega - k_z U_e$$

$e_p = e$ ، و ضرایب  $\varepsilon_e = -1$  و  $\varepsilon_p = 1$  همچنین فرض

می‌کنیم  $\frac{\partial U_{e^*}}{\partial x} = -\frac{\partial U_{p^*}}{\partial x} = \frac{\partial U_e}{\partial x}$  و

$$S_{ex} = -S_{px} = S_x \quad \text{بنابراین} \quad \frac{\partial U_{e^*}}{\partial y} = -\frac{\partial U_{p^*}}{\partial y} = \frac{\partial U_e}{\partial y}$$

$$S_{ey} = -S_{py} = S_y$$

طبق این فرض‌ها:

معادلات حرکت در سه راستای دستگاه کارتزین به صورت زیر است [۳۵-۳۸]:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_e \frac{\partial}{\partial z} \right) U_{\gamma x} = -\frac{e_\gamma}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{e_\gamma U_e}{mc} \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{V_{F\gamma}^*}{\varepsilon n_e} \frac{\partial n_{\gamma_1}}{\partial x} + \frac{e_\gamma}{mc} B_e U_{\gamma y} + \frac{\hbar^2}{\varepsilon m^* n_e} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 n_{\gamma_1}, \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_e \frac{\partial}{\partial z} \right) U_{\gamma y} = -\frac{e_\gamma}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{e_\gamma U_e}{mc} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{V_{F\gamma}^*}{\varepsilon n_e} \frac{\partial n_{\gamma_1}}{\partial y} - \frac{e_\gamma}{mc} B_e U_{\gamma x} + \frac{\hbar^2}{\varepsilon m^* n_e} \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 n_{\gamma_1}, \quad (6)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_e \frac{\partial}{\partial z} \right) U_{\gamma z} + \left( U_{\gamma x} \frac{\partial}{\partial x} + U_{\gamma y} \frac{\partial}{\partial y} \right) U_e = -\frac{e_\gamma}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{e_\gamma}{mc} \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{V_{F\gamma}^*}{\varepsilon n_e} \frac{\partial n_{\gamma_1}}{\partial z} + \frac{\hbar^2}{\varepsilon m^* n_e} \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 n_{\gamma_1} + \frac{F_{pz\gamma}}{m n_e} n_{\gamma_1}, \quad (7)$$

$$\frac{\hbar^2}{\varepsilon m^* n_e} \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 n_{\gamma_1} + \frac{F_{pz\gamma}}{m n_e} n_{\gamma_1},$$

و معادله پیوستگی به صورت:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U_e \frac{\partial}{\partial z} \right) n_{\gamma_1} + \frac{\partial}{\partial x} (n_e U_{\gamma x}) + \frac{\partial}{\partial y} (n_e U_{\gamma y}) + \frac{\partial}{\partial z} n_e (U_{\gamma z}) = 0, \quad (8)$$

که در آن میدان الکترومغناطیس به صورت

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi - c^{-1} \left( \frac{\partial A_z}{\partial t} \right) \hat{z}$$

به ترتیب پتانسیل الکتروستاتیک و مؤلفه  $z$  پتانسیل برداری مغناطیسی هستند. نیروی اثرگذار، با توجه به مدل لیزری در نظر

گرفته شده در این مقاله،  $\nabla |E_l|^2 \parallel \mathbf{k}_l \parallel \hat{z}$  و  $\mathbf{F}_{Pl} \parallel \mathbf{k}_l \parallel \hat{z}$

، در جهت  $z$  بوده و رابطه  $F_{pzp} = F_{pze} = F_{pz}$  برای

الکترون و پوزیترون در نظر گرفته می‌شود. عبارت

$$\frac{\hbar^2}{\varepsilon m^* n_e} \nabla^2 n_{\gamma_1}$$

مربوط به نیروی کوانتومی است.

با جایگذاری این روابط در معادلهٔ مربوط به قانون آمپر، رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$H_x A_z + H_y \phi = 0, \quad (21)$$

که در آن

$$H_x = \left[ k_x^y + k_y^y - \frac{\lambda \pi e^y n_s}{mc^y k_z} (S_x k_y - S_y k_x) \right] \alpha_{e1} \alpha_{p1} + \frac{\epsilon \pi m n_s}{k_z} \chi (k_y A - k_x B) (\alpha_{p1} \alpha_{e1} + \alpha_{e1} \alpha_{p1}) + \frac{\epsilon \pi e \omega}{ck_z} (\alpha_{p1} \alpha_{e1} - \alpha_{e1} \alpha_{p1}), \quad (22)$$

$$H_y = \frac{\epsilon \pi e \omega}{ck_z} (\alpha_{p1} \alpha_{e1} - \alpha_{e1} \alpha_{p1}) + \frac{\epsilon \pi m n_s}{k_z} \chi (k_y A - k_x B) (\alpha_{p1} \alpha_{e1} + \alpha_{e1} \alpha_{p1}), \quad (23)$$

حل هم‌زمان معادلات (۲۲) و (۲۳) منجر به رابطهٔ پاشندگی به صورت زیر برای این پلاسما می‌شود:

$$H_x H_y - H_y H_x = 0, \quad (24)$$

رابطهٔ به دست آمده پیچیده بوده و در غیاب نوآوری‌های موجود در مقاله و در موارد ساده‌تر، به روابط موجود در مقالات مرجع می‌تواند تقلیل یابد. از جمله این‌که در غیاب تب لیزری و برای یک پلاسما یکنواخت، رابطهٔ پاشندگی با رابطهٔ موجود در مقاله [۳۷] تطابق دارد؛ و یا برای نوسانات الکتروستاتیک و یک پلاسما یکنواخت معادلات با روابط موجود در مقالات [۳۵ و ۳۶] تقلیل می‌یابد. همچنین در حضور لیزر و برای یک پلاسما یکنواخت، معادلات با روابط موجود در مقاله [۳۸] در تطابق کامل است.

این رابطه در دو راستای موازی و عمود نسبت به جهت انتشار لیزر، با استفاده از نرم‌افزار میپل، بررسی و برای حالت‌های مختلف محدود کننده، در حضور و عدم حضور گرادیان‌های عرضی پارامترهای اولیه، مورد تحلیل قرار گرفته است.

### ۳. بررسی امواج در دو راستای موازی و عمود به ازای پارامترهای مختلف

نوسانات الکترومغناطیس پلاسما برای حالت‌های مختلف در حضور گرادیان‌های عرضی و همین‌طور در عدم حضور آنها و

$$\alpha_{\gamma 1} = \frac{\omega'^y}{n_s k_z} + \chi \left[ \frac{mc \omega'}{e_\gamma k_z} (k_y A - k_x B) - \frac{i F_{pz}}{m n_s} \right], \quad (13)$$

$$\alpha_{\gamma 2} = \frac{c \omega'}{n_s k_z} (k_y A' - k_x B') - \frac{e_\gamma}{m} (k_z + S_x k_y - S_y k_x), \quad (14)$$

$$\alpha_{\gamma 3} = -\frac{\omega'}{n_s k_z} \left[ \left( A' U_s - \frac{e_\gamma n_s}{mc} S_x \right) k_y - \left( B' U_s - \frac{e_\gamma n_s}{mc} S_y \right) k_x \right] - \frac{e_\gamma U_s}{mc} (S_x k_y - S_y k_x) + \frac{e_\gamma \omega}{mc}, \quad (15)$$

جایگذاری روابط به دست آمده در رابطهٔ (۹) برای الکترون و

$$\text{پوزیترون، به صورت } n_{\gamma 1} = -\frac{\alpha_{\gamma 2}}{\alpha_{\gamma 1}} \phi - \frac{\alpha_{\gamma 3}}{\alpha_{\gamma 1}} A_z \text{، در معادلهٔ}$$

پوآسون  $\nabla^2 \phi = \epsilon \pi e (n_{e1} - n_{p1})$  منجر به رابطهٔ زیر می‌شود:

$$H_x A_z + H_y \phi = 0, \quad (16)$$

که در آن

$$H_x = \epsilon \pi e (\alpha_{e1} \alpha_{p1} - \alpha_{p1} \alpha_{e1}), \quad (17)$$

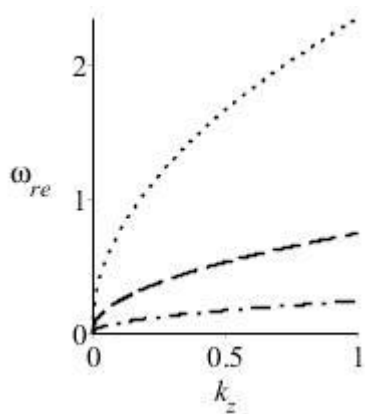
$$H_y = \epsilon \pi e (\alpha_{e1} \alpha_{p1} - \alpha_{p1} \alpha_{e1}) - k^y \alpha_{e1} \alpha_{p1}, \quad (18)$$

و همین‌طور می‌توان از قانون آمپر به صورت زیر استفاده کرد [۳۷]:

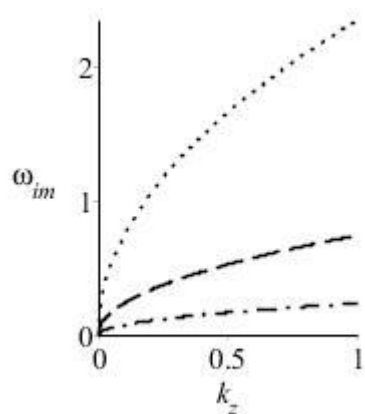
$$\nabla^2 A_z = \frac{\epsilon \pi e n_s}{c} (U_{ez} - U_{pz}), \quad (19)$$

که در آن  $U_{pz}$  و  $U_{ez}$  از حل معادلات حرکت در راستای  $x$  و  $y$  و جایگذاری آنها در رابطهٔ پیوستگی، به صورت زیر به دست می‌آیند:

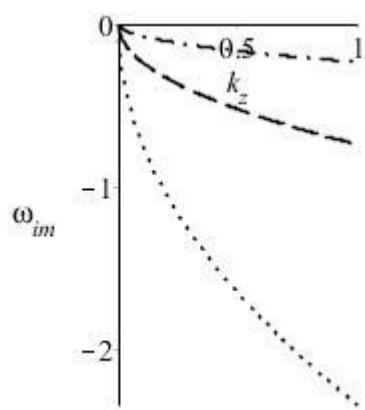
$$U_{yz} = \left[ \frac{\omega'}{n_s k_z} + \frac{mc \chi}{e_\gamma k_z} (k_y A - k_x B) \right] n_{\gamma 1} - \frac{1}{n_s k_z} \left[ \left( A' U_s - \frac{e_\gamma n_s}{mc} S_x \right) k_y - \left( B' U_s - \frac{e_\gamma n_s}{mc} S_y \right) k_x \right] A_z + \frac{c}{n_s k_z} (k_y A' - k_x B') \phi, \quad (20)$$



(الف)



(ب)



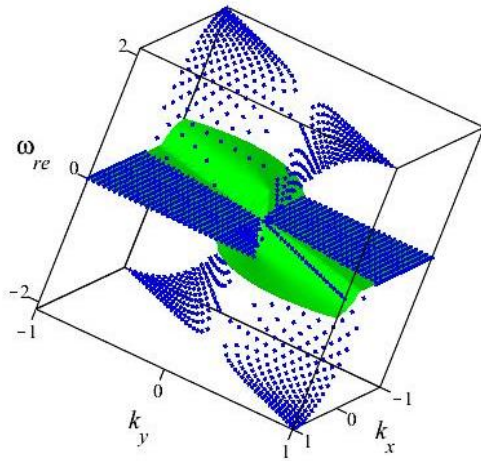
(ج)

شکل ۱. منحنی مربوط به قسمت حقیقی ( $\omega_{re}$ ) و موهومی ( $\omega_{im}$ ) امواج موازی بر حسب  $k_z$  در جهت مثبت (الف) و (ب) برای حالت جذب تب لیزری در پلاسما ( $F_{pz} > 0$ ) و (الف) و (ج) تقویت تب لیزری ( $F_{pz} < 0$ )؛ برای سه مقدار متفاوت نیروی اثرگذار لیزر:  $F_{pz} = 10^{-4} \text{ dyn}$  (نقطه چین)،  $F_{pz} = 10^{-5} \text{ dyn}$  (خط چین)،  $F_{pz} = 10^{-6} \text{ dyn}$  (نقطه خط چین). نمودارهای رسم شده تا مرتبه ۱۰<sup>۱۱</sup> هستند.

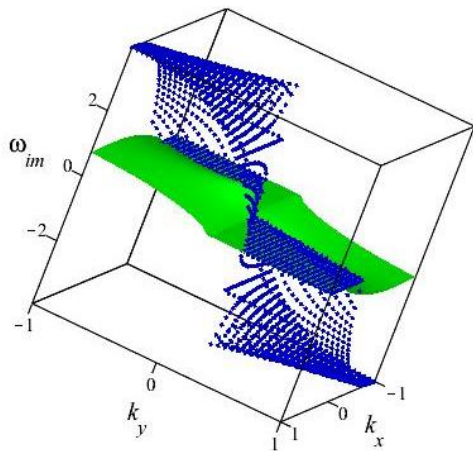
به ازای مقادیر مختلف پارامترهای پلاسمایی و تب لیزری، مورد مطالعه قرار گرفته است. این بررسی‌ها به ازای مقادیر مختلف [۳۶-۴۳] چگالی عددی اولیه در حدود  $10^{20} \text{ cm}^{-3}$  تا  $10^{21} \text{ cm}^{-3}$ ، شدت میدان مغناطیسی  $10^6 \text{ G}$  تا  $10^8 \text{ G}$ ، سرعت شماره‌ای  $10^5 \text{ cm/s}$  تا  $10^7 \text{ cm/s}$ ، دمای فرمی ( $T_{Fe}$ ) در حدود  $0/36 \text{ eV}$  و گرادیان‌های عرضی نسبی  $L_{By}$ ،  $L_{Bx}$ ،  $L_{ny}$ ،  $L_{nx}$ ،  $S_y$  و  $S_x$  در بازه (0,1) انجام گرفته است. همین‌طور لیزر تب کوتاه، بسامدی در حدود  $10^{15} \text{ Hz}$  و بیشتر دارد، بنابراین این لیزر طبق شرط  $\omega_l > \omega_{pe}$  می‌تواند در پلاسمای مورد بحث نفوذ کند. نیروی اثرگذار متوسط اعمالی بر یک ذره به ازای سه مقدار  $10^{-6} \text{ dyn}$ ،  $10^{-5} \text{ dyn}$  و  $10^{-4} \text{ dyn}$ ، در حالت تقویت تب لیزری و میرایی آن مورد بررسی قرار گرفته است. امواج به ازای این مقادیر در دو راستای موازی و عمود نسبت به راستای انتشار لیزر بررسی شده‌اند.

### ۳. ۱. امواج موازی

طبق بررسی‌های انجام شده بر روی منحنی‌های رسم شده در راستای موازی، مطابق با شکل‌های ۱ و ۲ نیروی اثرگذار تأثیر چشمگیری بر روی امواج در این راستا دارد؛ به طوری - که افزایش (کاهش) این نیرو باعث افزایش (کاهش) سرعت فاز و گروه این امواج و همین‌طور میزان ناپایداری آنها می - شود. همین‌طور در حالت کوانتومی مشاهده شد که جملاتی به ضریب شکست اضافه شده و باعث اصلاح مقدار نیروی اثرگذار می‌شود. بنابراین سرعت فاز و گروه امواج و همین - طور میزان ناپایداری آنها متأثر از جملات تصحیحی کوانتومی است. تصحیحات کوانتومی از طریق حضور نیروی بوهم کوانتومی نیز بر امواج تأثیرگذار است. طبق بررسی‌ها، امواج در راستای موازی فقط از مقدار کمیت‌های اولیه چگالی عددی و سرعت شماره‌ای در راستای موازی تأثیر می - پذیرند و هیچ تأثیری از میدان مغناطیسی ندارند، ولی به واسطه وابستگی ضریب شکست و نیروی اثرگذار به بسامد ژیرومغناطیس، و به موازات آن وابستگی میدان مغناطیسی، امواج در این راستا متأثر از میدان مغناطیسی نیز هستند. ولی مقدار گرادیان‌های عرضی کمیت‌های اولیه هیچ کدام بر انتشار امواج در جهت موازی تأثیری ندارد. از طرفی



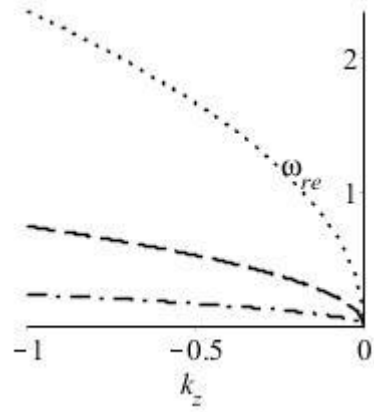
(الف)



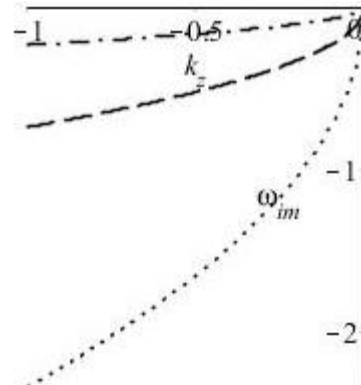
(ب)

شکل ۳. منحنی امواج پلاسمایی در صفحه  $k_x$  و  $k_y$  به ازای دو دسته مقادیر مختلف  $L_{Bx} = 0/6, L_{By} = 0/9, L_{nx} = 0/7, L_{ny} = 0/9$  (نقطه چین) و  $L_{Bx} = 0/6, L_{By} = 0/6, L_{nx} = 0/9, L_{ny} = 0/9$  (سطح صاف)؛ (الف) قسمت حقیقی و (ب) قسمت موهومی. نمودارها تا مرتبه  $10^3$  رسم شده‌اند.

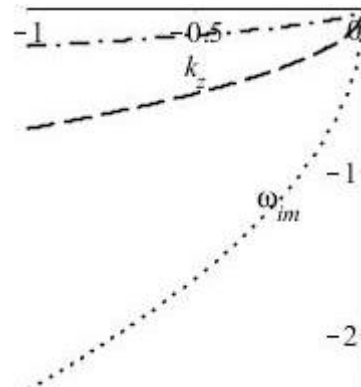
طبق تعریف  $F_{ps}$  (بیشتر تغییرات مکانی مد نظر هست) زمانی که این نیرو مثبت ( $F_{ps} > 0$ ) است در واقع دامنه موج لیزر کاهش پیدا می‌کند، به عبارتی تب لیزری می‌تواند در پلازما جذب شود. در این صورت طبق بررسی‌ها امواج پلاسمایی منتشره در جهت لیزر رشد کرده و در جهت مخالف میرا می‌شوند. این در حالی است که برای ( $F_{ps} < 0$ )، امواج منتشره در جهت پلازما به واسطه تقویت تب لیزر، میرا شده و در جهت مخالف آن رشد می‌کنند.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲. منحنی مربوط به قسمت حقیقی ( $\omega_{re}$ ) و موهومی ( $\omega_{im}$ ) امواج موازی بر حسب  $k_z$  در جهت منفی (الف) و (ب) برای حالت جذب تب لیزری در پلازما ( $F_{pz} > 0$ ) و (الف) و (ج) برای تقویت تب لیزری ( $F_{pz} < 0$ )؛ برای سه مقدار متفاوت نیروی اثرگذار لیزر:  $F_{pz} = 10^{-4} \text{ dyn}$  (نقطه چین)،  $F_{pz} = 10^{-5} \text{ dyn}$  (خط چین)،  $F_{pz} = 10^{-6} \text{ dyn}$  (نقطه خط چین). نمودارهای رسم شده تا مرتبه  $10^{11}$  هستند.

### ۳.۲. امواج عمودی

طبق بررسی‌های انجام شده بر روی منحنی‌های رسم شده در راستای عمود، امواج در این راستا متأثر از مقادیر کمیت‌های اولیه چگالی عددی، سرعت شارهای و میدان مغناطیسی خارجی و به شدت تحت تأثیر گرادیان‌های عرضی این کمیت‌ها هستند. با توجه به این که رفتار امواج به ازای حضور هر کدام از این گرادیان‌ها کاملاً متفاوت است، این امواج را به صورت جداگانه به ازای حضور تک تک این گرادیان‌ها و همین‌طور تغییرات مقادیر آنها مورد بررسی قرار داده‌ایم. از طرفی امواج در این راستا هیچ تأثیری از مقدار نیروی اثرگذار لیزر ندارند.

### بررسی حالت‌های مختلف محدود کننده حضور گرادیان‌های عرضی

#### ۳.۲.۱. در غیاب همه گرادیان‌های عرضی

در این حالت، طبق بررسی‌ها، هیچ انتشار عمودی وجود ندارد. به عبارتی، در عدم حضور گرادیان‌های عرضی مذکور، زمانی که پلاسما مورد بحث در این صفحه عمود یکنواخت است، هیچ انتشاری نمی‌تواند وجود داشته باشد.

#### ۳.۲.۲. در حضور گرادیان میدان مغناطیسی ( $L_{Bx} \neq 0, L_{By} = 0$ )

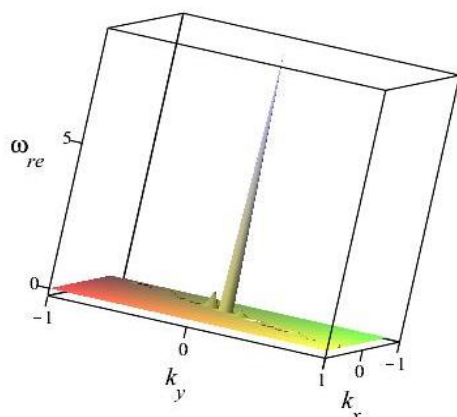
در این صورت مشاهده شد که حضور این گرادیان می‌تواند عامل انتشار امواج در جهت عمودی باشد، که این امواج، مطابق با شکل ۳ هم می‌توانند با مد پایا منتشر شوند و هم به صورت ناپایا. بنابراین حضور گرادیان عرضی میدان مغناطیسی به تنهایی، می‌تواند امواج عمودی، هم به صورت پایدار هم ناپایدار را راه‌اندازی کند.

#### ۳.۲.۳. در حضور گرادیان چگالی عددی اولیه ( $L_{nx} \neq 0, L_{ny} = 0$ )

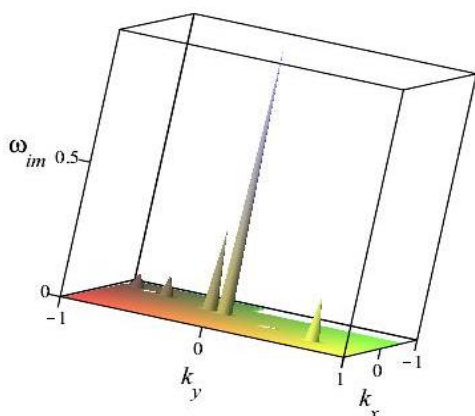
در این حالت، انتشاری در جهت عمودی مشاهده نمی‌شود، به عبارتی حضور گرادیان چگالی زمینه‌ای به تنهایی، نمی‌تواند عامل انتشار امواج در صفحه عمود باشد.

#### ۳.۲.۴. در حضور گرادیان سرعت شارهای ( $S_x \neq 0, S_y \neq 0$ )

طبق بررسی‌ها، در این حالت نیز انتشار عمودی مشاهده نمی‌شود، به عبارتی حضور گرادیان سرعت شارهای به تنهایی، نمی‌تواند عامل انتشار امواج در جهت عمود باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۴. منحنی امواج پلاسمایی در صفحه  $k_x$  و  $k_y$  به ازای ( $L_{Bx} = 0/6, L_{By} = 0/9, S_x = 0/7, S_y = 0/9$  الف)  $\omega_{re}$  و (ب)  $\omega_{im}$ . نمودارهای رسم شده تا مرتبه  $10^{34}$  هستند.

#### ۳.۲.۵. در حضور هم زمان گرادیان میدان مغناطیسی و

#### چگالی اولیه ( $L_{nx} \neq 0, L_{ny} \neq 0, L_{Bx} \neq 0, L_{By} \neq 0$ )

در این حالت، بررسی نمودارهای رسم شده نشان داد که امواج منتشره در جهت عمود به صورت ناپایدار هستند؛ به عبارتی حضور هم‌زمان گرادیان‌های میدان مغناطیسی و چگالی عددی زمینه‌ای می‌تواند عامل انتشار امواج عمودی به صورت ناپایدار باشد.

#### ۳.۲.۶. در حضور هم‌زمان گرادیان‌های میدان مغناطیسی و

#### سرعت شارهای ( $S_x \neq 0, S_y \neq 0, L_{Bx} \neq 0, L_{By} \neq 0$ )

طبق بررسی‌ها، در این حالت امواجی مشاهده می‌شوند که در بازه‌های بسیار محدود و خاص از اعداد موج، سرعت‌های بالایی دارند و به ازای بقیه طول موج‌ها سرعت‌های بسیار پایین‌تری دارند.



آنها می‌شود. همین‌طور، چنانچه تب لیزری در پلازما جذب شود ( $F_{ps} > 0$ )، امواج موازی منتشره در جهت لیزر رشد کرده و در جهت مخالف میرا می‌شوند و برعکس، زمانی که تب لیزری در پلازما تقویت می‌شود امواج منتشره در جهت لیزر میرا شده و در جهت مخالف آن رشد خواهند کرد. امواج موازی به صورت مستقیم تحت تأثیر مقادیر چگالی اولیه و سرعت شاره‌ای هستند، در حالی که حضور نیروی اثرگذار باعث می‌شود امواج در این راستا تحت تأثیر شدت میدان مغناطیسی نیز، به صورت غیر مستقیم قرار گیرند. این در حالی است که در جهت عمود، امواج به صورت مستقیم تحت تأثیر شدت میدان مغناطیسی علاوه بر مقادیر کمیت‌های اولیه چگالی عددی و سرعت شاره‌ای هستند. امواج موازی هیچ تأثیری از گرادیان‌های عرضی کمیت‌های زمینه‌ای پلازما ندارند، در حالی که امواج عمود به شدت تحت تأثیر این گرادیان‌ها بوده و رفتارهای متفاوتی نسبت به حضور تک تک این گرادیان‌ها و همچنین مقادیر آنها نشان می‌دهند. رفتار امواج پلاسمایی به ازای حضور تک تک این گرادیان‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

بررسی‌ها در راستای عمود نشان داد که در حضور گرادیان عرضی میدان مغناطیسی به تنهایی، انتشار عمود نوسانات الکترومغناطیس پلاسمایی می‌تواند راه‌اندازی شود، ولی این انتشار در حضور گرادیان چگالی عددی یا سرعت شاره‌ای به تنهایی و در غیاب گرادیان میدان مغناطیسی، وجود ندارد. به عبارتی حضور این دو گرادیان به تنهایی، نمی‌تواند عامل انتشار امواج عمود باشند. این در حالی است که حضور هم‌زمان این دو گرادیان، حتی در غیاب میدان مغناطیسی، می‌تواند عاملی برای راه‌اندازی امواج عمود باشد. نتایج به دست آمده در قالب کار نو، با نتایج به دست آمده در مقالات مرجع، به ازای حالت‌های ساده سازی شده، در بستر منطق فیزیکی، کاملاً در تطابق هستند. تمام نتایج به دست آمده ما را در فهم پدیده‌های اختریفیزیکی و تحقیق راجع به پادماده یاری می‌رساند. همین‌طور در آزمایشگاه می‌توان با تنظیم پارامترهای اولیه و اندازه گرادیان‌های آنها و همین‌طور تنظیم شدت نور لیزر، پلازما را برای مقاصد خاص طراحی کرد.

در اصطلاح این حالت را با نام سرعت‌های جایگزیده نام‌گذاری کرده‌ایم (مشابه با شکل ۴). همین‌طور امواج منتشره در راستای عمود در حضور این دو گرادیان به صورت ناپایدار هستند. به عبارتی حضور هم‌زمان گرادیان‌های میدان مغناطیسی خارجی و سرعت شاره‌ای عامل انتشار امواج ناپایدار با سرعت‌های جایگزیده در جهت عمود هستند.

### ۳.۲.۷. در حضور هم‌زمان گرادیان چگالی اولیه و سرعت شاره‌ای ( $S_x \neq 0, S_y \neq 0, L_{nx} \neq 0, L_{ny} \neq 0$ )

در این حالت نیز امواج مشاهده شده رفتارهایی مشابه با امواج سرعت جایگزیده دارند و امواجی که در حضور این دو گرادیان منتشر می‌شوند به صورت پایا خواهند بود. در واقع حضور هم‌زمان گرادیان عرضی چگالی زمینه‌ای و سرعت شاره‌ای، امواج پایدار با سرعت جایگزیده را می‌تواند راه‌اندازی کند.

### ۳.۲.۸. در حضور هم‌زمان سه گرادیان میدان مغناطیسی، چگالی اولیه و سرعت شاره‌ای ( $S_x \neq 0, S_y \neq 0, L_{nx} \neq 0, L_{ny} \neq 0, L_{Bx} \neq 0, L_{By} \neq 0$ )

مطابق با نمودارهای رسم شده در این حالت، امواج منتشره در راستای عمود رفتاری مشابه با حالت سرعت‌های جایگزیده دارند و امواج در حضور این سه گرادیان عرضی به صورت ناپایدار خواهند بود. بنابراین حضور هم‌زمان گرادیان‌های عرضی میدان مغناطیسی، سرعت شاره‌ای و چگالی زمینه‌ای عامل انتشار امواج ناپایدار با سرعت‌های جایگزیده در راستای عمود است.

## ۴. نتیجه‌گیری

امواج الکترومغناطیس مغناطوپلاسمای کوانتومی غیر یکنواخت الکترون-پوزیترون در اندرکنش با تب لیزری کوتاه مورد بررسی قرار گرفت. بررسی‌ها نشان داد که در راستای موازی، امواج بیشترین تأثیر را از نیروی اثرگذار لیزر می‌گیرند. یعنی افزایش مقدار این نیرو باعث افزایش سرعت فاز و گروه امواج پلاسمایی و همین‌طور میزان ناپایداری آنها می‌شود و برعکس، کاهش آن باعث کاهش سرعت‌ها و ناپایداری امواج می‌شود. از طرفی تصحیحات کوانتومی باعث تغییر مقدار این نیرو شده و به تبع آن باعث تغییر اندازه سرعت امواج و میزان ناپایداری

## مراجع

1. S Ichimaru, "Basic Principles of Plasma Physics, A Statistical Approach", Benjamin, Massachusetts, (1973).
2. J Weiland, "Collective Modes in Inhomogeneous Plasma", Institute of Physics, Bristol, (2000).
3. A Hasegawa and K Mima, *Phys. Fluids* **21** (1978) 87.
4. B B Kadomtsev, "Plasma Turbulence, Academic Press", New York (1965).
5. M J Rees, "The Very Early Universe", edited by G W Gibbons, S W Hawking, and S Siklas, Cambridge University Press, Cambridge (1983).
6. F C Michel, *Rev. Mod. Phys.* **54** (1982) 1; Hawking, and S Siklas, Cambridge University Press, Cambridge (1983).
7. H R Mille and P Witta, "Active Galactic Nuclei", Springer, Berlin, (1987).
8. M C Begelman, R D Blandford, and M J Rees, *Rev. Mod. Phys.* **56** (1984) 255.
9. M L Burns, "Positron-Electron Pairs in Astrophysics", American Institute of Physics, Melville, NY, (1983).
10. F C Michel, "Theory of Neutron Star Magnetosphere", Chicago University Press, Chicago, (1991).
11. P Helander and D J Ward, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 135004.
12. E P Liang, S C Wilks, and M Tabak, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 4887.
13. C P Ridgers, C S Brady, R Duclous, J G Kirk, K Bennett, T D Arber, A P L Robinson, and A R Bell, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 165006.
14. A W Trivelpiece, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **1** (1972) 57.
15. H K Malik, *Opt. Commun.* **278** (2007) 387.
16. Y N Istomin, *Phys. Lett. A* **299** (2002) 248.
17. L Shenggang, R J Barker, Z Dajun, Y Yang, and G Hong, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **28** (2000) 2135.
18. A K Aria and H K Malik, *Opt. Commun.* **282** (2009) 423.
19. V K Yadav and D Bora, *Pramana* **63** (2004) 563.
20. S Bhattacharjee and H Amemiya, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **33** (2000) 1104.
21. G S Nusinovich, L A Mitin, and A N Vlasov, *Phys. Plasmas* **4** (1997) 4394.
22. A M Anpilov, N K Berezhetskaya, V A Kopev, and I A Kossyi, *J. Experim. Theoretical Phys. Lett.* **62** (1995) 783.
23. S Bhattacharjee and H Amemiya, *Vacuum* **58** (2000) 222.
24. Md K Al-Hassan, H Ito, N Yugami, and Y Nishida, *Phys. Plasmas* **12** (2005) 112307.
25. A R Niknam, M Hashemzadeh, and M M Montazeri, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **38** (2010) 2390.
26. B K Pandey, R N Agarwal, and V K Tripathi, *Phys. Lett. A* **349** (2006) 245.
27. A G York and H M Milchberg, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 195001.
28. S Abedi, D Dorrnanian, M E Abari, and B Shokri, *Phys. Plasmas* **18** (2011) 093108.
29. B Shokri and A R Niknam, *Phys. Plasmas* **13** (2006) 113110.
30. A Y Wong, *J. Phys.* **38** (1977) C6.
31. M E Abari and B Shokri, *Phys. Plasmas* **18** (2011) 053111.
32. A R Niknam, M Hashemzadeh, and B Shokri, *Phys. Plasmas* **16** (2009) 033105.
33. A R Niknam and B Shokri, *Phys. Plasmas*, **14** (2007) 052104.
34. H K Malik and A K Aria, *J. Appl. Phys.* **108** (2010) 013109.
35. W M Moslem, S Ali, P K Shukla, and B Eliason, *Phys. Lett. A* **372** (2008) 3471.
36. W F El-Taibani, W M Moslem, Miki Wadati, and P K Shukla, *Phys. Lett. A* **372** (2008) 4067.
37. S A Khan, M K Ayub, and Ali Ahmad, *Phys. Plasmas* **19** (2012) 102104.
38. Shalom Eliezer, "The Interaction of High-Power Lasers with Plasmas", IoP Publishing, Bristol and Philadelphia, (2002).
39. L Stenflo, *J. Plasma Physics* **5** (1971) 413.
40. P K Shukla, N Shukla, and L Stenflo, *J. Plasma Physics* **76** (2009) 25.
41. N Shukla, P K Shukla, B Eliasson, and L Stenflo, *Phys. Lett. A* **374** (2010) 1749.
42. R J Goldston and P H Rutherford, "Introduction to plasma physics", IoP, (1995).
43. Mourad Djebli, *Z. Naturforsch. A* **70** (2015) 875.
44. Yuan shi, Hong Qin, and Nathaniel J. Fisch, *Phys. Plasmas* **25** (2018) 055706.
45. A Abdikian and S Mahmood, *Phys. Plasmas* **23** (2016) 122303.
46. Peng Zheng, C P Ridgers, and A G R Thomas, *New J. Phys.* **17** (2015) 043051.