مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۲۳، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۴۰۲
DOI: 10.47176/ijpr.23.4.11818

سازوکار پاد-کیبل-زورک در گذر از نقطهٔ بحرانی کوانتومی در مدل سو-شریفر-هیگر با پارامتر جفت‌شدگی نوفه‌دار

جلیل ناجی[۱*]، سعید انصاری[۲]، و روح ا... جعفری[۳،۴]

۱. گروه فیزیک، دانشگاه ایلام، ایلام

۲. گروه علوم مهندسی و فیزیک، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، بوئین زهرا

۳. دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان

۴. پژوهشکده علوم نانو، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

پست الکترونیکی: j.naji@ilam.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۸/ ۱۰/ ۱۴۰۲ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۱/ ۱۱ /۱۴۰۲)

چکیده

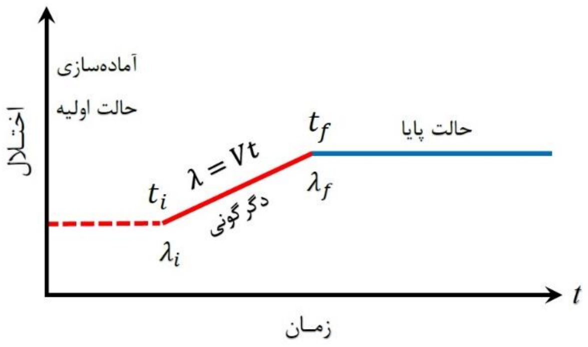
در این مقاله نشان می‌دهیم که اگر در یک سامانهٔ بسته، به پارامتر جفت‌شدگی سامانه که به صورت خطی با زمان تغییر می کند، نوفه اضافه کنیم سامانه رفتار پاد-کیبل-زورک نشان خواهد داد که این امر منجر به افزایش برانگیختی‌ها می‌شود. همچنین نشان داده می‌شود که نرخ دگرگونی بهینه برای کمینه کردن برانگیختگی‌ها، به صورت رابطه‌ای جبری از شدت نوفه است ولی نمای مربوط به آن با پیش‌بینی‌های انجام شده در تحقیقات قبلی متفاوت است. نتایج ما محدودیت‌های رویه‌های بی‌دررو مانند تبرید کوانتومی را اثبات می‌کند و جهان‌شمولی نرخ دگرگونی بهینه را نشان می‌دهد..

واژه‌های کلیدی: سازوکار کیبل-زورک، مدل سو-شریفر-هیگر

۱. مقدمه

شناخت دینامیک بی‌دررو و شکست آن در سامانه‌های بس‌ذره‌ای از پایه‌های بنیادین برای پیشرفت در فناوی‌های کوانتومی است [۱]. تحول بی‌دررو سنگ‌بنای رویهٔ تبرید کوانتومی[۱] برای آماده‌سازی حالت[۲] و محاسبات کوانتومی است [۲ و ۳]. طبق نظریهٔ بی‌دررو، دینامیک یک سامانهٔ فیزیکی، در صورتی که تغییرات آهسته باشد، مستقل از گذارهای بی‌دررو است [۴]. فرونشانی[۳] برانگیختگی‌ها در غیاب گاف انرژی، به عنوان مثال وقتی از یک نقطهٔ بحرانی کوانتومی[۴] (QCP) می‌گذرد، چالش‌برانگیز می‌شود [۵-۷]. با گذار سامانه از نقطهٔ بحرانی کوانتومی چگالی برانگیختگی ها بر حسب نرخ دگرگونی از یک رابطهٔ جبری تبعیت می‌کند [۸-۱۱] که می‌توان آن را با کم کردن نرخ دگرگونی کاهش داد. این رابطهٔ مقیاسی جهان‌شمول پیش‌بینی کلیدی سازوکار کیبل-زورک[۵] (KZM) است، که در ابتدا برای گذارفازهای پیوسته کلاسیکی طرح‌ریزی شده بود [۱۲ و ۱۳].

۱. Quantum anneaing
۲. State preparation
۳. Suppression
۴. Quantum critical point
۵. Kibble-Zurek mechanism



شکل ۱. نمایش دگرگونی تدریجی (شیب‌دار).

با وجود این که تأیید تجربی این سازوکار هنوز به تحقیق بیشتری نیاز دارد [۷]، اما اعتقاد بر این است که کاربردهای گسترده‌ای دارد. با این حال، مشاهدات متناقضی در مطالعهٔ سامانه‌های چندمغناطیسی گزارش شده است که با نزدیک شدن به حد بی‌دررو، با کاهش نرخ دگرگونی برانگیختگی‌های بیشتری به وجود می‌آید [۱۴]. این رفتار متناقض، دینامیک پاد-کیبل-زورک نامیده می‌شود. در حالی که آزمایش‌های KZM در حوزهٔ کوانتومی اندک هستند، برخی نتایج رفتار پاد-کیبل-زورک احتمالی را نشان می‌دهند [۱۵ و ۱۶]. نشان داده شده است که در یک سامانهٔ کوانتومی بسته، وجود افت‌وخیزهای به شکل نوفه در پارامتر کنترل‌کننده، توضیحی برای رفتار پاد-کیبل-زورک ارائه می‌دهد.

ابتدا یک دگرگونی شیبدار[1] از نقطهٔ بحرانی کوانتومی را در نظر می‌گیریم. پارامتر جفت‌شدگی γ به‌صورت $\gamma(t) = t/\tau$ از مقدار γ_1 تا γ_2 تغییر می‌کند که در آن $\tau > ۰$ عکس سرعت دگرگونی است و نرخ دگرگونی نامیده می‌شود (شکل ۱). در مدل‌های تبرید کوانتومی[2] استاندارد، پارامتر کنترل‌کنندهٔ سامانه از یک نقطهٔ بحرانی کوانتومی در $\gamma_c = \lambda$ عبور می‌کند. سازوکار کیبل-زورک پیش‌بینی می‌کند که چگالی برانگیختگی، در نرخ‌های دگرگونی بزرگ، از رابطهٔ $n_۰ \propto \tau^{-\beta}$ پیروی می‌کند که در آن $\beta = dv/(1+zv)$، v و z طول همبستگی و نمای بحرانی دینامیکی و d ابعاد سامانه و $n_۰$ نشان دهندهٔ میانگین برانگیختگی‌ها بدون حضور نوفه است. همانطور که مشخص است چگالی برانگیختگی‌ها به‌صورت یکنواخت با τ کاهش می‌یابد تا در حد $\tau \to \infty$ به صفر برسد. با این حال، کنترل بر روی سامانه هیچ وقت کامل نیست. به‌ویژه ممکن است پارامتر کنترل کنندهٔ دگرگونی، نوفه داشته باشد [۱۷-۲۲]. در این مطالعه، یک سامانه بسته را درنظر می‌گیریم که هیچ جفت‌شدگی با محیط حرارتی و یا حمام گرمایی ندارد [۲۹-۲۲]. با وجود این که در این نوع سامانه‌ها دینامیک با یک تحول یکانی توصیف می‌شود اما پارامترجفت‌شدگی $\gamma(t)$ افت وخیرهای تصادفی دارد.

نشان داده شده است که رفتار این نوع سامانه‌ها را می‌توان با حل یک معادلهٔ مادر دقیق به‌دست آورد [۱۷-۲۱]. در نتیجه، دینامیک تبرید به واسطهٔ اثر متقابل دو عامل مشخص می شود: ۱- نزدیکی به حد بی‌دررو ناشی از برانگیختی‌های بی‌دررو پیش‌بینی شده توسط KZM و ۲- میزان انباشتگی برانگیختگی‌های ناشی از نوفه در مدت زمان تحول. با استفاده از رویکرد عددی. نشان می‌دهیم که برای مقادیر بزرگ نرخ دگرگونی τ، نوفه عامل غالب در دینامیک است و باعث ایجاد رفتار پاد-کیبل-زورک می‌شود. نتیجهٔ قابل توجه برای تبرید کوانتومی ظهور یک نرخ دگرگونی بهینهٔ متناهی τ_{opt} است. با افزایش نرخ دگرگونی تا مقدار بهینهٔ τ_{opt}، چگالی برانگیختگی‌ها کاهش می‌یابد؛ اما نرخ‌های دگرگونی بزرگ‌تر از τ_{opt} منجر به کاهش انباشتگی برانگیختگی‌ها می‌شوند. نشان داده شده است که در حد نوفهٔ کوچک و نرخ دگرگونی متناهی τ، میانگین آنسامبلی چگالی برانگیختگی‌ها در حضور نوفه n_W با عبارت زیر داده می‌شود:

$$n_W \approx r\tau + c\tau^{-\beta}, \tag{۱}$$

که در آن β توان KZM جهانشمول، c ضریب وابسته به ابعاد، و r نرخی است که حضور نوفه در پارامتر کنترل‌کننده موجب ایجاد برانگیختگی می‌شود [۲۱]. تفکیک مؤثر دینامیک KZM از اثرات ناشی از نوفه منجر به معادلهٔ (۱) می‌شود. همچنین نشان داده شده است که چگالی برانگیختگی‌ها، n_W، وقتی کمینه می‌شود که زمان شیب به‌صورت زیر انتخاب شده باشد:

$$\tau_{\text{opt}} \propto r^{-1/(\beta+1)}, \tag{۲}$$

که در آن $r = \Lambda^2 W^2$، W^2 شدت نوفه (در واحد زمان) و Λ

---
[1] Ramp quench
[2] Quantum annealing

میزان انرژی هامیلتونی را مشخص می‌کند [۲۱].
در این مقاله، پیش‌بینی انجام شده را با محاسبات عددی در مدل سو–شریفر–هیگر مورد بررسی قرار می‌دهیم و نشان خواهیم داد که مقیاس‌بندی پیش‌بینی شده نرخ گذر بهینه در رابطهٔ (۲) در مورد مدل سو–شریفر–هیگر صدق نمی‌کند.

۲. مدل سو–شریفر–هیگر

مدل سو–شریفر–هیگر به شکل زیر داده می‌شود [۳۰]:

$$H(t)=\sum_{m=1}^{N}\gamma(t)\,c^{\dagger}_{2m-1}c_{2m}+\lambda\,c^{\dagger}_{2m}c_{2m+1}+H.C, \qquad (۳)$$

که در آن $c^{\dagger}_m$ و c_m ، به ترتیب، عملگرهای خلق و فنای فرمیونی و $\gamma(t)$ پارامتر جفت‌شدگی برهمکنش‌ها است. در صورتی که γ مقدار ثابتی داشته باشد و شرط مرزی را بسته در نظر بگیریم، این مدل حل دارد و گاف انرژی در دو نقطهٔ بحرانی $\gamma=\pm\lambda$ بسته می‌شود. با استفاده از تبدیلات فوریه [۳۰] و تعریف بردار دو مؤلفه‌ای $\Gamma^{\dagger}_k=\left(c^{\dagger}_k,c_k\right)$ می‌توان نشان داد که مدل سو–شریفر–هیگر در فضای تکانه به صورت جمع هامیلتونی‌های مستقل از هم $H(t)=\sum_{k>0}\Gamma^{\dagger}_k H_k(t)\Gamma_k$ نوشته می‌شود که در آن $H_k(t)$ یک ماتریس دوبعدی است و با استفاده از ماتریس‌های پائولی به شکل زیر:

$$H_k(t)=\left(\gamma(t)+\lambda\cos k\right)\sigma^{x}+\left(\lambda\sin k\right)\sigma^{y}, \qquad (۴)$$

نوشته می‌شود. همچنین با دوران $H_k(t)$ به اندازهٔ $\pi/2$ حول محور y و سپس $-\pi/2$ حول محور z خواهیم داشت:

$$H_k(t)=-\left(\gamma(t)+\lambda\cos k\right)\sigma^{z}+\left(\lambda\sin k\right)\sigma^{x}. \qquad (۵)$$

۲. ۱. اعمال نوفه

اگر نوفهٔ سفید $f(t)$ را به پارامتر جفت‌شدگی اضافه کنیم

$$\gamma(t)=\frac{t}{\tau}+f(t), \qquad 0<t<2\tau. \qquad (۶)$$

$f(t)$ یک نوفهٔ گوسی با میانگین صفر و تابع همبستگی زمانی $\left\langle f(t)f(t')\right\rangle=W^{2}\delta(t-t')$ است ($f(t)$ بدون بعد و W^{2} بعد زمان دارد) و مقدار اولیه و نهایی γ به ترتیب صفر و ۲ خواهد بود. برای انجام محاسبات عددی، $\lambda=1$ قرار می‌دهیم و اندازهٔ سامانه را $N=1024$ در نظر می‌گیریم تا اثرات مربوط به اندازهٔ متناهی سامانه قابل‌توجه نباشد. نوفهٔ سفید تقریب خوبی برای نوفهٔ رنگی با افت نمایی، نظیر فرایند اُرنشتاین–اُلنبک [۳۱ و ۳۲] است. با وجود این که پیش‌بینی‌های عددی ما ممکن است برای نوفهٔ رنگی تغییر کند، انتظار داریم که افت آهسته طیف نوفه (در حوزهٔ بسامدی) امکان جذب انرژی از منبع نوفه را فراهم کند و رقابت ذکر شده بین بی‌دررو بودن و گرمایش، از نظر کیفی به همان رفتار پاد–کیبل–زورک منجر می‌شود.
حال به بررسی دینامیک ناشی از هامیلتونی (۳) به همراه جفت‌شدگی نوفه‌دار (۶) می‌پردازیم. هامیلتونی نوفه‌دار را می‌توان به صورت جمع دو بخش نوشت: هامیلتونی بدون نوفه و هامیلتونی مربوط به نوفه، که به صورت زیر از هم تفکیک می‌شوند:

$$H(t)=H_{0}(t)+f(t)\,H_{1}, \qquad (۷)$$

که در آن $H_{1}=-\sum_{k>0}\Gamma^{\dagger}_k\sigma^{z}\Gamma_k$ است. با استفاده از قضیهٔ نُویکف [۳۳–۳۵] و معادلهٔ شرودینگر تصادفی

$$i\frac{d}{dt}\left|\psi(t)\right\rangle=\left[H_{0}(t)+f(t)H_{1}\right]\left|\psi(t)\right\rangle, \qquad (۸)$$

معادلهٔ مادر دقیق (بدون اختلال) زیر برای میانگین آنسامبلی چگالی ماتریس نوفه‌دار $\rho(t)$ را می‌توان به دست آورد:

$$\frac{d}{dt}\rho(t)=-i\left[H_{0}(t),\rho(t)\right]-\frac{W^{2}}{2}\left[H_{1},\left[H_{1},\rho(t)\right]\right]. \qquad (۹)$$

اولین عبارت در سمت راست بیانگر تحول یکانی ایجاد شده توسط هامیلتونی بدون نوفه است و عبارت دوم دینامیک حاصل از نوفه را نمایش می‌دهد [۳۶].

۳. حل عددی

در این مقاله، به حل عددی معادلات مادر می‌پردازیم و دینامیک بی‌دررو را برحسب سه مشاهده‌گر متفاوت تعیین می‌کنیم. اولین کمیت، چگالی برانگیختگی‌ها است و با رابطه زیر:

$$n_{W}=1-\frac{1}{N}\sum_{k>0}\left\langle G_k(\tau)\right|\varrho_k(t)\left|G_k(\tau)\right\rangle, \qquad (۱۰)$$

داده می‌شود، که در آن $\varrho_k(t)$ ماتریس چگالی برای تکانهٔ k ($\rho_k(t)=\otimes_{k>0}\varrho_k(t)$) و $\left|G_k(t)\right\rangle$ حالت پایه برای تکانهٔ k است. کمیت دوم در سمت راست، متوسط مقدار انرژی

باقیمانده در سامانه در انتهای دگرگونی شیبدار است که با عبارت زیر داده می‌شود:

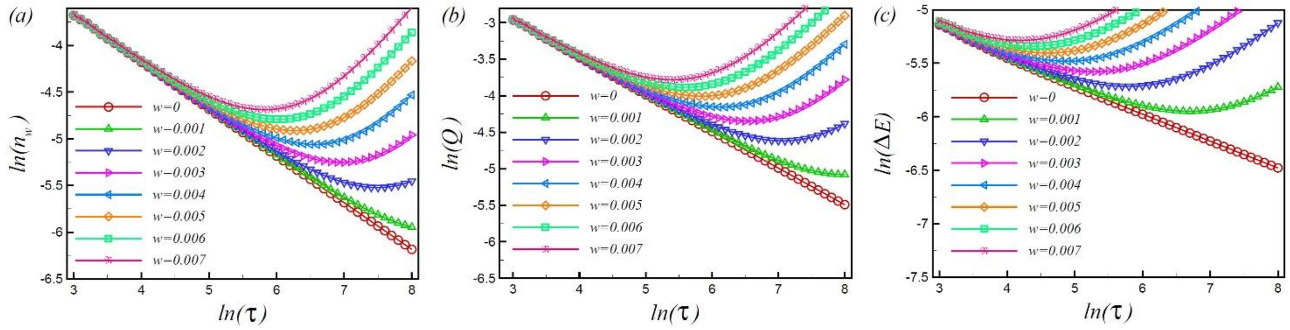
$$Q=\frac{1}{N}\left\{\mathrm{Tr}\left[\rho(\tau)H(\tau)\right]-\left\langle G(\tau)\middle|H(\tau)\middle|G(\tau)\right\rangle\right\}. \quad (۱۱)$$

این کمیت چگالی انرژی باقیمانده نامیده می‌شود و در دگرگونی KZM وقتی $W=0$ است، به‌صورت مقیاس جهان‌شمول با زمان تغییر می‌کند [۳۷]. در نهایت، مقدار پاشندگی (عدم قطعیت) انرژی در حالت نهایی سامانه [۳۱ و ۳۸] را با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

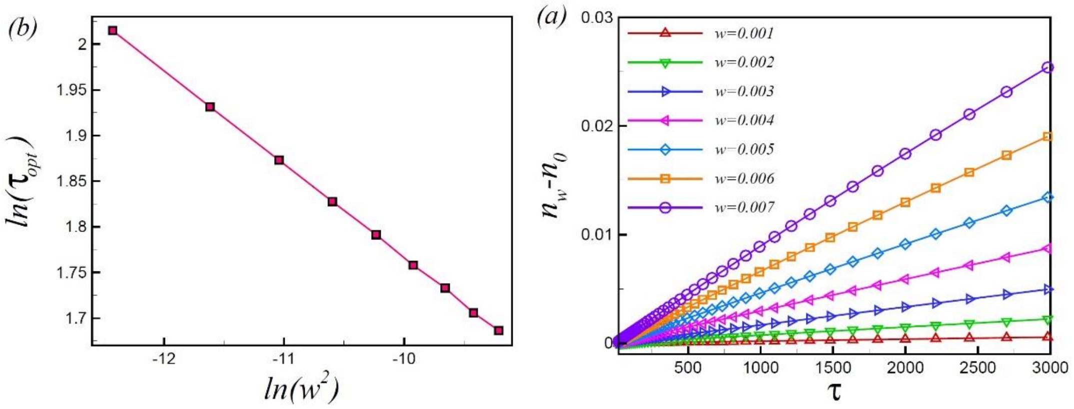
$$\Delta E=\frac{1}{N}\left\{\mathrm{Tr}\left[\rho(\tau)H^{2}(\tau)\right]-\left(\mathrm{Tr}\left[\rho(\tau)H(\tau)\right]\right)^{2}\right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (۱۲)$$

لازم به ذکر است هر سه کمیت ذکر شده، در عدم حضور نوفه، رفتار خطی بر حسب نرخ دگرگونی نشان می‌دهند، و هدف از مطالعهٔ این کمیت‌ها بررسی چگونگی تغییر رفتار آنها در حضور نوفه است. وابستگی چگالی برانگیختگی‌ها، n_W، به نرخ دگرگونی، τ، برای مقادیر مختلف شدت نوفه، W، در شکل ۲. الف نشان داده شده است. برای نرخ‌های دگرگونی کوچک، اثر نوفه در پارامتر جفت‌شدگی قابل صرف‌نظر کردن است و چگالی برانگیختگی‌ها به‌صورت جبری، $n_w \propto \tau^{-1/2}$، با نرخ دگرگونی تغییر می‌کند؛ که با پیش‌بینی KZM سازگار است. برای نرخ دگرگونی بزرگ، اثرات ناشی از نوفه عامل غالب در دینامیک بی‌دررو هستند که در نتیجهٔ آن n_W با افزایش نرخ دگرگونی τ، افزایش می‌یابد (با فرض ثابت بودن W). در قلمرو پاد-کیبل-زورک، کاهش نرخ دگرگونی منجر به افزایش برانگیختگی سامانه می‌شود به نحوی که، در حد نرخ‌های دگرگونی خیلی بزرگ، n_W به طور کامل توسط جزء پاد-کیبل- زورک تعیین می‌شود؛ این ویژگی توسط تخمین‌های تحلیلی به دست آمده در مرجع‌های [۳۹-۴۶] تأیید شده است. رقابت بین رفتار بی‌دررو و انباشتگی برانگیختگی‌های ناشی از نوفه در مشاهده‌پذیرهای دیگر نیز دیده می‌شود (شکل ۲. ب و ج). در مدل سو-شریفر-هیگر برای $W=0$، مقدار Q به صورت جبری با نرخ دگرگونی تغییر می‌کند (سازوکار کیبل- زورک). همانطور که مشاهده می‌شود، پس از گذر از نرخ دگرگونی بهینه، رفتار پاد-کیبل-زورک در سامانه حاکم می‌شود (شکل ۲. ب) که نرخ دگرگونی بهینه در کمیت‌های مختلف متفاوت است. می‌توانیم سهم برانگیختگی‌های ناشی از نوفه را از تفاضل چگالی برانگیختگی‌های بدون نوفه و چگالی برانگیختگی‌ها در حضور نوفه به دست آوریم (شکل ۳. الف). داده‌ها در شکل ۳. الف تأیید می‌کند که برای نرخ‌های دگرگونی در حد متوسط و کوچک، برانگیختگی‌های به وجود آمده به واسطهٔ حضور نوفه به خوبی توسط یک نرخ گرمایش r تعیین می‌شود که این رفتار با رابطهٔ (۱) مطابقت دارد. در این محدوده، برانگیختگی‌های اضافی یک افزایش خطی، $\delta n_W \simeq r\tau$، نشان می‌دهند. انتظار می‌رود انحراف از رفتار خطی به‌صورت تابعی از نرخ دگرگونی وجود داشته باشد که برای زمان‌های طولانی قابل مشاهده است.

در ادامه، اعتبار فرض ارائه شده در معادلهٔ (۱) را، که نرخ دگرگونی بهینه را به شدت نوفه مرتبط می‌کند، بررسی می‌کنیم. نرخ گرمایش توسط دامنهٔ افت‌وخیزهای نوفه W^2 تعیین می‌شود که در شکل ۳. ب دیده می‌شود. در سامانه‌های باز، این مقیاس‌گذاری توسط محدودیت‌های سرعت کوانتومی اعمال می‌شود [۴۷ و ۴۸]. با کمینه کردن چگالی برانگیختگی‌ها بر حسب تابعی از نرخ دگرگونی، و برای شدت نوفه‌های مختلف، مقیاس بندی نرخ دگرگونی بهینه برحسب W را بررسی می‌کنیم. اعمال برازش خطی روی داده‌ها نشان می‌دهد که چگالی برانگیختگی‌ها هنگامی کمینه می‌شود که زمان دگرگونی $\tau_{\mathrm{opt}} \propto (W^2)^b$ باشد که در آن $b=0/102$ است و با پیش‌بینی نظری $\tau_{\mathrm{opt}} \propto (W^2)^{-2/3}$ در معادلهٔ (۲) سازگار نیست. این نتیجه، یک حد بالا بر نرخ دگرگونی در رویهٔ تبرید کوانتومی اعمال می‌کند که برای مقادیر بیشتر، رفتار پاد-کیبل- زورک غالب است و چگالی برانگیختگی‌ها با زمان دگرگونی افزایش می‌یابد.



شکل ۲. رفتار پاد-کیبل-زورک ناشی از پارامتر جفت‌شدگی نوفه‌دار. (الف) چگالی برانگیختگی‌ها پس از اتمام دگرگونی برای مقادیر مختلف W و به‌صورت تابعی از نرخ دگرگونی خطی τ. همانگونه که مشخص است، برخلاف حالت بدون نوفه، در حضور نوفه میانگین چگالی برانگیختگی ها از مقیاس‌بندی پیش‌بینی شده توسط KZM تبعیت نمی‌کند. (ب) وابستگی مشابهی در چگالی انرژی باقیماندهٔ Q مشاهده می‌شود. (ج) اثرات ناشی از نوفه در ΔE که برای نرخ‌های دگرگونی کوچک‌تر نیز قابل‌ملاحظه است.



شکل ۳. (الف) اختلاف بین میانگین چگالی برانگیختگی‌ها در حضور و عدم حضور نوفه. برای $W^۲\tau < ۱$، تفاضل چگالی برانگیختگی‌های ناشی از وجود و عدم وجود نوفه به‌صورت تابع خطی نسبت به زمان دگرگونی τ افزایش می‌یابد. (ب) نرخ دگرگونی بهینه بر حسب توان دوم شدت نوفه، که مقیاس‌بندی پیش‌بینی شده بین نرخ دگرگونی بهینه τ_{opt} و شدت نوفه را تأیید می‌کند.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک سازوکار ساده ارائه داده‌ایم که رفتار پاد-کیبل-زورک در دینامیک بحرانی کوانتومی یک سامانه در تعادل گرمایی در حضور پارامتر جفت‌شدگی دارای نوفه را شرح می‌دهد. نتایج به دست آمده محدودیت‌های مربوط به شیوه‌های بی‌دررو را مشخص می‌کند و نشان می‌دهد که نرخ دگرگونی تبرید بهینه، از یک رابطهٔ مقیاسی جهانشمول، به‌صورت تابعی از دامنهٔ افت‌وخیزهای نوفه تبعیت می‌کند.

مراجع

1. J I Cirac and P Zoller, *Nat. Phys.* **8** (2012) 264.
2. E Farhi, J Goldstone, and S Gutmann, arXiv:quant-ph/0201031.
3. S Suzuki, H Nishimori, and M Suzuki, *Phys. Rev.* E **75** (2007) 051112.
4. M Born and V A Fock, *Z. Phys.* A **51** (1928) 165; T Kato, *J. Phys. Soc. Jpn*. **5** (1950) 435; J E Avron, and A Elgart, *Commun. Math. Phys.* **203** (1999) 445.
5. J Dziarmaga, *Adv. Phys.* **59** (2010) 1063.
6. A Polkovnikov, K Sengupta, A Silva, and M Vengalattore, *Rev. Mod. Phys*. **83** (2011) 863.
7. A del Campo, and W H Zurek, *Int. J. Mod. Phys.* A **29** (2014) 1430018.
8. B Damski, *Phys. Rev. Lett*. **95** (2005) 035701.
9. W H Zurek, U Dorner, and P Zoller, *Phys. Rev. Lett*. **95** (2005)105701.
10. J Dziarmaga, *Phys. Rev. Lett*. **95** (2005) 245701.

11. A Polkovnikov, *Phys. Rev.* B **72** (2005) 161201(R).
12. T W B Kibble, *J. Phys.* A **9** (1976) 1387; *Phys. Rep.* **67** (1980) 183.
13. W H Zurek, *Nature* (London) **317** (1985) 505; *Acta Phys. Pol.* B **24** (1993) 1301; *Phys. Rep.* **276** (1996) 177.
14. S M Griffin, M Lilienblum, K T Delaney, Y Kumagai, M Fiebig, and N A Spaldin, *Phys. Rev.* X **2** (2012) 041022.
15. D Chen, M White, C Borries, and B DeMarco, *Phys. Rev. Lett*. **106** (2011) 235304.
16. R Barends *et al.*, *Nature* (London) **534** (2016) 222.
17. S Ulm, J Roßnagel, G Jacob, C Degünther, S T Dawkins, U G Poschinger, R Nigmatullin, A Retzker, M B Plenio, F Schmidt-Kaler, and K Singer, *Nat. Commun*. **4** (2013) 2290.
18. K Pyka, J Keller, H L Partner, R Nigmatullin, T Burgermeister, D-M Meier, K Kuhlmann, A Retzker, M B Plenio, W H Zurek, A del Campo, and T E Mehlstäubler, *Nat. Commun*. **4** (2013) 2291.
19. A del Campo, T W B Kibble, and W H Zurek, *J. Phys. Condens. Matter* **25** (2013) 404210.
20. S-Z Lin, X Wang, Y Kamiya, G-W Chern, F Fan, D Fan, B Casas, Y Liu, V Kiryukhin, W H Zurek, C D Batista, and S-W Cheong, *Nat. Phys*. **10** (2014) 970.
21. A Dutta, A Rahmani and A del Campo, *Phys. Rev. Lett*. **117** (2016) 080402.
22. D Patanè, A Silva, L Amico, R Fazio, and G E Santoro, *Phys. Rev. Lett*. **101** (2008) 175701.
23. D Patané, L Amico, A Silva, R Fazio, and G E Santoro, *Phys. Rev.* B **80** (2009) 024302.
24. S Yin, P Mai, and F Zhong, *Phys. Rev.* B **89** (2014) 094108.
25. S Braun, M Friesdorf, S S Hodgmana, M Schreiber, J P Ronzheimer, A Riera, M del Rey, I Bloch, J Eisert, and U Schneider, *Proc. Natl. Acad. Sci.* U.S.A. **112** (2015) 3641.
26. Y Yanay, and E J Mueller, *Phys. Rev.* A (2016) 013622.
27. A Rivas, O Viyuela, and M A Martin-Delgado, *Phys. Rev.* B **88** (2013) 155141.
28. O Viyuela, A Rivas, and M A Martin-Delgado, *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 076408.
29. P Nalbach, S Vishveshwara, and A A Clerk, *Phys. Rev.* B **92** (2015) 014306.
30. W P Su, J R Schrieffer, and A J Heeger, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1698.
31. L D'Alessio and A Rahmani, *Phys. Rev.* B **87** (2013) 174301.
32. A Rahmani, *Mod. Phys. Lett.* B **27** (2013) 1330019.
33. E A Novikov, *JETP* **20** (1965) 1290.
34. A Rahmani, *Phys. Rev.* A **92** (2015) 042110.
35. H Pichler, J Schachenmayer, A J Daley, and P Zoller, *Phys. Rev.* A **87** (2013) 033606.
36. H P Breuer, and F Petruccione, "*The Theory of Open Quantum Systems*", Oxford University Press, New York (2002).
37. C De Grandi, V Gritsev, and A Polkovnikov, *Phys. Rev.* B **81** (2010) 012303.
38. G Bunin, L D'Alessio, Y Kafri, and A Polkovnikov, *Nat. Phys.* **7** (2013) 913.
39. G J Milburn, *Phys. Rev*. A **44** (1991) 5401.
40. H Moya-Cessa, V Bužek, M S Kim, and P L Knight, *Phys. Rev.* A **48** (1993) 3900.
41. A A Budini, *Phys. Rev.* A **64** (2001) 052110.
42. A Rahmani, *Phys. Rev.* A **92** (2015) 042110.
43. G Lindblad, *Commun. Math. Phys*. **48** (1976) 119.
44. Y Kayanuma, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53** (1984) 108.
45. V L Pokrovsky and, N A Sinitsyn, *Phys. Rev.* B **67** (2003) 144303.
46. V L Pokrovsky and, N A Sinitsyn, *Phys. Rev.* B **69** (2004) 104414.
47. M M Taddei, B M Escher, L Davidovich, and R L de Matos Filho, *Phys. Rev. Lett*. **110** (2013) 050402.
48. A del Campo, I L Egusquiza, M B Plenio, and S F Huelga, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 050403.